

9<sup>èmes</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

10 - 11 - 12 MARS 2003

POITIERS - FUTUROSCOPE

## MODELISATION DES ECOULEMENTS SUPERCAVITANTS

### *NUMERICAL MODELING OF SUPERCAVITATING FLOWS*

M. PERRIN, C. PELLONE, J.P. FRANC

Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels  
B.P. 53 – 38041 Grenoble Cedex 09 – France

#### **Résumé**

Les poches de cavitation qui se développent lors du lancement d'engins sous-marins hypervéloces jouent un rôle prépondérant sur la performance et la stabilité de ces engins. L'objectif de l'étude présentée dans cet article est de qualifier la qualité du code commercial FLUENT v6.0 pour la simulation des écoulements supercavitants. La géométrie retenue est similaire à celle utilisée dans les travaux expérimentaux de J.M. Michel (1974). Les résultats obtenus ont été étudiés en termes de longueur de cavité et de pression. Des comparaisons systématiques sont proposées avec des essais expérimentaux, des méthodes analytiques et avec la méthode des singularités.

#### **Abstract**

The launching of underwater high-speed bodies creates large cavitation bubbles. Such cavities are of great importance in the study of performances and stability of these bodies. The goal of this paper is to analyze the possibilities of the commercial software Fluent v6.0 in solving supercavitating flows. The geometry is similar to the one used in the experimental work of J.M Michel (1974). The results are studied in terms of cavity length and cavity pressure. Comparisons with experimental, analytical and with the boundary element method are done systematically.

## **INTRODUCTION**

La présente étude est relative aux phénomènes hydrodynamiques liés au lancement d'engins sous-marins à grande vitesse. Dans ces écoulements, des zones de très basses pressions apparaissent dans les régions proches de l'objet. Lorsque la pression devient inférieure à la pression de vapeur saturante du liquide, il y a formation de bulles de vapeur. Dans le cas d'écoulements à très grandes vitesses, il est fréquent que la poche de cavitation qui se développe au contact de l'objet ne se ferme que dans le liquide, bien en aval du cavitateur ; on parle alors de supercavitation. Ces poches de cavitation qui apparaissent dans de tels écoulements jouent un rôle prépondérant sur les performances et la stabilité des engins hypervéloces.

Le travail réalisé a consisté à mettre en œuvre le modèle « Mixture » cavitant du logiciel Fluent utilisé pour la simulation d'écoulements en cavitation naturelle. La configuration géométrique retenue est un coin symétrique à incidence nulle. Des résultats d'études expérimentales de supercavitation autour de tels profils, menées au sein même du laboratoire par J.M. Michel (1974), sont utilisés comme premier point de comparaison avec les présentes simulations numériques. Les résultats des simulations seront aussi confrontés à ceux obtenus via des méthodes analytiques (M.P.Tulin, 1953) et par la méthode des singularités (C.Pellone, 1981).

## **PRESENTATION DU CAS ETUDIE**

Les tests ont été réalisés sur un cas assez bien documenté dans la bibliographie (J.M. Michel, 1974) : la simulation d'un écoulement en canal autour d'un profil en forme de coin. Il faut cependant noter que nous ne disposons malheureusement pas de toutes les données nécessaires pour procéder à une véritable validation du calcul. Par ailleurs, la configuration calculée et la configuration testée expérimentalement ne sont pas identiques du point de vue des conditions aux limites en particulier. En effet, les essais ont été menés en canal à surface libre alors que le calcul est fait en canal fermé.

Le coin utilisé [Figure 1] est symétrique avec comme corde  $c = 60,5\text{mm}$  et pour demi angle au sommet  $8^\circ$ . Il est placé dans une veine d'essai à surface libre de hauteur d'eau  $H = 280\text{mm}$  à différentes profondeurs d'immersion  $h_1 = 70, 140$  ou  $210$  mm. Les entrées qui définissent l'écoulement sont la pression  $p_0$  à la surface libre et la vitesse  $V_\infty$  de l'écoulement qui varie de 2 à 14,4 m/s. A partir de ces données, on définit le paramètre de cavitation, par la relation suivante:

$$\sigma = \frac{p_{ref} - p_v}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} \quad (1)$$

où,  $p_{ref}$  désigne la pression de référence,  $p_0 + \rho g h_1$  au niveau de l'obstacle,  $p_v$  la pression dans la cavité, égale à la pression de vapeur saturante et  $\rho$  la masse volumique de l'eau. Le paramètre de cavitation minimal de la veine est de 0,02.

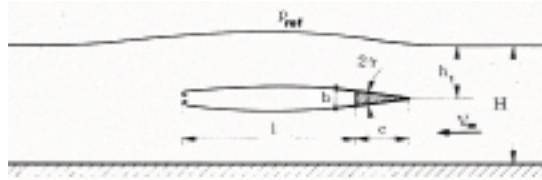


Figure 1 - Schéma de l'écoulement expérimental (J.M.Michel,1974)

## METHODES DE CALCUL ANALYTIQUES

Des approches analytiques sont disponibles dans la littérature pour modéliser les écoulements supercavitants. Ces modèles, de complexité variable, permettent de calculer des classes d'écoulements supercavitants variées : 2D ou axisymétriques, stationnaires ou instationnaires.

