

8^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

MODELISATION NUMERIQUE TRIDIMENSIONNELLE DE L'IMPACT HYDRODYNAMIQUE

THREE-DIMENSIONAL MODELLING OF THE HYDRODYNAMIC IMPACT PROBLEM

B. DONGUY*, E. FONTAINE**, B. PESEUX*, Y-M. SCOLAN***, L. GORNET*

* Division Mécanique des Structures, Laboratoire Mécanique et Matériaux,
Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 NANTES Cedex 3

** Principia R&D,
Zone Portuaire de Brégaillon, 83507, La Seyne sur Mer.

*** Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Marseille,
Technopole Château Gombert, 13451, Marseille.

Résumé

Une approche numérique est proposée pour résoudre le problème de l'impact hydrodynamique tridimensionnel dans une configuration géométrique « plate ». La méthode des éléments finis est mise en œuvre pour obtenir la solution asymptotique du problème extérieur au premier ordre. Les résultats numériques sont validés par des comparaisons à des solutions analytiques bidimensionnelle (dièdre), axisymétrique (cône) et tridimensionnelle (paraboloïde elliptique) . Un exemple de résolution du problème inverse est présenté et des éléments de réflexion sont finalement donnés quant aux possibles techniques de raccord à utiliser pour obtenir une solution composite pour la pression.

Summary

A numerical method is proposed to solve the three-dimensional blunt body hydrodynamic impact problem. The Finite Element Method is used to obtain the first order outer solution of the problem. Numerical results are validated through comparisons with analytical solutions in the two-dimensional case of a wedge, the axi-symmetric case of a cone and the three-dimensional configuration of an elliptic shaped body. In this last configuration, an example of inverse resolution of the problem is proposed together with a discussion on the matching technique to be use for the pressure composite solution.

I-INTRODUCTION

Dans des conditions de mer sévères, la carène d'un navire s'anime de mouvements de grandes amplitudes conduisant à des situations d'émergence de ses extrémités. Lors de l'impact qui s'en suit, les pressions dynamiques qui s'exercent sur la carène peuvent être suffisamment importantes pour générer des déformations plastiques. Dans des cas extrêmes, l'intégrité de certains éléments de la structure du navire (charnière de porte avant, bulbe d'étrave, propulseur) est mise en péril. Au niveau de la fatigue, les chocs répétés induisent des contraintes additionnelles importantes, pouvant conduire à une ruine prématurée de la structure. Ainsi, on comprend que les flexions locales de bordés et de fond soient incluses parmi les critères de dimensionnement de la carène. Sur le plan pratique, au delà d'un nombre maximum d'impacts sévères par heure, la vitesse d'avance du navire doit être réduite.

Les paramètres principaux contrôlant le niveau de pression d'impact (ou de tossage) sont la vitesse verticale d'impact et l'angle d'ouverture de la carène. Par exemple, dans le cas d'un dièdre d'angle d'ouverture 84° , le niveau maximum des pressions d'impact à 6m/s est de 40 bars. Ce niveau chute à 3,4 bars pour la même vitesse d'impact mais pour un dièdre d'angle d'ouverture de 70° . L'angle complémentaire, c'est à dire entre la tangente à la carène et la surface libre non perturbée joue un rôle essentiel dans l'analyse asymptotique du problème.

Lors de l'impact, l'écoulement à surface libre est classiquement modélisé dans le cadre de la théorie du potentiel. Malgré les simplifications sous-jacentes à l'utilisation de ce modèle, le problème reste fortement non-linéaire et difficile à résoudre. La surface libre, a priori inconnue, subit de violentes déformations qu'il est délicat de suivre numériquement. Actuellement, les solutions pratiques proposées pour étudier le problème de l'impact hydrodynamique reposent sur les hypothèses d'écoulement potentiel plan et de corps rigide et « plat ». Sous cette dernière hypothèse, il est en effet possible d'obtenir des solutions asymptotiques du problème (Wagner, 1932, Cointe, 1987, 1991) qui peuvent être utilisées dans le cadre d'une théorie des tranches (Fontaine et al., 1997) pour décrire l'écoulement tridimensionnel dans la zone d'impact.

Ces résultats bidimensionnels sont par ailleurs utilisés pour étudier les effets de couplage fluide – structure lors de l'impact (voir par exemple Faltinsen, 1997 et Korobkin, 1995). Dans chaque section de la poutre navire, la vitesse de déformation structurelle est supposée uniforme et le comportement global de la poutre, selon son axe longitudinal, peut alors être déduit. Néanmoins, les effets de couplage sont a priori importants lorsque les vitesses de déformations ne sont pas négligeables devant la vitesse d'impact. Pour un cas d'impact réaliste, des calculs par éléments finis montrent que le champ de pression prédit par la théorie des tranches engendre un champ de déformations dans la structure présentant un fort caractère tridimensionnel (Donguy, Peseux, Fontaine, 2000). Une modélisation plus fine du problème de l'impact hydrodynamique et des phénomènes d'interaction fluide-structure associés nécessite donc une meilleure prise en compte du caractère tridimensionnel de l'écoulement.

