

9<sup>èmes</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

10 - 11 - 12 MARS 2003

POITIERS - FUTUROSCOPE

## **SIMULATION NUMERIQUE D'UN BASSIN A HOULE PAR LA RESOLUTION DIRECTE DES EQUATIONS DE NAVIER STOKES**

### ***DIRECT RESOLUTION OF NAVIER-STOKES EQUATIONS FOR TWO DIMENSIONAL NUMERICAL WAVE TANK***

**H. ISSA <sup>(1)</sup>, M. BA <sup>(1)</sup> et M. GUILBAUD <sup>(2)</sup>**

Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques (UMR CNRS 6609)

<sup>(1)</sup> ENSMA – 1, avenue du Clément Ader – BP 40109 - 86961 FUTUROSCOPE CEDEX

<sup>(2)</sup> CEAT, Université de Poitiers, 43 rue de l'Aérodrome – 86036 Poitiers CEDEX

### **Résumé**

Cet article présente une étude numérique permettant de simuler les écoulements bidimensionnels instationnaires de fluide visqueux et incompressible en présence de surface libre. Pour cela les équations de Navier Stokes instationnaires appliquées à un fluide incompressible sont discrétisées par différence finies. La pression dans tout le domaine est obtenue en résolvant une équation de Poisson portant sur des vitesses fictives ; cette équation est résolue par la méthode de volumes finis. La surface libre est résolue par une méthode de capture (méthode « MAC »).

L'objectif de cette étude est de simuler un canal à houle numérique bidimensionnel en fluide visqueux et de calculer les efforts exercés par cette houle sur un corps fixe. La génération des ondes est assurée numériquement en imposant aux points de la paroi latérale gauche du canal des vitesses et des déplacements correspondant à un batteur de type piston. L'absorption des ondes incidentes sera assurée à l'autre extrémité du canal par une zone où le maillage est étiré afin de faciliter l'amortissement numérique.

### **Summary**

This paper deals with a numerical method based on the simulation of unsteady and laminar two dimensional free-surface incompressible flows. Navier-Stokes equations are discretised by finite differences. The pressure is obtained by solving a Laplace equation dealing with a provisional velocity field. The Laplace equation is solved by a finite volume method. An interface capturing method, a "MAC" method, is used to evaluate the free-surface elevation.

The aim of such development is to study numerically the interaction between regular water waves and a obstacle. The incident regular waves are generated in the left end of the tank by a numerical wave making surface. Numerical damping method with stretched mesh is used for wave absorption at the outlet boundary.

## I/ INTRODUCTION

En général, l'interaction entre la houle et un obstacle est un problème difficile car non linéaire et purement instationnaire. Et lorsque l'on considère une méthode numérique pour résoudre les écoulements de liquides à surface libre, la principale difficulté consiste à créer un schéma numérique suffisamment précis pour suivre l'évolution de la surface libre au cours du temps.

Dans le cas d'un écoulement de fluide parfait, pour modéliser le caractère non linéaire de la surface libre ou l'interaction entre la surface libre et un corps, plusieurs auteurs ont utilisé la méthode des éléments de frontière appelée méthode des singularités. On peut citer Longuet-Higgins and Cokelet [1] et Clément [2] pour les problèmes bidimensionnels et Beck [3], Dommermuth and Yue [4] puis Ba et al. [5] pour les problèmes tridimensionnels. D'autres ont utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre ce genre de problème, Wu and Eatock-Taylor [6]. Ces méthodes ont donné des résultats très utiles mais sont très limitées quand il s'agit d'interaction forte entre la houle et le corps comme c'est le cas quand la hauteur de l'obstacle est très proche de la profondeur de l'eau. Dans ces conditions, il y a une génération de tourbillons autour de l'obstacle et la prise en compte de la viscosité de l'eau devient indispensable.

Pour résoudre le problème d'écoulement de fluide visqueux incompressible en présence d'interface qui se déforme, un grand nombre de méthodes ont été envisagées, chacune présentant ses forces et ses faiblesses. Ces différentes techniques peuvent être classées en deux catégories : les méthodes lagrangiennes et les méthodes eulériennes. On peut citer Hirt et al. [7] puis Gentaz et al. [8] utilisant les méthodes Lagrangiennes imposant un système de maillage mobile qui suit la forme de la surface libre.

Pour les méthodes utilisant une description Eulérienne du problème avec un maillage fixe on peut citer Harlow and Welch [9] pour une méthode appelée «Marker and Cell», Hirt and Nichols [10] et plus récemment Didier et Alessandrini [11] pour une méthode basée sur la technique de «Volume of Fluid» (VOF). L'avantage des méthodes MAC ou VOF est leur capacité à traiter des formes de surface libre compliquées comme les déferlements, contrairement aux méthodes nécessitant un remaillage du domaine de calcul.

Le modèle utilisé dans ce papier repose sur la technique de capture d'interfaces (méthode MAC, Tome and Mc Kee [12]).

## II/ Position du problème

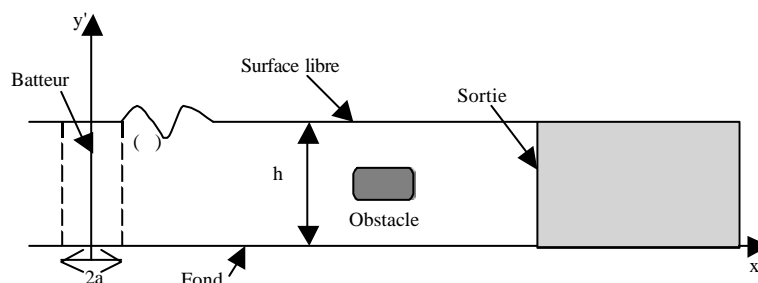


Figure 1 : Description du bassin étudié

Notre étude porte sur le développement de la houle dans un bassin numérique (voir figure 1) soumis à un mouvement sinusoïdal d'une de ses parois nommée piston ou batteur, qui entraîne la création des vagues.

