

8^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

SIMULATION DE LA DYNAMIQUE D'UNE STRUCTURE HYDROÉLASTIQUE AVEC UNE MASSE ET UN AMORTISSEMENT TRÈS FAIBLES

SIMULATION OF DYNAMICS OF A HYDRODYNAMIC STRUCTURE WITH VERY LOW MASS AND DAMPING

E. GUILMINEAU, P. QUEUTEY

Division Modélisation Numérique, Laboratoire de Mécanique des Fluides, CNRS-UMR 6598
Ecole Centrale de Nantes, B.P. 92101, 44321 NANTES CEDEX3
e-mail : Emmanuel.Guilmineau@ec-nantes.fr

Résumé

Le problème de vibration induite d'un cylindre, plus particulièrement un cylindre rigide monté élastiquement et contraint d'osciller transversalement à un courant, a été très étudié dans la littérature [1, 2]. Cependant, il reste des questions assez fondamentales concernant le phénomène de vibration sous les conditions de très faible masse et amortissement et pour lesquelles il n'y a quasiment pas de recherche de laboratoire, excepté Khalak et Williamson [3]. Si on réduit le rapport de masse [$m^* = (\text{masse oscillante}) / (\text{masse de fluide déplacé})$] à 1% de la valeur utilisée dans l'étude classique de Feng [4], il est primordial de savoir quelle est la fréquence dominante de la réponse, quel est l'intervalle de la vitesse réduite pour des oscillations significatives ou pour l'accrochage, et peut-être la plus fondamentale de toutes les questions : quelle est l'amplitude de la réponse du cylindre en fonction de la vitesse réduite? Nous nous posons ces questions dans ce papier.

Summary

The problem of vortex-induced vibration of a cylinder, in particular the case where a rigid circular cylinder is elastically mounted and constrained to oscillate transversely to a free stream, has been well-studied in the literature [1, 2]. However, some rather basic questions remain concerning vibration phenomena under the conditions of very low mass and damping, for which there are almost no laboratory investigations, except Khalak and Williamson [3]. As one reduces the mass ratio [$m^* = (\text{oscillating mass}) / (\text{displaced fluid mass})$] to 1% of the value used in the classical study of Feng [4], it is of significant and fundamental interest to know what is the dominant response frequency during excitation; what is the range of normalized velocity for significant oscillations or lock-in, and perhaps the most basic of all the questions: what is the amplitude of response as a function of normalized velocity? We address these questions in the present paper.

I-INTRODUCTION

Le lâcher tourbillonnaire derrière un corps se produit dans de nombreux domaines de l'industrie comme les tubes d'échangeurs, les câbles marins, les risers flexibles dans la production pétrolière et d'autres applications marines, les ponts ... Ces exemples ne sont seulement que quelques uns parmi un grand nombre de problèmes où les vibrations induites sont importantes. Ces problèmes de vibrations induites ont conduit à un grand nombre d'études fondamentales [1, 2, 5]. Le cas d'un cylindre monté élastiquement et vibrant sous l'action des forces fluides est un des cas les plus fondamentaux de l'interaction fluide-structure. Par conséquent, la détermination des forces instationnaires sur le cylindre est d'une importance primordiale pour la dynamique de la structure. Cependant, des mesures directes des forces pour une structure montée élastiquement sont très rares dans la littérature. Récemment, un ensemble de mesures de traînée pour un cylindre oscillant en cavement et en pilonnement dans un courant a été présenté [6]. Des mesures de portance et de traînée pour un cylindre hydroélastique avec une masse et un amortissement très faible ont également été effectuées [7]. Par conséquent, à cause de ce manque de mesures expérimentales des forces, des comparaisons d'efforts avec les résultats de simulations numériques sont difficiles malgré les quelques résultats expérimentaux cités auparavant.

Les vibrations induites sont généralement associées au phénomène d'accrochage où le mouvement de la structure est censé dominer le processus de lâcher et donc synchronisant la fréquence de lâcher. L'accrochage est caractérisé par un décalage de la fréquence de lâcher (f_v) vers la fréquence naturelle du système (f_n) ($f_v \sim f_n$). L'accrochage peut aussi se référer à la coalescence de la fréquences naturelle, d'oscillation du cylindre et de lâcher ($f_v \sim f \sim f_n$). De nombreuses études de vibrations induites dans la littérature montrent l'existence du phénomène d'accrochage. Dans quasiment toute la littérature, le problème de vibrations induites d'un cylindre avec un rapport de masse élevée a été très étudié. Cependant, il reste des questions assez fondamentales concernant le phénomène de vibration sous les conditions de très faible masse et amortissement et pour lesquelles il n'y a quasiment pas de recherche de laboratoire. Si on réduit le rapport de masse à 1% de la valeur utilisée dans l'étude classique de Feng [4], il est primordial de savoir quelle est la fréquence dominante de la réponse, quel est l'intervalle de la vitesse réduite pour des oscillations significatives ou pour l'accrochage, et peut-être la plus fondamentale de toutes les questions : quelle est l'amplitude de la réponse du cylindre en fonction de la vitesse réduite?

Récemment, Khalak et Williamson [3] ont publié une synthèse sur les vibrations induites. Leurs expériences montrent qu'il existe deux types de réponse distinctes pour un cylindre rigide monté élastiquement et soumis à des oscillations transverses (Fig. 1). Pour un coefficient masse-amortissement faible, la réponse de l'amplitude montre trois branches, appelées branche initiale, branche supérieure et branche inférieure. Pour un coefficient masse-amortissement élevé, correspondant à l'étude classique de Feng [4], seulement deux branches existent, la branche supérieure est absente. Beaucoup d'études numériques récentes [8, 9, 10] donnent des résultats en amplitude très similaires mais plus faibles que les valeurs expérimentales. Il semble que seulement la branche inférieure des amplitudes soit capturée par les simulations numériques et que la branche supérieure soit absente.