Avant d'aborder la résolution du problème fluide – structure couplé, il est nécessaire de disposer d'une méthode numérique robuste permettant de résoudre le problème fluide pour un corps rigide. Il s'agit là du principal objectif de cette étude.

Dans la première partie de cette communication, une formulation variationnelle des problèmes aux limites pour le potentiel des vitesses et le potentiel de déplacement est proposée. La résolution numérique est alors effectuée selon la méthode des éléments finis. La non linéarité géométrique associée à la détermination de la ligne de contact $\Gamma(t)$ fait l'objet d'un traitement spécifique. La surface mouillée du corps est obtenue par une procédure itérative de résolution du problème formulé en terme de potentiel de déplacement. Les résultats numériques sont alors comparés de manière systématique aux solutions classiques

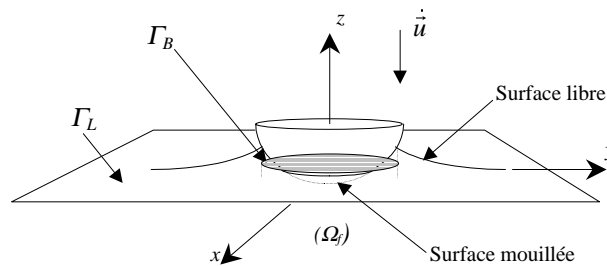
bidimensionnelle (dièdre), axisymétrique (cônes) ou tridimensionnelle (paraboloïde elliptique). Concernant la validation tridimensionnelle de l'approche par éléments finis, on utilise les résultats de Scolan et Korobkin (2001). Ils établissent la solution asymptotique exacte pour un paraboloïde elliptique par résolution du problème de Wagner inverse. La méthodologie est exposée dans la cinquième section.

II-FORMULATION ASYMPTOTIQUE DU PROBLEME

On étudie l'écoulement généré lors de l'impact d'un corps sur une surface libre. Le fluide est supposé parfait et incompressible, et l'écoulement irrotationnel. Par souci de simplicité, la surface libre est supposée initialement au repos. Le corps est repéré par sa position $\vec{u}_s = \vec{u}_s(x, y, z, t)$ et on désigne par $z = h(x, y, t)$ l'élévation de la surface libre. Lorsque le corps est plat, le problème tridimensionnel original peut être simplifié en appliquant une méthode de perturbation et en ne retenant que les termes du premier ordre. Cette approche a initialement été mise en œuvre par Wagner (1932). Au premier ordre d'approximation, les conditions aux limites sur le corps et la surface libre peuvent être projetées en $z=0$ sans introduire d'erreur significative. Cette linéarisation repose évidemment sur l'hypothèse d'une géométrie « plate » au voisinage du point d'impact. Les termes quadratiques sont négligés ainsi que les effets de la gravité puisque l'on s'intéresse à une modélisation de champ lointain et valable pour des temps courts ($gt/V \ll 1$). Sous ces hypothèses, le potentiel satisfait à une condition de Dirichlet sur la surface libre. Ainsi, en notant $\phi = \phi(x, y, z, t)$ le potentiel des vitesses tel que $\vec{v} = \text{grad}\phi$, le problème s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta\phi = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ \frac{\partial\phi}{\partial n} = \dot{\vec{u}}_s \cdot \vec{n} & \text{sur } \Gamma_B \\ \phi = 0 & \text{sur } \Gamma_L \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array}$$

avec $|\text{grad}\phi| \rightarrow 0$ quand $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \rightarrow \infty$



Γ_B et Γ_L désignent respectivement les projections sur le plan $z = 0$ de la surface mouillée du corps et de la surface libre du fluide. La frontière $\Gamma(t)$ de la surface Γ_B et de la surface libre Γ_L est a priori inconnue. On notera que l'hypothèse classique de corps élané n'est pas retenue dans cette étude, de sorte que le problème asymptotique résultant est effectivement tridimensionnel. Finalement, le problème se réduit à calculer l'écoulement autour d'une surface aplatie placée perpendiculairement dans un écoulement uniforme. Le contour de cette surface est a priori inconnu puisqu'il correspond à la ligne de contact entre le corps rigide et la surface libre. La détermination de cette ligne fermée, notée $\Gamma(t)$, constitue la difficulté essentielle du problème. Si des solutions analytiques ou semi-analytiques peuvent être obtenues dans le cas bidimensionnel, une approche numérique doit être envisagée pour résoudre le problème tridimensionnel général.