Le mouvement sinusoïdal est donné par une loi de la forme suivante :  $x = a \cdot \cos(\hat{u} \cdot t)$  où  $x$  est la position à l'instant  $t$  du batteur,  $a$  est l'amplitude du piston et  $\hat{u}$  est la pulsation de celui-ci. La vitesse du batteur, qui sera utile pour adimensionner les équations et pour imposer les conditions aux limites, est ainsi :

$$u'_{bat} = -\bar{u} \cdot \sin(\hat{u} t) \text{ avec } \bar{u} = a \cdot \hat{u}$$

où  $\bar{u}$  est la vitesse maximale du batteur et  $u'_{bat}$  est la vitesse dimensionnelle du batteur à l'instant considéré.

### III/ EQUATIONS DE BASE

#### Les équations adimensionnelles

Les équations de base pour résoudre le problème bidimensionnel de l'écoulement instationnaire d'un fluide visqueux sont les équations de Navier-Stokes complétées par l'équation de continuité.

Les variables adimensionnées que nous utilisons sont obtenues en divisant :

- les variables d'espace par la hauteur du bassin  $h$  :  $x = x'/h$  ;  $y = y'/h$
- les vitesses par la vitesse maximale du batteur  $\hat{u}$  :  $u = u'/\bar{u}$  et  $v = v'/\bar{u}$
- les variables de temps par  $\hat{u} / h$  :  $t = t' \bar{u} / h$
- les pressions par  $\hat{u} \cdot \hat{u}^2$  :  $\bar{p} = p' / \hat{u}^2$

Les équations adimensionnelles s'écrivent alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial uv}{\partial x} - \frac{\partial v^2}{\partial y} - \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

où le nombre de Reynolds et le nombre de Froude sont définis comme suit :

$$\text{Re} = \frac{h \cdot \bar{u}}{\nu} \quad \text{et} \quad \text{Fr} = \frac{\bar{u}}{\sqrt{g \cdot h}}$$

La pression  $p = \bar{p} + \frac{1}{\text{Fr}^2} (y - 1)$  inclue à la fois la pression statique et le terme de gravité.

## Les conditions aux limites

Les conditions aux limites à satisfaire pour résoudre le problème précédent sont : 1) la condition d'adhérence sur les parois solides, 2) la condition en entrée imposée par le mouvement du batteur, 3) une condition en sortie permettant d'éviter la réflexion des vagues et enfin 4) les conditions au niveau de la surface libre.

Ces dernières sont appelées « condition cinématique » et « condition dynamique ». La première traduit le fait que les particules suivent le mouvement de la surface libre ; la seconde, quant à elle, permet d'imposer un vecteur contrainte nul au niveau de la surface libre, c'est à dire que les contraintes de part et d'autre de la surface se compensent.

La condition cinématique peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{Dx}{Dt} = u \quad ; \quad \frac{Dy}{Dt} = v \quad (4)$$

où (u,v) représente le vecteur vitesse de la particule considérée sur la surface libre et (x,y) ses coordonnées.

En ce qui concerne la condition dynamique, qui va nous permettre de déterminer les conditions aux limites en terme de vitesses et de pression, nous trouvons plusieurs formulations ; nous utiliserons ici les relations présentées dans l'article de Huang et al. [13] :

$$p = \frac{h}{(Fr)^2} + \frac{2}{Re} \cdot \frac{\left( \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + 1 \right)^2}{1 - \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{4 \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x}}{\left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^2 - 1} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

où  $\zeta$  représente la hauteur de surface libre par rapport à celle au repos.

## IV/ METHODE DE RESOLUTION

Tout d'abord, si on discrétise le terme instationnaire des équations de quantité de mouvement, on pourra écrire les équations obtenues, sous forme vectorielle, de la manière suivante (voir Ananthakrishnan [18]) :

$$\vec{u}_{n+1} = \vec{u}_n - \ddot{A}t \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial \vec{x}} \right)_{n+1} + \ddot{A}t \cdot (\vec{D} - \vec{C}) \quad (7)$$

où  $\ddot{A}t$  est le pas de temps utilisé, n et n+1 indiquent les instants considérés,  $\vec{x} = (x,y)$  est le vecteur position,  $\vec{u}_n = (u_n, v_n)$  est le vecteur vitesse,  $\vec{D} = (D_x, D_y)$  représente les termes de diffusion :

$$D_x = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{n+1} \quad ; \quad D_y = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)_{n+1}$$

et  $\vec{C} = (C_x, C_y)$  représente les termes de convection :

$$C_x = \left( \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} \right)_{n+1} ; \quad C_y = \left( \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} \right)_{n+1}$$

On écrit ensuite l'équation (7) sous la forme suivante :

$$\vec{u}_{n+1} + \ddot{A}t \left( \frac{\partial p}{\partial \vec{x}} \right)_{n+1} = \vec{u}_n + \ddot{A}t (\vec{D} - \vec{C}) \quad (8)$$

Nous faisons alors apparaître un champ de vitesses fictif  $\vec{u}_* = (u_*, v_*)$  nous permettant de transformer chacun des membres de l'équation (8) de la manière suivante :

$$\vec{u}_* = \vec{u}_n + \ddot{A}t (\vec{D} - \vec{C}) \quad (9)$$

$$\vec{u}_{n+1} = \vec{u}_* - \ddot{A}t \left( \frac{\partial p}{\partial \vec{x}} \right)_{n+1} \quad (10)$$

A l'aide de ces deux équations, nous pourrions déterminer le champ de vitesses réel en fonction du champ de pression une fois le champ de vitesses fictif connu. Pour cela, nous disposons de l'équation de continuité que nous n'avons toujours pas utilisée.

