

8^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

CALCUL DE TENUE A LA MER AVEC LA FONCTION DE GREEN DE DIFFRACTION-RADIATION AVEC VITESSE D'AVANCE

SEAKEEPING COMPUTATIONS USING THE DIFFRACTION-RADIATION GREEN FUNCTION WITH FORWARD SPEED

M. BA^{1,2}, J.-P. BOIN^{1,3}, G. DELHOMMEAU⁴, M. GUILBAUD^{1,3} et C. MAURY⁴

¹LEA (UMR CNRS 6609)

²ENSMA, 1 rue Clément Ader, BP 40109, 86960 Futuroscope Chasseneuil Cedex,

³CEAT - Université de Poitiers, 43 rue de l'Aérodrome, - 86036 Poitiers Cedex

⁴L.M.F.-D.H.N. (UMR CNRS 6598), Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 03

Résumé

On présente ici les résultats obtenus avec deux codes de calcul de la tenue à la mer d'un navire développés à l'Ecole Centrale de Nantes (Aquaplus) et au LEA-CEAT de Poitiers (Poséidon) par la méthode des singularités dans le domaine fréquentiel, utilisant la fonction de Green de diffraction-radiation avec vitesse d'avance, mais avec deux formulations différentes: méthode de plus grande pente et méthode Simpson adaptative, respectivement. Ces deux méthodes permettent de traiter le cas des navires se déplaçant à vitesse élevée dans les vagues. Dans les deux cas, les intégrations spatiales sont calculées analytiquement après interversion des intégrales de Fourier et surfaciques, tant pour les intégrations sur des panneaux élémentaires que sur des segments de la ligne de flottaison. Les résultats obtenus pour des carènes de Wigley ou de Série 60 sont en bon accord entre eux et avec ceux d'essais ou encore d'autres méthodes de calcul. Toutefois pour ces dernières carènes, des fréquences irrégulières apparaissent et l'on a pu mettre en évidence leur lien avec l'intégrale de ligne. Des calculs du champ de vagues instationnaire sont aussi présentés et comparés à des mesures.

Summary

We present here numerical results obtained from two seakeeping codes developed at Ecole Centrale de Nantes (Aquaplus) and at LEA-CEAT of Poitiers (Poseidon) using the diffraction-radiation with forward speed Green function, but with two alternate formulations: steepest descent method and Simpson adaptative method, respectively. These codes enable to study the problem of a ship travelling in waves at high forward speed. For both codes, the spatial integrals are calculated analytically after having interchanged the Fourier and boundary integrations for integrals on panel or on waterline segment. Results of both codes for Wigley or Series 60 hulls are in good agreement and also retrieve test measurements or other calculations available. However, irregular frequencies are visible and their links with the waterline integral are shown. Some calculations of the unsteady wave pattern are also presented and compared with test measurements.

1. INTRODUCTION

On voit apparaître depuis quelques années des codes de calcul de tenue à la mer des navires par la méthode des singularités utilisant la fonction de Green de diffraction-radiation avec vitesse d'avance, Du et al. [1], [2], Brument et Delhommeau [3], Chen et Noblesse [4], Chen et al. [5], Boin et al. [6]. Cette fonction, utilisée au cours des années 80, avait été abandonnée ensuite au profit des méthodes de Rankine, à cause des difficultés numériques associées, introduisant des imprécisions et des temps de calcul élevés, particulièrement au voisinage de la surface libre. On peut donc maintenant tirer partie des avantages des singularités de Kelvin-Havelock, tels la satisfaction automatique de la condition linéarisée de surface libre mais aussi celle de radiation, difficile à imposer dans les méthodes de Rankine quelles que soient les valeurs de la fréquence et de la vitesse d'avance, l'absence de maillage sur la surface libre évitant toute réflexion des vagues sur une frontière, ainsi que le filtrage des solutions à des longueurs d'onde plus petites que les cellules de ce maillage. Cette méthode présente de plus l'avantage d'avoir de plus petits systèmes d'équations à résoudre. Ces codes peuvent être utilisés sur de petites stations de travail ou de simples PC, avec des temps de calcul modérés, sans négliger la précision. Ces améliorations sont liées à celles des algorithmes de calcul utilisant la méthode de la plus grande pente (Iwashita et Okhusu [7] ou [3]) ou celle de Simson adaptative (Ba et Guilbaud [8], Nontakaew et al. [9]) pour le calcul de la fonction de Green. Les méthodes des singularités font apparaître des intégrales de la fonction et de ses dérivées sur des facettes et des segments (sauf si on utilise des méthodes d'intégration numérique) plutôt que la fonction elle-même et ce sont ces intégrales qui doivent être calculées précisément. On peut en effet calculer analytiquement les intégrales de surface après quelques manipulations mathématiques par la méthode de la plus grande pente, Iwashita [10], par la méthode des Superfonctions de Green [4], ou de Simpson adaptative Boin et al. [11]. On obtient ainsi des intégrations précises pour des facettes contiguës à la surface libre, même si le point de contrôle est près aussi de celle-ci. On peut aussi calculer les intégrales avec des points sur la surface libre pour obtenir le champ de vagues. Il faut encore mentionner les progrès des ordinateurs au cours des dernières années dans ceux des codes de calcul.