III-RESOLUTION NUMERIQUE

III-1 Formulation variationnelle

La méthode des résidus pondérés est appliquée en considérant l'ensemble des fonctions de pondération φ vérifiant la condition cinématique de surface libre $\varphi = 0$ sur Γ_L . En définissant le résidu $R(\phi)$ égal à $\Delta\phi$, le problème consiste à rechercher les fonctions ϕ qui annulent la forme intégrale $W(\phi) = \int_{\Omega_f} \varphi R(\phi) dD$. Après application de la formule de Green et en tenant en compte des conditions aux limites, la forme intégrale devient:

$$\int_{\Omega_f} \text{grad}\phi \cdot \text{grad}\phi dD = \int_{\Gamma_B} \phi(\vec{u}_s \cdot \vec{n}) dS \quad (4)$$

La discrétisation des formes bilinéaires intervenant dans (4) est obtenue par la méthode des éléments finis et en mettant en œuvre la méthode de Galerkin qui consiste à approcher le potentiel ϕ et les fonctions de pondération φ par les mêmes fonctions d'interpolation. Le système matriciel découlant s'écrit sous la forme classique :

$$\begin{cases} \mathbf{H}\{\phi\} = \{G_\phi\} & (5) \\ H_{ij}^e = \int_{\Omega^e} N_{i,j} \cdot N_{j,i} dD & (6) \\ \{G_\phi\}^e = \int_{\Gamma_B^e} \{N_f\}(\vec{u}_s \cdot \vec{n}) dS & (7) \end{cases}$$

où N_f sont les fonctions d'interpolation caractéristiques des types d'éléments finis retenus pour l'analyse et $\{\phi\}$ sont les variables nodales.

III-2 Détermination de la surface mouillée

Pour évaluer les termes (6), (7) il est nécessaire de connaître la surface de contact entre la surface du corps et celle du fluide (Γ_B). Compte tenu des déformations de la surface libre $z(t) = h(t)$, la surface mouillée est une inconnue du problème. Physiquement, la ligne de contact, frontière de l'interface, est déterminée en imposant à la solution de satisfaire la condition de conservation de volume du fluide (Wilson, 1989, Fontaine & Cointe, 1992) ou de manière équivalente, en imposant l'existence d'un point d'intersection entre la surface libre déformée et le corps au niveau de la frontière $\Gamma(t) : h(x,y,t) = \vec{u}_s \cdot \vec{z}$

En introduisant le potentiel des déplacements $\psi(x,y,z,t) = \int_0^t \phi(x,y,z,t) d\tau$ (Korobkin, 1982), le problème aux limites de type "ligne portante" est alors transformé en un problème de "profil épais". Ce passage en potentiel des déplacements permet de s'affranchir de la connaissance de l'évolution temporelle de l'élévation de la surface libre. On remarquera que la formulation variationnelle pour le potentiel des vitesses ϕ peut être étendue au potentiel des déplacements. Seul change, alors, le vecteur au second membre :

$$\{G_\psi\}^e = \int_{\Gamma_B^e} \{N_f\}(\vec{u}_s \cdot \vec{n}) dS$$

Numériquement, la surface mouillée est déterminée par une procédure itérative. En partant d'une surface initiale $(\Gamma_B)_0$, le problème en potentiel de déplacements est résolu jusqu'à ce que l'élévation de la surface libre coïncide avec la position du corps au niveau de la frontière $\Gamma(t)$.

IV-VALIDATIONS BIDIMENSIONNELLE ET AXISYMETRIQUE

Les calculs numériques présentés ont été obtenus avec le code Castem 2000 interfacé avec un programme spécifique pour la génération du maillage.

IV-1 Calculs bidimensionnels

La méthode numérique proposée s'applique évidemment dans le cas de structures bidimensionnelles. Les résultats numériques obtenus dans le cas de l'impact d'un dièdre sont alors comparés à la solution analytique. La méthode des éléments finis mise en œuvre utilise des éléments triangulaires et quadrilatères. Une première résolution en potentiel des déplacements permet d'obtenir l'élévation de la surface libre et la largeur mouillée. Une résolution en potentiel des vitesses conduit ensuite à l'évaluation du champ de pression.