Le modèle proposé par Tulin (1953) permet le calcul de la cavité stationnaire derrière un cavitateur bidimensionnel symétrique en milieu infini. Ce modèle, étant un modèle linéarisé, impose que le culot du cavitateur soit de faible épaisseur comparativement à sa longueur.

La longueur  $l$  de cavité est donnée par la relation suivante:

$$\ell = \frac{4}{\pi} \frac{1 + \frac{\sigma}{2}}{\sigma} \left[ \int_{-c}^0 \frac{dy_0}{dx} \frac{\sqrt{\ell - x}}{\sqrt{-x}} dx \right] \quad (2)$$

dans laquelle la courbe  $y = y_0(x)$  représente l'extrados de l'obstacle. Le repère est défini par l'axe  $x$  d'origine  $O$  le sommet du coin et de sens opposé à la vitesse. L'axe  $Oy$  est vertical ascendant.

Dans le cas particulier qui nous intéresse, à savoir un coin de corde  $c$  et de base  $b$ , nous avons:

$$\frac{dy_0}{dx} = \frac{b}{2c} \quad (3)$$

et la formule (2) donne:

$$\sqrt{\frac{c}{\ell}} \sqrt{1 + \frac{c}{\ell}} + \ln \left[ \sqrt{\frac{c}{\ell}} + \sqrt{1 + \frac{c}{\ell}} \right] = \frac{\pi c}{2b} \frac{\sigma}{1 + \frac{\sigma}{2}} \quad (4)$$

Dans le cas asymptotique des grandes cavités et des petites valeurs du paramètre de cavitation, cette relation conduit à l'expression approchée suivante pour la longueur de cavité:

$$\frac{\ell}{c} \cong \frac{16 b^2}{\pi^2 c^2 \sigma^2} \quad (5)$$

La relation (4) est utilisée pour tracer la courbe  $\frac{\ell}{c}(\sigma)$  de ce modèle analytique en comparaison avec les présents résultats [Figure 7].

## METHODE DES SINGULARITES

Aux méthodes analytiques précédentes, ont succédé les méthodes des singularités (Pellone C., 1981). Ce type de méthode permet de traiter, par une technique numérique d'éléments aux frontières, l'écoulement cavitant d'un fluide parfait et incompressible autour d'un cavitateur de forme quelconque. La forme de la cavité est calculée de façon non linéaire par une procédure itérative. Ces méthodes permettent de réduire les inconnues du problème à des distributions réparties sur les frontières du domaine. Pour notre cas, les distributions les mieux adaptées sont des sources sur le coin plus des doublets tangentiels sur la cavité. Supposant la forme de la cavité connue, les conditions de glissement sur le coin et de pression constante sur la cavité sont assurées. On adjoint une condition de fermeture, par l'intermédiaire d'un puits et d'un vortex, permettant d'imposer la sortie tangentielle du fluide aux deux bords de fuite intrados et extrados du coin. Au cours des itérations, la forme de la cavité est déterminée de façon à ce qu'elle devienne une ligne de courant. Le calcul étant fait à pression de cavité fixée ( $\sigma$  imposé), une procédure d'ajustement automatique de la longueur de cavité a été mise au point. D'autre part, par la méthode des images, plusieurs options sont possibles : milieu infini, milieu semi - infini avec surface libre, milieu avec surface libre et fond, milieu confiné en tunnel. Dans notre cas c'est le dernier modèle qui est utilisé.

## RAPPEL DES EQUATIONS DU MODELE DE CAVITATION

Fluent est un code de calcul commercial de mécanique des fluides basé sur la méthode des volumes finis. Il propose essentiellement deux modèles qui permettent de tenir compte des transferts de masse entre phases, et ainsi de la cavitation : le modèle « Mixture » qui résout les équations pour un fluide homogène et le modèle « Eulérien » véritable modèle diphasique qui résout les équations dans chaque phase. Les applications typiques du modèle « Mixture » sont les écoulements à bulles, à gouttes et les écoulements où les phases se mélangent. Moins coûteux en ressources informatiques et moins sensibles aux conditions de simulation que le modèle « Eulérien », il a été choisi pour nos écoulements en supercavitation naturelle.

Le fluide considéré comme un mélange homogène de liquide et de vapeur est un pseudo-fluide dont les propriétés physiques sont fonction du taux de vide et des propriétés de chacune des phases. La viscosité du mélange  $\mu_m$  est souvent calculée, sans justification très précise, de la même façon que la masse volumique  $\rho_m$  du mélange, en effectuant la somme pondérée par le taux de vide des viscosités des phases liquide  $\mu$  et vapeur  $\mu_v$  :

$$\rho_m = \alpha\rho_v + (1 - \alpha)\rho \quad (6)$$

$$\mu_m = \alpha\mu_v + (1 - \alpha)\mu \quad (7)$$

où  $\rho_v$  désigne la masse volumique de la vapeur. Le taux de vide  $\alpha$  représente la fraction de vapeur dans le mélange. Si  $\alpha$  est gal à 0 alors le fluide est purement liquide, si par contre il est égal à 1 alors le fluide est entièrement gazeux.

