

9^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

10 - 11 - 12 MARS 2003

POITIERS - FUTUROSCOPE

**IMPACT, AVEC ET SANS DECOLLEMENT, SUR UN CORPS
FLOTTANT EN PROFONDEUR QUELCONQUE**

***IMPACT, WITH SEPARATION OR NOT, ON A FLOATING OBSTACLE IN
ANY DEPTH***

B. TOURE*, R. WEBER*, J. HUREAU*

* Laboratoire de Mécanique et d'Energétique,

Institut Polytechnique d'Orléans/ESEM, 8, Rue Léonard de Vinci, 45072 ORLEANS
Cedex 2.

Résumé

Le travail présenté dans cette communication a pour but l'étude d'un impact sur un corps flottant initialement au repos. Cette étude se limite à l'instant même du choc où la pression varie de manière brutale et non prévisible au niveau de la paroi subissant le choc. Il est alors commun d'introduire une grandeur reliée à cette pression instantanée : la pression d'impulsion. La méthode consiste alors à déterminer cette pression d'impulsion dans tout le domaine fluide (de profondeur finie ou non et qu'il y ait ou non création d'une poche de cavitation sur l'obstacle) par la résolution du problème aux limites. De manière générale, ceci revient à résoudre un problème mixte (ou par simplification, de Dirichlet) sur l'extérieur du disque ou sur une couronne qui correspond par transformation conforme au domaine fluide. Les résultats ainsi obtenus sont en très bon accord avec ceux publiés dans la littérature mais qui sont limités à des obstacles et des parois de géométrie très simple.

Summary

The aim of this paper is the study of the impact on a still floating obstacle. This work considers only the shock instant: the pressure varies suddenly and in a no predictable manner on the impacted wall. It is then a common practice to introduce a new parameter connected to this instantaneous peak pressure : the pressure impulse. The numerical method consists in determining of this pressure impulse in the fluid domain (of finite depth or not, and even with the formation of a cavitation bulb behind the obstacle), by solving the boundary problem. This is usually done by resolving a mixed problem (or a Dirichlet one) on the exterior of the unit disk or on a circular annulus corresponding to the conformal mapping of the fluid domain. The results then obtained are in good agreement with the published ones concerning only elementary walls and obstacles geometries.

1- INTRODUCTION

De manière générales ([7]), il est possible de définir les phénomènes d'impact comme étant des problèmes concernant des corps baignés dans un fluide, au repos ou non, pour lesquels, à un instant donné, se produit une mise en mouvement instantanée. L'étude de ces phénomènes, à partir de cette définition, est une simplification, par passage à la limite (la vitesse devenant alors une fonction échelon), de la modélisation d'écoulements instationnaires où la vitesse varie très rapidement. Parmi les configurations pouvant être décrites ainsi, on peut citer la chute d'un corps sur une surface libre ([14] par exemple), l'action d'un fluide sur une paroi (impact de vagues, voir par exemple [2] ou [13]) ou encore l'application soudaine, et entraînant une mise en mouvement brutale, de forces extérieures sur un corps flottant ou baigné par un fluide ([3]). Il est alors impératif dans tous ces cas de tenir compte des forces hydrodynamiques qui apparaissent lors de l'impact. Ces forces sont d'ailleurs d'autant plus importantes que l'intervalle de temps τ_{choc} pendant lequel se produit le choc est petit (figure 1).

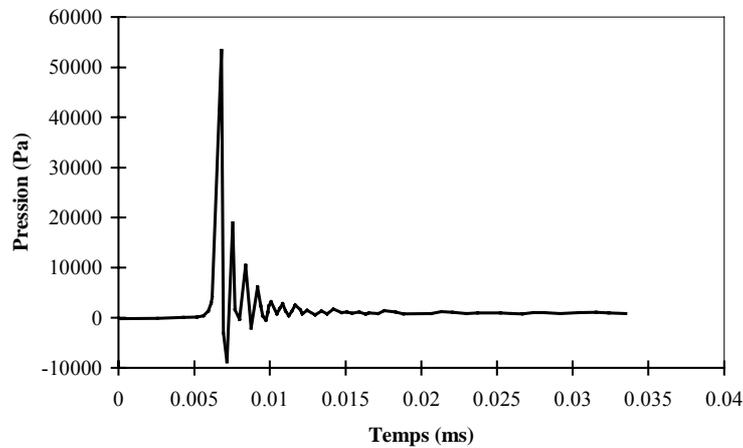


Figure 1. Evolution de la pression le long d'une paroi verticale lors de l'impact d'une vague, d'après [2].

Si l'intervalle τ_{choc} est très petit, l'action des autres forces (en particulier les forces de pesanteur) et le déplacement du fluide peuvent être négligés sans diminuer la généralité de l'étude. De ce fait, la pression p , en un point (x, y) du domaine considéré comme étant bidimensionnel, et à un instant t (compté à partir de l'impact) s'écrit

$$p(x, y, t) = -\rho \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t}. \quad (1)$$

où ρ représente la masse volumique du fluide et φ le potentiel des vitesses du mouvement résultant du choc. A partir de la relation (1), il est donc possible de définir le potentiel des vitesses en fonction de la pression :

$$\varphi(x, y, t) = -\frac{1}{\rho} \int_0^{\tau_{\text{choc}}} p(x, y, t) dt. \quad (2)$$

Dans le genre de problème qui nous intéresse ici, il est alors classique ([7] et [1]) de définir la pression d'impulsion P en chaque point du domaine par la relation

$$P(x, y) = \int_0^{\tau_{\text{choc}}} p(x, y, t) dt. \quad (3)$$

On a alors directement la relation $P = -\rho\varphi$. Il faut remarque que Cooker et Peregrine [1] obtiennent les mêmes relations en simplifiant l'équation de Navier-Stokes adimensionnée. En

effet, d'après cette relation et la définition de la pression d'impulsion (3), il est possible de montrer que $\Delta P = 0$ dans le domaine fluide.

La détermination de la pression d'impulsion P (qui représente assez bien le phénomène physique alors que la pression instantanée p varie de manière importante et peu prévisible dans le temps) se ramène donc à celle du potentiel des vitesses φ du mouvement associé au choc. Ceci peut se faire par la résolution du problème aux limites sur le domaine considéré avec les hypothèses habituelles : écoulement bidimensionnel de fluide parfait, incompressible et non pesant (hypothèses qui sont justifiées uniquement lors de l'étude de l'impact).