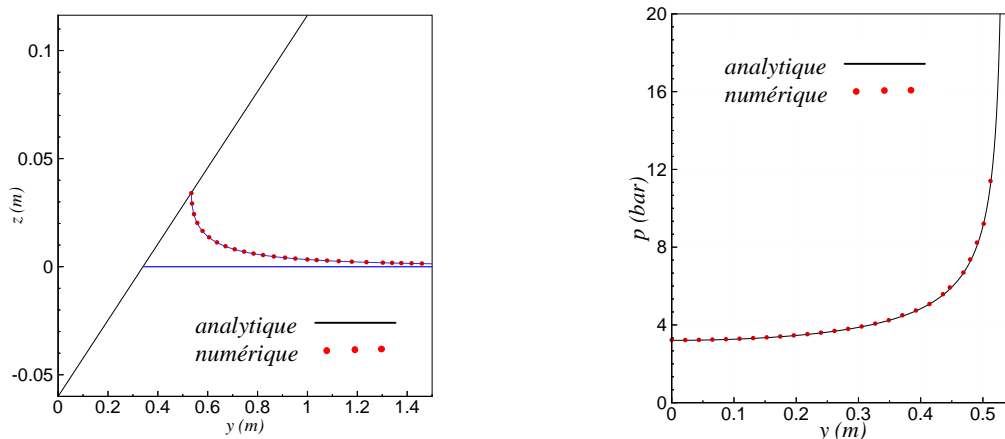


Figure 1. Elévation de la surface libre (à gauche) et évolution du champ de pression (à droite) lors de l'impact hydrodynamique d'un dièdre sur une surface libre au repos.

IV-2 Calculs axisymétriques

Dans le cas de géométries axisymétriques il est possible de déduire les expressions analytiques de la surface mouillée, de l'élévation de la surface libre et des pressions d'impact, notamment dans le cas d'un cône (Wilson, 1989, Falinsen & Zhao, 1997). La méthode des éléments finis mise en œuvre utilise cette fois des éléments hexaédriques.

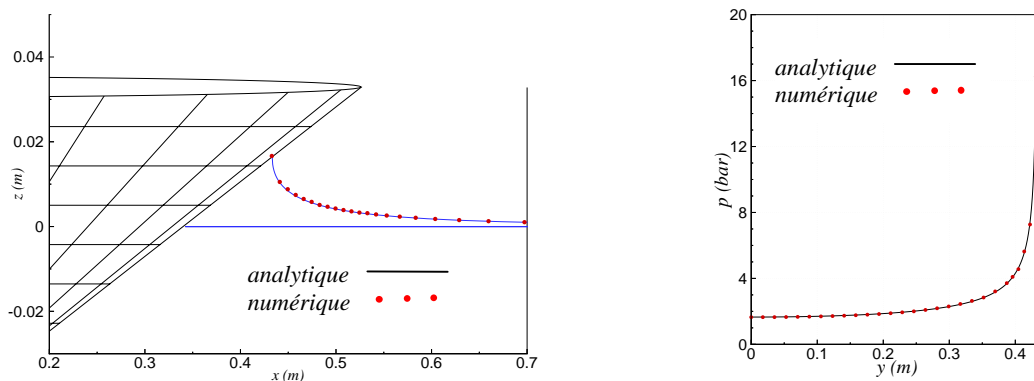


Figure 2. Elévation de la surface libre (à gauche) et évolution du champ de pression (à droite) lors de l'impact hydrodynamique d'un cône sur une surface libre au repos.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants aussi bien dans le cas bidimensionnel qu'axisymétrique. L'évaluation de l'élévation de la surface libre reste néanmoins délicate à la

frontière entre la structure et le fluide. Pour représenter le comportement singulier de la solution au voisinage de cette frontière, le maillage éléments finis doit être raffiné dans cette zone.

V- VALIDATIONS TRIDIMENSIONNELLES

V-1 Solution analytique pour le parabolöide elliptique

Afin de tester l'algorithme de résolution pour une configuration tridimensionnelle, on considère le cas d'un parabolöide elliptique. Pour cette forme particulière, Korobkin (1985) a proposé une solution approchée du problème de Wagner direct formulé à l'aide du potentiel de déplacements. Il s'appuie sur l'hypothèse selon laquelle la projection de la ligne de contact, sur un plan horizontal est aussi une ellipse. Ce résultat a été formellement démontré dans Scolan & Korobkin (2001) à partir d'une solution particulière du problème inverse. Le principe est le suivant : étant données la variation temporelle de la ligne de contact ainsi que la cinématique de chute, on calcule la forme du corps. Cela n'est possible que si l'on peut exhiber la solution potentielle autour d'un disque plat de contour connu. Ici en l'occurrence, il s'agit d'un disque elliptique et la solution potentielle est parfaitement calculable.

On rappelle que l'ellipse est une forme définie uniquement par deux paramètres : les petit et grand axes (soient a et b). Dans le cas qui nous intéresse, on connaît $a(t)$ et $b(t)$ ainsi que la vitesse U_0 de pénétration dans le liquide.

$$a(t) = kb(t) \quad \text{et} \quad b(t) = b_0 t^{1/2} = \frac{a_0}{k} t^{1/2},$$

alors le parabolöide reconstruit a pour équation :

$$f(x,y) = A_0 x^2 + B_0 y^2$$

avec

$$A_0 = \frac{U_0}{b_0^2 k^2} \left[2 - k^2 \frac{D(e)}{E(e)} \right], \quad B_0 = \frac{U_0}{b_0^2} \left[1 + k^2 \frac{D(e)}{E(e)} \right]$$

où $D(e)$, $E(e)$ et $K(e)$ sont des Intégrales Elliptiques standards :

$$E(e) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad D(e) = \frac{1}{e^2} [K(e) - E(e)], \quad K(e) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \theta}}$$

Telle qu'elle est dorénavant ainsi présentée, cette forme correspond à une solution du problème de Wagner direct à savoir : étant donné la forme A_0 et B_0 et la vitesse de pénétration constante U_0 dans le liquide, on calcule la ligne de contact : c'est une ellipse de demi axes $a(t)$ et $b(t)$.