L'objectif de ce papier est d'examiner numériquement la dynamique et les forces fluides résultantes d'un cylindre rigide et monté élastiquement avec un coefficient de masse-amortissement

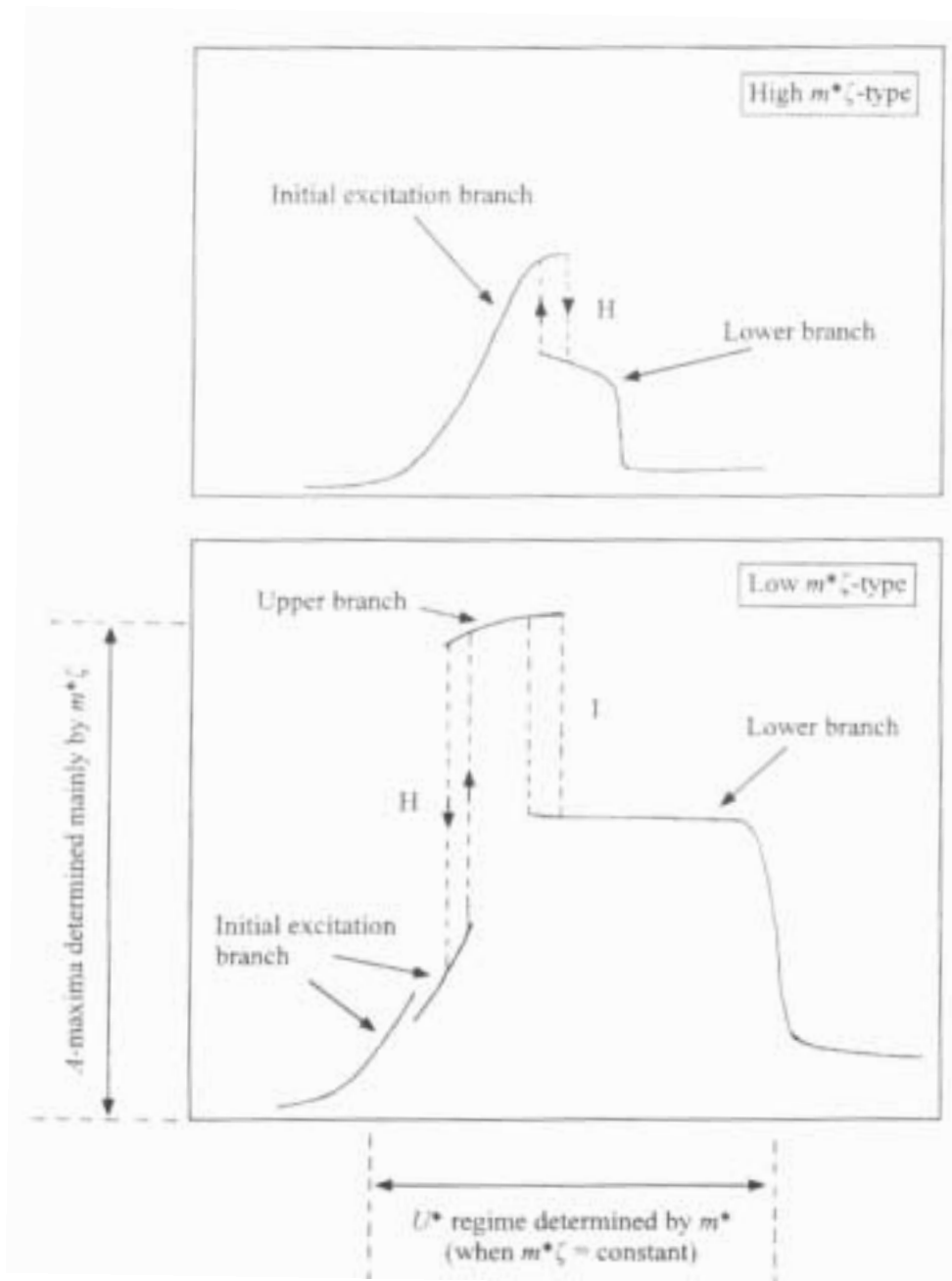


Figure 1. Types de la réponse en fonction de $m^*\zeta$
(Khalak et Williamson [3], figure 3, p. 822)

faible. Le cylindre est contraint d'osciller transversalement à un courant. Les résultats numériques seront comparés avec des données expérimentales [11].

II-EQUATIONS ET ASPECTS NUMÉRIQUES

1-Pour le fluide

Les équations sont présentées sous une forme sans dimensions. L'échelle de vitesse est la vitesse de référence, U_∞ , l'échelle de longueur le diamètre du cylindre, D et l'échelle de temps le temps aérodynamique, D/U_∞ .

Les équations de Navier-Stokes-Reynolds pour un fluide incompressible et instationnaire peuvent s'écrire, dans un système inertiel, i.e. le repère est connecté au laboratoire, sous la forme conservative suivante :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{U} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

avec les composantes cartésiennes, F_{kj} , du flux de quantité de mouvement F_k , donné par :

$$F_{kj} = (U_j - \hat{U}_j) U_k + \delta_{jk} P - \frac{1}{Re} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{u_j u_k}.$$
 (2)

Ces équations utilisent les composantes cartésiennes de la vitesse U_k , la vitesse du maillage \hat{U}_j , la pression P , les composantes du tenseur de Reynolds $\overline{u_j u_k}$, le nombre de Reynolds $Re = U_\infty D / \nu$, où ν est la viscosité cinématique du fluide, et le symbole de Kronecker δ_{ij} .