2- DESCRIPTION DU PROBLEME

Nous ne nous intéresserons ici qu'au problème de la détermination de la pression d'impulsion résultant d'un choc sur un corps flottant, dont tous les points passent instantanément du repos à une vitesse \vec{V} .

Les conditions aux limites s'écrivent alors, avec \vec{n} la normale à une paroi orientée vers l'extérieur de la paroi :

- $P = \varphi = 0$ sur une surface libre et
- $\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\rho \vec{V} \cdot \vec{n}$ sur les parois mises en mouvement, et donc $\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$ sur les parois immobiles.

De manière générale, la condition $P = \varphi = 0$ sur la surface libre permet de prolonger le domaine fluide par symétrie au plan complet dans le plan physique.

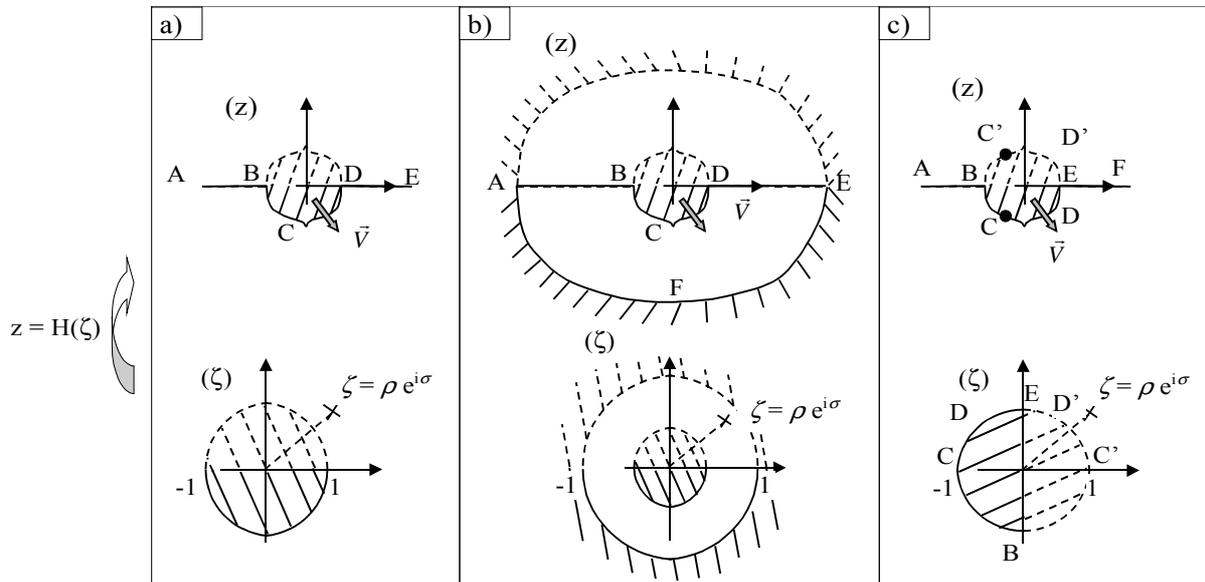


Figure 2. Problèmes étudiés / Notations ; a) profondeur infinie sans décollement, b) profondeur finie sans décollement et c) profondeur infinie avec décollement.

La configuration la plus « classique » de la littérature est celle de l'impact sans décollement en profondeur infinie (figure 2a)). Sur le cercle prolongé par continuité dans le plan de calcul, la condition aux limites sur les parois ($\zeta = e^{i\sigma}$) s'écrit

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\rho \vec{V} \cdot \vec{n} \Big|_{H'(\zeta = e^{i\sigma})}, \quad (4)$$

avec $H : \zeta \mapsto H(\zeta)$ la transformation conforme permettant le passage du domaine dans le plan de calcul à celui dans le plan physique. Cette fonction est supposée connue (voir §3).

Soit $f = \varphi + i\psi$ le potentiel complexe du mouvement lié au choc et $P = P + iQ$ la « pression complexe » qui lui est associée. La fonction f (ou P) vérifie la relation de Laplace $\Delta f = 0$ ($\Delta P = 0$) et $\partial\varphi/\partial r = \partial\psi/\partial\sigma$ ($\partial P/\partial r = \partial Q/\partial\sigma$). Ainsi, la fonction ψ (ou Q) est entièrement définie sur les parois solides et le potentiel des vitesses φ (ou la pression d'impulsion P) l'est sur les surfaces libres. Puisque le cercle correspond à l'homologue des parois de l'obstacle flottant, il suffit alors de résoudre un problème de Neumann pour la fonction φ ou P (ou de Dirichlet pour la fonction ψ ou Q) pour déterminer le potentiel complexe f ou la fonction complexe P en chaque point du domaine fluide. Dans le cas de l'impact en profondeur infinie, ceci sera réalisé par la relation de Schwarz-Villat ([5]). Les configurations permettant de définir analytiquement la pression d'impulsion P sont rares (obstacle elliptique ou plaque plane subissant un impact sans décollement, [7] et [4] par exemple). Dans ce papier, nous considérerons une forme quelconque d'obstacle. La détermination de la pression d'impulsion permet de revenir à des grandeurs physiques de l'hydrodynamique : la force et le moment d'impulsion. La première, notée I (en notation complexe) est définie par la relation

$$I = I_1 + iI_2 = i \int_{\text{zone d'impact}} P(z) dz = -i\rho \int_{\text{zone d'impact}} \varphi(z) dz \quad (5)$$

et la seconde

$$M = \Re \left\{ \int_{\text{zone d'impact}} \bar{z} P(z) dz \right\} = -\Re \left\{ \rho \int_{\text{zone d'impact}} z \varphi(z) dz \right\}. \quad (6)$$

Sur le cercle du plan de calcul, ces relations s'écriront

$$I = - \int_{\pi}^{2\pi} P(\sigma) H'(e^{i\sigma}) e^{i\sigma} d\sigma \quad \text{et} \quad M = \int_{\pi}^{2\pi} P(\sigma) \Im \left\{ e^{i\sigma} H'(e^{i\sigma}) \overline{H(e^{i\sigma})} \right\} d\sigma. \quad (7)$$

Dans le cas d'une impulsion quelconque, cette dernière peut être décomposée en une composante suivant les vitesses horizontale (notée avec un indice 1), verticale (indice 2) et angulaire (indice 3). Le potentiel complexe f , peut ainsi être également décomposé en trois parties en fonction du mouvement associé qui le crée :

$$f(z) = V_1 f_1(z) + V_2 f_2(z) + V_3 f_3(z). \quad (8)$$

La force et le moment d'impulsion permettent alors de définir des coefficients de masse virtuelle (μ_{ij}) pour le corps flottant :

$$- \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{21} & \mu_{31} \\ \mu_{12} & \mu_{22} & \mu_{32} \\ \mu_{13} & \mu_{23} & \mu_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Des études de Sedov [7] et de Lavrentiev et Chabat [4], par exemple, fournissent les valeurs de ces coefficients de manière analytique dans le cas d'un corps elliptique en profondeur infinie.