On présente ici deux codes de calcul utilisant cette fonction et différenciés seulement par la méthode de calcul des intégrations de Fourier. L'étude est limitée à un écoulement symétrique, pour une distribution de sources seules. Le potentiel est développé autour de l'écoulement uniforme, le potentiel des vitesses instantané dans le domaine fréquentiel étant ainsi découplé de l'écoulement moyen stationnaire. Les deux codes calculent analytiquement les intégrales de surface ou de ligne portant sur la fonction de Green et de ses dérivées, après permutation des intégrales d'espace et de Fourier. Une grande attention a été portée à la précision de ces intégrales. Des calculs ont été effectués pour étudier l'influence d'une facette ou d'un segment de la ligne de flottaison seuls avec une distribution constante de source unité située près de la surface libre sur un point champ balayant l'espace et particulièrement s'approchant de la surface libre. Des calculs ont été effectués pour des carènes telles celles de Wigley et de la Série 60. Pour ces dernières, les résultats obtenus montrent l'existence d'oscillations correspondant probablement à des fréquences irrégulières en présence de la vitesse d'avance dont les amplitudes augmentent quand on néglige l'intégrale de ligne. Enfin, on a comparé, pour les carènes de la série 60, les champs de vagues calculés à ceux obtenus lors d'essais afin d'avoir une validation plus complète de la méthode de calcul sur des grandeurs locales.

Après avoir rappelé succinctement le problème étudié, les méthodes de calcul de la fonction de Green et de ses dérivées ainsi que de leurs intégrations sur des facettes ou des segments de la ligne de flottaison sont présentées. On développe ensuite l'étude numérique dans le cas d'une facette ou d'un segment isolés et les résultats des intégrations analytiques sont comparés avec ceux d'une intégration numérique avec un nombre de points variables.

2. PRESENTATION DU PROBLEME A RESOUDRE

L'écoulement hydrodynamique irrotationnel d'un fluide parfait et incompressible autour d'une coque symétrique de navire en translation uniforme rectiligne et soumis à des petits mouvements harmoniques forcés autour de sa position moyenne ou à une houle régulière est étudié. On utilise un système de coordonnées lié à la position moyenne de la coque, le plan xOy correspondant à la position non perturbée de la surface libre; l'axe Oz est positif vers le haut et l'axe Ox parallèle à la vitesse du corps dirigée dans la direction de déplacement du navire. On appelle \vec{n} la normale intérieure au fluide.

Avec ces hypothèses, on peut utiliser le potentiel des vitesses. On se placera dans le domaine fréquentiel en utilisant comme écoulement de base stationnaire, l'écoulement uniforme. La partie spatiale $\mathbf{f}(M)$ du potentiel des vitesses satisfait l'équation de Laplace au sein du fluide, supposé de profondeur infinie, la condition de glissement sur le corps, la condition linéarisée de Kelvin sur la surface libre et une condition de radiation à l'infini.