La fermeture du problème turbulent est résolue à l'aide d'un modèle newtonien

$$\overline{u_j u_k} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} K \delta_{ij}.$$
 (3)

La viscosité turbulente, ν_t , est donnée par le modèle de turbulence. Dans cette étude, seul le modèle K- ω SST [12] est utilisé. Ce modèle résout une équation pour l'énergie cinétique turbulente K et une seconde pour la fréquence turbulente ω .

Les composantes cartésiennes de la vitesse, le champ de pression et les quantités turbulentes sont localisés aux centres des volumes de contrôle. La méthode numérique utilise une reconstruction des flux de masse et de quantité de mouvement consistante physiquement, l'approche CPI [13], dans une discrétisation conservative à base de volumes finis. Le couplage vitesse-pression qui en résulte est alors naturel et compact. Il est traité de façon itérative en utilisant une méthode découplée standard, l'algorithme de type PISO. Enfin, une discrétisation en temps complètement implicite de type Euler décentrée à trois niveaux est utilisée.

2-Pour la structure

En considérant que le mouvement est uniquement dans la direction transverse et en supposant un mouvement rigide du corps, l'équation du mouvement généralement utilisée pour représenter les vibrations induites est :

$$m_{\text{sys}} \ddot{Y} + c_{\text{sys}} \dot{Y} + kY = F_Y$$
 (4)

où Y est le déplacement transverse du cylindre, m_{sys} la masse du système oscillant, c_{sys} l'amortissement structurel, k la raideur du système et F_Y la force fluide dans la direction transverse.

En utilisant l'ensemble des variables sans dimensions suivant :

$$\begin{aligned}U^* &= \frac{U_\infty}{f_n D}, & m^* &= \frac{m_{\text{sys}}}{m_d}, \\ \zeta &= \frac{c_{\text{sys}}}{c_{\text{crit}}} = \frac{c_{\text{sys}}}{2\sqrt{k m_{\text{sys}}}}, & \frac{k}{m_{\text{sys}}} &= (2\pi f_n)^2\end{aligned}\quad (5)$$

où ζ est le rapport d'amortissement structurel, U^* la vitesse réduite ou normalisée, m^* le rapport de masse, f_n la fréquence naturelle du système, m_d la masse de fluide déplacé ($m_d = \frac{\pi}{4}\rho D^2$), l'équation sans dimensions du mouvement du cylindre peut s'écrire comme :

$$\ddot{y} + \frac{4\pi\zeta}{U^*} \dot{y} + \left(\frac{2\pi}{U^*}\right)^2 y = \frac{2}{\pi} \frac{C_L}{m^*} \quad (6)$$

où y est le déplacement transverse sans dimensions du cylindre. L'équation (6) est intégrée en temps par un algorithme de Runge-Kutta à quatre pas.

III-CONDITIONS INITIALES

Pour commencer un calcul à une vitesse réduite et un nombre de Reynolds donnés, un écoulement initial est nécessaire. Ainsi, trois conditions initiales sont utilisées.

- Premièrement, la condition appelée *à partir du repos*. Dans ce cas avant de supposer que le cylindre soit monté sur appuis élastiques, la simulation du lâcher tourbillonnaire derrière un cylindre fixe est effectuée. Quand la portance devient périodique, le cylindre monté élastiquement peut osciller.
- La deuxième condition est appelée *vitesse croissante*. Quand le cylindre oscille toujours, le débit de l'écoulement est augmenté jusqu'à un nouveau palier correspondant à la vitesse désirée. Ce processus est répété pour chaque vitesse réduite. Ainsi, le cylindre est toujours en oscillation. Dans ce cas, on initialise une simulation pour une vitesse réduite U^* et un nombre de Reynolds Re donnés avec la solution obtenue pour une vitesse réduite U^{*0} et un nombre de Reynolds Re^0 en considérant $U^{*0} < U^*$ et $Re^0 < Re$.
- La dernière condition est appelée *vitesse décroissante*. Le même procédé que pour la condition *vitesse croissante* est utilisé mais avec $U^{*0} > U^*$ et $Re^0 > Re$.

IV-RÉSULTATS

Nous nous intéressons aux forces et à la réponse associées aux vibrations induites d'un cylindre avec une masse normalisée très faible. Ce problème a été étudié expérimentalement par Khalak et Williamson [11]. La vitesse réduite U^* est incluse dans l'intervalle 1–17. Le nombre de Reynolds varie de 900 à 15000. Le régime de l'écoulement est donc turbulent. L'ensemble des paramètres utilisés pour la simulation est $m^* = 2.4$, $m^*\zeta = 1.3 \cdot 10^{-2}$, $900 \leq Re \leq 15000$ et $1.0 \leq U^* \leq 17.0$. Le maillage utilisé est de type O et comprend 200 points dans la direction angulaire et 150 dans la direction radiale. Le premier point est situé à $0.001D$ de la paroi et la frontière extérieure est à 25 diamètres du cylindre. Le pas de temps sans dimensions est égal à 0.005.