Dans ce papier, nous ne présenterons pas uniquement l'étude de cette configuration « classique ». Nous étudierons également l'influence de la présence d'un fond (cas du bassin de profondeur finie, figure 2b)) sur la pression d'impulsion sur les parois du corps flottant et celle de la présence d'un décollement de fluide sur la paroi. Dans le premier cas, le traitement diffère au niveau de la géométrie du domaine : il faut alors résoudre le problème de Dirichlet par la transformation conforme d'une couronne sur le domaine physique doublement connexe. Notre méthode nous permettra d'étudier des formes de fonds et d'obstacles totalement quelconques. Dans le second cas (figure 2c)), la différence se situe au niveau des conditions aux limites : la condition $P = \varphi = 0$ remplace alors la relation $\partial P/\partial n = -\rho \partial \varphi/\partial n = -\rho \vec{V} \cdot \vec{n}$. Il

faut alors résoudre un problème mixte sur le cercle ([8] ou [11]) ou, éventuellement, la couronne (cas qui ne sera pas traité ici). A notre connaissance, il n'existe pas d'études générales dans la littérature sur cette configuration d'impact plus réaliste que le cas « classique » (impact non vertical et formes de carène réelles).

3- TRANSFORMATION CONFORME

Nous avons donc vu dans la partie précédente que la résolution du problème traité se fait par la résolution d'un problème de Dirichlet ou d'un problème mixte, sur une couronne ou sur le cercle unité. Pour cela, il nous faut déterminer la transformation conforme H faisant passer de l'extérieur d'un cercle unité ou de l'intérieur d'une couronne sur le domaine physique. Nous ne présenterons pas en détails ici la technique mathématique permettant de définir cette fonction (voir [6] ou [12] pour plus de détails), mais uniquement le déroulement global de la méthode.

3.1. Cas du domaine infini

La transformation conforme de l'extérieur du disque unité sur le domaine fluide est cherchée sous la forme d'une série de Laurent afin de faciliter son utilisation lors de la détermination de la pression d'impulsion au moment de l'impact :

$$z = H(\zeta) = a_{-1}\zeta + 1 \sum_{k=0}^{\infty} a_k \zeta^{-k} \quad (10)$$

avec z un point du domaine fluide et $\zeta = \rho e^{i\sigma}$ ($\rho > 1$ et $\sigma \in [0; 2\pi]$) son homologue dans le plan de calcul. Soient $\varepsilon : \sigma \mapsto s = \varepsilon(\sigma)$ la bijection entre les frontières du domaine (cercle et paroi de l'obstacle subissant le choc) et $\beta : s \mapsto \beta(s)$ la tangente à la paroi (prolongée par symétrie) par rapport à l'axe $O\bar{x}$ au point d'abscisse curviligne s . Cette fonction est totalement connue à partir de la géométrie du corps.

Définissons à présent la fonction $F(\zeta) = \text{Log}[iH'(\zeta)]$. La connaissance de la bijection ε (déterminée arbitrairement lors de l'initialisation) permet alors de déterminer la partie imaginaire de F sur le cercle unité. En effet, on a

$$\Im\{F(\zeta)\} = (\beta \circ \varepsilon)(\sigma) - \sigma. \quad (11)$$

La résolution du problème de Dirichlet sur le cercle permet alors de déterminer la partie réelle de la fonction F à partir des relations de Schwarz-Villat. Et donc, une nouvelle bijection ε peut être définie puisque

$$\varepsilon'(\sigma) = e^{\Re\{F(\zeta)\}}. \quad (12)$$

Nous obtenons ainsi un système itératif qui est résolu jusqu'à la convergence (invariance de la bijection entre deux itérations consécutives). Les coefficients de la série de Laurent sont alors déterminés à partir de la relation

$$H'(\zeta) = -ie^{F(\zeta)} = a_{-1} - \sum_{k=1}^{\infty} k a_k \zeta^{-k-1}. \quad (13)$$

Si le corps présente des singularités (pointes), c'est-à-dire des points pour lesquels il y a une discontinuité de la fonction β , la fonction F sera singulière en ces points. Peu de méthodes numériques permettent de bien définir la transformation conforme H quelle que soit la forme de la pointe (convexe ou concave pour le domaine considéré). En effet, dans le cas de pointes convexes, H' tend vers l'infini, ce qui est souvent un facteur limitant numériquement. Nous avons choisi de traiter les singularités en séparant la fonction F en une somme d'une fonction continue \tilde{F} et d'une fonction F_P présentant les même singularités que F pour chacune des pointes. Une petite différence dans le choix de la fonction singulière F_P

nous permet de traiter aussi bien les pointes concaves que les pointes convexes pour le domaine de l'écoulement (voir [12] pour plus de détails).

3.2. Cas du domaine de profondeur finie

Le principe de détermination de la transformation conforme est toujours le même. Le domaine dans le plan de calcul est, à présent, une couronne de rayon extérieur égal à 1, et dont le rayon intérieur est noté q . Deux bijections ε_i et ε_e sont alors définies : la première permettant d'établir la correspondance entre les parois de l'obstacle flottant et le cercle intérieur de rayon q et la seconde permettant le passage de la paroi du bassin au cercle unité. La partie imaginaire de la fonction F est alors définie sur les deux frontières et le problème de Dirichlet sur la couronne est résolu en utilisant les formules de Villat ([9]). Les bijections ε_i et ε_e sont alors redéfinies et une nouvelle valeur du rayon q (fixée aléatoirement au départ et égale au rapport des longueurs des parois intérieure L_i et extérieure L_e) est calculée avec la relation

$$q = \frac{L_i \int_0^{2\pi} e^{A_e(\sigma)} d\sigma}{L_e \int_0^{2\pi} e^{A_i(\sigma)} d\sigma} \quad (14)$$

avec $F(\zeta_{i/e}) = A_{i/e}(\sigma) + iB_{i/e}(\sigma) + \text{cte}_{i/e}$ où B est une fonction connue liée à la géométrie des parois. Les fonctions A_i et A_e sont calculées à partir de la relation de Villat. Le processus itératif est, alors, entièrement défini et il est résolu jusqu'à la convergence. A nouveau, un traitement des singularités sur les parois de l'obstacle ou du bassin, peut être réalisé en décomposant la fonction F , comme dans le cas du bassin infini.