Les équations de continuité (8) et de Navier – Stokes (9), pour le mélange, s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}) = 0 \quad (8)$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho_m \vec{v} \vec{v}) \right] = -\vec{\nabla} p + \rho_m \cdot \vec{g} + \nabla \cdot [\mu_m \cdot (\vec{\nabla} v + \vec{\nabla} v^T)] \quad (9)$$

L'équation de continuité pour la phase vapeur seule s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha \rho_v \vec{V}) = \dot{m} \quad (10)$$

Cette équation fait apparaître le terme source  $\dot{m}$  qui permet de tenir compte des échanges de masse entre phases dus à la cavitation. Le modèle de cavitation à bulles (Kubota et al., 1992) consiste à prendre une répartition de densité de bulles constante au cours du temps et égale au nombre de germes de cavitation par unité de volume présents dans le liquide. Cette densité est spécifiée au départ, et le modèle ne permet pas de tenir compte de la création ou de la destruction des bulles. Dans les conditions isothermes et quand la pression chute en dessous de la pression de vapeur, il y a augmentation du diamètre des bulles. La loi de variation du rayon des bulles est régie par l'équation de Rayleigh - Plesset.

A partir de  $n$  la densité de bulles et de  $R$  la valeur moyenne du rayon des bulles de la maille, il est possible de calculer le taux de vide :

$$\alpha = n \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (11)$$

Par souci de simplification, on utilise souvent la loi de croissance asymptotique issue de l'équation de Rayleigh - Plesset, ce qui en évite la résolution parfois difficile :

$$\frac{dR}{dt} = \text{signe}(p_v - p) \sqrt{\frac{2|p_v - p|}{3\rho}} \quad (12)$$

Le terme  $\text{sign}(p_v - p)$  de l'équation (12) permet d'accroître ou de diminuer la taille des bulles en fonction de la pression de l'écoulement. Si la pression de l'écoulement chute en dessous de la pression de vapeur, alors le terme  $(p_v - p)$  est positif, la vitesse est positive et les bulles augmentent de diamètre. Si par contre, la pression de l'écoulement est supérieure à la pression de vapeur, le terme  $(p_v - p)$  est négatif, la vitesse l'est donc aussi, et la taille des bulles diminue.

La masse de vapeur par unité de volume est donnée par la relation :

$$m = (1 - \alpha) \rho_v = \frac{4}{3} \pi n R^3 \rho_v \quad (13)$$

A partir des équations (11), (12) et (13), on calcule le terme d'échange entre phases  $\dot{m}$  :

$$\dot{m} = 4\pi n R^2 \rho_v \frac{dR}{dt} = \text{signe}(p_v - p) \frac{3(1-\alpha)\rho_v}{R} \sqrt{\frac{2|p_v - p|}{3\rho}} \quad (14)$$

## **HYPOTHESES DE LA SIMULATION**

Dans le cas de l'eau à température ambiante, l'effet thermodynamique est négligeable et les poches de cavitation ont la même température que le liquide environnant, de sorte que nous supposons l'écoulement adiabatique et isotherme dans les deux phases.

De plus, nous supposons les deux phases incompressibles. Remarquons, toutefois, que la prise en compte de la compressibilité pour la phase vapeur peut s'avérer nécessaire en particulier pour rendre compte des mécanismes de pulsation des poches ventilées, et en particulier des oscillations de pression dans la poche.

Il nous a aussi semblé préférable, au moins dans une première étape de ne pas faire appel à un modèle de turbulence. On sait en effet que les aspects instationnaires sont souvent inhibés par un modèle de turbulence classique de type k- $\epsilon$ . C'est en particulier le cas des poches de cavitation autopulsantes pour lesquelles il peut être nécessaire de réduire artificiellement la viscosité turbulente dans les zones diphasiques afin de rétablir une dynamique de la cavitation, cohérente avec les observations expérimentales. Les modèles de turbulence classiques apparaissent donc mal adaptés aux écoulements diphasiques. Le calcul qui a été réalisé est donc un calcul laminaire. Par ailleurs, les anciennes méthodes de type potentiel, qui évidemment négligent les aspects turbulents, conduisent à des simulations très réalistes des écoulements cavitants, d'un point de vue global. Cette hypothèse revient à supposer que les phénomènes de type inertiel jouent un rôle prépondérant.

Enfin, en regard des besoins en mémoire et de la puissance de calcul nécessaire à une simulation 3D, un calcul bidimensionnel nous est apparu tout à fait suffisant pour juger des performances du code Fluent à simuler les écoulements supercavitants.