L'amplitude maximale de vibration du cylindre pour une vitesse réduite donnée définit la réponse du cylindre tracée sur la figure 2. La courbe expérimentale se décompose en quatre régions : la branche d'excitation initiale, la branche supérieure, la branche inférieure et la branche d'incohérence. On peut voir que nos simulations, pour les trois types de condition initiale, sont en bon accord avec l'expérience pour la branche inférieure. L'amplitude pour la branche inférieure est $A/D = 0.62$, qui est similaire à la valeur expérimentale [11]. Par contre numériquement, nous ne reproduisons pas la branche supérieure. La valeur maximale de l'amplitude de vibration du cylindre est obtenue avec la condition *vitesse croissante* et elle est de $A/D = 0.98$, expérimentalement, cette valeur est $A/D = 0.96$. Avec les autres conditions, la valeur maximale de l'amplitude est celle de la branche inférieure. Les résultats, obtenus avec les trois conditions, sont cohérents aux résultats expérimentaux [14] où $m^* = 180$ et $m^*\zeta = 0.036$ pour des

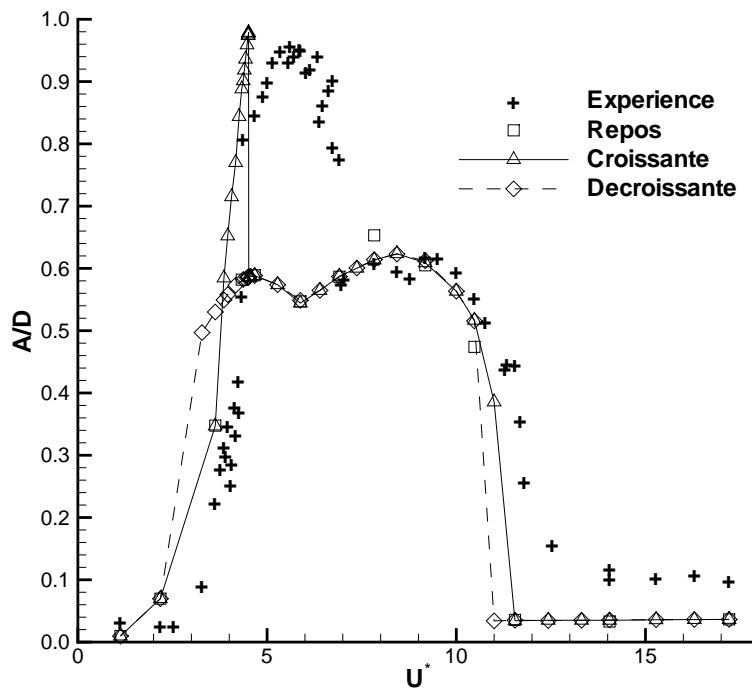


Figure 2. Amplitude de la réponse avec $m^* = 2.4$ et $m^*\zeta = 0.013$

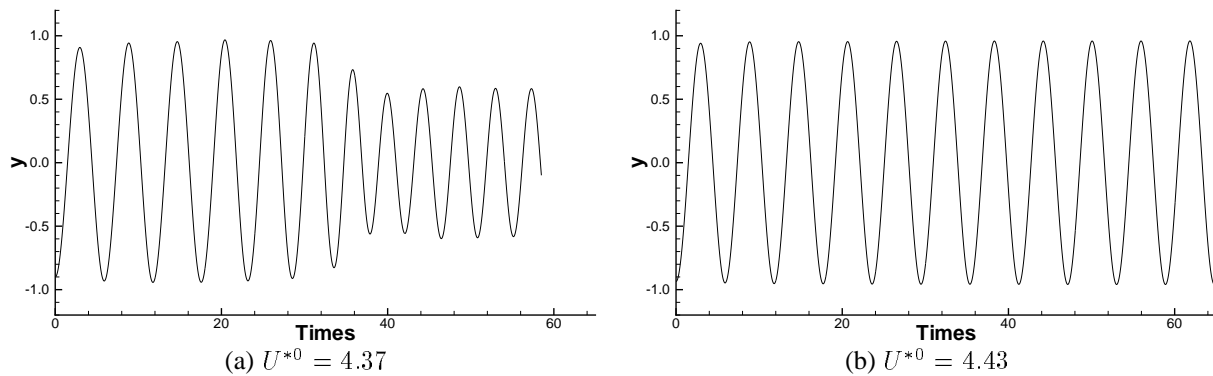


Figure 3. Déplacement du cylindre pour $U^* = 4.47$ et $Re = 3876$

nombre de Reynolds compris entre 3400 et 11800. Les résultats obtenus avec la condition *vitesse croissante*, condition identique à celle de l'expérience [11], sont de bonne qualité car dans la littérature, aucune simulation n'a prédit d'amplitudes de vibrations aussi élevées [3].

Pour obtenir la réponse tracée sur la figure 2 avec la condition *vitesse croissante*, l'utilisation de petits incréments de vitesse réduite était nécessaire. En effet, si pour $U^* = 4.47$, la condition initiale est l'écoulement obtenu pour $U^* = 4.37$, l'amplitude tend vers la valeur de la branche inférieure (Fig. 3(a)). Par contre si la condition initiale est l'écoulement obtenu pour $U^* = 4.43$, l'amplitude de vibration croît légèrement (Fig. 3(b)).