4- IMPACT SANS DECOLLEMENT A LA PAROI

4.1. Profondeur infinie

Il existe certaines configurations pour lesquelles le problème d'un impact vertical sur un obstacle fournit une expression analytique de la pression d'impulsion et des coefficients de masse virtuelle. Il s'agit des corps elliptiques flottant dans un bassin de profondeur infinie. En effet, pour ce type d'obstacle, Sedov [7] montre que dans le cas d'un impact quelconque (composantes verticale, horizontale et angulaire de la vitesse), la pression d'impulsion sur la demi-ellipse se met sous la forme :

$$P(\sigma) = \rho \sin \sigma \left[V_1 \frac{2b}{\pi} \ln \left(\tan \frac{\sigma}{2} \right) + aV_2 - \frac{V_3}{2} (a^2 - b^2) \cos \sigma \right] \quad (15)$$

avec $2a$ et $2b$ les longueurs des axes de l'ellipse (horizontal et vertical) et σ l'argument du point courant sur le demi-cercle unité, dans le plan de calcul ($\zeta = e^{i\sigma} = H^{-1}(z(x, y))$) et

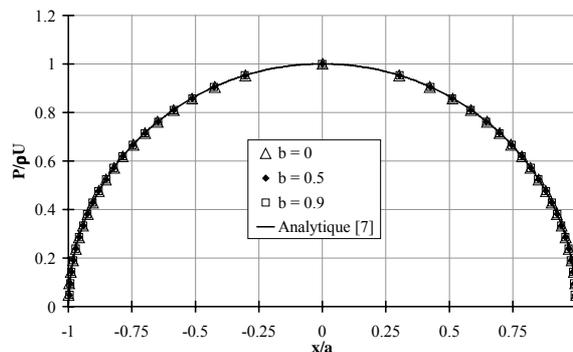


Figure 3. Pression d'impulsion pour un corps elliptique ($a = 1$) soumis à un impact vertical. Comparaison avec l'expression analytique.

$\sigma \in [0; \pi]$). Dans le cas d'un impact vertical, cette relation se réduit à

$$P(x) = \rho a V_2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \frac{\rho V_3 a}{2} x \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}. \quad (16)$$

La figure 3 représente cette fonction et les valeurs calculées pour trois ellipses ($a = 1$). On peut remarquer que, quelle que soit la valeur de b , la répartition de pression d'impulsion sur l'ellipse est identique. Le cas $b = 0$ correspond à une plaque plane. Sedov fournit également des expressions analytiques des coefficients de masse virtuelle (μ_{ij}) pour des obstacles elliptiques :

$$\mu_{11} = 2\rho \frac{b^2}{\pi}, \quad \mu_{22} = \frac{\rho \pi a^2}{2}, \quad \mu_{13} = \frac{\rho b(a^2 - b^2)}{3}, \quad \mu_{33} = \frac{\rho \pi (a^2 - b^2)^2}{16} \quad \text{et} \quad (17)$$

$$\mu_{12} = \mu_{21} = \mu_{32} = \mu_{23} = 0$$

Le tableau 1 fournit certaines de ces valeurs, toujours dans le cas d'un impact vertical (seul le coefficient μ_{22} est alors non nul). On peut également voir sur cet exemple l'importance du nombre de points de discrétisation sur le cercle. Il est bien évident qu'augmenter le nombre de points accroît la précision des résultats, mais, pour ce cas d'étude (impact en profondeur infinie sans décollement), sans pénaliser le temps de calcul (de l'ordre de la seconde sur un PC 500 MHz). Un autre paramètre pouvant accroître la précision des résultats obtenus est la précision du fichier initial de données (nombre de coefficients, précision de la transformation conforme, c'est-à-dire précision de la reconstruction de l'obstacle par les coefficients de la transformation conforme [12]).

Nombre de points	plaque plane		$b = 0,2$		$b = 0,5$		$b = 0,9$	
	Valeur	Erreur (%)	Valeur	Erreur (%)	Valeur	Erreur (%)	Valeur	Erreur (%)
91	1,5682	0,16	1,5589	0,76	1,5641	0,42	1,5644	0,41
181	1,5702	0,04	1,5608	0,63	1,5661	0,30	1,5664	0,28
721	1,5707	0	1,5614	0,60	1,5667	0,26	1,5670	0,24
3601	1,5708	0	1,5615	0,59	1,5667	0,26	1,5670	0,24

Tableau 1. Valeurs du coefficient μ_{22} dans le cas d'une ellipse de grand axe $2a$ et de petit axe $2b$ et comparaison avec la valeur analytique ($\pi a^2/2$) [7]. Influence du nombre de points de discrétisation sur le cercle.

La figure 4a) à 4d) représente quelques exemples de champ de pression d'impulsion ($P/\rho V_2$) dans l'ensemble du domaine fluide pour différentes formes d'obstacle. L'impact est vertical et la profondeur infinie. Pour chacune de ces configurations, la pression d'impulsion tend bien vers 0 au niveau de la surface libre. Les obstacles étant symétriques, les lignes d'iso-pression d'impulsion le sont également.

Pour le cas d'un impact non vertical, et à nouveau sur un corps elliptique (figure 5), la pression d'impulsion calculée devient négative sur une partie de la paroi subissant le choc. Ceci n'est pas possible et implique la présence d'un décollement du fluide (formation d'une poche de cavitation). Ce phénomène est visible bien évidemment pour d'autres formes d'obstacle. Le problème à traiter est alors différent (la poche de fluide à pression d'impulsion nulle modifie les conditions aux limites) et le traitement nécessite la résolution d'un problème mixte sur le cercle à la place d'un problème de Dirichlet sur le demi-cercle. La présentation de la méthode de résolution et les résultats correspondants seront présentés dans le paragraphe 5.

