

8^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

SIMULATION TEMPORELLE AU SECOND ORDRE DE LA DIFFRACTION D'UNE HOULE IRRÉGULIÈRE SUR UNE STRUCTURE TRIDIMENSIONNELLE

TIME-DOMAIN SECOND-ORDER OF IRREGULAR WAVES DIFFRACTION ON 3D STRUCTURES

K. PELLETIER & P. FERRANT

Laboratoire de Mécanique des Fluides, UMR 6598 du CNRS,
Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 NANTES Cedex 3

Résumé

Nous considérons l'action d'une houle irrégulière sur une structure fixe. Le problème est modélisé numériquement dans le cadre de la théorie des écoulements potentiels, à l'aide du logiciel *Xwave1+2*. Ce modèle est basé sur un développement au second ordre des conditions aux limites, dans une solution à pas de temps. L'état de mer incident étant modélisé explicitement, le problème aux limites est formulé pour le champ diffracté aux premier et au deuxième ordre, pour un corps tridimensionnel de géométrie quelconque. Le modèle est tout d'abord validé en houle régulière et sur une géométrie simple, par comparaison avec des résultats de référence issus de modèles semi-analytiques. Des géométries et des états de mer plus complexes sont ensuite abordés et commentés. Enfin, l'intérêt de la simulation temporelle directe dans la cas de la diffraction sur houle complexe est discutée en regard de l'approche fréquentielle classique.

Summary

We consider the interaction of irregular waves with a fixed structure. The problem is solved numerically within the frame of potential theory, using the software *Xwave1+2*. This software solves the second order diffraction problem in the time domain. The incident sea state being formulated explicitly, the problem is formulated for diffracted wave field, at first and second order, for an arbitrary three dimensional body. The model is first validated in the simple case of a vertical bottom-mounted cylinder in regular waves, by comparison with benchmark semi-analytical frequency domain results. More complex geometries and sea states are then presented. Finally, the interest of direct time domain simulation of irregular wave diffraction is discussed, with respect to the more conventional frequency domain analysis.

I-INTRODUCTION

L'état de l'art pour l'estimation des efforts et des élévations de surface libre au voisinage des structures marines consiste à mettre en œuvre des modèles relevant de l'approche fréquentielle au deuxième ordre. Pour des formes simples telles que des cylindres verticaux posés au fond, des formulations semi-analytiques ont été développées (Eatock-Taylor & Huang [3]), et récemment étendues à des groupes de cylindres (Malenica et al [10]). En revanche, pour des structures de géométrie réaliste, le calcul des quantités du second ordre reste une tâche délicate, nécessitant en particulier le calcul d'intégrales à convergence lente sur la surface libre (Chen & Molin [1]).

La simulation temporelle du problème de diffraction au second ordre représente une alternative intéressante sous bien des aspects. En particulier, cette approche permet de simuler directement l'interaction d'un système de vagues complexe avec une structure, à partir du moment où l'on dispose d'une représentation explicite au second ordre du champ incident. A terme, avec des temps de calcul suffisamment réduits, des simulations de longue durée sur houle irrégulière donneront directement accès aux paramètres de design, tels qu'efforts et runup maxima, moyennes, etc..., en appliquant l'analyse statistique classique comme cela est fait au cours du post-traitement d'enregistrements expérimentaux. La modélisation temporelle permettant de prendre en compte des conditions de surface libre quelconques, on peut également envisager par exemple la prise en compte de mouvements de dérive lente de grande amplitude, ce qui est difficilement envisageable dans une approche fréquentielle.

Des solutions temporelles au second ordre du problème de diffraction ont été présentées par Isaacson & Cheung [6], et plus récemment par Skourup *et al* [12], et Kim *et al* [7]. Les résultats présentés ne concernent cependant que des géométries simples tels que des cylindres verticaux. Il apparaît que l'extension de ces modèles à des géométries plus complexes est limitée non seulement par les ressources informatiques nécessaires à ce type de calcul, mais aussi et surtout au problème de la détermination précise et fiable des gradients de la solution du premier ordre sur un maillage de surface libre arbitraire.

A cet effet, nous avons mis en œuvre des techniques d'interpolation de haut degré basés sur des panneaux de splines (Le Méhauté [9]). Une combinaison optimale de tels schémas a été mise au point et validée par comparaison avec les dérivées analytiques de la solution du problème de diffraction au premier ordre. Notre modèle de simulation de la diffraction au deuxième ordre, *Xwave1+2*, a ensuite été appliqué sur un ou plusieurs cylindres verticaux soumis à une houle régulière (Ferrant & Pelletier [5]). Sur ces cas, la validation du modèle complet a été effectuée sur l'élévation de surface libre au deuxième ordre sur le pourtour de flottaison de la structure (runup), qui est la quantité la plus sensible sur la quelle ce type de comparaison puisse être effectuée.