D'une manière générale, l'effort vertical qui s'oppose à la pénétration du corps dans l'eau (en négligeant tous les autres effets : hydrostatiques, visqueux, rotationnels,...) s'exprime selon :

$$F(t) = \frac{d}{dt} [M_a(t)U(t)]$$

où $M_a(t)$ désigne la masse d'eau ajoutée qui pour un disque elliptique s'écrit :

$$M_a(t) = \frac{2\pi}{3} \frac{\rho a^2 b}{E(e)}$$

Analytiquement cet effort prend la forme :

$$F(t) = \pi \rho U_0 \frac{a_0^2 b_0}{E(e)} \sqrt{t}$$

On peut aussi calculer la vitesse de déplacement de la ligne de contact $\Gamma(t)$. En un point $(x, y) \in \Gamma(t)$ on suppose que cette vitesse est portée par la direction normale, par conséquent :

$$V = \frac{G_{,t}}{\|\vec{\nabla} G\|}$$

où G désigne l'équation de l'ellipse :

$$G(x, y, t) = 1 - \frac{x^2}{a^2(t)} - \frac{y^2}{b^2(t)} = 0$$

En utilisant l'azimut θ tel que $x = a(t)\cos\theta$ et $y = b(t)\sin\theta$, on obtient :

$$V(\theta, t) = \frac{a_{,t} \cos^2 \theta + k b_{,t} \sin^2 \theta}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \theta}}$$

On en déduit le maximum de pression qui s'exerce le long de la ligne de contact $\Gamma(t)$,

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{\rho}{8t} \frac{(a_0 \cos^2 \theta + k b_0 \sin^2 \theta)^2}{1 - e^2 \sin^2 \theta}$$

V-2 Comparaisons entre résultats numériques et analytiques

Les variations temporelles des demi axes $a(t)$, $b(t)$ et de la pénétration $h(t)$ sont tracées sur la figure 4. Le paraboloides elliptique est défini par un coefficient d'aspect $k_\gamma = \sqrt{\frac{B_0}{A_0}} = 0,5$.

On connaît la relation qui lie k_γ au coefficient d'aspect k des ellipses confocales $\Gamma(t)$:

$$k^2 \frac{1 + k^2 D(e) / E(e)}{2 - k^2 D(e) / E(e)} = k_\gamma^2$$

Dans le cas présent on obtient $k \approx 0.5714$. La forme du paraboloides est tracée sur la figure 3. A noter le rapport d'échelles de l'ordre de 10 entre les directions horizontales et la direction verticale. On vérifie (figure 5) que ce même rapport des ellipses représentant la surface mouillée conduit à la vérification de la conservation du volume pour l'évaluation de l'élévation de la surface mouillée par la résolution éléments finis.

Les répartitions de pression issues de la résolution numérique et du problème analytique sont tracées à l'instant $t = 0.01$ s sur la figure 6 pour deux directions azimutales à 0 et $\pi/2$ c'est à dire le long du petit axe et du grand axe respectivement. La vitesse est constante et unitaire $U_0 = 1$ m/s et les pressions sont adimensionnées par $1/2 \rho U_0^2$. En comparant les deux évolutions,

on constate que pour ce problème l'estimation de la pression près de l'intersection reste un point très délicat. Cela n'a rien de surprenant puisque la solution extérieure est singulière en ce point. Ce n'est pas vraiment gênant puisque la solution composite pour la pression est obtenue après raccord de la solution extérieure à la solution intérieure.

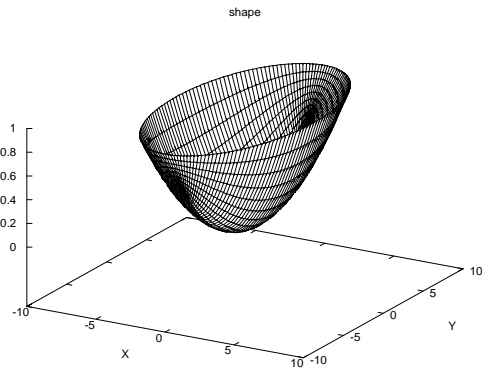


Figure 3. Paraboloïde elliptique avec les données de la figure 5.

