

9^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

10 - 11 - 12 MARS 2003

POITIERS - FUTUROSCOPE

RÉGLAGE DYNAMIQUE D'UNE VOILE PAR UNE MÉTHODE D'INTERACTION FLUIDE / STRUCTURE.

DYNAMIC CONTROL OF A SAIL BY FLUID / STRUCTURE INTERACTION METHOD.

F. Hauville*, Y. Roux**

* Institut de Recherche de l'Ecole Navale - Ecole navale
BP600, 29240 BREST ARMÉES, FRANCE
email : hauville@ecole-navale.fr

** Laboratoire de Mécanique - Université du Havre
BP 540 - 76 058 LE HAVRE cedex - FRANCE
email : roux@univ-lehavre.fr

Résumé

Le but de cette étude est de modéliser l'écoulement aérodynamique et la déformation élastique d'une voile en navigation réelle. La modélisation de l'écoulement aérodynamique est assurée par une méthode de surface portante associée à une méthode particulaire. Le calcul de la déformation élastique de la voile est assuré par une méthode de réseau de fils constitué de la trame et de la chaîne du tissu. Nous présentons des résultats sur une méthode de réglage de la voile, basée sur l'intensité tourbillonnaire des tourbillons de bord d'attaque, comparable à celle utilisée avec les penons en navigation réelle.

Abstract

The aim of this study is the modelisation of the aerodynamic flow around a sail and the elastic deformation of the sail in real sailing conditions. The modelisation of the aerodynamic flow is achieved by the lifting surface method coupled with the particule method. The elastic deformation of the sail is computed thanks to the string network model. The stings are represented by the warp and the weft of the woven material. We present some results of a triming method of a sail, based on the vortex intensity of the leading edge of the sail, which just like looking at the whoolies while sailing.

1 Introduction

Avec les régates de l'*America's cup* ou de la *Volvo Ocean Race* et les enjeux économiques et financier que génèrent de tels événements, le besoin de la modélisation d'un voilier en navigation est de plus en plus important. Si l'extrapolation des codes de calcul et des essais en bassin, communément utilisée pour les bateaux militaires et de commerces, aux carènes de voiliers est directe, force est de constater qu'une extrapolation comparable aux études aérodynamiques et structurelles pour les voiles n'est pas aussi directe. En effet, le marché économique généré par la construction des voiles reste encore artisanal et les outils développés actuellement sont surtout orientés vers l'optimisation et l'automatisation de la construction des voiles (voiles moulées, développées par la voilerie North Sails) que vers la modélisation de l'aérodynamique et de la déformation des voiles en navigation réelle. De plus, peu de secteurs de l'industrie se rapprochent des écoulements et des déformations rencontrés sur les voiles, ce qui délimite principalement le champ d'investigation au monde universitaire particulièrement intéressé par ce problème complexe.

La présente étude porte sur l'analyse numérique des interactions fluide / structure entre une voile et l'écoulement auquel elle est soumise. Les premiers modèles de voiles "aéro-élastique" étaient bidimensionnels : Thwaites [1], Nielsen [2], Tuck [3], Greenhalgh [4], Jackson [5]. Pour l'équilibre de la structure, ils postulent qu'une section horizontale de la voile est considérée comme une corde indéformable fixe à ses deux extrémités. Jackson [6] et Schoop [7] ont traité le problème "d'aéro-élasticité" tridimensionnel en utilisant la prédiction du profil par une méthode d'éléments finis membranaires triangulaires de Oden-Sato [8]. Richelsen [9] construit un modèle membranaire à partir d'un modèle de coque pour résoudre le problème élastique tridimensionnel. Il trouve numériquement l'état d'équilibre de la voile en utilisant des éléments triangulaires plats. Muttin [10, 11] propose un modèle membranaire isotrope en grands déplacements et petites déformations. Il considère la mise en équilibre comme la somme de déplacements infinitésimaux. Les efforts de flexions étant pris en compte. Les champs de déplacements successifs sont évalués en résolvant un problème de coque linéarisé sur la configuration courante et les déformations sont additionnées au cours du processus. Charvet [12] propose une amélioration de ce modèle en considérant une étape préliminaire à la résolution du problème de Muttin. Cette étape consiste en la mise en forme de la voile sans prendre en compte la déformation élastique de cette dernière. Les efforts de flexions étant négligés. Charvet obtient alors un problème analogue au problème du réseau de fils utilisé ici mais sans considérer l'élasticité de la voile.

Des travaux plus récents ont permis de prendre en compte les non-linéarités géométriques liées aux déplacements des voiles et le comportement spécifique des tissus [13, 14, 15].

L'étude de l'interaction entre une structure souple et un écoulement fluide pose de nombreuses difficultés dès que les procédures de linéarisation ne sont plus valides. En effet, lorsque la structure admet de grands déplacements, le problème devient fortement non linéaire pour l'aspect déformation, mais aussi du fait du couplage fort entre la dynamique de l'écoulement et celle de la structure. La première difficulté est due aux grands déplacements qui invalident les linéarisations géométriques si bien que les équations décrivant l'équilibre de l'obstacle doivent être vérifiées sur la configuration déformée. Enfin, pour les mêmes raisons, les conditions aux limites du problème fluide associé, ne peuvent plus être linéarisées. La déformation de la structure dépend non linéairement des efforts qui lui sont appliqués qui eux dépendent non linéairement de la déformation de la structure.

Nous présentons par la suite une méthode simulant l'interaction fluide / structure d'une voile déformable avec un écoulement incident pour de faibles angles d'incidences (*c.f.* Fig. 1). Cette méthode est basée sur une résolution couplée des équations de la dynamique de la structure et de l'écoulement.

Nous considérons que les voiles sont constituées d'un assemblage de matériaux souples en excluant

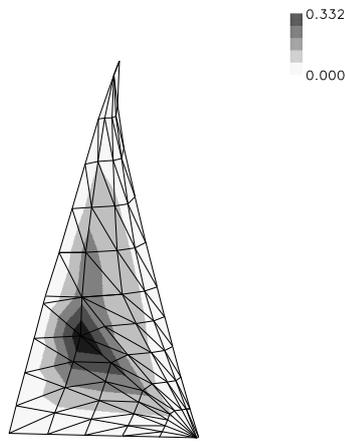


FIG. 1 – Ligne de niveau du creux d'un génois de FC8 (25 nds à 20°).

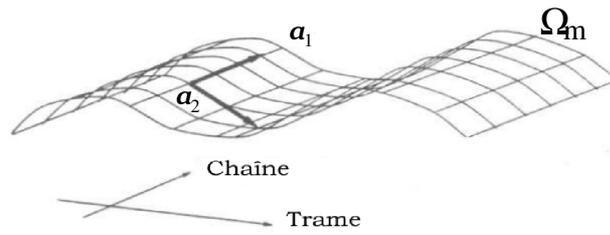


FIG. 2 – Approximation d'une surface par un réseau de fils.

tout élément rigidifiant comme les lattes.

Le réglage dynamique de la voile s'effectue par la modification de la longueur d'écoute et/ou la position du roller de façon à minimiser les tourbillons de bord d'attaque.

2 Modèle de structure

Nous utilisons le modèle de déformation élastique en grands déplacements développé par O. Le Maître et J.E.Souza De Cursi [16, 17, 18]. Il repose sur les hypothèses suivantes :

- Le fil ne présente aucune raideur au changement de courbure c'est-à-dire que l'on néglige l'énergie élastique de flexion. Il est idéalement flexible et peut donc subir d'importants déplacements.
- Le fil a un comportement unilatéral : il ne peut transmettre des efforts de compression (allongement négatifs).