4.2. *Profondeur finie*

Lorsque la présence d'un fond est prise en compte, le domaine fluide est alors doublement connexe. Il est alors transformé sur une couronne circulaire et non plus sur

l'extérieur du disque unité. Le principe de résolution du problème de l'impact est alors identique au cas de la profondeur infinie, mais le problème de Dirichlet à résoudre (ψ (ou Q) est connue sur les parois subissant le choc (Eq (4)) et sur le fond $\psi = Q = 0$) est traité sur la

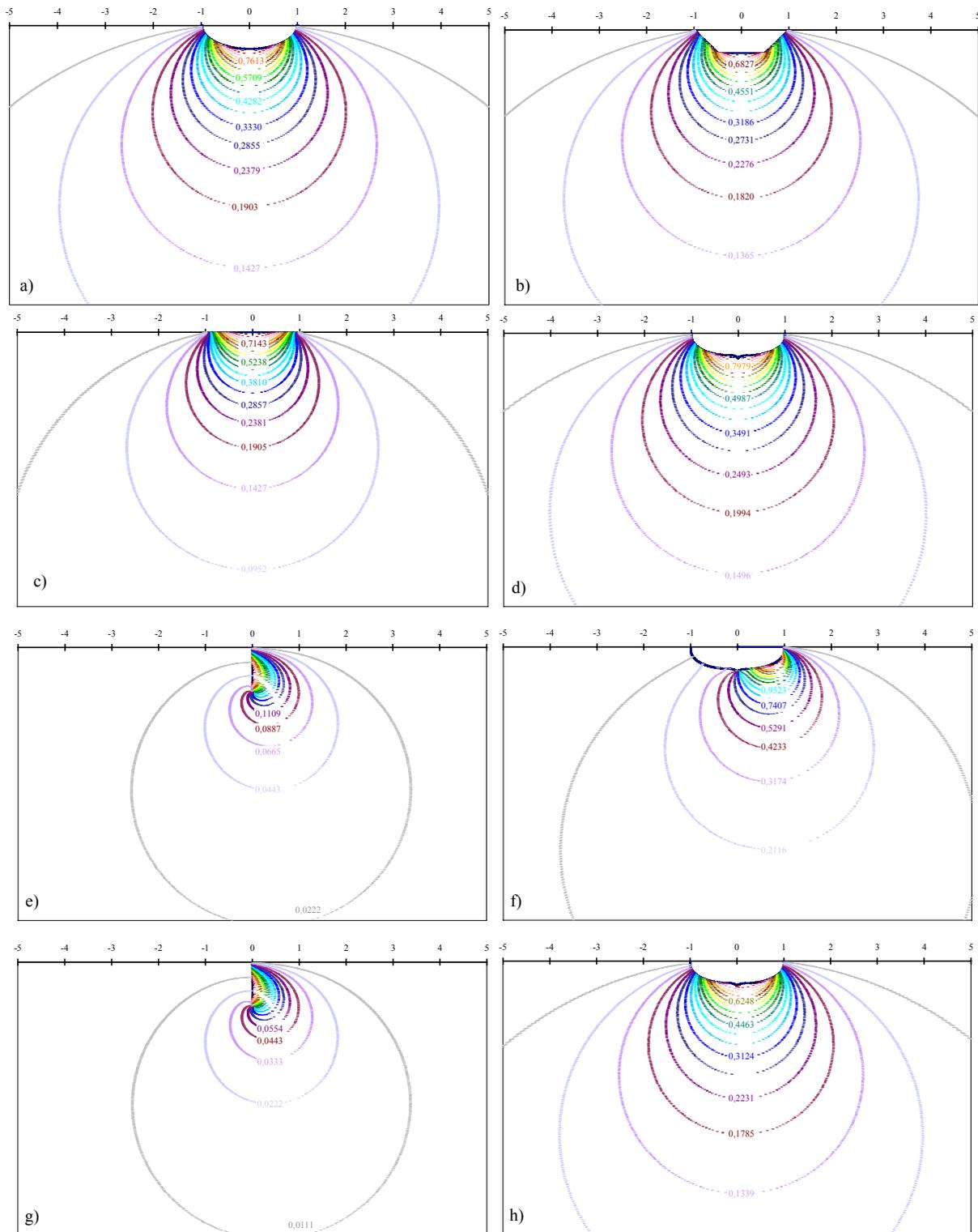


Figure 4. Représentation du champ de pression d'impulsion ($P/\rho V_2$) pour différents d'obstacles en profondeur infinie. Impact vertical : a) ellipse de petit axe $b = 0,5$, b) carène hexagonale, c) plaque plane et d) « forme de carène » ; impact horizontal ($P/\rho V_1$) : e) plaque plane verticale et f) « forme de carène » ; impact de biais (30°) : mêmes exemples.

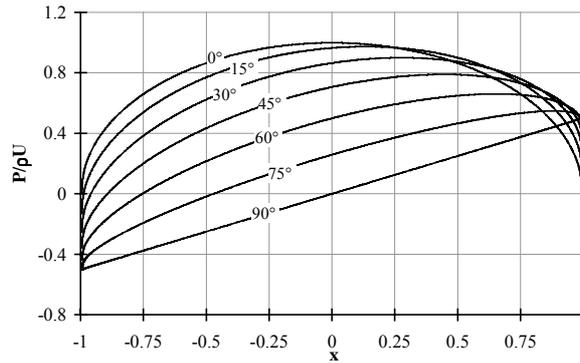


Figure 5. Pression d'impulsion pour un corps elliptique ($a = 1$, et $b = 0.5$) soumis à un impact oblique (0° correspond à un impact vertical et 90° à un impact horizontal).

couronne (formule de Villat [9]). A nouveau, la transformation conforme du domaine fluide sur la couronne est supposée connue sous la forme d'une série de Laurent ([12]) :

$$z = H(\zeta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \zeta^k \quad (18)$$

Sedov [7] traite le cas d'une plaque plane (de longueur $2a$) subissant un choc vertical dans un bassin circulaire de rayon r . Il détermine alors le coefficient de masse virtuelle μ_{22} correspondant à ce problème en terme de fonctions elliptiques (figure 6). On peut remarquer la très nette influence de la présence du fond sur la force d'impulsion lorsque la profondeur du bassin diminue (cf. figure 7 également). Le cas $a = r$ correspond plus au problème de l'impact dans un container qu'à celui sur des corps flottants (problème sur un domaine sans surface libre).

Lorsque le domaine fluide devient petit, la couronne correspondant au domaine fluide dans le plan de calcul devient petite également. L'erreur commise sur le calcul du coefficient μ_{22} (figure 6) semble alors légèrement augmenter par rapport aux résultats de Sedov. Il est très probable qu'une augmentation de la précision du calcul de la transformation conforme (par le biais du nombre et de la répartition des points de discrétisation des frontières) améliorerait ces résultats.