Le modèle étant fiabilisé dans le cas de la diffraction sur houle régulière, nous abordons dans cet article la simulation de la diffraction au deuxième ordre sur houle complexe. Des résultats en houle bichromatique sur un ou plusieurs cylindres sont présentés et commentés. Le comportement du modèle est satisfaisant. En particulier, des simulations de longue durée sont effectuées sans problème de dérive ou de réflexion parasite sur les bords du domaine, ce qui permet d'envisager sans problème majeur la prise en compte de houles incidentes de spectre quelconque dans ce type de calcul.

II-MODÈLE NUMÉRIQUE

1-Formulation mathématique

Le domaine fluide tridimensionnel (D) est limité par une surface libre F et un ensemble de frontières S_i . Celles-ci correspondent à la surface mouillée du corps étudié, au fond du domaine ainsi qu'à la paroi verticale extérieure.

Il est noté que par la suite toutes les grandeurs utilisées seront adimensionnalisées en prenant L une longueur caractéristique du problème, et g , l'accélération de la pesanteur, respectivement comme longueur et accélération de référence.

On se place dans la théorie des écoulements potentiel de fluides parfaits à surface libre. Le potentiel des vitesses $\Phi(x, y, z, t)$ satisfait donc l'équation de Laplace en tout point $M(x, y, z)$ du fluide :

$$\Delta\phi(M, t) = 0 \quad \forall M \in (D) \quad (1)$$

Deux conditions aux limites sont appliquées sur la surface libre :

La condition dynamique provenant de l'équation de Bernoulli :

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\eta - \frac{1}{2}\Delta\Phi^2 \quad \forall z = 0 \quad (2)$$

La condition cinématique :

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\Phi}{\partial z} - \nabla\Phi\nabla\eta \quad \forall z = 0 \quad (3)$$

Sur les parois une condition de Neumann est appliquée :

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = \vec{V}(M, t) \cdot \vec{n} \quad (4)$$

où \vec{V} est la vitesse locale sur la frontière donc

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

Suivant les hypothèses classiques des écoulements de faible amplitude, la solution peut être développée en série d'un petit paramètre de perturbation ϵ , identifié à la cambrure de la houle. Le développement étant poursuivi jusqu'au second ordre, le potentiel des vitesses et l'élévation de surface libre sont exprimés sous la forme :

$$\phi = \epsilon\phi^{(1)} + \epsilon^2\phi^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (6)$$

$$\eta = \epsilon\eta^{(1)} + \epsilon^2\eta^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (7)$$

En séparant le champ incident connu, $\phi_i(M, t)$ et le champ diffracté inconnu, $\phi_d(M, t)$, une formulation du problème aux limites pour le champ diffracté est obtenu pour chacun des deux ordres. Ainsi les expressions des conditions de surface libre deviennent :

$$\frac{\partial\phi_d^{(k)}}{\partial t} = -\eta_d^{(k)} - \eta_i^{(k)}\frac{\partial\phi_i^{(k)}}{\partial t} + F_2^{(k)} - \nu(R)\phi_d^{(k)} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \eta_d^{(k)}}{\partial t} = \frac{\partial \phi_d^{(k)}}{\partial z} - \frac{\partial \eta_i^{(k)}}{\partial t} + \frac{\partial \phi_i^{(k)}}{\partial z} + F_1^{(k)} - \nu(R)\eta_d^{(k)} \quad (9)$$

avec les termes de forçage définis par :

$$F_1^{(1)} = F_2^{(1)} = 0 \quad (10)$$

$$F_1^{(2)} = -\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial y} + \eta^{(1)} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z^2} \quad (11)$$

$$F_2^{(2)} = -\frac{1}{2} |\nabla \phi^{(1)}|^2 - \eta^{(1)} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z \partial t} \quad (12)$$

La mise en place de termes d'amortissement dans les conditions de surface libre (2), (3), permet d'éviter la réflexion des ondes sur le bord externe du domaine. L'intensité de l'amortissement est gérée par la fonction d'espace $\nu(R)$:

$$\nu(R) = 0 \quad \text{pour } R < R_{abs} \quad (13)$$

$$\nu(R) = \frac{1}{2} \left(\frac{R - R_{abs}}{R_{SL} - R_{abs}} \right)^2 \quad \text{pour } R > R_{abs} \quad (14)$$

typiquement $R_{max} - R_{abs}$ est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde du premier ordre de la houle incidente.

Les conditions initiales imposent, le fluide étant au repos à $t = 0$:

$$\phi_d^k(M, t = 0) = 0 \quad k = 1, 2 \quad \text{pour } M \in (D) \quad (15)$$

Sur le corps :

$$\frac{\partial \phi_d^{(k)}}{\partial n} = -\alpha(t) \frac{\partial \phi_i^{(k)}}{\partial n} \quad (16)$$

$\alpha(t)$ est une fonction rampe passant de 0 à 1 sur un intervalle de temps imposé par les caractéristiques du champ incident. La mise en place de cette rampe permet d'éviter l'apparition d'ondes courtes qui résulteraient de l'imposition brutale des conditions aux limites sur le corps, pour le champ diffracté.