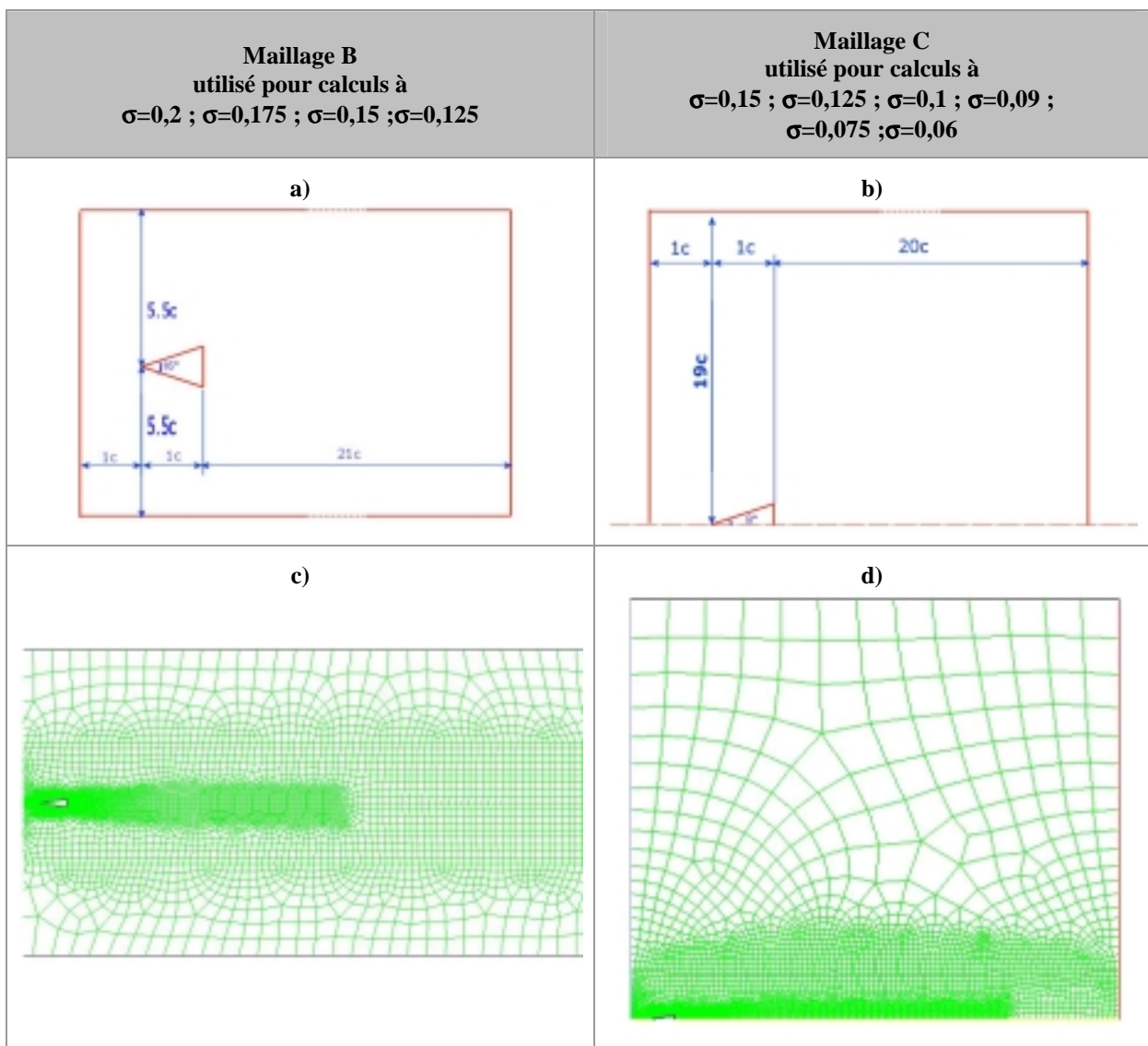
## **MAILLAGES**

Plusieurs maillages ont été utilisés et testés avec pour objectif de trouver le meilleur compromis entre le nombre de mailles et la précision des résultats. Cette phase de test nous a permis de mettre en évidence un paramètre capital du maillage pour la simulation des écoulements cavitants : la hauteur du domaine numérique. En effet, une simulation avec un maillage insuffisamment haut est synonyme d'instabilités et de longueurs de cavité démesurément longues pour une valeur non nulle du paramètre de cavitation. Ce phénomène de blocage, bien connu des expérimentateurs, apparaît aussi dans le cas des simulations numériques. Si l'on souhaite se rapprocher des conditions d'écoulement en milieu infini et se rapprocher ainsi d'une valeur nulle pour le paramètre de cavitation en condition de blocage, il faut très sensiblement augmenter la hauteur du domaine de calcul.

Pour un coin symétrique de corde  $c$ , de petit angle au sommet  $2\gamma$ , placé au centre d'un canal de hauteur  $H$ , la théorie linéaire (Cohen et al., 1958) conduit à l'expression suivante qui permet d'évaluer la valeur du paramètre de cavitation au blocage :

$$\frac{\sigma_{\text{blocage}}}{1 + \frac{\sigma_{\text{blocage}}}{2}} \cong \frac{4\gamma}{\pi} \arg \left[ ch \left( e^{\frac{\pi c}{H}} \right) \right] \quad (15)$$

Deux maillages ont été utilisés dans nos simulations [Figure 2]. Le maillage B, avec 10 000 mailles, a un  $\sigma$  de blocage égal à 0,14 tandis que le maillage C, avec 7 000 mailles, a un  $\sigma$  de blocage égal à 0,076.