Un autre problème rencontré actuellement avec notre méthode numérique est le problème des domaines très aplatis. Lors de la transformation conforme, il apparaît en effet des phénomènes classiques opposés au *crowding* au niveau des singularités (pointes ou zones d'évolution brutale de la courbure de la paroi) : les points recalculés par la transformation conforme semblent « repoussés » par la singularité. Ceci est pénalisant au niveau du calcul de la transformation conforme, et donc par conséquent pour la précision du calcul de la pression d'impulsion sur les frontières (cercle ou couronne). Une modification de la détermination de

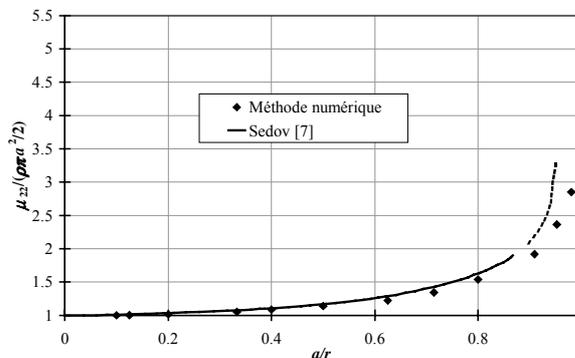


Figure 6. Influence de la présence d'un fond circulaire (de rayon r) sur l'impact vertical sur une plaque plane (de dimension $2a$). Coefficient de masse virtuelle μ_{22} adimensionné par la valeur correspondant au domaine de profondeur infinie.

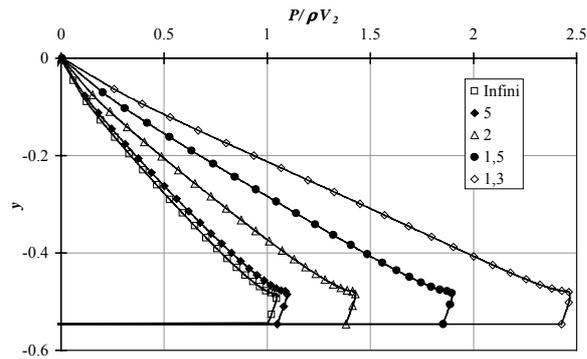


Figure 7. Influence de la présence d'un fond circulaire (de rayon r) sur l'impact vertical sur la « forme de carène » de la figure 4d). Evolution de la pression d'impulsion sur la moitié de l'obstacle.

la transformation conforme est actuellement en cours afin de limiter ces effets. Il sera alors possible de traiter les configurations d'impact (étudiées expérimentalement et numériquement par la méthode de Cooker et Peregrine [1]) par Walkden *et al.* [10] (figure 8). Actuellement, nous n'avons pas pu éloigner suffisamment la paroi limitant le domaine à droite de l'obstacle afin de pouvoir considérer un bassin semi-infini. Les résultats sur la paroi verticale sont donc fortement influencés par la présence de cette paroi. De plus, la présence de la poche d'air entre la plaque subissant le choc et la paroi du bassin est négligée, ce qui entraîne une erreur très importante par rapport aux résultats obtenus expérimentalement. En effet, dans la poche, la pression est constante et différente de la pression sur la surface libre. Concernant cette configuration d'impact, un traitement différent du problème (considération d'un domaine simplement connexe interne et non plus un domaine doublement connexe obtenu par prolongement par symétrie) pourrait être envisagé si le traitement de la transformation conforme sur la couronne ne donne pas de résultats. En effet, le problème semble équivalent et il suffit alors de résoudre un problème mixte à 4 zones sur le disque unité.

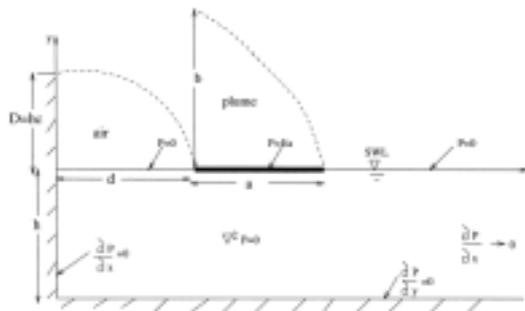


Figure 8. Configuration d'impact vertical sur une plaque plane horizontale placée derrière une paroi (Walkden *et al.* [10]).

5- IMPACT AVEC DECOLLEMENT DE FLUIDE A LA PAROI

On a pu remarquer que pour des impacts quelconques (figure 5), la pression d'impulsion calculée était négative par endroits. Ceci implique la présence d'une poche de cavitation sur l'obstacle et un décollement du fluide. La méthode de détermination de la pression d'impulsion utilisée jusqu'à présent n'est donc plus valable puisque les conditions aux limites sont modifiées (φ (ou P) est connue dans la poche et ψ (ou Q) est connue sur le reste de la paroi subissant le choc). Il faut alors résoudre un problème mixte sur le cercle unité (figure 1c), [8] ou [11]) pour déterminer la pression d'impulsion dans le domaine fluide. Il

faut noter que la position du point de décollement du fluide n'est pas connue *a priori*. Nous allons donc la déterminer par un processus itératif. La première étape est un calcul « classique » sans considérer de décollement. La zone dans laquelle la pression d'impulsion est négative correspond à la poche de cavitation. Nous allons réaliser une « pseudo » dichotomie pour déterminer la position du point de décollement D (figure 1c)). On choisit de positionner le point D au milieu de la zone dans laquelle la pression a été trouvée négative. Il est alors possible de réaliser un calcul avec poche de cavitation (problème mixte à 2 zones). Si la pression d'impulsion est à nouveau trouvée négative, le point de décollement est déplacé vers le fond, dans le cas contraire, il est remonté vers la surface libre. Le processus de déplacement du point de décollement est ainsi réitéré jusqu'à la convergence, c'est-à-dire jusqu'à ce que le point D ne bouge plus. La résolution de ce type de problème est un peu plus longue au niveau du temps de calcul (à cause de la résolution du problème mixte), surtout si le nombre de points de discrétisation devient important. Il faut donc trouver un compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul. Ce dernier reste néanmoins tout à fait acceptable (quelques minutes sur un PC 500 MHz).