Le problème aux limites sur les différentes frontières du domaine étant correctement posé, l'application de la formule de Green au potentiel des vitesses et à la fonction de Green du milieu infini (sources de Rankine) $G(M, M') = -1/4\pi M M'$, conduit à l'équation intégrale du problème, pour Φ_d :

$$\frac{\Omega(M)}{4\pi} \Phi_d^{(k)}(M, t) = \int_S \left[\Phi_d^{(k)}(M', t) \frac{\partial G}{\partial n'} - G \frac{\partial}{\partial n'} \Phi_d^{(k)}(M', t) \right] dS_{M'} \quad (17)$$

où $\Omega(M)$ représente l'angle solide au point M considéré.

La procédure globale de résolution de ϕ_d et de η_d repose sur la détermination de ces variables à l'instant t et sur F , à partir du précédent pas de temps (cf 8, 9), $\frac{\partial \phi_d}{\partial n}$ étant connu explicitement sur la paroi matérielle à t . L'équation intégrale permet d'obtenir alors $\frac{\partial \phi_d}{\partial n}$ sur F et ϕ_d sur les autres frontières.

2-Méthode numérique

La résolution numérique du problème aux limites est effectuée par une méthode d'éléments frontières.

Les frontières du domaine sont discrétisées en panneaux triangulaires isoparamétriques. La variation de la solution sur chaque facette est supposée linéaire. Ce schéma de discrétisation conduit à un système linéaire, qui est assemblé à partir des coefficients d'influence des distributions de sources et de doublets normaux. La géométrie du domaine étant invariante dans le temps, cet ensemble de coefficients est donc calculé de manière unique au début de la simulation.

Les conditions de surface libre formulées comme des équations différentielles ordinaires pour ϕ_d et η_d , sont intégrées selon la variable temporelle à l'aide d'un schéma de Runge-Kutta du 4^{ème} ordre. Quatre solutions du problème aux limites sont donc nécessaires par pas de temps. Dans ces équations (8), (9), apparaissent les dérivées spatiales des variables potentiel et élévation de surface libre. Dans notre schéma de discrétisation, les gradients de ϕ et η ne sont pas définis aux nœuds. Il est donc nécessaire, après résolution du problème aux limites, de mettre en œuvre une méthode d'interpolation donnant accès à ces dérivées spatiales. Ainsi pour leur calcul, deux méthodes (décrites par Le Méhauté [9]) présentant une bonne adaptabilité au nombre de points voisins ($P_i, i = 1, n$) et indépendantes de la géométrie du maillage ont été retenues, selon la position du point P_0 où la dérivée est nécessaire :

- la méthode des splines pseudo-polynômiales d'ordre 3, pour les points situés à l'intersection de la surface libre et du corps :

$$\sigma_m(t) = \sum_{i=0}^n \alpha_i |t - t_i|^{2m-1} + P_{m-1}(t) \quad \text{avec } m = 3 \quad (18)$$

les polynômes définis par : $P_{m-1}(t) = \alpha_{n+1} + \alpha_{n+2}x + \alpha_{n+3}y + \dots + \alpha_{n+m(n+1)/2}y^{m-1}$
ici, $(n + 7)$ coefficients sont nécessaires

- la méthode spline dite de type plaque mince pour le reste des points de la surface libre, qui s'appuie sur seulement $(n + 3)$ coefficients :

$$\sigma(t) = \sum_{i=0}^n \alpha_i |t - t_i|^2 \log |t - t_i| + \alpha_{n+1} + \alpha_{n+2}x + \alpha_{n+3}y \quad (19)$$

avec $t = (x, y)$, $t_i = (x_i, y_i)$ les points voisins

$$\text{et } |t - t_i| = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{1/2}$$

La résolution des petits systèmes ainsi formés est effectuée par une méthode de Gauss. Les dérivées en P_0 sont obtenues par dérivation directe des splines $\sigma_3(t)$ ou $\sigma(t)$.

L'utilisation de cette méthode présente l'avantage de pouvoir choisir une surface libre de géométrie quelconque et donc d'étendre le domaine d'application à l'étude de la diffraction sur des corps à géométrie complexe.

3-Calcul des efforts

La pression sur le corps est donnée par l'équation de Bernoulli :

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho |\nabla \phi|^2 - \rho g z \quad (20)$$

Les forces s'exerçant sur le corps peuvent être calculées en intégrant la pression sur la surface du corps immergée S_c . Le vecteur correspondant est donc :

$$\vec{F} = \int_{S_c} p \vec{n} dS \quad (21)$$

où \vec{n} est le vecteur normal $\vec{n} = (n_x, n_{xy}, n_z)$

En développant la pression (20) selon le petit paramètre ϵ jusqu'au second ordre, une fois les termes regroupés suivant chaque ordre, il résulte :

– pour les efforts au premier ordre :

$$\vec{F}^{(1)} = -\rho \int_{S_{c'}} \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial t} \right) \vec{n} dS \quad (22)$$

– et pour le second ordre :

$$\vec{F}^{(2)} = -\rho \int_{S_{c'}} \left(\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} [\nabla \phi^{(1)}]^2 \right) \vec{n} dS + \frac{\rho g}{2} \int_{\omega_0} (\eta^{(1)})^2 \vec{n} dl \quad (23)$$

où $S_{c'}$ correspond à la surface immergée du corps sous le niveau de la surface libre au repos, et ω_0 représente le contour de flottaison au repos. Les premier et second termes de la première intégrale de (23) sont respectivement dus aux potentiels du second ordre et du premier ordre. Tandis que la seconde intégrale est l'intégrale de ligne de la pression sur le contour de flottaison du corps.