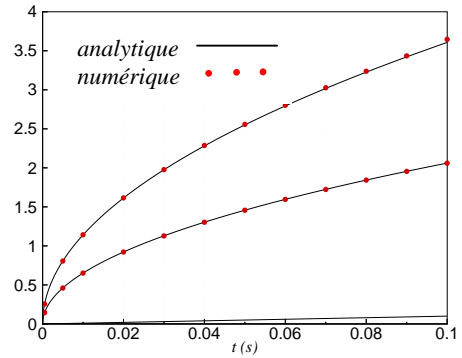


Figure 4. Variations temporelles des demi axes $a(t)$, $b(t)$, et de la hauteur pénétration $h(t)$ dans le liquide.

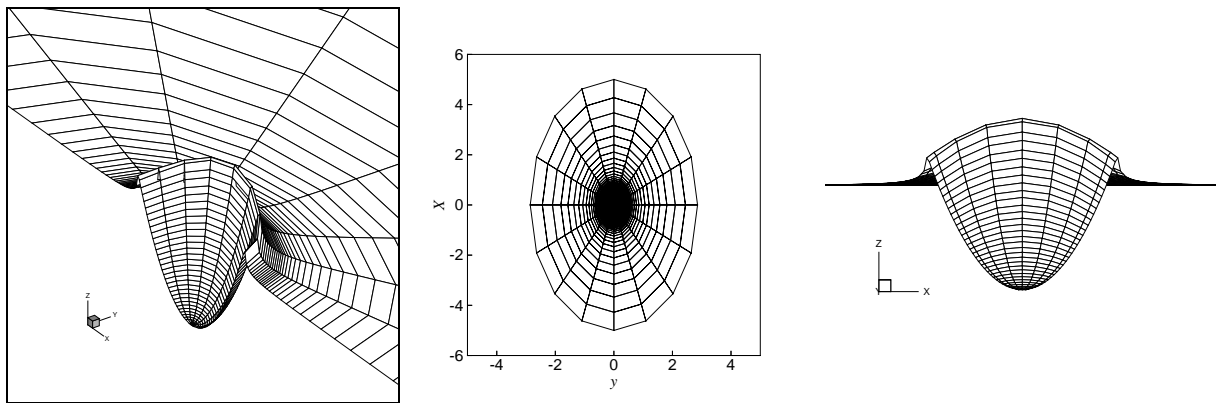


Figure 5. Elévation de la surface libre lors de l'impact hydrodynamique d'un paraboloïde elliptique sur une surface libre au repos (résolution numérique).

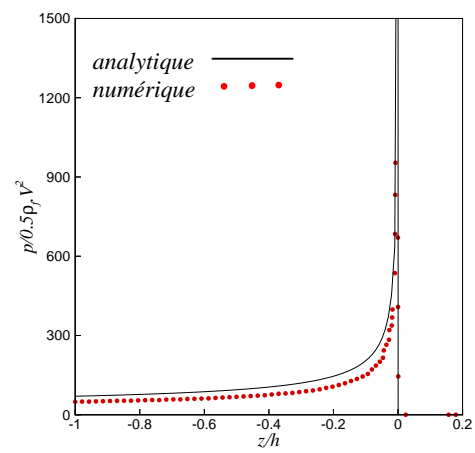
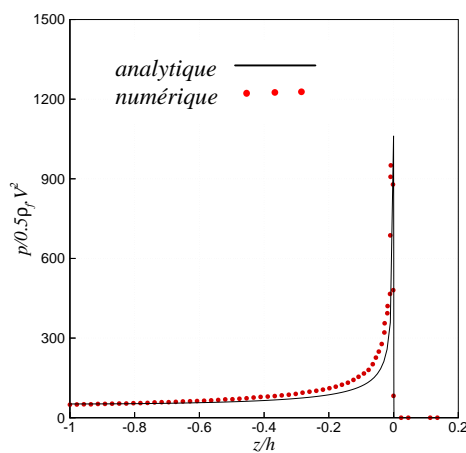


Figure 6. Répartitions de pression issues des 2 formulations dans 2 directions azimutales : long du petit axe (à gauche) et du grand axe (à droite).

VI-SOLUTION COMPOSITE POUR LA REPARTITION DE PRESSION

Après résolution du problème dit «de Wagner», on dispose de la solution extérieure au premier ordre. Cette solution, valide pour des temps courts et dans le champ lointain, est néanmoins singulière sur la ligne de contact $\Gamma(t)$ où la vitesse verticale du fluide, la pente de la surface libre et la pression prédites tendent vers l'infini. Classiquement, suivant les travaux précurseurs de Wagner (1932), la solution extérieure est raccordée à une solution intérieure décrivant la formation d'un jet. Au voisinage de la ligne de contact, l'analyse asymptotique du problème conduit à la conclusion que l'écoulement est essentiellement bidimensionnel (voir Wilson, 1989). Même si l'écoulement extérieur est tridimensionnel, l'écoulement possède au voisinage de la paroi une direction privilégiée de sorte que l'approximation d'écoulement plan est licite au premier ordre d'approximation. Dès lors, la solution intérieure proposée par Wagner peut être utilisée. Cette solution dépend de deux paramètres : l'épaisseur du jet et la position du point de stagnation. L'épaisseur du jet est obtenue lors du raccord de la solution extérieure à la solution intérieure. La position du point de stagnation est a priori indéterminée au premier ordre d'approximation.