Les tissus communément utilisés pour la réalisation des voiles sont fabriqués par tissage de deux familles de fils constituant la chaîne et la trame du produit. Le réseau obtenu est ensuite enduit d'une résine pour donner une tenue mécanique à l'ensemble. L'idée du modèle de réseau de fils est d'approcher le tissu par un réseau continu de deux familles de fils représentant la chaîne et la trame.

Sur ce réseau, on peut construire un système de coordonnées curvilignes naturelles (a_1, a_2) telles que les directions $\partial \underline{\mathbf{X}} / \partial a_1$ et $\partial \underline{\mathbf{X}} / \partial a_2$ correspondent aux directions de chaîne et de trame. La configuration est alors donnée par la carte associant $(a_1, a_2) \in \Omega_m$ à la position $\underline{\mathbf{X}}(a_1, a_2, t) \in \mathcal{R}^3$. $\Omega_m \in \mathcal{R}^2$ définit ici le domaine de variation des coordonnées lagrangiennes des particules appartenant à la surface moyenne de la voile (*c.f.* Fig. 2). On cherche à définir l'état de contraintes internes dans un réseau pour une configuration $\underline{\mathbf{X}}(a_1, a_2)$. On se donne deux relations, l'une liant la géométrie à un champ d'allongements (ceci nécessite la connaissance du métrique de la surface dans un état naturel), l'autre, les contraintes internes (σ_i) aux allongements (ϵ_i) :

$$\epsilon_i(a_1, a_2, t) = |\underline{\mathbf{X}}_{,a_i}| - 1 \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

$$\sigma_i(a_1, a_2, t) = K_i \epsilon_i(a_1, a_2, t) \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\underline{\sigma}_i(a_1, a_2, t) = \sigma_i(a_1, a_2, t) \underline{\mathbf{X}}_{,a_i} / |\underline{\mathbf{X}}_{,a_i}| \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

où $\underline{X}_{,a_1} = \partial \underline{X} / \partial a_1$, K_i est le module élastique équivalent (intégré selon l'épaisseur) du tissu selon la direction de fils i . L'état de contrainte interne est donc la superposition des états de contraintes dans chacune des familles de fils. De nouveau, le comportement unilatéral doit être respecté, et on note \mathcal{S} l'ensemble des configurations admissibles :

$$\mathcal{S} = \{ \underline{Y}(a_1, a_2) / |\underline{Y}_{,a_i}| \geq 1, \forall (a_1, a_2) \in \Omega_m, i = 1, 2 \} \quad (4)$$

On considère que le réseau de fils est soumis à une densité surfacique de force $\underline{f}(a_1, a_2) \in \mathcal{R}^3$, on obtient alors l'équation d'équilibre suivante pour le réseau :

$$\underline{\sigma}_{i,a_i} + \underline{f} - \rho \ddot{\underline{X}} = \underline{0} \quad , i = 1, 2 \quad (5)$$

où ρ est la masse surfacique de la membrane et $\ddot{\underline{X}}$ l'accélération locale.

L'état d'équilibre de la structure conduit à la résolution d'un problème variationnel :

$$\iint_{\Omega_m} (\underline{\sigma}_1 \cdot \underline{Y}_{,a_1} + \underline{\sigma}_2 \cdot \underline{Y}_{,a_2}) da - \int_{\Gamma} \underline{f} \cdot \underline{Y} d\Gamma - \iint_{\Omega_m} \underline{h} \cdot \underline{Y} da + \iint_{\Omega_m} \rho \ddot{\underline{X}} \cdot \underline{Y} da = 0 \quad \forall \underline{Y} \in \zeta \quad (6)$$

où $\zeta = \{ \underline{Y} : \Omega_m \Rightarrow \mathcal{R}^3 \mid \underline{Y} = \underline{0} \text{ sur } \Gamma_0 \}$ est l'ensemble des vitesses virtuelles, Γ la partie libre de la frontière $\partial \Omega_m$, Γ_0 la partie fixe et \underline{h} une force extérieure appliquée sur Γ .

La résolution numérique se fait par un schéma de Newmark en introduisant un intervalle Δt entre deux temps discrets.

3 Modèle d'écoulement

L'objet de cette section est de décrire la méthode particulière de Rehbach [19, 20]. Elle permet la modélisation des écoulements tridimensionnels de fluides parfaits incompressibles en régime instationnaire autour de profils minces en utilisant un traitement lagrangien des particules tourbillonnaires constituant le sillage. Ces types d'écoulements peuvent être interprétés comme une limite des écoulements réels de fluides visqueux quand le nombre de Reynolds tend vers l'infini (modèle de viscosité évanescence). L'utilisation d'une telle méthode présente les avantages de ne nécessiter d'autre maillage que celui des parois solides et de pouvoir satisfaire immédiatement les conditions à l'infini par décroissance des champs.

3.1 Décomposition du champ de vitesse

Les équations régissant un écoulement de fluide parfait incompressible et irrotationnel peuvent être résolues par une méthode intégrale. Le principe général de ces méthodes est d'associer à chaque perturbation (surface portante, sillage, éventuellement un champ extérieur...) une vitesse induite calculable en chaque point du domaine. La vitesse totale est la somme des vitesses associées à chaque perturbation auxquelles on ajoute la vitesse correspondant au potentiel infini. La vitesse \underline{U} , en chaque point du domaine fluide \mathcal{D} , correspondant à la vitesse absolue exprimée dans le repère lié à l'obstacle, se décompose finalement de la façon suivante :

$$\underline{U}_a = \underline{U}_\infty + \underline{U}_\phi + \underline{U}_\omega + \underline{U}_{ext} \quad (7)$$

avec \underline{U}_∞ le champ incident, $\underline{U}_\phi = \nabla \phi$ et $\underline{U}_\omega = \nabla \wedge \underline{\psi}$ représentant les perturbations des champs induits par la présence du corps et de son sillage dans l'écoulement. Ces perturbations sont prises en compte sous la forme d'un champ dérivé d'un potentiel noté ϕ , et d'un champ dérivé d'un potentiel vecteur noté $\underline{\psi}$ traduisant respectivement l'influence des parois solides de l'obstacle et l'influence de

son sillage. \underline{U}_{ext} est un champ de vitesse extérieur ; il peut être induit par exemple par une surface libre, par un autre corps portant avec son sillage, par des effets d'épaisseurs linéarisés...

La distribution de doublets μ sur la surface, qui permet le calcul de la vitesse induite par la présence de l'obstacle, \underline{U}_ϕ , est déterminée par la résolution de l'équation suivante (condition de glissement), où la seule inconnue est la distribution de doublets :

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\mathcal{D}} \mu(P') \underline{\nabla}_P \left(\frac{\underline{PP}' \cdot \underline{n}(P')}{|\underline{PP}'|^3} \right) \cdot \underline{n}(P) ds(P') = - (\underline{U}_\infty(P) + \underline{U}_\omega(P) + \underline{U}_{ext}(P) - \underline{U}_e(P)) \cdot \underline{n}(P) \quad (8)$$

Avec P et P' des points de la surface $\partial\mathcal{D}$ et \underline{U}_e la vitesse d'entraînement du corps.