En prenant la divergence de l'équation (10), nous obtenons :

$$\nabla \vec{u}_* = \nabla \vec{u}_{n+1} + \ddot{A}t \nabla^2 p_{n+1} \quad (11)$$

Or d'après l'équation de continuité, on a :

$$\nabla \vec{u}_{n+1} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{n+1} = 0 \quad (12)$$

Finalement, on a l'équation de Poisson suivante qui permet d'exprimer le champ de pressions en fonction du champ de vitesses fictif :

$$\nabla^2 p_{n+1} = \frac{1}{\ddot{A}t} \nabla \vec{u}_* .$$

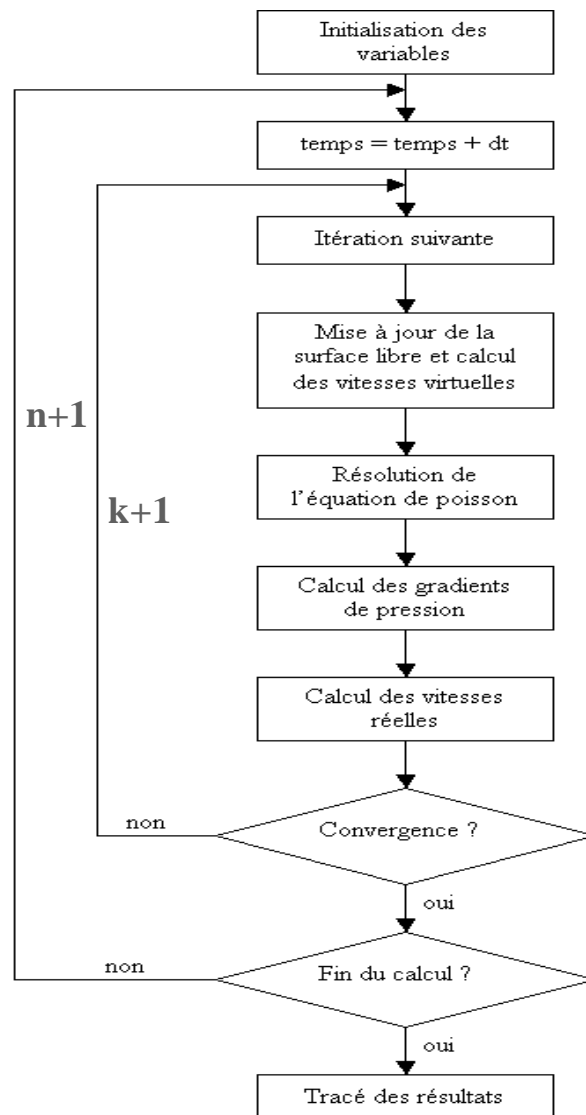
En résumé, les équations qu'il va falloir discrétiser sont les suivantes (elles sont écrites dans l'ordre de leur apparition au cours d'une itération (k) sur le champ de vitesse fictif) :

$$\vec{u}_* = \vec{u}_n + \ddot{A}t (\vec{D} - \vec{C}) \quad (9)$$

$$\nabla^2 p_{n+1} = \frac{1}{\ddot{A}t} \nabla \vec{u}_* \quad (13)$$

$$\vec{u}_{n+1} = \vec{u}_* - \ddot{A}t \left( \frac{\partial p}{\partial \vec{x}} \right)_{n+1} \quad (10)$$

Le déroulement d'une itération (k+1) comporte finalement trois grandes étapes (voir organigramme suivant) :



- De l'équation (9), nous allons déterminer le champ de vitesses fictif ; en effet, le champ de vitesses à l'instant (n) est supposé parfaitement connu, et les termes  $\bar{D}$  et  $\bar{C}$  sont également connus à partir des vitesses réelles calculées à l'itération (k).
- La deuxième étape est la résolution de l'équation de Poisson ; en effet, nous venons de déterminer le champ de vitesses fictif et nous pouvons ainsi résoudre le système (13) en utilisant les conditions limites sur la pression aux parois ou surface libre.
- Pour finir, il reste à calculer le champ de vitesses réel à l'instant (n+1) à partir de l'équation (10).

Les vitesses réelles obtenues sont comparées à celles de l'itération précédente jusqu'à convergence avant de passer au pas de temps suivant.

## V/ MAILLAGE ET DISCRETISATION DES EQUATIONS

### Maillage du domaine de calcul

Le maillage du domaine de calcul est un maillage cartésien 2D structuré par blocs (Figure 2), ce qui permet une introduction facile d'un corps immergé, au fond ou perçant la surface libre. Les équations de Navier-Stokes sont ensuite discrétisées sur cette grille et résolues pour les inconnues (vitesses, pressions et hauteurs de surface libre) en prenant en compte les conditions initiales et conditions aux limites adéquates.

Les équations dérivées du bilan de quantité de mouvement (9) et (10) sont discrétisés aux nœuds du maillage par une méthode de différences finies du second ordre.