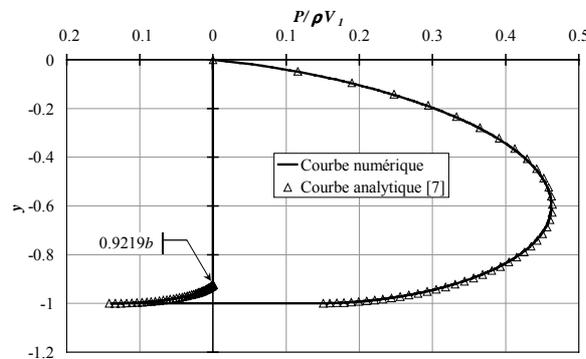


Figure 9. Impact horizontal sur une plaque plane verticale à moitié immergée. Répartition de pression d'impulsion sur l'obstacle.

Il n'existe dans la littérature qu'un seul cas de validation pour ce type de configuration. Il est traité par Sedov [7] qui fournit une expression analytique de la pression d'impulsion, de la force et du moment impulsif et de la position du point de décollement dans le cas d'un impact horizontal sur une plaque plane verticale à moitié immergée dans le fluide (figure 9) :

$$P(\sigma) = -\rho \frac{2V_1}{\pi} \frac{2b \cos \sigma_1 \cos \sigma}{\cos^2 \sigma_1 + \cos^2 \sigma} \left\{ \ln \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sigma}{2} \right) \right] + \sin \sigma \right\} \quad (18)$$

avec σ_1 l'argument du point de décollement sur le cercle de transformation utilisé et

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 \sigma_1}} = \tanh \sqrt{1 + \cos^2 \sigma_1}. \quad (19)$$

La position analytique du point de décollement correspondant à la poche de cavitation donnée par Sedov est donc située à environ $0.92b$. Nous trouvons une valeur de $0.9219b$, ce qui est tout à fait cohérent. Il faut noter que la précision de cette position va dépendre du nombre de points de discrétisation sur le cercle. De plus, l'allure de la pression d'impulsion sur les deux faces de la plaque est elle aussi en accord avec l'expression analytique.

Il est également possible de reprendre l'exemple de la figure 5 (impact quelconque sur un corps elliptique) pour lequel on avait remarqué que les pressions d'impulsion étaient négatives quand $\alpha \neq 0^\circ$. La comparaison de la répartition de pression en considérant les 2 méthodes (avec et sans poche de cavitation) est présentée sur la figure 10 (dans la poche, $P=0$). On peut ainsi voir que même si la poche est de faible dimension (aux faibles incidences, le point D est très proche de la surface libre), la répartition de pression

d'impulsion est très différente. La détermination du point de décollement dans le cas de l'impact horizontal sur une ellipse peut être analytique en reprenant la méthode de Sedov (établie pour la plaque plane). On trouve alors que le point de décollement se situe toujours à une profondeur de $0.92b$ de la surface du fluide. A nouveau la détermination de la taille de la poche est bien prédite par rapport aux valeurs analytiques (figure 10 b)).

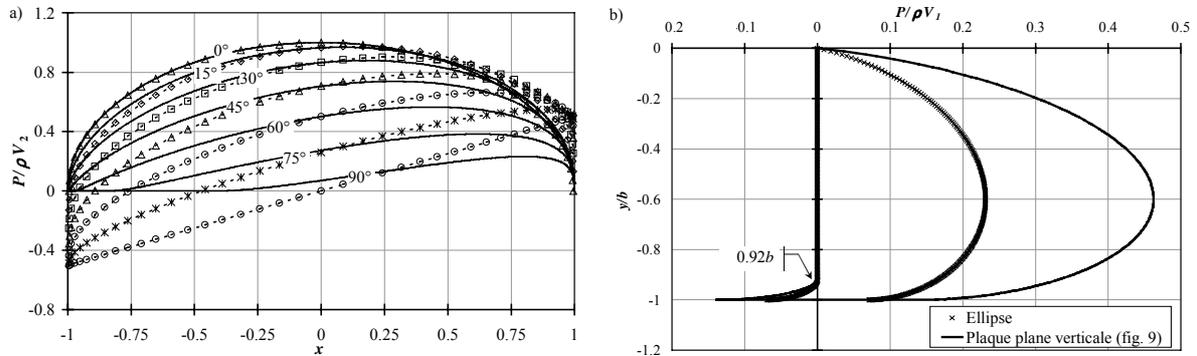


Figure 10. a) Impact avec décollement (idem figure 5) et b) Impact horizontal sur une ellipse ($a = 1$ et $b = 0.5$) et sur une plaque plane.

Il est d'ailleurs possible de constater (figure 11) que la position de ce point de décollement ne varie pas beaucoup dans le cas de la plaque plane verticale si l'impact est oblique (un impact à 90° correspond ici à un impact horizontal). Pas contre, dans le cas de l'ellipse (figure 10a)) ou de la forme de carène (figure 11b)), la position de ce point varie fortement en fonction de l'angle d'impact. Ceci est dû à la forme de la paroi qui présente une surface horizontale importante alors qu'il n'y en a pas dans le cas de plaque plane verticale. La direction de l'impact modifie également fortement la valeur de la force d'impulsion (la norme de la vitesse reste constante et égale à 1 pour tous les essais). La figure 4 (4e) à 4h)) représente le champ d'iso-pression d'impulsion pour deux obstacles et deux angles d'impact.

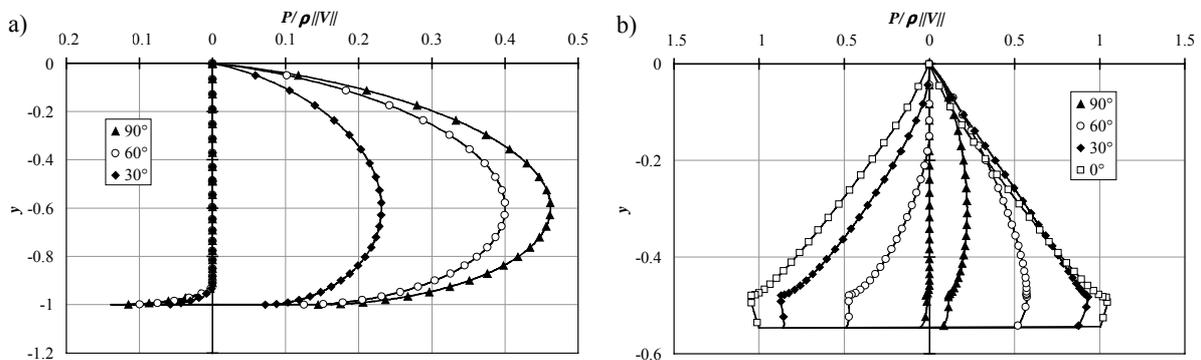


Figure 11. Impact oblique sur une plaque plane vertical (a) et sur la « forme de carène » (b). Répartition de pression d'impulsion sur la paroi mouillée.