En approchant le squelette de la surface portante par un ensemble de facettes quadrangulaires planes (N_f) support de la distribution de doublets que l'on suppose constante sur chacune d'elles, on en déduit alors [21], en tout point M (\mathcal{C}_p étant le contour exact de chaque facette) :

$$\underline{U}_\phi(M) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{p=1}^{N_f} \mu_p \int_{\mathcal{C}_p} \underline{\nabla}_M \left(\frac{1}{|\underline{MP}|} \right) \wedge \underline{dl} \quad (9)$$

Le champ de vitesse associé au sillage tourbillonnaire, discrétisé par N_p particules tourbillonnaires, est calculé à partir de la formule de Biot-Savart :

$$\underline{U}_\omega(M) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{p=1}^{N_p} \frac{\underline{\Omega}_p \wedge (\underline{X}_p - \underline{X}_M)}{|\underline{X}_p - \underline{X}_M|^3} \quad (10)$$

Cette dernière vitesse est fonction de la position P et de l'intensité de chaque particule tourbillonnaire libre $\underline{\Omega}_p$ représentant de manière discrète le sillage tourbillonnaire (tourbillon absolu exprimé dans le repère relatif).

3.2 Résolution sur le corps

On définit sur chaque facette quadrangulaire un point de contrôle, situé au centre géométrique, sur lequel on va vérifier la condition de glissement. La résolution de l'équation intégrale (8), discrète, devient équivalente à un système linéaire, de matrice pleine :

$$[\mathcal{A}][\mu] = [\mathcal{S}] \quad (11)$$

Où μ est le vecteur inconnu du système, \mathcal{S} le vecteur connu des conditions aux limites, et \mathcal{A} une matrice carrée appelée "matrice d'influence" qui ne dépend que de la géométrie. Le terme a_{ij} de cette matrice représente l'influence de l'inconnue μ_j sur la condition aux limites S_i .

→ Calcul des coefficients d'influence

Les coefficients a_{ij} correspondent à la vitesse normale à l'élément de surface i induite par l'intensité μ_j unité (c.f. eq. (9)).

$$a_{ij} = -\frac{\underline{n}_i}{4\pi} \int_{\mathcal{C}_j} \underline{\nabla}_i \left(\frac{1}{|\underline{x}_{ij}|} \right) \wedge \underline{dl} \quad (12)$$

On remplace le contour curviligne \mathcal{C}_j de la facette j par quatre segments de droite (indice n) dont chacun contribue au calcul de la vitesse au point i par : (c.f. Fig. 3)

$$\underline{U}_{ij}^n = \frac{\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n1} \wedge \underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n2}}{|\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n1} \wedge \underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n2}|^2} [|\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n1}| + |\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n2}|] \left[1 - \frac{\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n1} \cdot \underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n2}}{|\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n1}| |\underline{\mathbf{r}}_{ij}^{n2}|} \right] \quad (13)$$

$$\underline{U}_{ij} = \frac{\mu_j}{4\pi} \sum_{n=1}^4 \underline{U}_{ij}^n \quad (14)$$

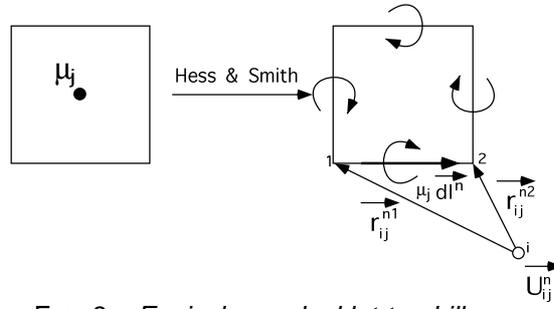


FIG. 3 – Equivalence doublet-tourbillon.

et

$$a_{ij} = \frac{\mathbf{n}_i}{4\pi} \cdot \sum_{n=1}^4 \mathbf{U}_{ij}^n \quad (15)$$

→ **Résolution du système linéaire** (condition de glissement sur l'obstacle)

La résolution du système linéaire (11) permet de déterminer l'intensité de la répartition de doublets sur le(s) obstacle(s), et de là, l'émission tourbillonnaire, ainsi que la vitesse et la pression aux points de contrôle. L'évolution des singularités en fonction du temps dans le cas de deux corps indéformables, animés de mouvements propres, plongés dans un écoulement infini, est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \mu_{1j}(t) \\ \mu_{2j}(t) \end{bmatrix}_{N_f,1} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix}_{1,1} & \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix}_{1,2} \\ \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix}_{2,1} & \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix}_{2,2} \end{bmatrix}_{N_f,N_f}^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{S}_{1i}(t) \\ \mathcal{S}_{2i}(t) \end{bmatrix}_{N_f,1} \quad (16)$$

où :

$$s_i(t) = -(\mathbf{U}_\infty(t) + \mathbf{U}_\omega(t) + \mathbf{U}_{ext}(t) - \mathbf{U}_e(t)) \cdot \mathbf{n}$$

et les blocs $[\mathcal{A}]_{1,1}$ et $[\mathcal{A}]_{2,2}$ sont les matrices d'auto-influence des corps 1 et 2, les blocs $[\mathcal{A}]_{1,2}$ et $[\mathcal{A}]_{2,1}$ représentent les interactions instationnaires des deux corps, μ_k la distribution de doublets associée au corps k , et les \mathcal{S}_k les seconds membres de la condition de glissement. Dans le cas d'obstacles déformables, les matrices d'auto-influence sont également fonction du temps et doivent être calculées à chaque itérations.

3.3 Emission particulaire

Une surface portante à faible incidence (on suppose l'écoulement non décollé) en régime stationnaire, développe une portance qui se traduit localement par une différence de pression entre l'intrados (surpression) et l'extrados (dépression). Au voisinage des bords latéraux, ce saut de pression entraîne le contournement des bords de l'intrados vers l'extrados par le fluide. Ceci a pour effet d'incurver les lignes de courant de l'intrados vers l'extérieur et celles de l'extrados vers l'intérieur. Au bord de fuite il y a donc une discontinuité de vitesse tangentielle dans le sens de l'envergure. Cette discontinuité étant à la base du sillage tourbillonnaire [12]. Ce sillage, auquel on impose de s'échapper du bord de fuite, est représenté par une nappe tourbillonnaire d'épaisseur nulle, zone de rotationnel de forte intensité, dont on cherche à évaluer le débit dans le fluide. En imposant la continuité de pression à travers la nappe et μ étant égal au saut du potentiel à travers la couche on obtient :

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \mathbf{U}_{bf} \cdot \nabla \mu = 0 \quad (17)$$

avec \mathbf{U}_{bf} la vitesse moyenne intrados / extrados.