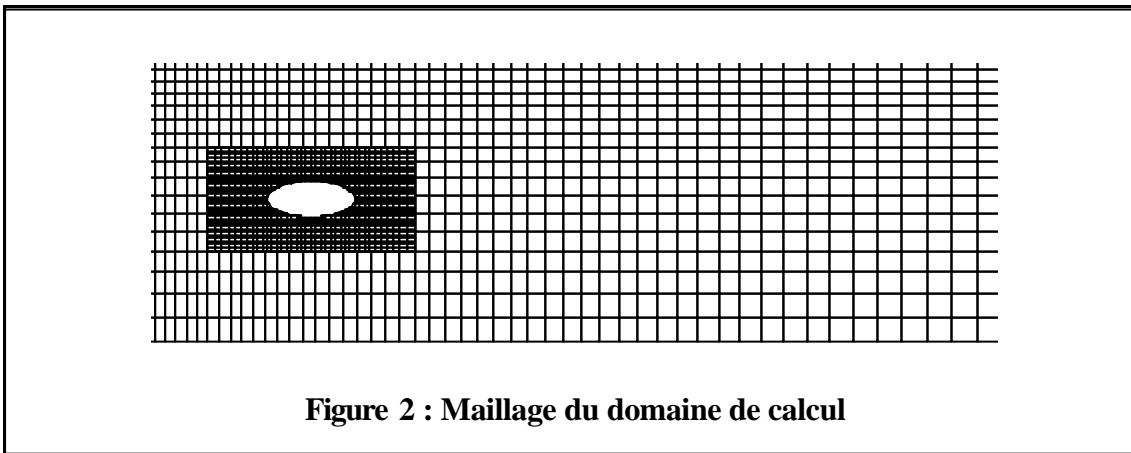


Figure 2 : Maillage du domaine de calcul

### Résolution de l'équation de Poisson par la méthode des volumes finis

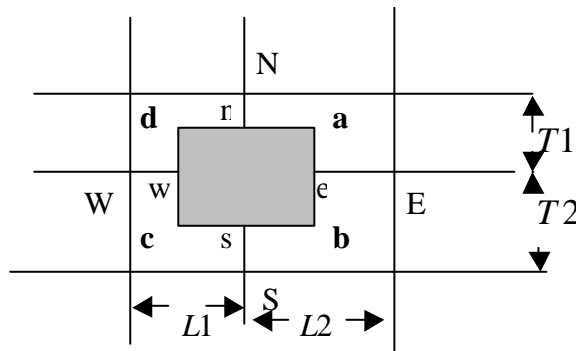


Figure 3 : Nœuds intérieurs

Pour résoudre l'équation de Poisson (13) on utilise une méthode de volumes finis en intégrant l'équation sur une maille entourant un point de calcul P (Figure 3). Nous avons :

$$\int_{maille} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) . dx dy = \int_{ab} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_e dy - \int_{cd} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_w dy + \int_{da} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_n dx - \int_{bc} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_s dx \quad (14)$$

$$= \iint_{maille} \Delta u^* . dx dy$$

ce qui donne :

$$\frac{p_E - p_P}{L2} \cdot \left( \frac{T1+T2}{2} \right) - \frac{p_P - p_W}{L1} \cdot \left( \frac{T1+T2}{2} \right) + \frac{p_N - p_P}{T1} \cdot \left( \frac{L1+L2}{2} \right) - \frac{p_P - p_S}{T2} \cdot \left( \frac{L1+L2}{2} \right) = \Delta u^* \cdot \frac{(L1+L2) \cdot (T1+T2)}{4}$$

Posons maintenant :

$$b_p = (T1+T2) \cdot T1 \cdot T2 \cdot L2 ; d_p = (T1+T2) \cdot T1 \cdot T2 \cdot L1 ; e_p = (L1+L2) \cdot T2 \cdot L1 \cdot L2 ;$$

$$a_p = (L1+L2) \cdot T1 \cdot L1 \cdot L2 ; c_p = - \left( \frac{(T1+T2) \cdot T1 \cdot T2 \cdot L1 + (T1+T2) \cdot T1 \cdot T2 \cdot L2 + ((L1+L2) \cdot T1 \cdot L1 \cdot L2 + (L1+L2) \cdot T2 \cdot L1 \cdot L2)}{2} \right) \text{ et}$$

$$f_p = \frac{\Delta u^*}{2} \cdot (L1+L2) \cdot (T1+T2) \cdot T1 \cdot T2 \cdot L1 \cdot L2 .$$

L'équation (14) satisfaite au point P peut alors se mettre sous la forme classique :

$$a_p p_s + b_p p_w + c_p p_p + d_p p_E + e_p p_N = f_p \quad (15)$$

Cette équation (15) écrite à tous les points du maillage permet d'obtenir un système dont la matrice est constituée de 5 bandes diagonales qui est inversé par une méthode itérative et qui fournit le champ de pression. Pour les points voisins des frontières les conditions aux limites de type Neumann sur la pression sont directement introduites dans l'équation (14).