**Figure 2 - Dimensions (a, b) et aperçus (c, d) des maillages utilisés**

Les conditions aux limites [Figure 3] sont de type mur avec adhérence sur le cavitateur, et mur glissant sur les parois haute et basse du domaine de calcul. En entrée, on impose un profil de vitesse uniforme alors qu'en sortie la pression est considérée comme constante. Pour le maillage B, la vitesse d'entrée est égale à 10 m/s alors que pour les simulations avec le maillage C, elle a été choisie à 25 m/s, afin de réduire la dépression nécessaire à l'obtention de faibles  $\sigma$ .

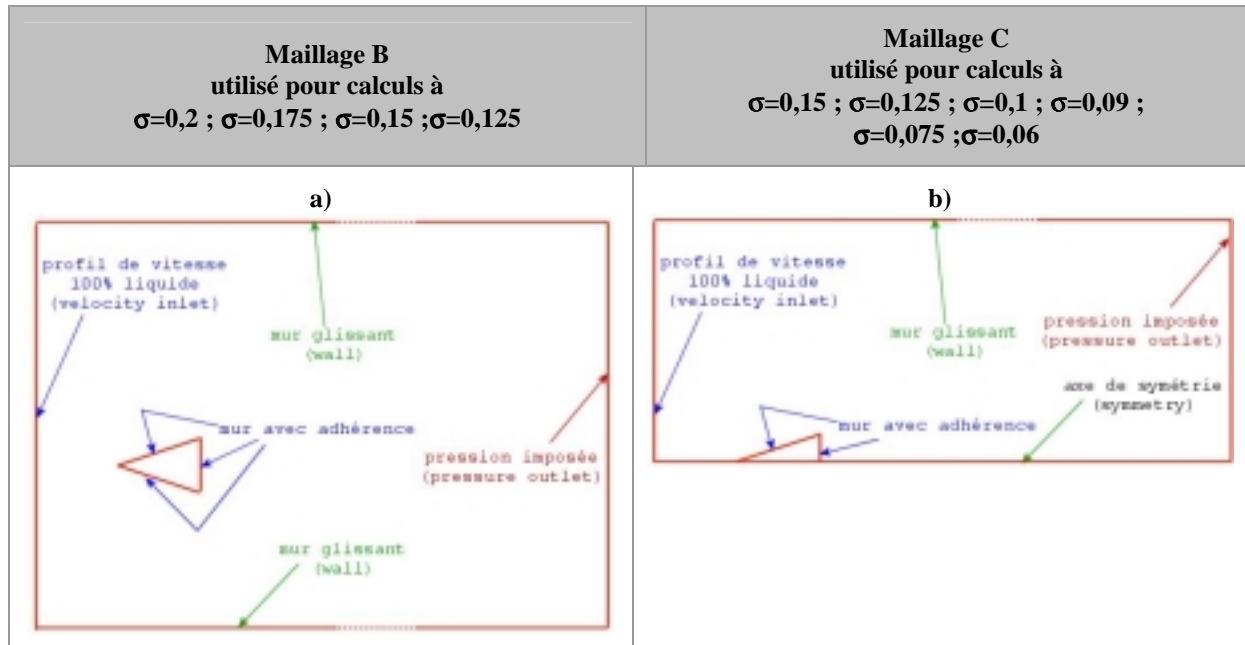


Figure 3 – Conditions aux limites (a, b).

### CRITERE DE DETERMINATION DE LA LONGUEUR DE CAVITE

La détermination de la longueur de cavité peut se faire de deux façons : soit par détermination de la position du saut de pression, soit par étude du taux de vide dans la cavité (position du premier point de taux de vide nul). Dans nos simulations, les deux critères sont équivalents. En effet, la zone de recompression en aval de la cavité correspond à la zone de diminution rapide du taux de vide [Figure 4].