L'émission discrétisée consiste donc à représenter la portion de nappe émise entre l'instant t et $t + \Delta t$ par un ensemble de particules tourbillonnaires, en considérant que le champ de vitesse est constant

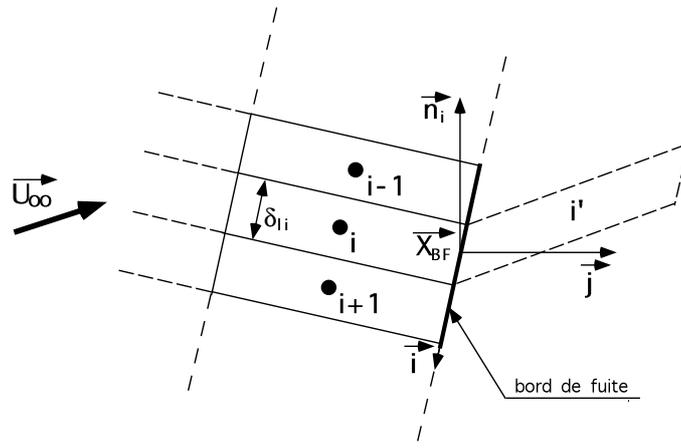


FIG. 4 – Définition du repère local et discrétisation.

pendant cet intervalle de temps. Soit $(\underline{\mathbf{x}}_{bf}, \underline{\mathbf{i}}, \underline{\mathbf{j}}, \underline{\mathbf{n}}_i)$ le repère local au bord de fuite : $\underline{\mathbf{n}}_i$ est la normale à la plaque en $\underline{\mathbf{x}}_{bf}$, point de contrôle du bord de fuite associé à la facette i , $\underline{\mathbf{i}}$ est le vecteur tangent au bord de fuite et $\underline{\mathbf{j}} = \underline{\mathbf{n}}_i \wedge \underline{\mathbf{i}}$ (c.f. Fig. 4). Les relations donnant la position $\underline{\mathbf{x}}_{ir}$ et le poids $\underline{\Omega}_{ia}$ de chaque particule tourbillonnaire i à l'instant de leur création, permettent de définir le transfert de vorticité de la couche limite vers l'écoulement extérieur.

$$\begin{cases} \underline{\Omega}_{ia} = [\delta l_i (\mu_i(t + \Delta t) - \mu_i(t))] \underline{\mathbf{i}} + \left[\Delta t |\underline{\mathbf{U}}_{bf} - \underline{\mathbf{U}}_e| \frac{\mu_{i+1} - \mu_{i-1}}{2} \right] \underline{\mathbf{j}} \\ \underline{\mathbf{x}}_{ir} = \underline{\mathbf{x}}_{bf} + (\underline{\mathbf{U}}_e + \underline{\mathbf{U}}_{bf}) \frac{\Delta t}{2} \end{cases} \quad (18)$$

3.4 Evolution du sillage

L'évolution spatio-temporelle du sillage (position et intensité du tourbillon) est obtenue en écrivant les équations d'Euler en coordonnées lagrangiennes exprimées dans le repère relatif pour le tourbillon absolu ($\underline{\omega} = \nabla \wedge \underline{\mathbf{U}}_a$). La forme discrète du système caractérisant l'évolution dans le fluide d'une particule de position $\underline{\mathbf{x}}_{ir}$, et portant un tourbillon $\underline{\Omega}_{ia}$ devient :

$$\begin{cases} \frac{D\underline{\mathbf{x}}_{ir}}{Dt} = (\underline{\mathbf{U}}_\omega + \underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\infty + \underline{\mathbf{U}}_{ext} - \underline{\mathbf{U}}_e)(\underline{\mathbf{x}}_{ir}, t) & (a) \\ \frac{D\underline{\Omega}_{ia}}{Dt} = -(\underline{\Omega}_{ia} \cdot \nabla)(\underline{\mathbf{U}}_\omega + \underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\infty + \underline{\mathbf{U}}_{ext} - \underline{\mathbf{U}}_e)(\underline{\mathbf{x}}_{ir}, t) + (\underline{\Phi} \wedge \underline{\Omega}_{ia}) & (b) \end{cases} \quad (19)$$

avec $\underline{\Phi}$ le vecteur rotation d'entraînement et $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\underline{\mathbf{U}}_r \cdot \nabla)$ la dérivée particulaire dans le repère relatif. La formulation discrète de la partie du terme de déformation induit par la présence du corps s'écrit :

$$\begin{aligned} & (\underline{\Omega}_{ia} \cdot \nabla)(\underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\omega) = \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_j} \left(\frac{3}{|\underline{\mathbf{x}}_{jr} - \underline{\mathbf{x}}_{ir}|^5} (\underline{\mathbf{x}}_{jr} - \underline{\mathbf{x}}_{ir})(\underline{\Omega}_{ia} \cdot (\underline{\Omega}_{ja} \wedge (\underline{\mathbf{x}}_{jr} - \underline{\mathbf{x}}_{ir}))) + \frac{1}{|\underline{\mathbf{x}}_{jr} - \underline{\mathbf{x}}_{ir}|^3} (\underline{\Omega}_{ja} \wedge \underline{\Omega}_{ia}) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

où $N_j = N_p(t) + N_f$ représente le nombre de particules libres du sillage et liées à l'obstacle (équivalence doublet-tourbillon).

Le comportement singulier de ces équations lorsque $\underline{\mathbf{x}}_j$ tend vers $\underline{\mathbf{x}}_i$ conduit à introduire une fonction de régularisation ξ qui consiste à remplacer le noyau singulier par le produit de convolution de ce même noyau avec $\xi_\delta = \frac{1}{\delta^3} \xi \left(\frac{x}{\delta} \right)$.

3.5 Calcul des efforts

Le torseur des efforts instationnaires sur le corps au point O est déterminé à partir de la loi de Joukovski de sorte que la force de succion de bord d'attaque soit prise en compte. La force élémentaire associée

au segment tourbillonnaire d'intensité $\underline{\Gamma}_i$ portée par le côté i s'exprime par :

$$\underline{\mathbf{f}}_i = \underline{\mathbf{U}}_i \wedge \underline{\Gamma}_i \quad (21)$$

avec $\underline{\mathbf{U}}_i$ la vitesse au milieu du segment i . On associe au point de contrôle P_k de chaque facette k de surface S_k , un effort $\underline{\mathbf{F}}_k$ et un moment en O $\underline{\mathcal{M}}_{Ok}$:

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{F}}_k &= S_k \frac{\partial \mu_k}{\partial t} \underline{\mathbf{n}}_k + \sum_{i=1}^4 v_i \underline{\mathbf{f}}_i \\ \underline{\mathcal{M}}_{Ok} &= \underline{\mathbf{F}}_k \wedge \underline{\mathbf{OP}}_k \end{cases} \quad (22)$$

où v_i est un coefficient de pondération fonction de la distance du milieu du segment i considéré au point de contrôle P_k si le segment appartient à deux facettes, et $v_i = 1$ sinon.

4 Couplage

Le couplage des deux problèmes exprime les effets de l'interaction [22, 23]. Pour les modèles de structure et de fluide qui ont été choisis, les équations de couplage sont de deux type. Les équations cinématiques imposent la continuité de la vitesse normale des milieux fluide et solide sur l'interface dans sa configuration déformée (c.f. eq. (8)). Les équations dynamiques décrivent la continuité de l'effort normal sur l'interface (c.f. eq. (22)) : les efforts extérieurs exercés sur la structure sont les efforts aérodynamiques exercés par le fluide parfait sur sa frontière (efforts de pression). Dès lors, le problème complet s'écrit sous le forme d'un ensemble d'équations non linéaires qui peuvent être intégrées dans le temps par une méthode itérative à l'aide du schéma suivant :

- A : Nouvelle itération temporelle - Une estimation de la configuration au temps $t + \Delta t$ est $\underline{\mathbf{Y}}^0 \in S$.
 - 1 On résout le problème fluide (c.f. eq. (16), (18)) avec $\underline{\mathbf{Y}}^k$ ce qui fournit une estimation $\underline{\mathbf{F}}^k$ pour les efforts (c.f. eq. (22)).
 - 2 On résout le problème de membrane en considérant les efforts extérieurs $\underline{\mathbf{F}}^k$ et on obtient une nouvelle configuration $\underline{\mathbf{Y}}^{k+1}$ (c.f. eq. (6)).
 - 3 On reprend en (1) avec $k \leftarrow k + 1$ ou bien, si un critère de convergence sur la stationnarité de $\underline{\mathbf{Y}}^k$ est satisfait, on continue en B.
- B : $\underline{\mathbf{X}}^{t+\Delta t} = \underline{\mathbf{Y}}^k$.
- C : Convection du sillage (c.f. eq. (19)).
- D : $t \leftarrow t + \Delta t$. Retour en A.