Les figures 4 et 5 présentent le coefficient de portance et de traînée en fonction de la vitesse réduite pour les trois conditions. Le coefficient de traînée diffère suivant les conditions utilisées. La traînée maximale, $C_{D_{\max}}$, est obtenue avec la condition *vitesse décroissante*, elle est de 8.53 avec une traînée moyenne, \bar{C}_D , de 7.49. La traînée maximale est environ 5 fois supérieure à celle obtenue dans le cas du cylindre fixe, comme dans les résultats expérimentaux de Khalak et Williamson [7] avec $m^* = 3.3$ et $m^*\zeta = 0.0135$. Avec la condition *vitesse croissante*, $C_{D_{\max}}$

est 4.22 et $\bar{C}_D=3.02$. De la même façon, le coefficient de portance maximum, $C_{L,max}$ est de 1.59 avec la condition *vitesse décroissante* et de 2.91 avec la condition *vitesse croissante*. La valeur maximale du coefficient de portance rms, $C_{L,rms}$ est de 1.14 avec la condition *vitesse décroissante* et de 2.14 avec la condition *vitesse croissante*. Pour des faibles valeurs de vitesse réduite, le coefficient de traînée est identique avec les conditions à *partir du repos* et *vitesse croissante*, alors qu'avec la condition *vitesse décroissante*, il est très supérieur, de presque 5 fois. Tandis que pour des valeurs élevées de U^* , la traînée est identique entre les conditions *vitesse croissante* et *vitesse décroissante*, et supérieure à celle obtenue à *partir du repos* de plus de 2 fois. Par contre, les courbes représentant le coefficient de portance sont quasiment identiques, excepté au niveau de la transition entre les branches.

La figure 6 présente la fréquence adimensionnelle, $f^* = f_v/f_n$ où f_v est la fréquence du lâcher tourbillonnaire, en fonction de la vitesse réduite. Pendant la période de synchronisation,