Il est bien évident que l'impact oblique sur un obstacle en présence d'un fond produit également un décollement ce qui induit une modification de la pression d'impulsion. Nous ne traiterons pas ici de tels cas qui nécessitent la résolution d'un problème mixte sur la couronne. Le principe de résolution est néanmoins totalement identique.

6- CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Nous avons donc, à l'occasion de ce travail, mis au point une méthode numérique à l'étude de l'impact sur un corps flottant initialement au repos. L'étude ne porte que sur les

phénomènes apparaissent au moment de l'impact. La pression instantanée est peu représentative ici des phénomènes physiques parce qu'elle varie de manière brutale et non prévisible. L'étude consiste alors à déterminer la pression d'impulsion ($P = \int_{\text{choc}} p dt$) au moment du choc dans le domaine fluide considéré comme bidimensionnel, en faisant l'hypothèse de fluide parfait, incompressible et non pesant. Le domaine fluide simplement connexe (cas du bassin de profondeur infinie) ou doublement connexe (cas du bassin de profondeur finie) est transformé conformément sur l'extérieur du disque unité ou sur une couronne circulaire. La transformation conforme est connue. Les conditions aux limites impliquent la résolution d'un problème de Dirichlet (ou de Neumann) pour déterminer la pression d'impulsion sur les parois (frontières) du domaine et donc dans tout ce dernier. Si la pression d'impulsion devient négative, impliquant la présence d'une poche de cavitation, la problème de Dirichlet se transforme alors en problème mixte.

Très peu de résultats existent dans la littérature sur ces problèmes d'impact, surtout lorsque la présence du fond du bassin et de celle d'une poche de cavitation, sont prises en compte. Nous avons néanmoins pu valider nos résultats numériques sur les formes de parois élémentaires (de base elliptique) et les étendre pour des configurations plus générales (formes plus réalistes d'obstacles, pouvant présenter des pointes). Nous avons pu remarquer une forte influence de la présence des parois du bassin ou de la formation d'une poche de cavitation sur la répartition de pression d'impulsion sur l'obstacle et dans l'ensemble du domaine fluide).

Nous sommes néanmoins actuellement limités dans l'étude de certains domaines (domaines aplatis ou trop petits) par la précision de résolution du problème de transformation conforme. Une étude plus poussée est actuellement en cours, surtout dans le cas des domaines doublement connexes, pour limiter les phénomènes contraires au *crowding* (éloignement des points de discrétisation) couramment rencontrés au voisinage des singularités. Ce phénomène sera aussi présent pour des études considérant un domaine simplement connexe et une transformation sur l'intérieur du disque unité, mais la résolution des problèmes avec des bassins semi-infinis serait peut être plus aisée.

Il est également possible de compléter cette étude pour les cas de décollement de fluide lors de l'impact en présence d'un fond (problème mixte sur une couronne) ou de l'étendre au cas d'obstacles présentant plusieurs coques assemblées. En effet, si l'impact est oblique, il y aura alors formation de deux ou plusieurs zones de cavitation ce qui entraîne la résolution d'un problème mixte à $2n$ zones ($n \geq 2$) sur le cercle (ou la couronne).

Enfin, cette méthode de résolution du problème de l'impact peut également être appliquée au problème de l'impact des vagues ou dans un container. Le problème aux limites est en effet comparable. L'étude ne se fait alors pas sur l'extérieur du disque unité, mais sur l'intérieur de celui-ci : la méthode de calcul de la transformation conforme est alors modifiée. Dans le cas de la vague, il est montré ([2] et [13] par exemple) que la présence d'une poche d'air influence la répartition de pression d'impulsion (de même que dans le problème de l'impact sur une paroi flottante en présence d'un fond [10]). La présence de cette poche d'air à pression différente de la pression atmosphérique pourra également être envisagée à terme.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] COOKER M. J., PEREGRINE D. H., 1995, Pressure-impulse theory for liquid impact problems, *J. Fluid Mech.*, 297, 193-214.
- [2] HATTORI M., ARAMI A., YUI T., 1994, Wave impact pressure on vertical walls under breaking waves of various types, *Coastal Engineering*, 22, 79-114.
- [3] KOROBKIN A. A., PEREGRINE D. H., 2000, The energy distribution resulting from an impact on a floating body, *J. Fluid Mech.*, 417, 157-181.

- [4] LAVRENTIEV M., CHABAT B., 1972, *Méthodes de la théorie des fonctions d'une variable complexe*, Editions Mir Moscou.
- [5] MUSKELISHVILI N. I., 1972, *Singular integral equations*, Nordhoff International Publishers.
- [6] NIETO J. L., HUREAU J., MUDRY M., 1991, A general method for practical conformal mapping of aerodynamic shapes, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 10 (2), 147-160.
- [7] SEDOV L. I., 1965, *Two-dimensional problems in hydrodynamics and aerodynamics*, Interscience publishers, J. Wiley & Sons Inc.
- [8] TOISON F., 1998, *Validation d'une méthode numérique générale de calcul d'écoulements bidimensionnels de fluide parfait. Application aux sillages épais et aux surfaces libres avec effet de la gravité*, Thèse de l'Université d'Orléans.
- [9] VILLAT H., 1929, *Leçons sur l'hydrodynamique*, Paris.
- [10] WALKDEN M. J., WOOD D. J., BRUCE T., PEREGRINE D. H., 2001, Impulsive seaward loads induced by wave overtopping on caisson breakwaters, *Coastal Engineering*, 42, 257-276.
- [11] WEBER R., 1999, *Modélisation d'écoulements bidimensionnels de fluide parfait. Application aux jets et sillages épais (profils rigides ou déformables) avec validation expérimentale*, Thèse de l'Université d'Orléans.
- [12] WEBER R., TOURE B., HUREAU J., Conformal mapping of simply or doubly connected domains with singularities, non publié (en préparation).
- [13] WOOD D. J., PEREGRINE D. H., BRUCE T., 2000, Wave impact on a wall using pressure-impulse theory. I: Trapped air, *J. Wtrwy., Port., Coast., and Oc. Engrg., ASCE*, 126 (4), 182-190.
- [14] ZHAO R., FALTINSEN O., 1993, Water entry of two-dimensional bodies, *J. Fluid Mech.*, 246 593-612.