5 Résultats numériques

5.1 Les maillages

Si la technologie des voiles moulées, développée par la voilerie North Sails (voile 3DL), représente ce qu'il y a de plus performant à l'heure actuelle, la majorité des voiles sont encore construites par assemblage de laizes (panneaux de tissus de formes trapézoïdales) bord à bord pour constituer le volume de la voile. Les tissus utilisés pour la découpe des laizes sont constitués d'une chaîne et d'une trame dont l'élasticité peut être différente. Ainsi, suivant la sollicitation du tissu à l'effort aérodynamique, la voile va se déformer différemment. Le maître voilier utilise cette propriété du tissu pour proposer différentes coupes de voiles suivant leurs tailles et leurs utilisations. La coupe de ces voiles peut être biradiale, les tissus sont associés suivant deux directions privilégiées (direction entre le point d'amure et le point de drisse) ou tri-radial, les tissus sont associés suivant trois directions privilégiées (direction entre le point d'écoute, le point de drisse et le point d'amure) (c.f. Fig. 5).

Le calcul couplé fluide / structure nécessite deux type de maillage :

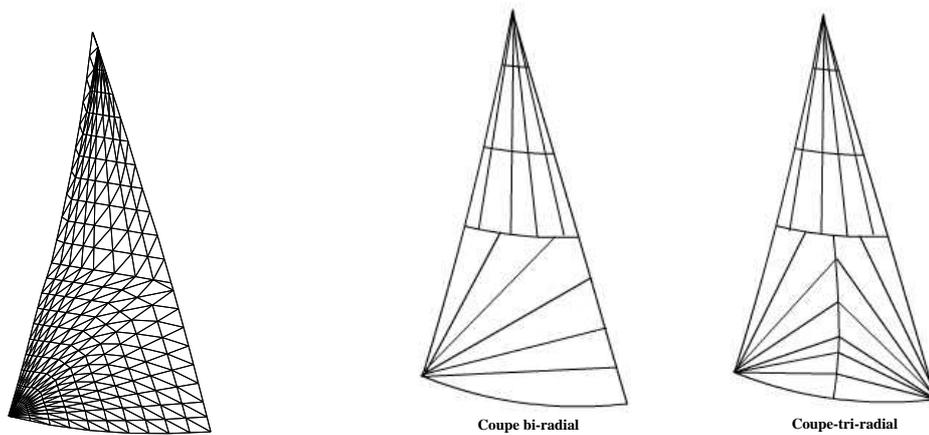


FIG. 5 – Coupes bi-radial et tri-radial sur un génois de Firsrt Class 8.

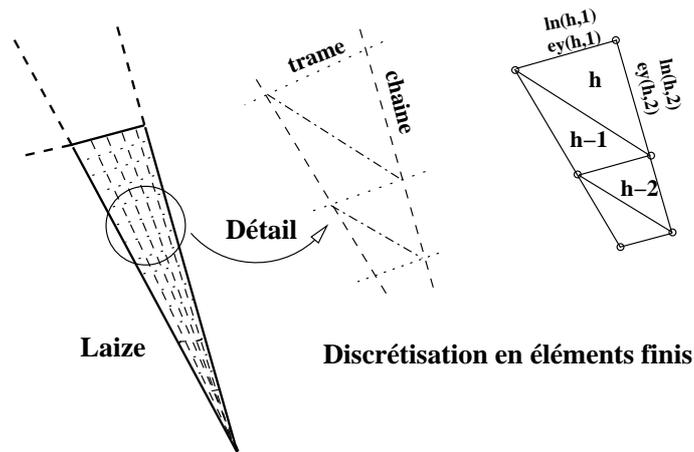


FIG. 6 – Détail d'une laize et de sa discrétisation en éléments finis.

⇒ Le maillage "structure"

Le maillage est basé sur une méthode d'éléments finis. Les bords des triangles constituant le maillage sont positionnés le long des directions de la trame et de la chaîne constituant les laizes (c.f. Fig. 6). Chaque triangle est repéré par son indice (h) et pour chaque triangle un indice local est affecté pour chaque sommet. Un triangle est caractérisé par ses longueurs naturelles $ln(h,1)$ et $ln(h,2)$ et ses modules d'élasticité $ey(h,1)$ et $ey(h,2)$, confondus avec les directions de la trame et de chaîne du tissu. Pour chaque nœud, on définit un degré de liberté. Celui-ci sert surtout à repérer la position du point sur la voile pour ensuite lui adjoindre un mouvement autorisé ou non. Les points du guindant et de la tête sont fixes. Ceux du centre, de la chute et de la bordure sont libres dans le cas d'un génois. Le point d'écoute peut être pourvu d'une liberté relative identique à celle qui existe en réalité.

⇒ Le maillage "fluide"

Il est construit sur la surface du maillage précédent. Il est constitué de facettes quadrangulaires réparties suivant la corde (i) et l'envergure (j). Chaque facette admet un numéro et pour chaque facette un indice local est affecté pour chaque sommet. On définit également un code d'émission pour repérer les facettes émétrices sur lesquelles on va appliquer la condition de Kutta-Joukowski.

La principale difficulté est de pouvoir faire correspondre le maillage structure qui est formé de triangles avec le maillage fluide qui est formé de quadrangles. On obtient le maillage fluide en prenant, à différentes hauteurs, l'intersection entre le plan perpendiculaire au plan formé par les points d'amure, d'écoute et de drisse, et le maillage structure (c.f. Fig. 7 a)). C'est sur le centre géométrique de ce maillage fluide que sera calculé la pression. La pression aux nœuds du maillage structure est obtenue par interpolation spline bicubique.

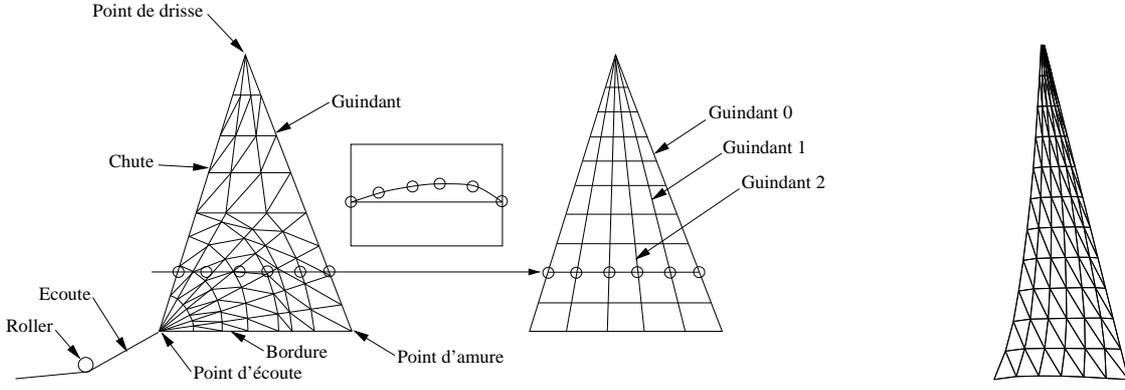


FIG. 7 – a) Maillage structure \Rightarrow maillage fluide.

b) Maillage structure simplifié.