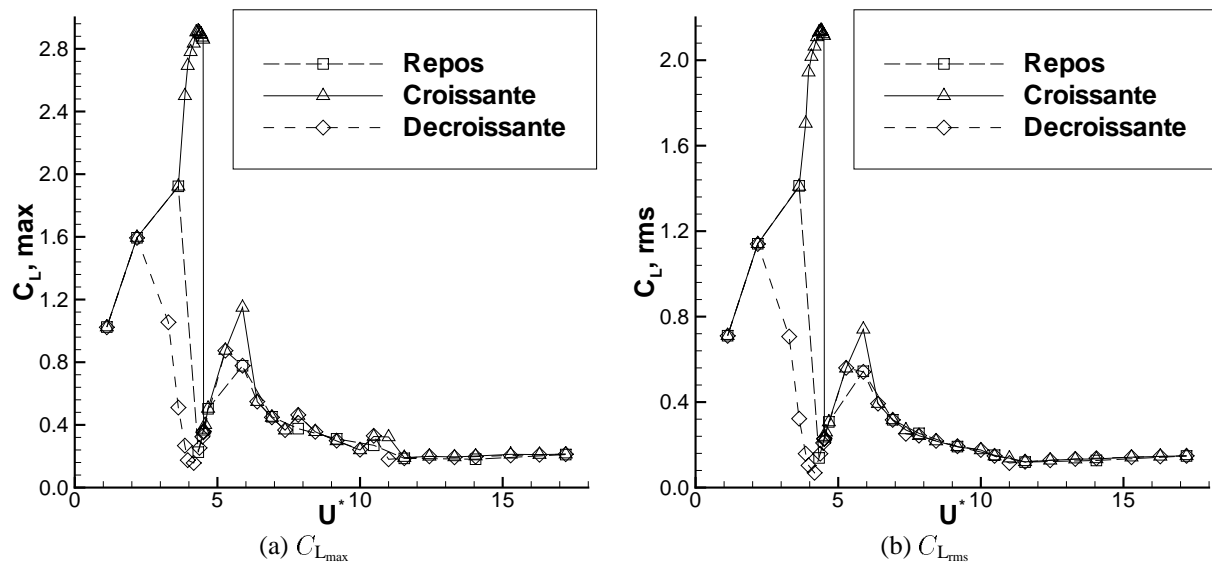


Figure 4. Coefficient de portance en fonction de la vitesse réduite

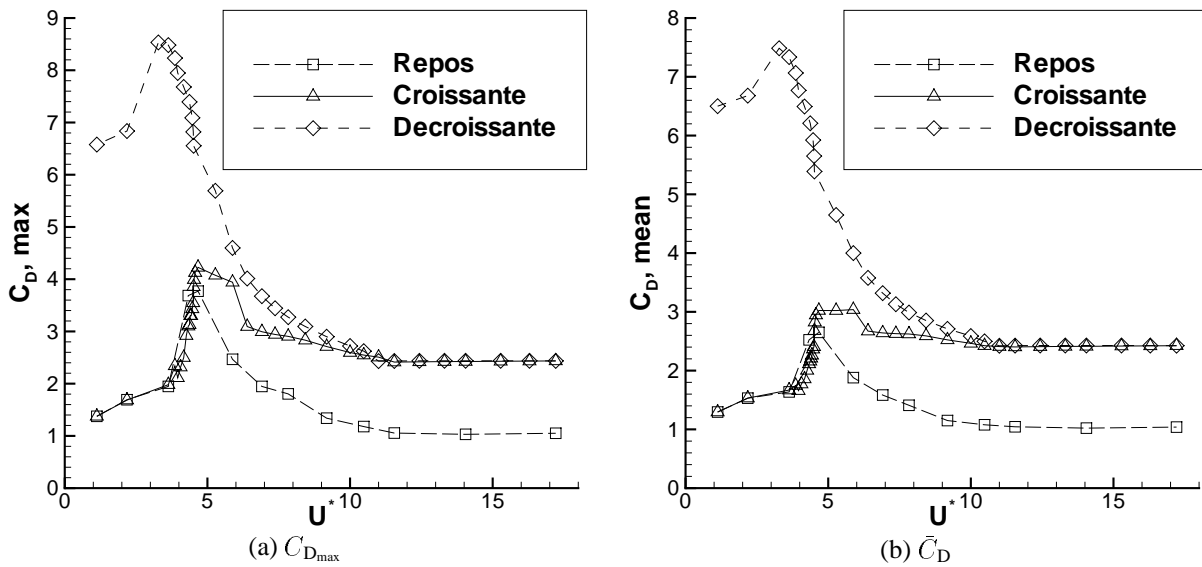


Figure 5. Coefficient de traînée en fonction de la vitesse réduite

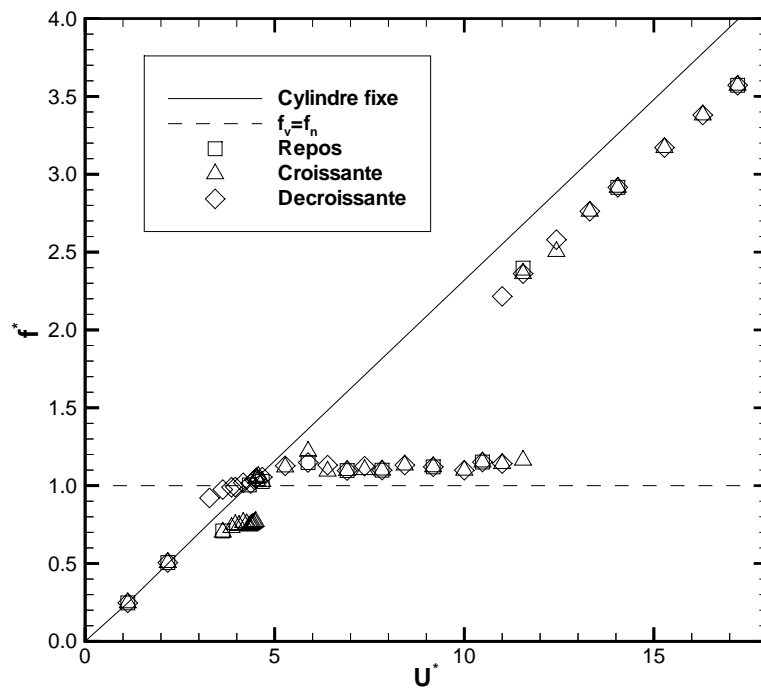


Figure 6. Fréquence de la réponse en fonction de U^* avec $m^* = 2.4$ et $m^*\zeta = 0.013$

$U^* = 4-11$, la fréquence f^* est supérieure à 1, contrairement au cas où pour une masse m^* élevée, f^* est très proche de 1. Pour cette étude, la fréquence f^* oscille autour de la valeur 1.15, qui est plus faible que la valeur expérimentale qui est de 1.4 [3]. Ce résultat peut paraître surprenant mais ceci s'explique par le fait que f^* dépend du coefficient de masse ajoutée spécifique [3].

L'angle de phase, ϕ , entre la portance et le déplacement du cylindre est présenté sur la figure 7. Pour toutes les conditions initiales, la forme de la courbe est similaire. La variation brutale de la phase est associée à la chute de la réponse de l'amplitude pour la condition *vitesse croissante*. Pour les deux autres conditions, cela correspond au passage de la branche initiale à la branche inférieure. Avant de quitter la branche inférieure, la phase décroît légèrement avant $U^* = 10.5$ et augmente après cette vitesse réduite.

Les figures 8 présentent le type du lâcher dans le sillage quand le cylindre se trouve dans sa position la plus basse. Pour des vitesses réduites faibles (Fig. 8(a), 8(b)), la structure du sillage est un mode 2S selon l'interprétation de Williamson et Roshko [15]. Le mode 2S signifie que deux vortex sont générés par cycle d'oscillation. On remarque également que le lâcher s'effectue par la paroi supérieure du cylindre. Pour la vitesse $U^* = 5.88$, c'est-à-dire sur la branche inférieure, le mode est 2P (2 paires de vortex générés par cycle). Pour la vitesse $U^* = 11.55$, la structure du lâcher est similaire à celle obtenue avec $U^* = 3.63$. Par contre, le lâcher se fait par la paroi inférieure du cylindre. On a donc un décalage en phase dû à la permutation de l'écoulement.

Nous avons vu que pour des valeurs élevées de U^* , la traînée diffère suivant les conditions initiales utilisées alors que la portance est identique. Nous nous intéressons aux résultats obtenus avec les conditions à *partir du repos* et *vitesse croissante* pour la vitesse réduite $U^* = 17.21$ et $Re = 14923$. La figure 9 présente les lignes de courant pour l'écoulement moyen sur une période d'oscillation. On constate que la structure de l'écoulement est identique dans les deux cas. Cependant, l'écoulement obtenu avec la condition *vitesse croissante* est moins intense. Ceci est visible sur la figure 10 qui représente les isobares de l'écoulement moyen pour les deux conditions initiales. On s'aperçoit que la forme des isobares est identique dans les deux cas, mais les extremums sont différents.