4-Spécification de la houle incidente

Une houle irrégulière formée de n ondes différentes de pulsation $\omega_{k,k=1,n}$ est considérée. Le système comportant n composantes, au premier ordre d'approximation il s'agit d'une simple superposition de houles élémentaires d'Airy :

$$\phi_{inc}^{(1)} = \sum_{i=1}^n A_i \frac{\omega_i}{k_i} \frac{\cosh k_i(z+1)}{\sinh k_i} \sin(\psi_i) \quad (24)$$

$$\eta_{inc}^{(1)} = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\psi_i) \quad (25)$$

où il est pratique de définir, pour une onde de pulsation ω_i et de nombre de d'onde k_i se propageant suivant l'axe x du plan horizontal :

$$\psi_i = k_i x - \omega_i t, \text{ au point } M(x, y, z)$$

Par contre au second ordre la spécification du champ incident devient considérablement plus complexe que dans le cas d'un mode monochromatique car, après les premiers termes représentant l'interaction de chaque onde avec elle-même, apparaissent les interactions croisées en mode somme et mode différence. Dans [2], par exemple, la formulation de l'interaction de deux ondes au second ordre est décrite, pour une profondeur d'eau finie. Ainsi pour une houle unidirectionnelle généralisée à n composantes les formulations de l'élévation de surface libre

et du potentiel sont mis sous la forme d'une somme de 2 composantes (correspondant au mode somme et au mode différence) :

$$\eta_{inc}^{(2)} = \eta_{inc}^{(2)+} + \eta_{inc}^{(2)-} \quad (26)$$

$$\eta_{inc}^{(2)\pm} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{a_i a_j}{2} \cos(\psi_i \pm \psi_j) \left[\omega_i^2 + \frac{\omega_i \omega_j}{2} \left(1 \mp \frac{1}{\tanh k_i \tanh k_j} \right) \frac{(\omega_i \pm \omega_j)^2 + k^\pm \tanh k^\pm}{(\omega_i - \omega_j)^2 - k^\pm \tanh k^\pm} \right. \\ \left. + \frac{\omega_i \omega_j}{2[(\omega_i \pm \omega_j)^2 - k^\pm \tanh k^\pm]} \left(\frac{\omega_i^3}{\sinh^2 k_i} \pm \frac{\omega_j^3}{\sinh^2 k_j} \right) \right] \quad (27)$$

et

$$\phi_{inc}^{(2)} = \phi_{inc}^{(2)+} + \phi_{inc}^{(2)-} \\ \phi_{inc}^{(2)\pm} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \frac{a_{ij}^\pm}{((\omega_i \pm \omega_j)^2 - k^\pm \tanh k^\pm)} \frac{\cosh k^\pm (z + 1)}{\cosh k^\pm} \sin(\psi_i \pm \psi_j) \quad (28)$$

où apparaissent

$$a_{ij}^\pm = a_i a_j \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_i^3}{\sinh^2 k_i} \pm \frac{\omega_j^3}{\sinh^2 k_j} \right) + \omega_i \omega_j (\omega_i \pm \omega_j) \left(\frac{1}{\tanh k_i \tanh k_j} \mp 1 \right) \right] \\ k^\pm = \sqrt{k_i^2 + k_j^2 \pm 2k_i k_j} \quad (29)$$

Afin d'assurer la coincidence entre le niveau de la surface libre au repos et son niveau moyen, un terme δ^2 proportionnel à t est ajouté au potentiel incident du second ordre :

$$\delta^2(t) = - \sum_{i=1}^n \frac{a_i^2 k_i t}{2 \sinh(2k_i)} \quad (30)$$

III-SIMULATION DE LA DIFFRACTION AU SECOND ORDRE

1-houle monochromatique

un cylindre

Nous présentons tout d'abord des résultats portant sur la diffraction d'une houle incidente monochromatique par un cylindre vertical reposant sur le fond horizontal du domaine situé à une profondeur h de la surface libre au repos. Ce cas simple permet la validation de notre modèle temporel vis-à-vis de résultats de référence issus d'une approche fréquentielle. Les caractéristiques de cette première configuration sont $a/h = 0.361$ pour le rayon du cylindre, et $ka = 0.374$, k étant le nombre d'onde de la houle. Pour cette première simulation, 200 pas de temps par période du signal premier ordre ont été utilisés.