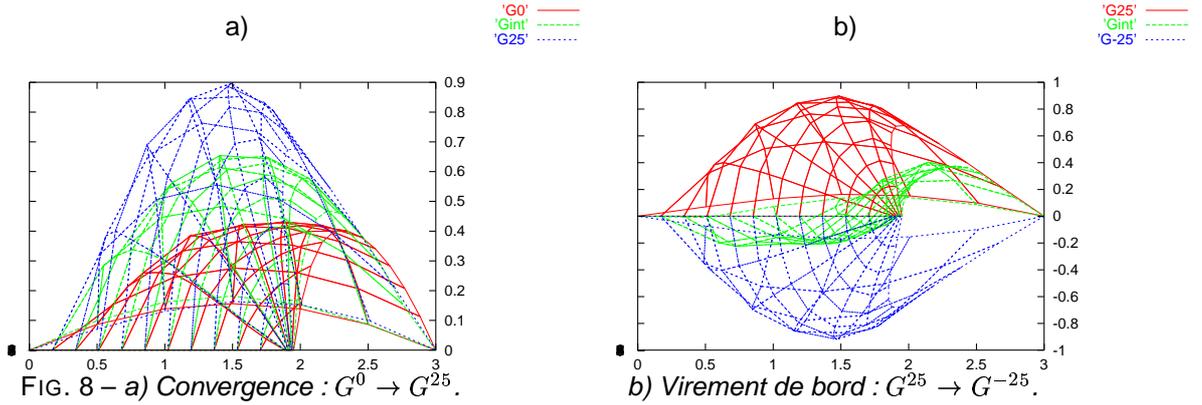


FIG. 8 – a) Convergence : $G^0 \rightarrow G^{25}$.

b) Virement de bord : $G^{25} \rightarrow G^{-25}$.

5.2 Essai sur un génois

Afin de valider la procédure de couplage fluide / structure, un premier calcul a été réalisé sur un maillage structure simplifié. Nous avons généré un maillage fluide de (6×11) facettes. Le maillage structure correspondant est obtenu en coupant chaque facette suivant une diagonale (c.f. Fig. 7 b)). Nous considérons un écoulement incident d'une vitesse de 10 nœuds sous une incidence de 25° . Le matériau utilisé a les mêmes caractéristiques mécaniques suivant la chaîne et la trame correspondant à une charge de 111.4 pounds pour un allongement de 1 pour cent (éprouvette : 2×16 inches).

En considérant que chaque géométrie est discrétisée en M facettes et N nœuds situés en $\underline{\mathbf{X}}_i^\alpha$ pour la géométrie G^α , nous introduisons la norme suivante :

$$|G^\alpha - G^\beta| = \frac{1}{\sqrt{S_0}} \max_{i \in [1, N]} \|\underline{\mathbf{X}}_i^\alpha - \underline{\mathbf{X}}_i^\beta\| \quad (23)$$

S_0 étant la surface de la voile initiale. La comparaison entre la forme initiale G^0 et la forme finale G^{25} donne (c.f. Fig. 8 a)) :

$$|G^{25} - G^0| = 0.1418$$

Afin de tester la robustesse du couplage, nous avons simulé un virement de bord. Cette simulation nous permet de vérifier que la forme de la voile avant le virement de bord est le symétrique de celle après le virement de bord. Pour ce faire, après la mise en forme de la voile sur une amure sous un angle d'incidence α , nous imposons un angle d'incidence $-\alpha$ du vent apparent par rapport à l'axe formé par le point d'écoute et le point d'amure de la voile (c.f. Fig. 8 b)). La comparaison entre la forme initiale G^{25} et la forme finale G^{-25} donne :

$$|G^{25} - G^{-25}| = 0.0106$$

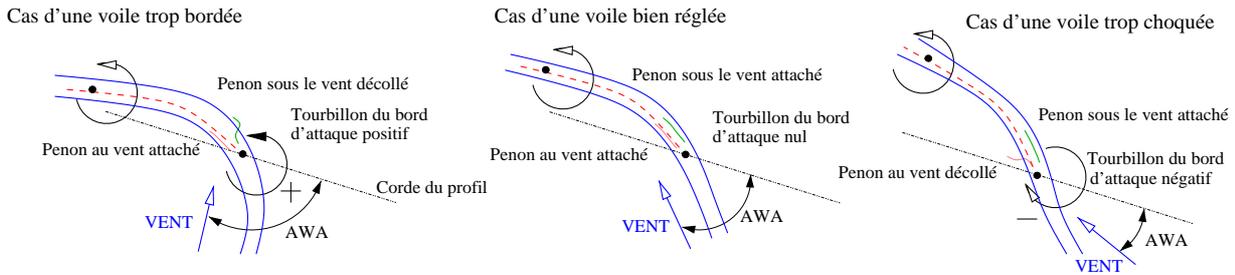


FIG. 9 – Influence du signe du tourbillon de bord d'attaque suivant le réglage de la voile.

5.3 Réglage dynamique

L'utilisation de la méthode des singularités, pour la modélisation aérodynamique de l'écoulement, impose le bord de fuite de la voile comme point de décollement. Dans la réalité, lorsque le bateau navigue au près, cette condition est satisfaite et l'utilisation de cette méthode est justifiée. En navigation, le marin règle ses voiles à partir de penons, brins de laine situés sur l'extrados et l'intrados de la voile au voisinage du bord d'attaque, afin d'avoir un bord d'attaque parallèle à l'écoulement incident (c.f. Fig. 9). Par action sur la tension de l'écoute, sur la position du roller et sur la tension de la drisse, il modifie la forme, le creux et le vrillage de la voile pour aligner l'ensemble des penons sur toute la hauteur de la voile. Lorsque la voile est ainsi réglée, on considère que l'écoulement n'est pas décollé sur la voile et que le rendement est optimum.

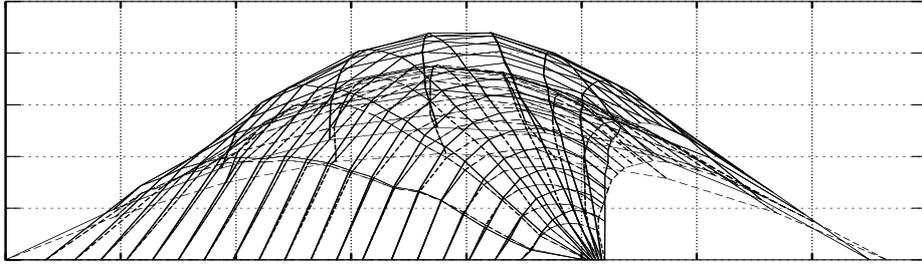
Dans le calcul couplé fluide / structure, de la même façon que dans la réalité, les modifications de la longueur d'écoute, de la position du roller et de la tension de drisse permettent de jouer sur la répartition du volume et sur le vrillage de la voile de façon à avoir un bord d'attaque (guindant) parallèle à l'écoulement incident. Pour effectuer le bon réglage de la voile dans l'écoulement, nous avons adapté la forme de celle-ci en fonction de l'intensité des tourbillons de bord d'attaque (c.f. Fig. 9). Le tourbillon de bord d'attaque a une intensité négative dans le cas où la voile n'est pas assez bordée, positive dans le cas contraire ou nulle pour le bon réglage.

Nous représentons sur la figure 10 l'intensité des tourbillons du génois suivant l'envergure (point d'amure → tête) lors d'une séquence de réglage. La corde $N^{\circ}1$ correspond à la bordure, la $N^{\circ}20$ correspond à la tête. La courbe dénommée "Guindant 0" représente l'évolution de l'intensité des tourbillons du point d'amure au point de tête situé sur l'étai. Les courbes dénommées "Guindant 1" et "Guindant 2" représentent les mêmes quantités sur des lignes situées en arrière du guindant (c.f. Fig. 7 a)).