## Le traitement de la surface libre

On considère ici que le cas d'un nœud entouré par la surface libre comme indiqué sur la figure 4 (les autres cas au nombre de 18 sont traités de manière identique) :

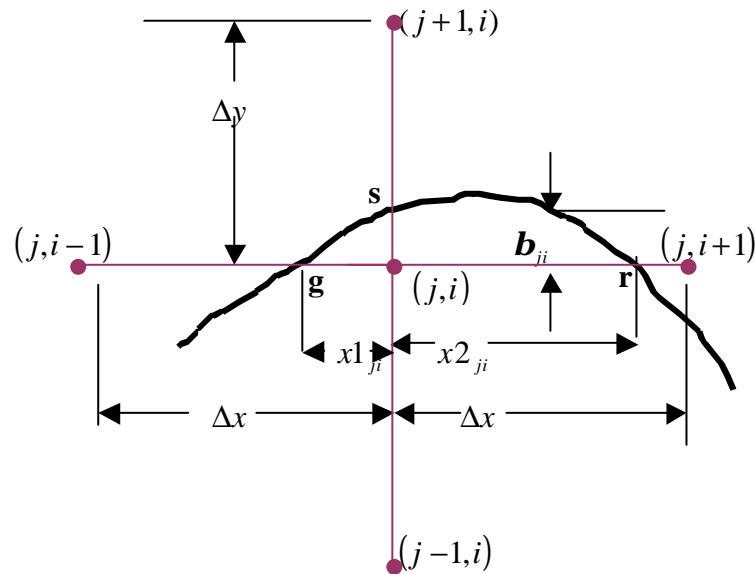


Figure 4 : Une configuration de point voisin de la surface libre



On prend la **condition dynamique tangentielle** (Equation 6) aux points  $g, r$  et  $s$  :

$$\text{- en } s, r \text{ ou } g : \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} + \mathbf{a}_{s,r,g} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{avec} \quad \mathbf{a} = 4 \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} / \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right)^2 - 1 \right].$$

De l'équation de continuité aux points  $g, r$  et  $s$  on a :

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \right)_s ; \left( \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \right)_g ; \left( \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \right)_r$$

On discrétise les 6 équations précédentes de la manière suivante (pour un maillage équidistant) :

$$\begin{aligned} \frac{u_{j+1,i} - u_{j,i}}{\Delta y} &= -\frac{v_{j,i+1} - v_{j,i-1}}{2\Delta x} + \mathbf{a}_s \cdot \frac{v_{j+1,i} - v_{j,i}}{\Delta y} ; \\ \frac{u_{j+1,i} - u_{j-1,i}}{2\Delta y} &= -\frac{v_{j,i} - v_{j,i-1}}{\Delta x} + \mathbf{a}_g \cdot \frac{v_{j+1,i} - v_{j-1,i}}{2\Delta y} ; \\ \frac{u_{j+1,i} - u_{j-1,i}}{2\Delta y} &= -\frac{v_{j,i+1} - v_{j,i}}{\Delta x} + \mathbf{a}_r \cdot \frac{v_{j+1,i} - v_{j-1,i}}{2\Delta y} ; \\ \frac{u_{j,i+1} - u_{j,i-1}}{2\Delta x} &= -\frac{v_{j+1,i} - v_{j,i}}{\Delta y} ; \quad \frac{u_{j,i} - u_{j,i-1}}{\Delta x} = -\frac{v_{j+1,i} - v_{j-1,i}}{2\Delta y} ; \quad \frac{u_{j,i+1} - u_{j,i}}{\Delta x} = -\frac{v_{j+1,i} - v_{j-1,i}}{2\Delta y} . \end{aligned}$$

On obtient ainsi six équations pour six inconnues ( $u_{j+1,i} ; v_{j+1,i} ; u_{j,i-1} ; v_{j,i-1} ; u_{j,i+1} ; v_{j,i+1}$ ) qui permettent de calculer les composantes de la vitesse au point  $s$  considéré sur la surface libre.

La pression en ce point est donnée par la **condition dynamique normale** (Equation 5) :

$$p_s = \frac{\mathbf{h}_s}{Fr^2} + \frac{2}{Re} \frac{\left( \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right)_s^2 + 1 \right)^2}{1 - \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right)_s^2} \cdot \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y}$$

Connaissant les vitesses des marqueurs sur la surface libre, la **condition cinématique** va nous permettre de modifier la forme de la surface libre et de déterminer son évolution au cours du temps en utilisant les relations relations (4) discrétisées :

$$\begin{aligned} x_s^{n+1} &= x_s^n + \ddot{A}t \cdot u_s^{n+1} \\ y_s^{n+1} &= y_s^n + \ddot{A}t \cdot v_s^{n+1} \end{aligned}$$

où l'indice «  $s$  » indique qu'il s'agit ici des particules qui se trouvent sur la surface libre,  $n$  et  $n+1$  représentent respectivement le pas de temps actuel et le suivant.

Une fois que tous les marqueurs sur la surface libre sont déplacés, on utilise  $N$  polynômes de degré 3 pour lisser la surface libre. On impose l'égalité des polynômes, de leurs dérivées première et secondes au niveau des raccords. Ces dernières conditions permettent de calculer les coefficients de tous les polynômes. Nous déterminons ensuite l'intersection de ces polynômes avec les  $N$  colonnes du maillage fixe pour calculer les nouvelles positions  $g, s$  et  $r$ .

## VI/ RESULTATS ET VALIDATIONS

### La cavité

Pour s'affranchir des problèmes liés aux conditions aux limites sur la surface libre et sur le batteur et valider le reste du code de calcul, nous avons commencé par calculer l'entraînement d'air dans une cavité carrée de côté unitaire pour plusieurs nombres de Reynolds. On voit sur la figure 5 l'allure des lignes de courant pour 2 nombres de Reynolds (1000 et 5000). Le maillage utilisé est de  $61 \times 61$  pour  $Re=1000$  et de  $81 \times 81$  pour  $Re=5000$ . Les temps de calcul sur un Pentium IV 1.5 Ghz sont de 2h et 10h. Nos résultats sont en très bon accord avec ceux de [14], [15] et [16] comme on le verra au paragraphe suivant.