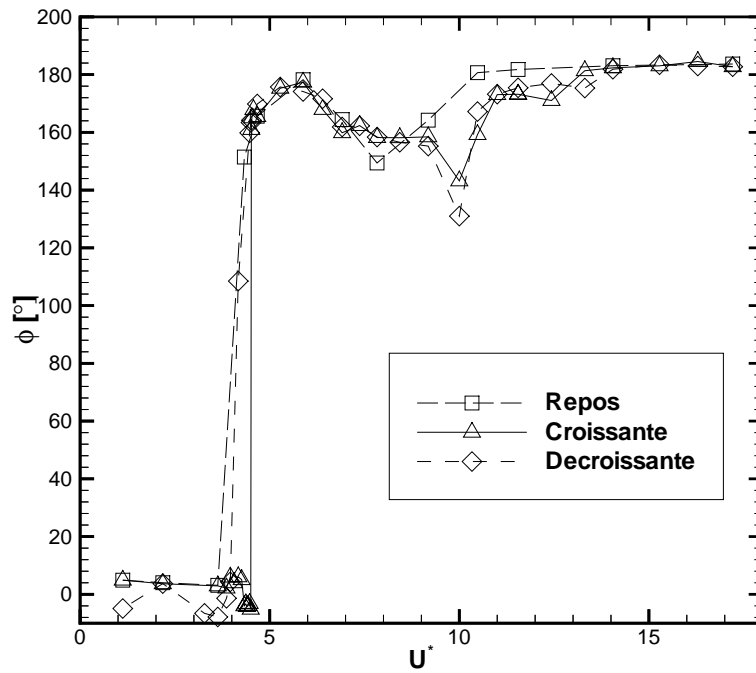


Figure 7. Angle de phase en fonction de U^* avec $m^* = 2.4$ et $m^*\zeta = 0.013$

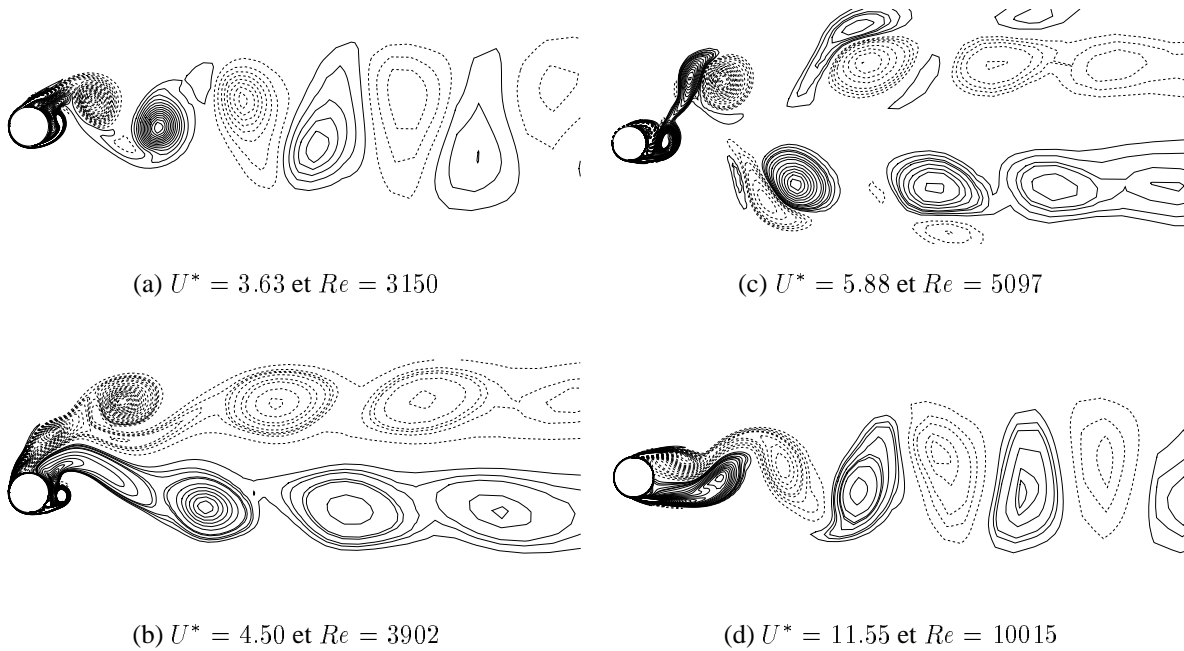
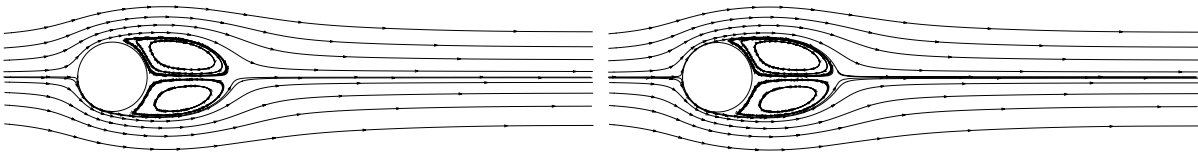


Figure 8. Structure du sillage pour différentes vitesses réduites avec la condition vitesse croissante

V-CONCLUSIONS

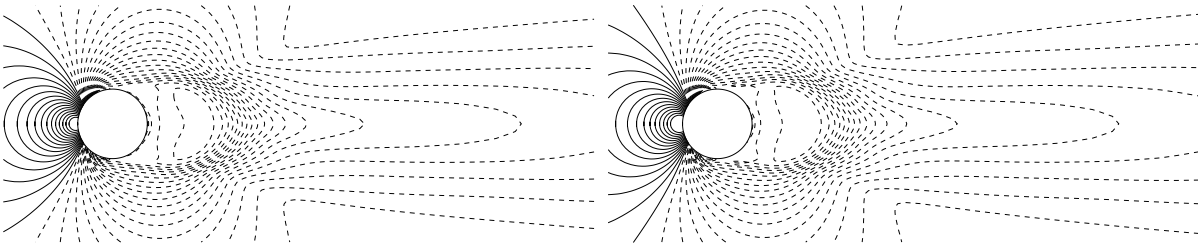
Cette étude numérique de vibrations induites d'un cylindre circulaire avec un coefficient masse-amortissement faible montre que la réponse stationnaire du cylindre est un phénomène d'hystérésis. Trois conditions initiales ont été utilisées : à partir du repos, vitesse croissante et vitesse décroissante. Selon ces conditions initiales, la réponse du cylindre diffère. Avec les