De la même façon qu'en navigation réelle, le réglage du comportement des penons se fait par la combinaison de plusieurs actions. La première correspond à la modification du point d'écoute dans l'espace en agissant sur la longueur de l'écoute et la position du roller (c.f. Fig. 7 a)). Ainsi, l'action de border la voile consiste à diminuer la longueur d'écoute et inversement, choquer consiste à l'augmenter. La deuxième correspond à la modification de l'angle du vent apparent (AWA) par la modification de la route du bateau par rapport au vent (CAP). Ainsi, le bateau lofe lorsqu'il se rapproche du lit du vent (AWA diminue) et abat lorsqu'il s'en éloigne.

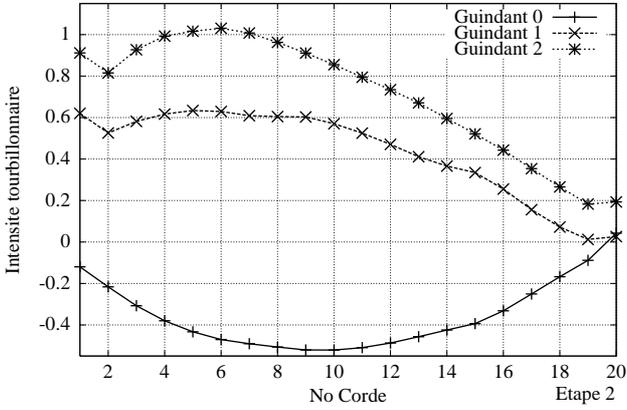
L'Etape 0 correspond à la géométrie précédente dans un écoulement de 10 nœuds sous une incidence de 17° . L'intensité tourbillonnaire "Guindant 0" est négative alors que les deux autres sont positives : la voile est trop choquée. Nous reculons le point d'écoute de 50 cm ($7,5 \rightarrow 8$ ce qui correspond à 6,25% de la bordure) pour arriver à l'Etape 1. L'augmentation de l'intensité tourbillonnaire est plus prononcée dans la partie basse : il faut abatre ($17^{\circ} \rightarrow 20^{\circ}$) et tendre la chute (le point d'écoute est descendu de 20 cm : $1 \rightarrow 0,8$) pour arriver à l'Etape 2. Entre l'Etape 2 et l'Etape 3 nous avons lofé de 2° ($20^{\circ} \rightarrow 18^{\circ}$). La voile est toujours trop bordée dans les bas : il faut donc creuser la partie basse (le point d'écoute est avancé de 10 cm : $8 \rightarrow 7,9$) sans augmenter le vrillage (le point d'écoute est descendu de 10 cm :

Etape 0 ———
 Etape 6 - - - - -

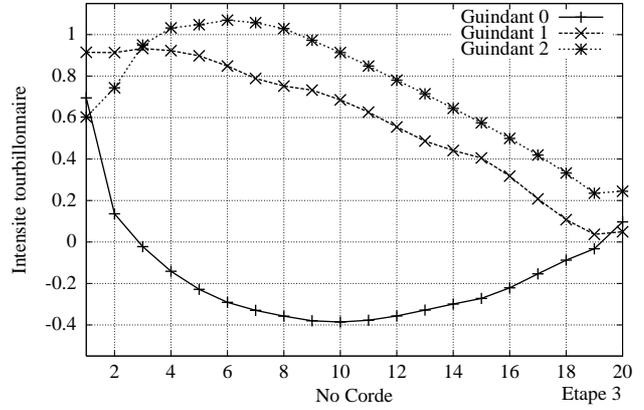


Etape 0

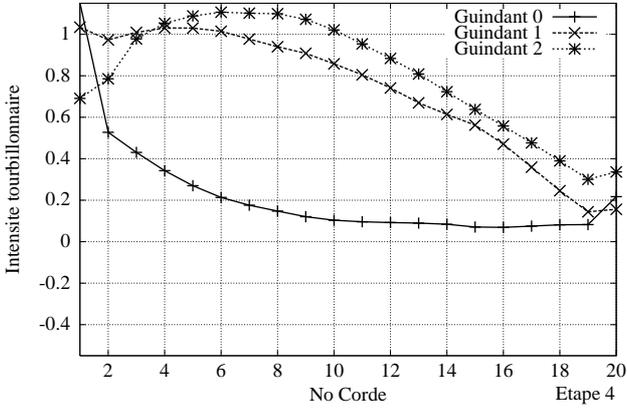
Etape 1



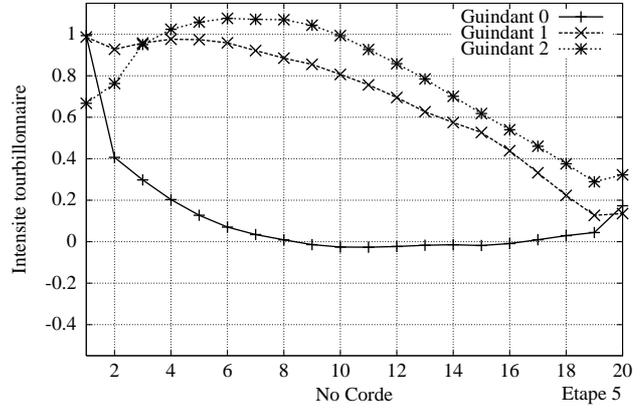
Etape 2



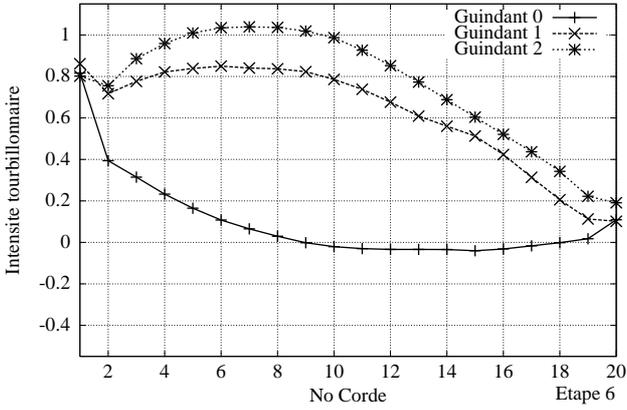
Etape 3



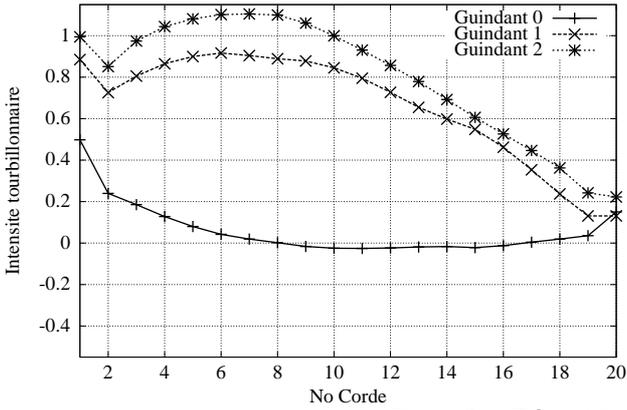
Etape 4



Etape 5



Etape 6



No Corde

FIG. 10 – Répartition et intensité des tourbillons.