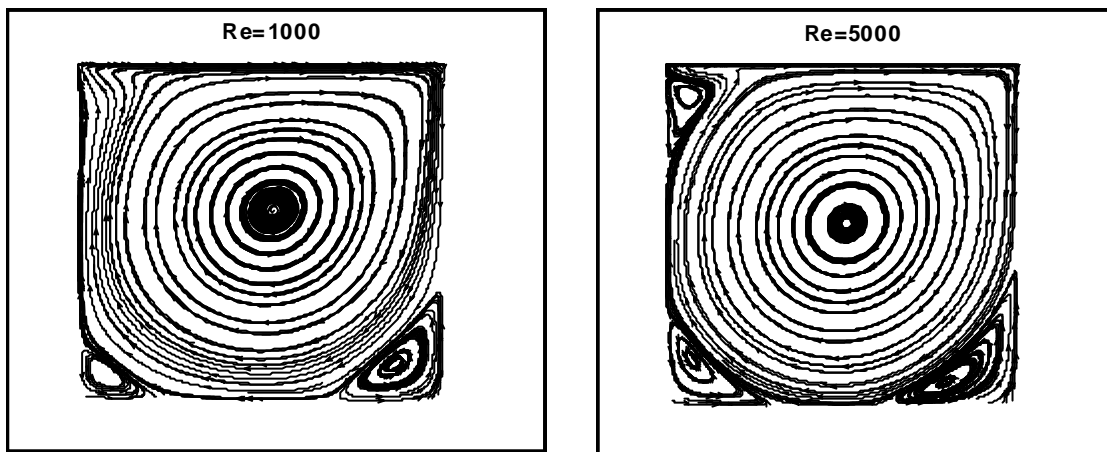


Figure 5 : Lignes de courant dans la cavité

Pour faire une comparaison quantitative des résultats obtenus, nous avons comparé le champ de vitesses longitudinales sur un axe vertical et le champ de vitesses verticales sur un axe horizontal à ceux obtenus par d'autres méthodes numériques (figure 6). On constate que nos résultats sont en parfait accord avec ceux de Rek and Skerget (BEM) [14], [15], ceux de Ghia and Shin (Vorticité et Fonction de courant) [16] et ceux fournis par un BENCHMARK. Ceci valide la partie du code concernant le calcul du champ de vitesses, du champ de pression et l'implémentation des conditions aux limites d'adhérence.

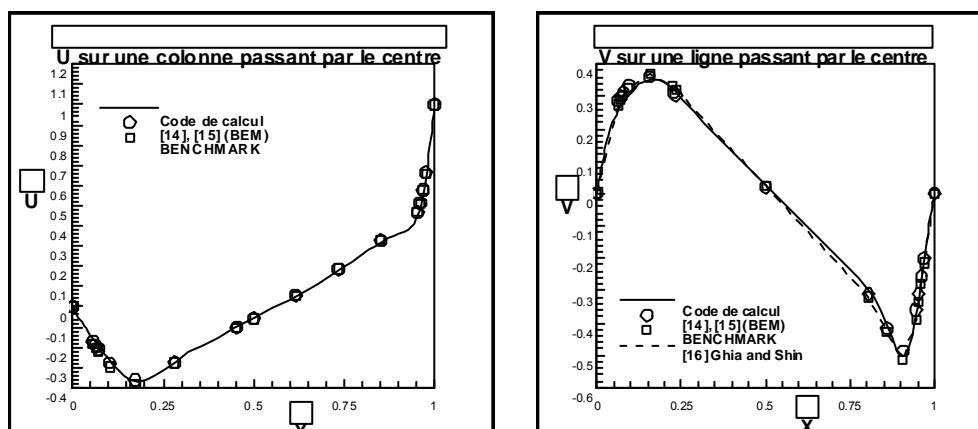


Figure 6 : Profils de vitesse à  $Re=1000$

## « Sloshing » dans un réservoir

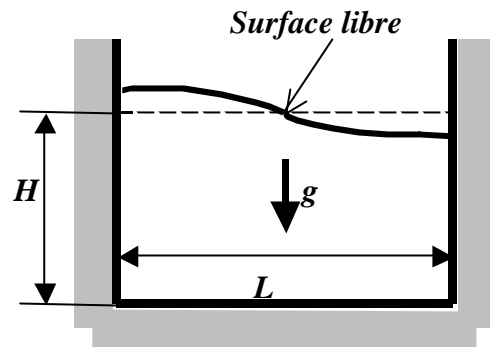


Figure 7 : Géométrie et conditions aux limites pour le problème de « SLOSHING »

Le problème des oscillations libres de faibles amplitudes d'un liquide dans une cuve sous l'influence de la gravité (transfert entre l'énergie potentiel et l'énergie cinétique) est considéré dans cette partie. La configuration géométrique est présentée sur la figure 7. La position initiale de la surface libre est un sinusoi de d'amplitude 1% par rapport à la hauteur de l'eau au repos. Le maillage initial du domaine de calcul est de 35\*35 avec un resserrement au niveau de la surface libre. Le temps de calcul est de 20h sur la machine de l'exemple précédent. La figure 8 montre la hauteur de la surface libre au niveau des 2 parois latérales de la cuve en fonction du temps. On constate que si le fluide est parfait (figure de gauche), l'amplitude est inchangée après plusieurs périodes d'oscillation. Quand la viscosité est introduite (figure de droite), l'amplitude des oscillations diminue avec le temps. La théorie linéaire qui donne des bons résultats pour des faibles amplitudes prévoit une période  $T=3.55s$  (Ferziger et Peric [17]). On obtient ici une période de  $T=3.55s$  pour le cas du fluide parfait et  $T=3.8s$  ( $T=3.65s$  pour [17]) pour le fluide visqueux.