La figure 1 présente l'allure du maximum de l'élévation de surface libre obtenue sur le pourtour du cylindre confronté aux résultats fournis par une formulation semi-analytique du problème (Malenica, Eatock-Taylor et Huang [10]). Les effets du second ordre seul présentent donc un bon accord, avec une légère déviation observée sur le devant du cylindre en $\theta = 0$. Les résultats du premier ordre ne sont pas présentés mais sont indiscernables de ceux de la formulation analytique linéaire.

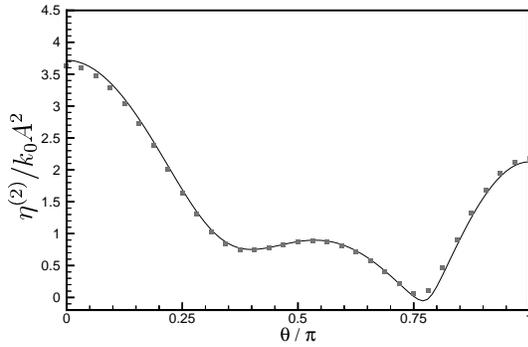


FIG. 1. Runup second-ordre sur un cylindre vertical $a/h = 0.361$; $k_0h = 1.036$. trait plein : Malenica *et al* (communication personnelle); symboles : Présente Méthode

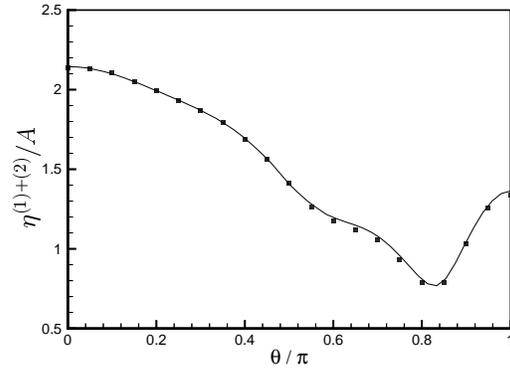


FIG. 2. Runup premier et second-ordre sur un cylindre vertical $a/h = 1.$; $k_0h = 1.$ symboles : Ferrant *et al* [4]; trait plein : Présente Méthode

Ainsi les résultats concernant l'élévation totale sont en très bon accord avec les résultats obtenus dans le domaine fréquentiel [4], comme le montre l'élévation totale maximale sur le cylindre (adimensionnée par l'amplitude A) pour un autre cas, $ka = 1$, $A/h = 0.15$ et un cylindre $a/h = 1$ (figure 2).

Une fois la validation de l'élévation de surface libre effectuée, il est possible de calculer facilement, par exemple, les efforts s'exerçant sur le corps. La figure 3 présente les efforts adimensionnalisés par $\rho a^2 A$, associés à la simulation $ka = 1$, $a/h = 1$, pour une cambrure de houle de 10%.

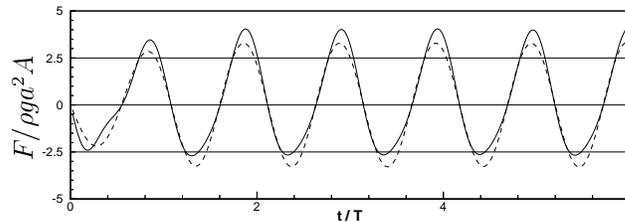


FIG. 3. Efforts 1^{er} et 2nd ordre sur le cylindre $a/h = 1.$, $k_0h = 1.$

4 cylindres

Une configuration de 4 cylindres reposant sur le fond est choisie, respectant $a/h = 1/3$ et un espacement de $d/h = 2$. en interaction avec une houle monochromatique de caractéristiques

$k_0/h = 1.036$. L'écoulement présentant une symétrie par rapport au plan (xOz) , le domaine discrétisé est réduit à la moitié du domaine réel, ce qui permet une diminution conséquente du nombre de points nécessaires à la simulation. Pour l'exemple ce cas particulier, le domaine s'étendant jusqu'à $R_{max}/h = 14$, avec la zone d'amortissement efficace à partir de $R_{abs}/h = 7.5$, engendre un maillage de 17280 facettes pour 9165 points sur une seule moitié du domaine. La figure 4 donne le second harmonique du runup sur un des cylindres amont. Le calcul de cette

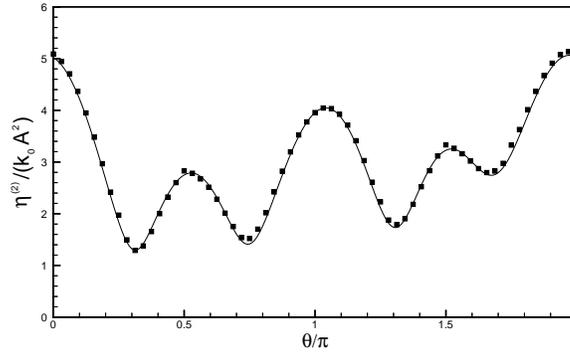


FIG. 4. Runup second harmonique sur le cylindre 'amont', $a/h = 1/3$, $k_0/h = 1.036$, $d/h = 2$. trait plein : Malenica *et al* [10]; symboles : Présente Méthode

quantité peut être considéré comme un test très sévère pour un modèle de diffraction au second ordre. Nos résultats sont comparés à ceux obtenus à l'aide de la formulation semi-analytique de Malenica *et al* [10]. Ce résultat est très satisfaisant et constitue donc une validation de notre modèle sur une structure de géométrie complexe, en houle régulière.