Pour la répartition de pression, plusieurs solutions composites (donc uniformément valides) peuvent être obtenues selon la technique de raccord utilisée. Deux formulations sont disponibles selon que l'on raccorde les solutions intérieure et extérieure exactement en $\Gamma(t)$ (Zhao & Faltinsen, 1992) ou au point de stagnation en deçà de $\Gamma(t)$ (Cointe, 1987). Cette dernière solution permet la prise en compte de certains effets du second ordre, même si la résolution du problème extérieur au second ordre d'approximation est théoriquement nécessaire pour rester cohérent (cf. Fontaine & Cointe, 1992). Ces deux formulations sont étudiées dans Fontaine & Cointe (1997) et Scolan & Korobkin (2001). Lorsque la vitesse d'impact est constante, la deuxième formulation (Cointe, 1987) est clairement plus précise. Pour un dièdre, les résultats restent acceptables jusqu'à un angle de 45 degrés conduisant à une valeur unité pour le « petit » paramètre de perturbation. Pour un cône, l'accord est bon tant que l'angle d'ouverture du cône est inférieur à 20 degrés. Pour une sphère, la solution reste précise tant que le maximum de l'effort n'est pas atteint. L'accord des résultats ainsi obtenus est meilleur qu'avec ceux issus de l'approche proposée par Zhao & Faltinsen (1997 et 1998). Le seul point discutable résulte de la discontinuité de pression au point de stagnation lorsque la vitesse d'impact n'est plus constante. Le saut de pression n'affecte cependant que peu le calcul des efforts.

VII-EXEMPLE DE SOLUTION DU PROBLEME DE WAGNER INVERSE

Dans cette section, on présente une autre méthode de résolution du problème tridimensionnel. La difficulté propre du problème de l'impact dynamique est la détermination de la surface mouillée du corps, a priori inconnue. Nous avons vu dans la première partie de cette étude que cette quantité peut être efficacement évaluée numériquement en utilisant une méthode itérative de résolution pour le potentiel des déplacements. L'étude du problème inverse peut être une autre alternative permettant de contourner cette difficulté. La méthode inverse consiste à se donner la vitesse de pénétration du corps ainsi que l'évolution dans le temps de la ligne de contact $\Gamma(t)$, puis à reconstruire la forme tridimensionnelle qui pénètre une surface libre plane. La résolution inverse du problème suppose néanmoins la connaissance analytique (ou quasi-analytique) du potentiel des vitesses engendré par le disque engendré par $\Gamma(t)$. Le fait qu'une ellipse ne dépende que de deux paramètres (petit axe et grand axe) rend l'étude théorique de ce problème inverse particulièrement intéressante. A partir de lois de variations temporelles monotones croissantes pour $a(t)$, $b(t)$ et $U(t)$, on peut

produire une famille de solutions dont la forme générique est le parabolôide elliptique. La figure 8 montre un exemple de forme reconstruite numériquement à partir de variations temporelles illustrées sur la figure 7. Cette famille de formes peut par ailleurs être optimisée pour répondre à des contraintes cinématiques (lâcher libre, vitesse imposée,...).

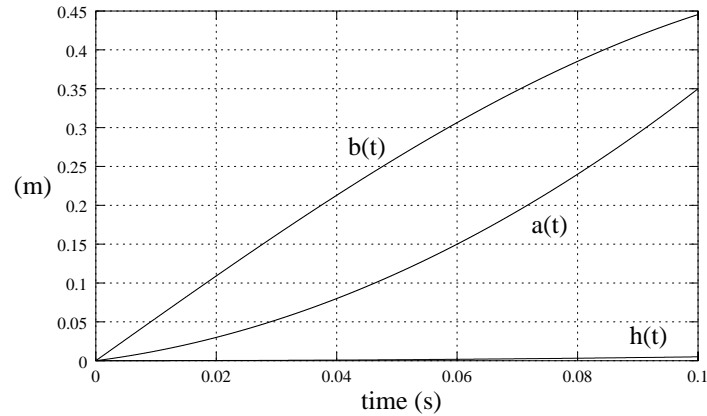


Figure 7. Variations temporelles des demi-axes $a(t)$, $b(t)$, et de la hauteur pénétration $h(t)$ dans le liquide. La vitesse est $U(t) = Gt$, les demi-axes sont $a(t) = v_a t + \gamma_a t^2$ et $b(t) = x_b \sin \omega_b t$. Les paramètres numériques sont $G = 1 \text{ ms}^{-2}$, $v_a = 1 \text{ ms}^{-1}$, $\gamma_a = 25 \text{ ms}^{-2}$, $x_b = 0.5 \text{ m}$ et $\omega_b = 7\pi/2 \text{ s}^{-1}$. La simulation est effectuée jusqu'à $t_1 = 0.1 \text{ s}$.