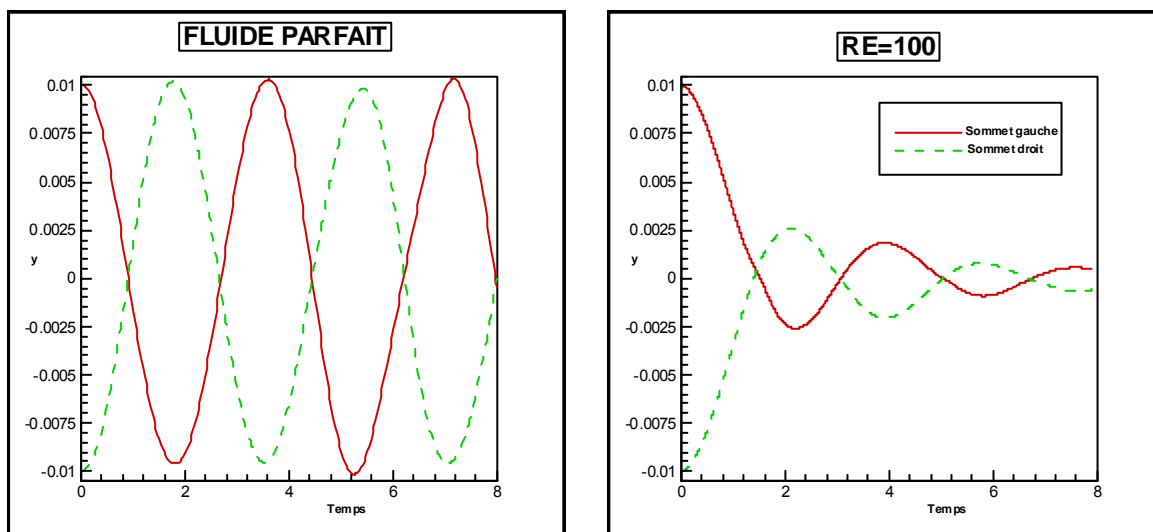


Figure 8 : Elévations de surface libre à l'extrémité gauche et droite en fonction du temps pour un fluide parfait et un fluide visqueux oscillant dans un réservoir

## Le bassin numérique

Pour valider les conditions aux limites au niveau du batteur et de la surface libre, nous avons calculé la déformée de surface libre générée par un batteur ayant un mouvement sinusoidal d'amplitude 0.02m et de pulsation  $5s^{-1}$  dans un canal de 5m de long et de 1m de profondeur. Nous avons effectué un étirement du maillage sur 6m pour éviter les réflexions en sortie. Nos résultats ( $Re=10^5$ ) sont comparés à une solution analytique obtenue en fluide parfait sur la figure 9. Là aussi on constate un très bon accord entre nos résultats et la solution analytique, ce qui valide l'implémentation des deux conditions aux limites citées précédemment (batteur et surface libre).

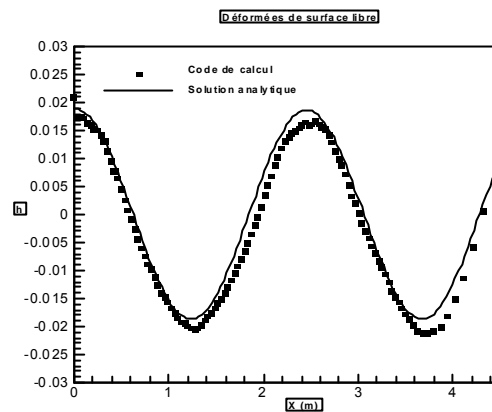


Figure 9 : Déformée de surface libre

Sur la figure 10 nous avons représenté le champ de vitesses longitudinales et les lignes de courant dans le même canal à houles pour 10s de calcul.