2-houle bichromatique

La houle incidente est maintenant composée de 2 ondes (ω_i, k_i) se propageant de façon unidirectionnelle selon l'axe $(0x)$, l'aspect symétrique de l'écoulement est donc conservé (les pulsations utilisées dans cette partie 'bichromatique' seront toujours données en valeur adimensionnalisées comme indiqué précédemment sauf pour le cas particulier ISSC). Pour les simulations de houle bichromatique (et par-là multi-chromatique) le maillage doit être suffisamment raffiné pour résoudre le problème des ondes les plus courtes et la dimension globale du domaine doit permettre la propagation des ondes les plus longues. Ces dernières sont donc les composantes du mode différence, tandis que les ondes haute fréquence proviennent du mode somme. La discrétisation temporelle est de la même façon déterminée en fonction des périodes des ondes les plus courtes (en prenant cette fois 100 pas de temps par période).

La première simulation concerne la diffraction d'une houle bichromatique de composantes $\omega_1 = 2.19$ et $\omega_2 = 2.68$ et d'amplitudes $A_1/h = A_2/h = 0.0625$, sur un cylindre posé sur le fond de rayon $a/h = 1/4$. La figure 5 montre l'élévation de surface libre sur le cylindre au premier ordre et au second ordre. Le signal apparaît comme bien établi sur ces 7 premières périodes T aussi bien au premier ordre qu'au second ordre, où $T = 2\pi/(\omega_2 - \omega_1)$ est la période de la composante du mode différence $\omega_2 - \omega_1$. Les ondes les plus longues sont bien absorbées par la nappe absorbante active à partir de $R_{abs} = 8$, la cuve ayant un rayon de $R_{max} = 17$. L'allure de la déformée de surface libre à un instant t pour lequel l'élévation est maximum sur le devant du cylindre, est présentée sur la figure 6, les champs incident et diffracté y sont donc visibles.

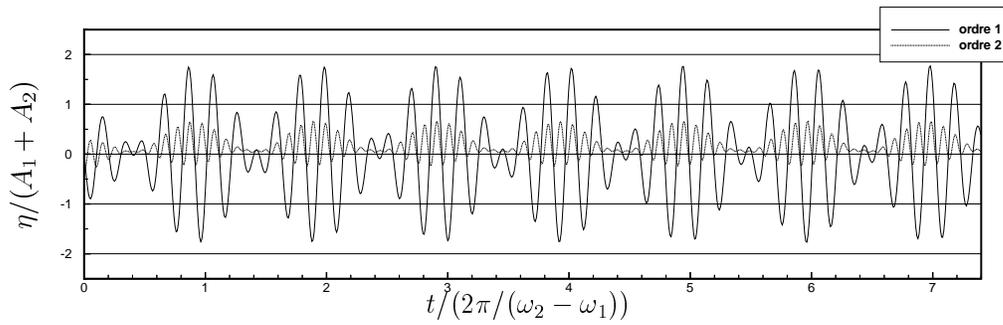


FIG. 5. Runup sur le cylindre ordre 1 et ordre 2, $a/h = 1/4$

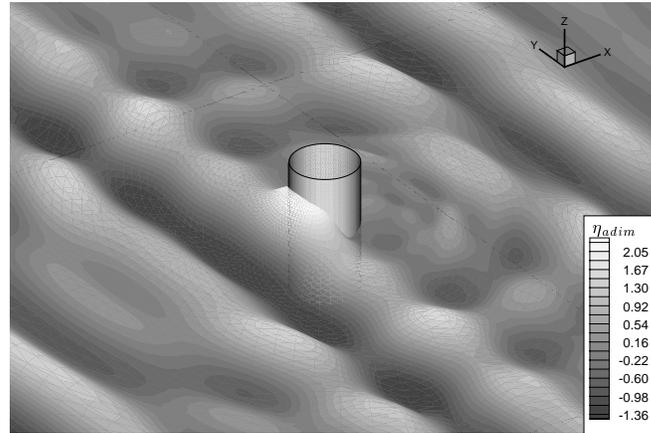


FIG. 6. Élévation de surface libre instantanée, $a/h = 1/4$, $\omega_1 = 2.19$ et $\omega_2 = 2.68$, $A_1/h = A_2/h = 0.0625$

La présentation classique des résultats des modèles fréquentiels dans lesquels les modes somme et différence sont obtenus séparément, ne permet malheureusement pas une comparaison directe avec une analyse temporelle de la diffraction au second ordre, donnant la solution *complète* au second ordre.