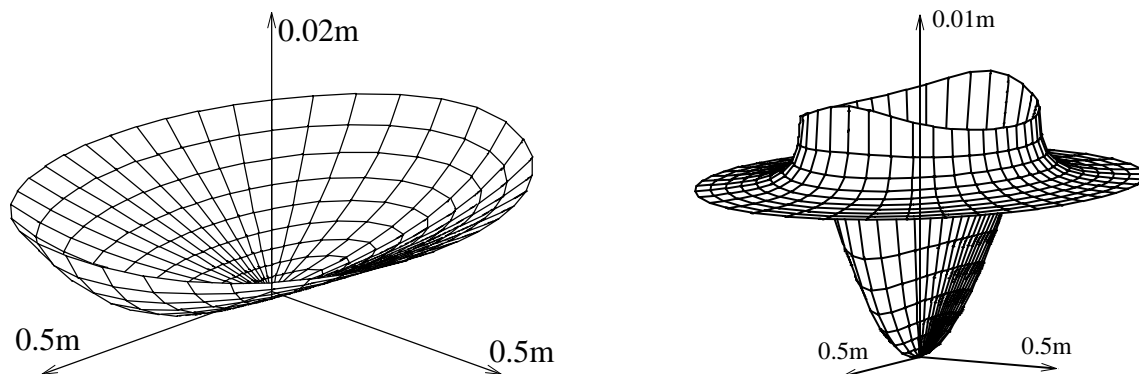


Figure 8. Forme générée avec les variations temporelles des paramètres tracées sur la figure 7 (les échelles de longueur sont indiquées au bout des axes).

VIII-CONCLUSION

Dans cette communication, on présente une méthode permettant la résolution du problème asymptotique de l'impact d'un corps « plat » et rigide sur une surface libre. Plus spécifiquement, la méthode des éléments finis est mise en œuvre pour obtenir la solution asymptotique extérieure au premier ordre. Les résultats numériques sont validés par des comparaisons à des solutions analytiques ou quasi-analytiques dans les cas bidimensionnel (dièdre), axisymétrique (cône) et tridimensionnel (parabolôide elliptique). Dans ce dernier cas, un exemple de résolution du problème inverse est présenté et des éléments de réflexion sont finalement donnés quant à la technique de raccord à utiliser pour obtenir une solution composite pour la pression.

Une partie de ces travaux est réalisée avec le soutien de la Délégation Générale de l'Armement. Les auteurs remercient spécialement Dr. S. Cordier, Directeur Scientifique du Bassin d'Essais des Carènes.

REFERENCES

- Cointe, R., 1987, "L'impact hydrodynamique en deux dimensions", *1^{ère} Journées de l'Hydrodynamique, Nantes*.
- Cointe, R., 1989, "Two dimensional fluid-solid impact", *J. Offshore Mech. and Artic Engng*, **111**, 109-114.
- Donguy, B., Peseux, B., Fontaine, E., 2000, "On the ship structural response due to slamming loads", *Proc. Of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona*.
- Faltinsen, O., 1997, "The effects of hydroelasticity on ship slamming", *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **355**, 575-591.
- Faltinsen, O. & Zhao, R., 1997, "Water entry of ship sections and axisymmetric bodies", *Proc. of AGARD FDP and Ukraine Inst. Hydromechanics Workshop on "High speed body motion in water"*.
- Fontaine, E. & Cointe, R, 1992, "A second order solution for the wedge entry with small deadrise angle", *Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Val de Reuil, France*.
- Korobkin, A.A., 1982, "Formulation of penetration problem as a variational inequality", *Din. Sploshnoi Sredy* **58**, 73-79.
- Korobkin, A.A., 1995, "Wave impact on the bow end of a catamaran wetdeck", *Journal of Ship Research* **39**, 321-327.
- Scolan, Y.-M. & Korobkin, A.A., 2000, "Design of three-dimensional bodies subject to water impact", In *Proc. 15th Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Dan Caesarea, Israel*, 4pp.
- Scolan, Y.-M. & Korobkin, A.A. 2001, "Three-dimensional theory of water impact. Part 1. Inverse Wagner problem".
- Wagner, H., 1932, "Über Stoss und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten", *Z. Ang. Math. Mech.* **12**, 193-215.
- Wilson, S.K., 1989, "The mathematics of ship slamming", *Ph.D. thesis, University of Oxford*
- Zhao, R. & Faltinsen, O., 1992, "Water entry of two-dimensional bodies", *J. Fluid Mech*, **246**, 593-612.
- Zhao, R. & Faltinsen, O., 1998, "Water entry of arbitrary axi-symmetric bodies with and without flow separation", *Proc. of ONR*, 290-301.