(a) A partir du repos

(b) Vitesse croissante

Figure 9. Écoulement moyen pour $U^* = 17.21$ et $Re = 14923$



(a) A partir du repos, $p_{min} = -6.7 \cdot 10^{-3}$, $p_{max} = 5.3 \cdot 10^{-3}$, $\Delta p = 3 \cdot 10^{-4}$

(b) Vitesse croissante, $p_{min} = -3.6 \cdot 10^{-4}$, $p_{max} = 2.5 \cdot 10^{-5}$, $\Delta p = 1.7 \cdot 10^{-5}$

Figure 10. Isobares pour $U^* = 17.21$ et $Re = 14923$

conditions à *partir du repos* et *vitesse décroissante*, les simulations ne prédisent seulement que la branche inférieure. D'autre part, avec la condition *vitesse croissante*, l'amplitude maximum de vibration correspond à la valeur expérimentale, mais la branche supérieure n'est pas prédite. Pour obtenir cette valeur, il était nécessaire d'utiliser un petit incrément de vitesse. A partir de la vitesse réduite donnant l'amplitude maximale, une légère augmentation de la vitesse normalisée conduit à la branche inférieure. Toutes les simulations prédisent correctement l'amplitude de vibration pour la branche inférieure.

Les visualisations de l'écoulement indique que la branche initiale est associé au mode 2S de formation des vortex tandis que la branche inférieure correspond au mode 2P. Ceci a été confirmé expérimentalement par Brika et Laneville [14].

La réponse des efforts sur le cylindre est également un phénomène d'hystérésis, particulièrement pour la traînée. En effet, le coefficient de traînée diffère suivant la condition initiale utilisée. Pour une vitesse normalisée faible, la traînée obtenue avec la condition *vitesse décroissante* est 5.5 fois supérieure à celle obtenue avec la condition à *partir du repos* ou *vitesse croissante*. D'autre part, pour une vitesse normalisée élevée, les simulations donnent le même coefficient de traînée pour les conditions *vitesse croissante* et *vitesse décroissante*, lequel est 2.2 fois plus élevé que la valeur obtenue avec la condition à *partir du repos*. Par contre, le coefficient de portance est identique pour toutes les conditions initiales. Cependant, les résultats obtenus avec les différentes conditions initiales conduisent à la même structure de l'écoulement. Mais, celui-ci est plus ou moins intense suivant la condition initiale utilisée.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient le comité scientifique de l'IDRIS (projet 00.0129) pour l'attribution d'heures de calcul sur la machine Nec SX5. Les auteurs sont aussi reconnaissant envers Charles H.K. Williamson pour avoir mis à leur disposition les données expérimentales et pour ses discussions utiles.

REFERENCES

- [1] T. Sarpkaya, "Vortex-induced oscillations - A selective review," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 46, pp. 241–258, 1979.
- [2] P.W. Bearman, "Vortex shedding from oscillating bluff bodies," *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, vol. 16, pp. 195–222, 1984.
- [3] A. Khalak and C.H.K. Williamson, "Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 13, pp. 813–851, 1999.
- [4] C.C. Feng, "The measurements of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinder," Master's thesis, University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada, 1968.
- [5] G. Parkinson, "Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of bluff bodies," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 26, pp. 169–224, 1989.
- [6] T. Sarpkaya, "Hydrodynamic damping, flow-induced oscillations and biharmonic response," *ASME Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, vol. 117, pp. 232–238, 1995.
- [7] A. Khalak and C.H.K. Williamson, "Fluid forces and dynamics of a hydroelastic structure with very low mass and damping," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 11, pp. 973–982, 1997.
- [8] D.J. Newman and G.E. Karniadakis, "A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable," *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 344, pp. 95–136, 1997.
- [9] F. Saltara, J.R. Meneghini, and C.L.R. Siquiera, "The simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder," in *Proceedings of the 8th International Offshore and Polar Engineering Conference*, vol. 3, (Montréal, Canada), pp. 356–363, 1998.
- [10] C. Evangelinos, *Parallel simulations of vortex-induced vibrations in turbulent flow: linear and non-linear models*. PhD thesis, Brown University, U.S.A., 1999.
- [11] A. Khalak and C.H.K. Williamson, "Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 10, pp. 455–472, 1996.
- [12] F.R. Menter, "Zonal two-equation $k - \omega$ turbulence models for aerodynamic flows," in *AIAA 24th Fluid Dynamics Conference*, AIAA Paper 93-2906, (Orlando, U.S.A.), 1993.
- [13] G.B. Deng, J. Piquet, P. Queutey, and M. Visonneau, "Incompressible flow calculations with a consistent physical interpolation finite-volume approach," *Computers and Fluids*, vol. 23, pp. 1029–1047, 1994.
- [14] D. Brika and A. Laneville, "Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 250, pp. 481–508, 1993.
- [15] C.H.K. Williamson and A. Roshko, "Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 2, pp. 355–381, 1988.