La difficulté d'une exploitation classique de la transformée de Fourier, réside dans le fait que les hautes fréquences du signal étant assez proches les unes des autres, le spectre obtenu ne permet pas une séparation satisfaisante des raies correspondant à chacune de ces fréquences, et donc une lecture correcte des amplitudes, par exemple. Il est envisagé d'appliquer par la suite une méthode adaptée à des signaux dont le contenu spectral est connu a priori (Kim & Sclavounos [8]).

La seconde simulation présentée sur cylindre seul correspond à une configuration houle-structure ayant fait l'objet d'une campagne expérimentale, dans le cadre d'une étude comparative ISSC menée par Nielsen [11]. Le champ de vagues incident utilisé pour les essais n'est pas correctement retrouvé par la formulation second ordre utilisée dans cet article, la figure 7 présente cependant les résultats obtenus pour les composantes premier ordre et second ordre de l'élévation de surface libre totale (cumul de l'incident et du diffracté) sur un intervalle de temps compris entre 275s et 350s. Les caractéristiques de la houle sont, toujours en grandeurs dimensionnées, $T_1 = 9s$, $A_1 = 3.95m$ et $T_2 = 12s$, $A_2 = 7.025$ et celles du cylindre : rayon $a = 8m$ pour un tirant d'eau de $24m$ placé dans une profondeur d'eau $h = 489m$.

Enfin, l'étude de la diffraction d'une houle bichromatique sur une configuration de quatre cylindres posés sur le fond du domaine fait l'objet des derniers résultats présentés. Les cylin-

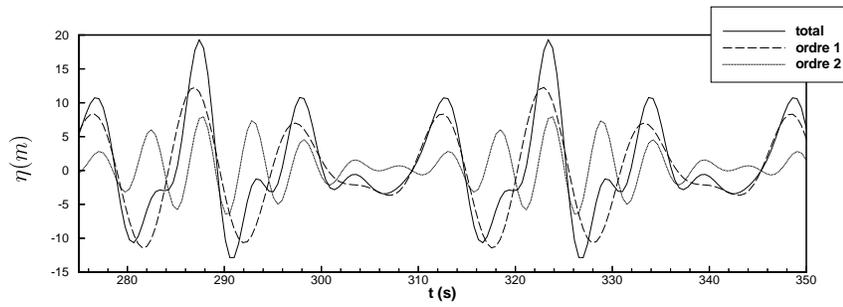


FIG. 7. Allure des différentes composantes du runup, caractéristiques de houle et du cylindre seul du cas ISSC

dres de rayon $a/h = 1/3$ sont placés aux coins d'un carré de côté $d/h = 1$. La houle incidente est uni-directionnelle se propageant selon l'axe (Ox), de composantes $\omega_1 = 0.762$ et $\omega_2 = 1.2$ et d'amplitudes $A_1/h = A_2/h = 0.07$. Les évolutions temporelles de l'élévation de surface libre diffractée au premier et au second ordre, sur le devant des cylindres 'amont' et 'aval' sont présentées respectivement sur les graphes 8 et 9, où T reste la période de la composante du mode différence $\omega_2 - \omega_1$. Le second ordre diffracté apparaît plus important sur le devant du cylindre 'aval' (figure 9) (qui se situe donc derrière le cylindre situé en amont dans l'écoulement) que pour ce dernier pour lequel le premier ordre diffracté reste supérieur à la composante second ordre.

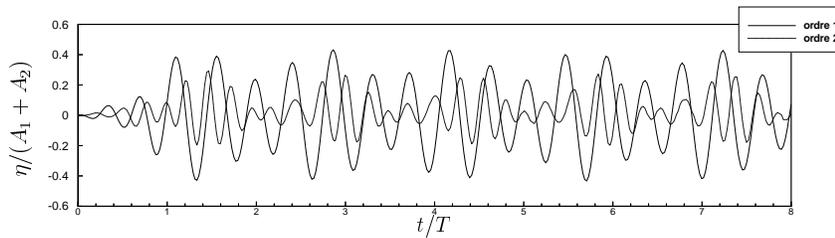


FIG. 8. Allure des différentes composantes du runup sur un des cylindres amont, $a/h = 1/3$, $d/h = 1$, $\omega_1 = 0.762$, $\omega_2 = 1.2$, $A_1/h = A_2/h = 0.07$.

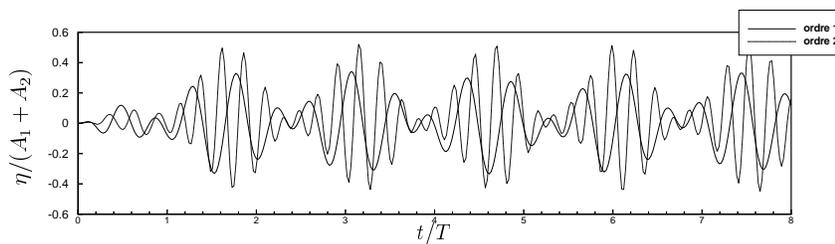


FIG. 9. Allure des différentes composantes du runup sur un des cylindres aval, $a/h = 1/3$, $d/h = 1$, $\omega_1 = 0.762$, $\omega_2 = 1.2$, $A_1/h = A_2/h = 0.07$.