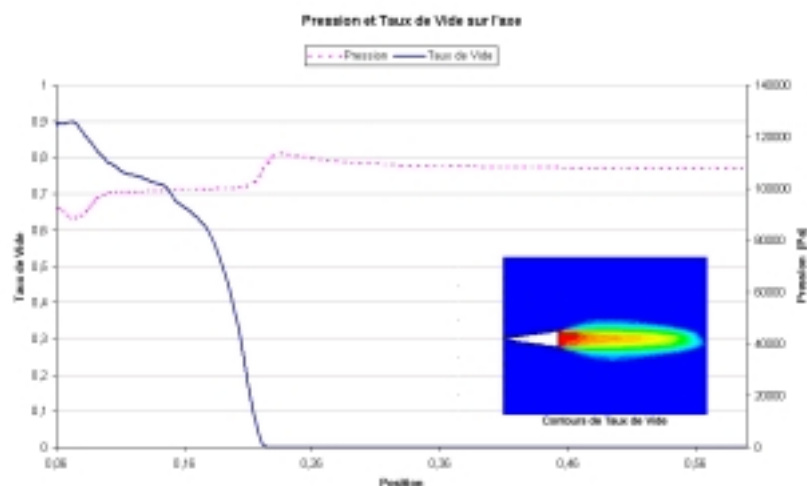
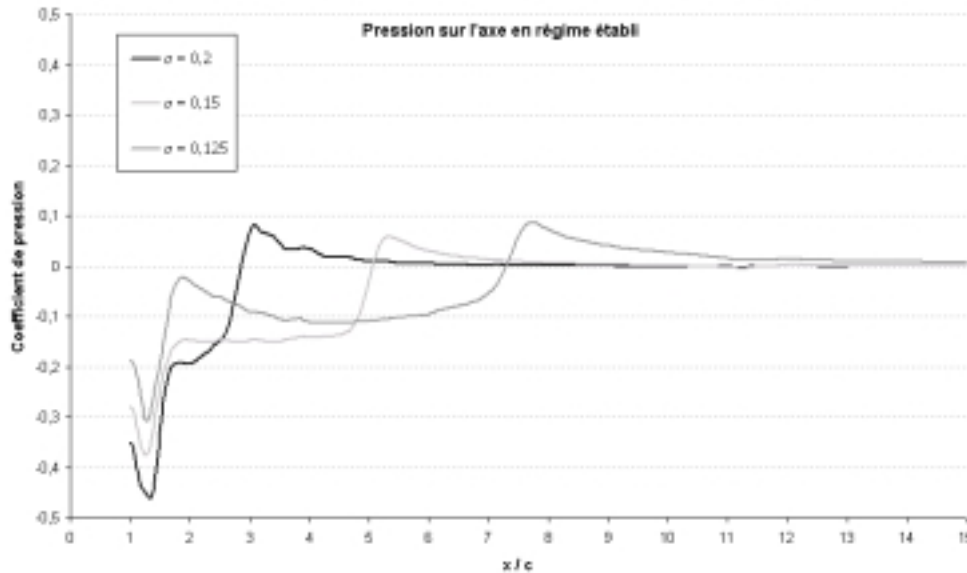


Figure 4 - Critère de détermination de la longueur –  $\sigma = 0,175$  – Maillage B  
 Tracés de pression et de taux de vide sur l'axe du profil en aval du culot.



## RESULTATS

La Figure 5 représente l'évolution du coefficient de pression sur l'axe du profil pour trois paramètres de cavitation étudiés avec le maillage B. Le graphe nous renseigne à la fois sur la pression dans la cavité et sur la longueur de la cavité grâce à la position de la zone de recompression. Ainsi, une diminution du paramètre de cavitation  $\sigma$  se traduit par une augmentation de l'abscisse de la fin de cavité.



**Figure 5 - Tracés de  $C_p$  sur l'axe du profil en aval du culot pour différentes valeurs de  $\sigma$  - Maillage B.**

Remarquons qu'un pic de dépression apparaît juste en aval du culot puisque la valeur du coefficient de pression descend bien en dessous de la valeur théorique égale à  $-\sigma$ . Dans un modèle à bulles, cette zone de dépression est indispensable à la croissance des germes de cavitation. En effet, d'après la relation (12), la vitesse de croissance des germes n'est positive que si la pression locale est inférieure à la pression de vapeur saturante. Dans le cas contraire, il y a résorption des bulles ( $\dot{R} < 0$ ). Dans notre cas, cette dépression semble surestimée, et d'après des informations récentes de Fluent, ce phénomène fera l'objet d'un traitement particulier dans la future version 6.1.

La Figure 6 représente les contours de taux de vide issus de nos simulations sous Fluent, pour un paramètre de cavitation  $\sigma$  fixé à 0,075. Les zones en rouge représentent les zones de vapeur tandis que celles marquées en bleu sont purement liquides. Le calcul démarre en régime non cavitant et le paramètre de cavitation est brusquement abaissé. Pour un nombre de cavitation fixé, on observe, d'une manière générale, un allongement régulier au cours du temps de la poche de cavitation. Puis, la poche diminue légèrement en taille et se fixe à une certaine longueur. L'écoulement devient alors quasi stationnaire, la longueur de la cavité ne varie plus.

Avec le critère de détermination de la longueur de cavité introduit précédemment [Figure 4], on trace dans le diagramme  $l/c$  ( $\sigma$ ) nos points de calculs sous Fluent avec les maillages B et C, ainsi que ceux obtenus par la méthode des singularités [Figure 7]. Pour comparaison, ont été aussi tracées les courbes expérimentales de J.M. Michel et la courbe du modèle analytique de Tulin.