0,8 → 0,7) pour arriver à l'Etape 4. Entre l'Etape 4 et l'Etape 5 nous avons abattu ($18^\circ \rightarrow 20^\circ \rightarrow 22^\circ$), choqué la voile (le point d'écoute est avancé de 10 cm : 7,9 → 7,85 → 7,8) et tendu la chute (le point d'écoute est descendu de 15 cm : 0,7 → 0,6 → 0,55). Entre l'Etape 5 et l'Etape 6 nous avons lofé de 3° ($22^\circ \rightarrow 20^\circ \rightarrow 19^\circ$), choqué la voile (le point d'écoute est avancé de 15 cm : 7,8 → 7,7 → 7,65) et augmenté le vrillage (le point d'écoute est remonté de 5 cm : 0,55 → 0,6).

Bien que les intensités tourbillonnaires le long de Guindant 0 ne sont pas toutes nulles, les intensités sont beaucoup plus faibles que celles situées le long de Guindant 1. Ainsi, l'ensemble du bord d'attaque de la voile est parallèle à l'écoulement incident et représente, probablement, une configuration proche de celle existant en navigation réelle. Au vu de ces résultats, le concepteur de la voile pourrait être amené à modifier la forme de la voile (moule et type de coupe) et les tissus employés (module chaîne et trame) pour modifier la déformation de la voile et se rapprocher du réglage optimal (tourbillons de bord d'attaque nuls). Néanmoins, nous n'avons considéré lors de ce calcul ni la flèche d'étai ni la présence de la grand-voile qui modifie l'écoulement et donc la forme d'équilibre du génois.

6 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté des résultats obtenus par le couplage d'un code aérodynamique (surface portante - sillage particulière) avec un code structure (réseau de fils). La robustesse du modèle a été éprouvée sur le cas d'un virement de bord. Ce modèle nous a permis de mettre en évidence que le réglage optimal de la voile par l'action sur la position spatiale du point d'écoute est satisfaisant.

Les prochaines étapes et perspectives de ce travail sont multiples :

- La première étape consistera à prendre en compte l'écoute, la déformation de l'étai et la tension de drisse afin de nous rapprocher des critères communément employés en navigation réelle.
- La deuxième étape consistera à développer une interface nous permettant de travailler sur toutes les formes de voiles dessinées par les maîtres-voiliers afin d'étendre nos calculs à différentes coupes de voiles. En effet, le moule de la voile, le type de coupe et la raideur des tissus interviennent dans la forme finale de la voile en équilibre avec l'écoulement. Une attention toute particulière doit donc être apportée sur les maillages (respect de la chaîne et de la trame sur les laizes).
- La troisième étape consistera à faire des études expérimentales sur la déformation des voiles *in situ* afin de valider l'ensemble de nos calculs.
- La dernière étape consistera à coupler cette méthode au VPP (Velocity Performance Predictor) développé par Yann Roux [24] pour mieux prévoir les performances d'un voilier.

7 Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au financement de La région Haute-Normandie et à l'Incubateur Régional de la Région Haute-Normandie.

Références

- [1] B. THWAITES. The aerodynamic theory of sails. *I. Two-dimensional sails*, Proc. R. Soc. A., 261 :402–422, 1961.
- [2] J.N. NIELSON. Theory of flexible aerodynamic surfaces. *A.S.M.E.J.Appl. Mech.*, 30 :435–442, 1963.
- [3] E.O. TUCK & M. HASELGROVE. An extension of two-dimensional sail theory. *J. Ship Research*, pages 148–152, 1972.

- [4] S. GRENNHALGH & H. CURTISS & B. SMITH. Aerodynamic properties of a two-dimensional inextensible flexible airfoil. *A.I.A.A.J.*, 22 :865–876, 1984.
- [5] P.S. JACKSON. Two-dimensional sails in inviscid flow. *J. Ship Research*, 28 :11–17, 1984.
- [6] P.S. JACKSON. The analysis of the three-dimensional sails. *Proceedings of the 10th Canadian Congress of Applied Mechanics*, pages 59–67, 1985. Univ. of Western Ontario, London, Canada,.
- [7] H. SHOOP. Structural and aerodynamic theory for sails. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 9 :37–52, 1990.
- [8] J.T. ODEN & T. SATO. Finite strains of elastic membranes by the finite element method. *Int. J. Solids Struct.*, 3 :471–448, 1967.
- [9] P.M. RICHELSEN. Beregning af vindpaevirkede b radsejl. Technical Report S 38, Danish Center for Applied Mathematics and Mecanics, Technical University of Denmark, 1987 1987.
- [10] F. MUTTIN. *Modélisation de membrane. Application à l'analyse mécanique des voiles de bateau*. PhD thesis, Université de Nice Sophia Antipolis, 1989.
- [11] F. MUTTIN. Structural analysis of sails. *European J. Mech. A/Solids*, 10 :517–534, 1991.
- [12] T. CHARVET. *Résolution numérique de problèmes liés au comportement des voiles de bateau*. PhD thesis, Ecole Polytechnique - LIMSI-CNRS, 1992.
- [13] P. COIRO & F. NICOLOSI & F. SCHERILLO & U MAISTO. Numerical and experimental aeroelastic analysis of sails. In *High Performance Yacht Design Conference*. Auckland, 4-6 December 2002.
- [14] J. VALETTE. *Simulation du comportement mécanique d'un ensemble voiles gréement de bateau*. PhD thesis, Université d'Orléans, juillet 2001.
- [15] P. HEPPEL. Accuracy in sail simulation : wrinkling and growing fast sails. In *High Performance Yacht Design Conference*. Auckland, 4-6 December 2002.
- [16] O.LE MAITRE & J.E. SOUZA DE CURSI & S. HUBERSON. Large displacements analysis for ideally flexible sails. In *ECCOMAS*, 1996.
- [17] O. LE MAITRE & S. HUBERSON & J.E. SOUZA DE CURSI. Application of a non convex model of fabric deformations to sail cut analysis. *Journal of Wind Engineering an Industrial Aerodynamics*, 63 :77–93, 1996.
- [18] O.LE MAITRE & J.E. SOUZA DE CURSI & S. HUBERSON. Large displacements analysis for ideally flexible sails. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 17 :619–636, 1998.
- [19] C. REHBACH. Calcul d'écoulements tri-dimensionnels instationnaires de fluide parfait avec nappes tourbillonnaires. Document ONERA - Rapport 10/1737 AY 306, 12/1737 AY 308 et 13/1737 AY 312, 1979 - 1980.
- [20] S. HUBERSON. Calculs d'écoulements tridimensionnels instationnaires incompressibles par une méthode particulière. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 3(1) :805–819, 1984.
- [21] J.L. HESS. Calculation of potential flow about arbitrary three-dimensional lifting bodies. *Douglas Aircraft Company Rept*, AD(699615), 1969.
- [22] O. LE MAITRE & F. HAUVILLE & S. HUBERSON & J.E. SOUZA DE CURSI. Aéroélasticité non lineaire : problème plan pour des obstacles flexibles. In 6^{èmes} Journées de l'Hydrodynamique. Ecole Centrale de Nantes, février 1997.
- [23] O. LE MAITRE & S. HUBERSON & J.E. SOUZA DE CURSI. Unsteady model of sail and flow interaction. *Journal of Fluids and Structures*, 13 :37–59, 1999.
- [24] Y. ROUX & S. HUBERSON & F. HAUVILLE & J.P. BOIN & M. GUILBAUD & M. BA. Yacht performance prediction : towards a numerical vpp. In *High Performance Yacht Design Conference*. Auckland, 4-6 December 2002.