La figure 10 illustre l'allure de la déformée de surface libre diffractée (comprenant le cumul des premier et second ordres) à un instant donné proche de l'instant pour lequel l'élévation diffractée maximum sur le cylindre amont est atteinte.

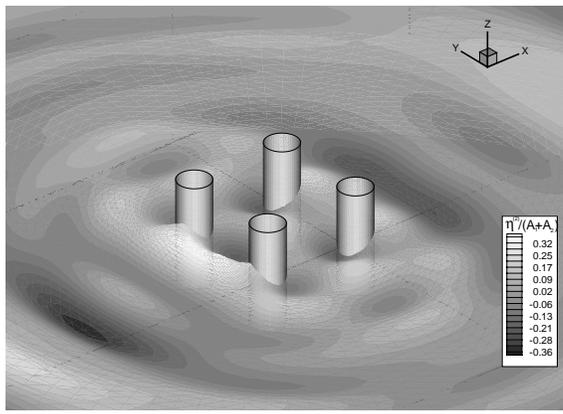


FIG. 10. Allure de l'élevation de surface libre diffractée, $a/h = 1/3$, $d/h = 1$, $\omega_1 = 0.762$, $\omega_2 = 1.2$, $A_1/h = A_2/h = 0.07$.

IV-CONCLUSION

Notre modèle de simulation temporelle de la diffraction au second ordre a été validé sur des critères sévères pour le cas de la diffraction de houle monochromatique sur un et plusieurs cylindres. Le développement de l'étude à des cas de houles bichromatiques a été mis en place, et donne des résultats satisfaisants, et encourageants quant à la future prise en compte d'un champ incident multichromatique. Une méthode de séparation précise de chaque composante fréquentielle du signal calculé est à l'étude. Enfin, une méthode d'absorption dynamique par la paroi extérieure de la cuve pourrait se révéler efficace pour limiter la réflexion des ondes longues et ainsi pouvoir diminuer la taille du domaine d'étude, ce qui limiterait les ressources informatiques nécessaires à la simulation d'un signal de houle dont le spectre en fréquence est relativement étalé.

REFERENCES

- [1] X. Chen and B. Molin. Calcul des efforts de deuxième ordre à très haute fréquence sur des plates-formes à lignes tendues. *Troisième Journées de l'Hydrodynamique, Grenoble*, pages 133–146, 1991.
- [2] J.F. Dalzell. A Note on Finite Depth Second-Order Wave-Wave Interactions. *Applied Ocean Research*, 21 :105–111, 1999.
- [3] R. Eatock Taylor and J.B. Huang. Semi-analytical Formulation for Second-Order Diffraction by a Vertical Cylinder in Bichromatic Waves. *Journal of Fluids and Structures*, 11 :465–484, 1997.
- [4] P. Ferrant, S. Malenica, and B. Molin. *Nonlinear Waves Loads and Runup on a Vertical Cylinder*, chapter Non Linear Water Waves Interaction, pages 101–136. *Advances*

in Fluid Mechanics, Eds O. Mahrenholtz & M. Markiewicz. WIT Press, Computational Mechanics Publications, 1999.

- [5] P. Ferrant and K. Pelletier. Second Order Wave Diffraction Patterns about Complex Off-shore Structures. *Proc. 10th Int. Offshore and Polar Engineering Conf.*, 3 :686–693, 2000.
- [6] M. Isaacson and K.W. Cheung. Time-Domain Second-Order Wave Diffraction in Three Dimensions. *J. Waterways, Port, Coastal & Ocean Engg.*, ASCE, 5 :496–516, 1992.
- [7] Y. Kim, D.C. Kring, and P.D. Sclavounos. Linear and Nonlinear Interactions of Surface Waves with Bodies by a Three Dimensional Rankine Panel Methods. *Applied Ocean Research*, 19 :235–249, 1997.
- [8] Y. Kim and P.D. Sclavounos. Numerical Simulation of the Linear and Second-Order Surface Flows around Circular Cylinder in Random Waves. *14th Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Port Huron, Michigan*, 1999.
- [9] A. Le Méhauté. *Interpolation et Approximation par des fonctions polynômiales par Morceaux dans R^n* . PhD thesis, Université de RennesI, France, 1984.
- [10] S. Malenica, R. Eatock-Taylor, and J.B Huang. Second-Order Water Wave Diffraction by an Array of Cylinders. *J. Fluid Mechanics*, 390 :349–373, 1999.
- [11] F.G. Nielsen. Comparative Study of Airgap under Floating Platform and Runup on Platform Columns. *ISSC*, 2000.
- [12] J. Skourup, B. Buchmann, and H.B Bingham. A Second Order 3D BEM for Wave-Structure Interaction. *Proc. 12th Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Carry-le-Rouet, France*, 1984.