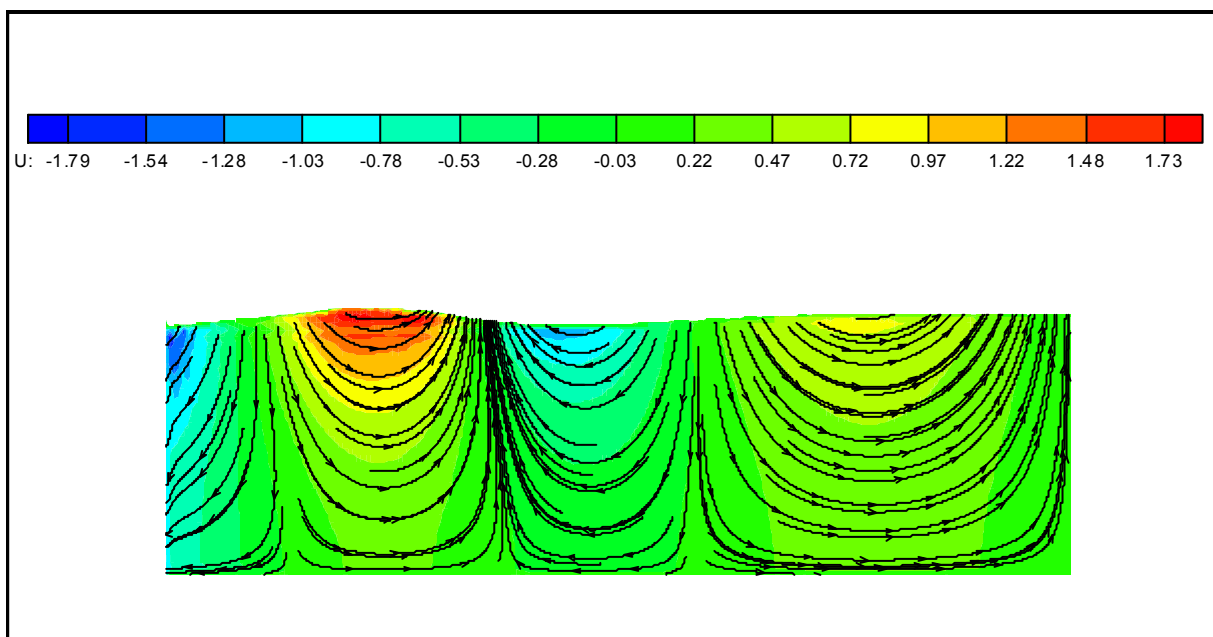


Figure 10 : Champ de vitesses longitudinales et lignes de courant dans le canal

## **Conclusion**

Nous avons présenté dans cet article les premiers résultats obtenus avec une méthode numérique permettant de simuler les écoulements bidimensionnels instationnaires de fluide visqueux et incompressible en présence de surface libre. Les équations de Navier Stokes instationnaires appliquées à ce fluide sont discrétisées par différence finies. La pression dans tout le domaine est obtenue en résolvant une équation de Poisson portant sur des vitesses fictives ; cette équation est résolue par la méthode de volumes finis. La surface libre est résolue par une méthode de capture (méthode « MAC »).

Aux vues des premiers résultats, nous pouvons dire que nous avons validé le noyau du code et les conditions aux limites au niveau des parois en se référant aux résultats quantitatifs (pour différents nombres de Reynolds) obtenus sur l'exemple d'entraînement d'air dans la cavité.

Les conditions aux limites sur la surface libre sont validées aux vues des résultats qualitatifs et quantitatifs obtenus pour le problème des oscillations libres de faibles amplitudes d'un liquide dans une cuve sous l'influence de la gravité.

Concernant la combinaison du batteur en entrée et d'un amortissement des vagues en sortie, les premiers résultats sont prometteurs. Il faudra prouver l'efficacité du système d'amortissement en sortie et faire des comparaisons avec des tests expérimentaux pour une houle établie.

Le code de calcul est entrain d'être amélioré dans ce sens et pour l'introduction d'obstacles immergés ou perçant la surface libre.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Longuet-Higgins and Cokelet (1976), " The deformation of steep surface waves on water", *Numerical method of computation, Proc. R. Soc. London*, A350, 1-26.
- [2] Clément (1996), " Coupling of two absorbing boundary conditions for 2D time domain simulation of free-surface gravity waves", *J. of Comp. Physics*, 126, 139-151.
- [3] Beck (1994), " Time domain computations for floating bodies", *J. of Applied Ocean Research*, 16, 267-282.
- [4] Dommermuth. and Yue (1987), " Numerical simulation of nonlinear axisymmetric flow with a free surface", *J. of Fluid Mechanics*, 178, 195-219.
- [5] Ba, Rebeyrotte and Albayaty (1998), " Numerical simulation of transient nonlinear free surface flow", *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Ing. Conf.*, Montréal, 307-312.
- [6] Wu and Eatock-Taylor (1994), " Finite element analysis of two dimensional nonlinear transient water waves", *J. of Applied Ocean Research*, 16, 363-372.
- [7] Hirt and Nichols (1974), " An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds ", *Journal of Computational Physics*, 14, 227-253.
- [8] Gentaz, Maury, Alessandrini and Delhommeau (1998), " Numerical simulation of two dimensional wave tank in viscous fluid", *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Ing. Conf.*, Montréal, 256-262.

- [9] Harlow and Welch (1965), "Numerical calculation of time-dependant viscous incompressible flow of fluid with free surface ". *Phys. Fluids* 8 (12), 2182-2189.
- [10] Hirt and Nichols (1981), "Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries ", *Journal of Computational Physics*, 39, 201-225.
- [11] Didier et Alessandrini (2001), " Simulation d'écoulements visqueux à surface libre pour des géométries complexes à l'aide de maillage déstructuré ", *8èmes Journ. de l'Hydro.*, Nantes, 3-16.
- [12] Tome and Mc Kee (1994), "GENSMAC : A computational Marker And Cell method for free surface flows in general domains ", *Journal of Computational Physics*, 110, 171-186.
- [13] Huang and Dong (1998), " Numerical simulation of nonlinear water waves propagating", *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Ing. Conf.*, Montréal, 313-319.
- [14] Rek and Skerget (1994), "Boundary element method for steady 2D high-Reynolds-number flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 19, 343-361.
- [15] Rek and Skerget (1995), "Boundary-domain integral method using a velocity-vorticity formulation ", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 15, 359-370.
- [16] Ghia and Shin (1982), "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier Stokes Equations and a multigrid method ", *Journal of Computational Physics*, 48, 387-411.
- [17] Ferziger and Peric (1999), " Computational methods for fluid dynamics", Second Edition, Springer, Berlin.
- [18] Ananthakrishnan (1998), " Nonlinear diffraction of waves over a submerged body in a real fluid", *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Ing. Conf.*, Montréal, 288-293.