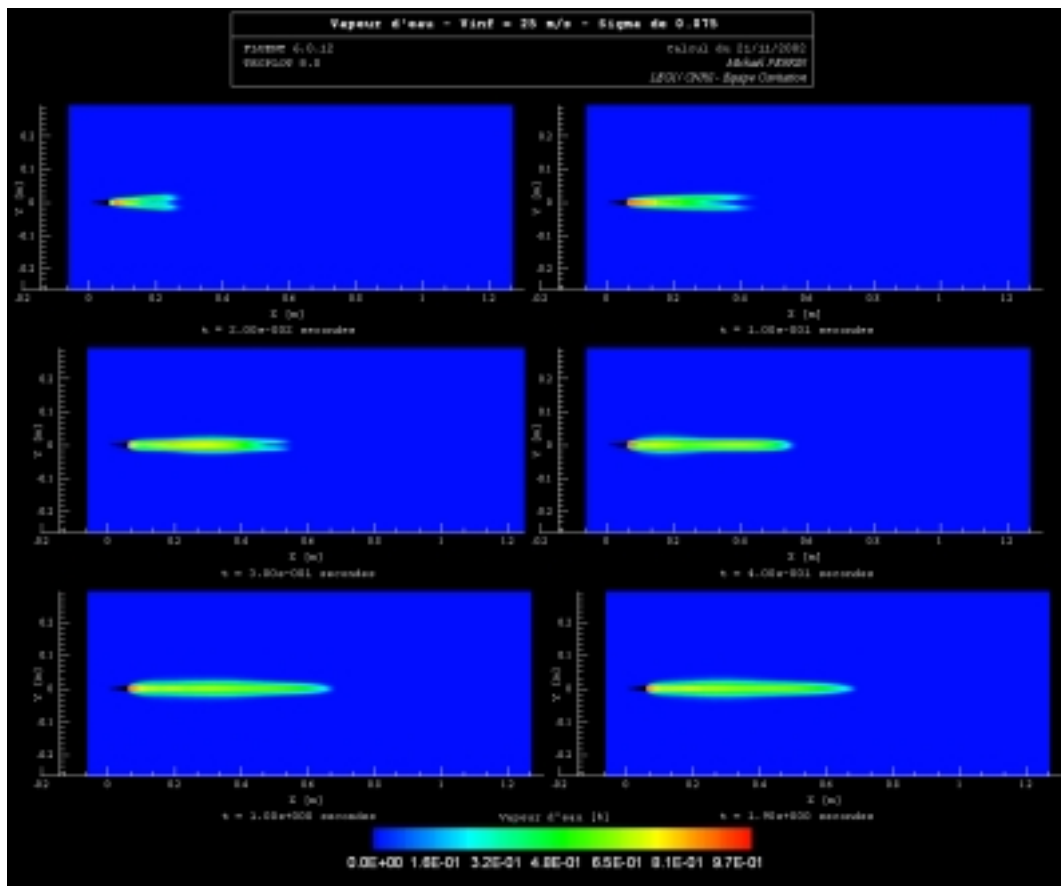


Figure 6 - Evolution du taux de vide ( $\sigma=0,075$ )

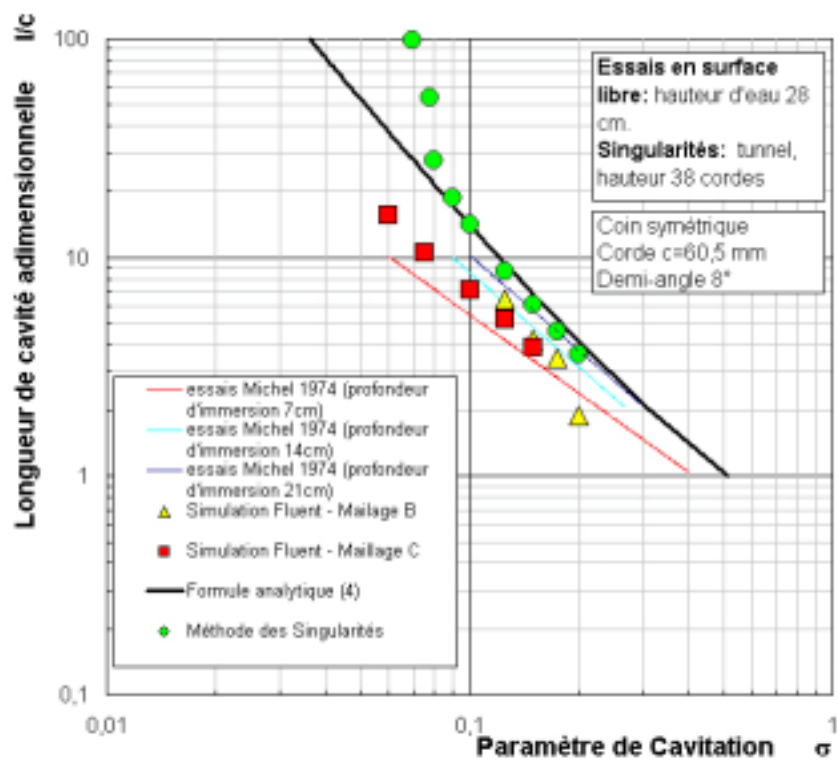


Figure 7 -  $l/c(\sigma)$  - Comparaison des différentes méthodes de calcul

Pour des valeurs du paramètre de cavitation relativement grandes ( $\sigma > 0,09$ ), les estimations de la longueur de cavité issues du calcul par singularités sont en très bon accord avec les estimations de la théorie linéarisée de Tulin en milieu infini.