La troisième formule de Green appliquée dans un domaine de calcul limitée par une surface fermée, constituée par celle du corps S_B , celle de la surface libre S_L et une surface à l'infini S_∞ , permet d'obtenir une équation intégrale pour le potentiel des vitesses. Dans le cas d'un écoulement non portant, on utilise une distribution de sources seules:

$$C(x, y, z)\mathbf{f}(x, y, z) = \iint_{S_B} \mathbf{s}G ds + F^2 \int_C \mathbf{s}G n_1 dl \quad (1).$$

où G est la fonction de Green de diffraction-radiation avec vitesse d'avance. L'intégrale sur la surface libre a été transformée en une intégrale de contour sur la ligne de flottaison C , intersection de la surface libre avec la carène. Après dérivation par l'opérateur normal $\partial/\partial n$, on obtient une équation intégrale qui sera utilisée pour satisfaire la condition de glissement sur le corps:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial n_M} = \frac{\mathbf{s}}{2} - \iint_{S_B} \mathbf{s} \frac{\partial G}{\partial n_M} ds + F^2 \int_C \mathbf{s} \frac{\partial G}{\partial n_M} n_1 dl \quad (2).$$

Une fois obtenue la distribution de source, les équations précédentes permettent de calculer le potentiel et sa dérivée normale. On obtient la distribution de pression par:

$$p = -\mathbf{r} \left(i\omega \mathbf{f} - U \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial X} \right) \quad (3),$$

et par intégration, les forces et moments, d'où les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement:

$$T_{jk} = \omega^2 A_{jk} - i \omega B_{jk} = -\mathbf{r} \int \int_{S_B} n_j (i \omega m_j - U m_j) ds,$$

où tout les m_j sont nuls sauf $m_5 = n_3$ et $m_6 = -n_2$, puisque les effets stationnaires et instationnaires sont découplés.

3. RESOLUTION NUMERIQUE

3.1 Discrétisation du problème

La surface de la coque est divisée en n_b bandes de n_f facettes. On développe une méthode d'éléments de frontière au premier ordre, donc l'intensité des sources, et plus généralement toutes les inconnues, sont supposées constantes sur chaque facette et égale à la valeur au centre de gravité. Les distributions inconnues sur la ligne de flottaison sont prises égales à leur valeur sur la bande de facettes contiguë. La condition de glissement écrite sur chacune des facettes conduit à un système d'équations linéaires dont le second membre est connu:

$$V_n(x, y, z) = \frac{\mathbf{s}_n}{2} - \sum_{k=1}^{n_b * n_f} \mathbf{s}_k \iint_{\Delta S_k} \frac{\partial G}{\partial n_M} ds + F^2 \sum_{l=1}^{n_b} \mathbf{s}_l \int_{C_l} \frac{\partial G}{\partial n_M} n_1 dl$$

puisque le mouvement l'est aussi. On doit donc calculer avec précision des intégrales des types suivants:

$$\iint_{S_{kj}} G(M_i, M'_{kj}) ds, \int_{C_i} G(M_i, M'_{kl}) dl, \iint_{S_{kj}} \frac{\partial G}{\partial n} (M_i, M'_{kj}) ds \text{ et } \int_{C_i} \frac{\partial G}{\partial n} (M_i, M'_{kl}) dl \quad (4).$$

3.2 Calculs de la fonction de Green

3.2.1 Méthode de plus grande pente

a- Source ponctuelle:

On considère une source ponctuelle $P'(x', y', z')$ et un point champ $P(x, y, z)$. La source se déplace à la vitesse constante U et oscille à la fréquence de rencontre w_e . La fonction de Green satisfait la condition linéarisée de surface libre et est exprimée sous la forme (5) dérivée dans Bessho [12], qui présente l'avantage principal d'être écrite sous la forme d'une intégrale simple ce qui permet d'intégrer en suivant n'importe quel chemin dans le plan complexe. Avec cette expression, on peut évaluer en même temps, la fonction et ses dérivées, quel que soit l'ordre. Ces développements, proposés à l'origine dans [7], ont été faits à l'Ecole Centrale de Nantes, Brument et Delhommeau [3], ou Brument [13], et plus récemment Maury [14].