Pour des valeurs plus petites du paramètre de cavitation, l'effet de blocage se fait sentir sur les résultats du calcul par singularités en canal, par opposition à la théorie de Tulin, et les deux courbes s'éloignent très sensiblement, comme on pouvait s'y attendre. La valeur du paramètre de cavitation de blocage estimée à partir du calcul par singularités et qui correspond à l'asymptote verticale de la courbe  $l/c$  ( $\sigma$ ) est également en bon accord avec la valeur 0,076 estimée à partir de la formule (15).

En ce qui concerne le calcul cavitant par le code Fluent et avec le maillage B dont les frontières supérieure et inférieure sont à 5,5 cordes seulement de l'obstacle, le calcul a pu être mené jusqu'à une valeur minimale du paramètre de cavitation de 0,125, valeur pour laquelle on observe cependant de fortes instabilités de la cavité. Contrairement au cas des autres calculs, à  $\sigma$  plus grand, la cavité ne se stabilise pas sur un régime stationnaire au bout d'un temps suffisamment long de simulation. Ces instabilités sont attribuées au phénomène de blocage. On observe d'ailleurs que cette valeur minimum 0,125 du paramètre de cavitation est proche de la valeur de blocage théorique 0,14 issue de la formule (15). Par ailleurs, on remarque un bon accord entre les résultats des deux calculs Fluent obtenus avec les deux maillages différents sur les deux points en  $\sigma$  pour lesquels les calculs ont pu être menés avec les deux maillages.

Comme on pouvait s'y attendre sur la base d'une analyse en terme de blocage, les calculs Fluent avec le maillage étendu C pour lequel les parois supérieure et inférieure se trouvent à 19 cordes du cavitateur, ont pu être réalisés pour des valeurs plus petites du paramètre de cavitation. Le calcul a pu être conduit jusqu'à une valeur minimale du paramètre de cavitation égale à 0,06, ordre de grandeur cohérent avec la valeur estimée 0,076 du paramètre de blocage. Les résultats obtenus avec cette valeur extrême de  $\sigma$  sont cependant quelque peu critiquables du fait d'une longueur du domaine de calcul insuffisante par rapport à la longueur de cavité qui fait craindre une influence de la condition de pression aval sur le développement de la cavitation. C'est également la raison la plus probable pour laquelle le comportement asymptotique attendu au voisinage des conditions de blocage, selon lequel la cavité devrait s'allonger indéfiniment, ne se manifeste pas aussi clairement pour les calculs Fluent que pour le calcul par singularités. D'un point de vue pratique, on note cependant que le calcul Fluent permet aisément de repérer les conditions de blocage à partir des instabilités que manifeste la cavité.

La comparaison du calcul Fluent au calcul par singularités montre que le calcul Fluent sous-estime légèrement la longueur de cavité et que cet effet semble d'autant plus sensible que la cavité est plus développée. Mais là encore, on peut craindre un effet parasite de la longueur limitée du domaine de calcul.

Dans le même ordre d'idée, on peut noter que le taux de vide dans la plus grande partie de la cavité se stabilise autour d'une valeur de l'ordre de 70 à 80% alors que l'on pourrait a priori s'attendre à des valeurs plus proches de 100% pour une cavitation aussi largement développée. De façon générale, on constate que les résultats du calcul sont en assez bon accord avec les résultats d'essais, bien que les différences de conditions aux limites entre le calcul, mené en veine fermée, et l'expérience, menée en veine à surface libre, rende délicates les comparaisons quantitatives.

## **CONCLUSION**

De façon générale, ces premières simulations des écoulements supercavitants naturels avec le code de calcul Fluent nous semblent satisfaisantes, dans la mesure où les ordres de grandeur des longueurs moyennes de cavité sont corrects.

Cependant, le travail réalisé ici ne peut pas être considéré comme une véritable validation de cet outil. Seuls des aspects stationnaires ont été abordés et parmi les diverses grandeurs d'intérêt, nous ne nous sommes intéressés qu'à un nombre limité d'entre elles et essentiellement à la longueur et à la pression de cavité.

Ces résultats nous incitent donc à envisager une validation plus avancée qui devrait s'intéresser à d'autres données moyennes telles que les coefficients d'effort, et principalement la traînée qui joue un rôle primordial sur le dimensionnement. Mais, nous nous intéresserons également aux aspects instationnaires du phénomène, particulièrement importants en phase de démarrage et pour les études de stabilité des engins hypervéloces.

## **REFERENCES**

Cohen H. & Di Prima R.C., 1958, "Wall effects in cavitating flows", Proceedings 2nd ONR Symposium on Naval Hydrodynamics

Kubota A., Kato H., Yamaguchi H., 1992, "A new modelling of cavitating flows: a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section", Journal of Fluid Mech., vol. 240, pp. 59-96.

Michel J.M., 1974, "Etude physique du sillage en écoulement plan", La Houille Blanche, N°3-1974, pp.27-43

Pellone C., 1981, "Application de la méthode des singularités au calcul des structures supercavitantes en théorie non linéaire", Thèse de l'USM et de l'INPG

Tulin M.P., 1953, "Steady two-dimensional cavity flows about slender bodies", David Taylor Model Basin Rept. 834