$$G(P, P') = \frac{1}{4p} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) - \frac{iK_0}{2p} \int_{q_1}^{q_2(P, P')} \frac{k_2 e^{k_2 x} - \text{sgnc} \cdot k_1 e^{k_1 x}}{\sqrt{1+4t \cos q}} dq \quad (5)$$

où $\left. \begin{matrix} R_1 \\ R \end{matrix} \right\} = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z \pm z')^2}$ $K_0 = \frac{g}{U^2}$; $t = \frac{U w_e}{g}$

$$\begin{aligned} X &= K_0 (x - x') \\ Y &= K_0 |y - y'| \text{ et } \begin{cases} k_1 = \frac{1+2t \cos q \pm \sqrt{1+4t \cos q}}{2 \cos^2 q} \\ k_2 = \frac{1+2t \cos q \mp \sqrt{1+4t \cos q}}{2 \cos^2 q} \end{cases} \\ Z &= K_0 (z + z') \quad \mathbf{x} = Z + i(X \cos q + Y \sin q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sgn } c &= \text{sign}[\text{Re}(\cos q)] \\ \text{sgn } s &= \text{sign}[\text{Re}(\sin q)] \end{aligned}, \text{ avec } \text{sign}(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } t < 0 \\ 0 & \text{si } t = 0 \\ 1 & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{q}_1 = \begin{cases} -\mathbf{p} + \arccos \frac{1}{4t} & \text{si } t > \frac{1}{4} \\ -\mathbf{p} - i \arg \text{ch} \frac{1}{4t} & \text{si } t < \frac{1}{4} \end{cases} \text{ et } \begin{aligned} \mathbf{q}_2(P, P') &= \mathbf{j}(P, P') - \frac{\mathbf{p}}{2} - i\mathbf{e}(P, P') \\ \mathbf{j}(P, P') &= \arccos \left(X / \sqrt{X^2 + Y^2} \right) \\ \mathbf{e}(P, P') &= \arg \text{sh} \left(|Z| / \sqrt{X^2 + Y^2} \right) \end{aligned}$$

g est la partie dépendante du nombre de Froude (ou encore partie de Kelvin) de la fonction de Green. Ces calculs sont développés dans [13] ou [14]. Pour utiliser cette méthode, on doit séparer l'intégrale en θ en plusieurs termes suivant les signes des termes $\text{sgn } c$ et $\text{sgn } s$:

$$I = \int_{q_1}^{q_2(P, P')} -\text{sgn } c \cdot f_1(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} = \int_{q_1}^{\frac{\mathbf{p}}{2}} f_1(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} + \begin{cases} \int_{q_2(P, P')}^{\frac{\mathbf{p}}{2}} f_1(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} & \text{si } X > 0 \\ \int_0^{\frac{\mathbf{p}}{2}} f_1(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} - \int_0^{\frac{\mathbf{p}}{2}} f_1(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} + \int_{q_2(P, P')}^{\frac{\mathbf{p}}{2}} f_1(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} & \text{si } X < 0 \end{cases}$$

$$\text{avec } f_1(\mathbf{q}) = \frac{k_1 e^{k_1 x}}{\sqrt{1+4t \cos q}}$$

b-Source distribuée sur une facette ou un segment:

La solution d'un problème de tenue à la mer 3-D avec vitesse d'avance par une méthode d'élément de frontière requiert de calculer des intégrales portant sur une distribution de sources sur les facettes du corps et les segments de la ligne de flottaison. Ainsi le calcul de la

fonction de Green associée à une facette (et pour l'intégrale de ligne à un segment) avec une densité constante de source est développée. L'intégration analytique de la partie de Kelvin de l'équation (5) sur une facette ou un segment ([10]) donnent les expressions $I_S = \iint_{\Delta S} g ds$ pour la

facette de N sommets et $I_L = \int_{dC} g dl$ pour un segment rectiligne:

$$I_S = -\frac{i}{2pK_0} \sum_{l=1}^N \int_{q_1}^{q_2(P, Q_l)} \frac{2S_l}{y_l(\mathbf{q})} \frac{\frac{1}{k_2} e^{k_2 x_l} - \text{sgnc} \frac{1}{k_1} e^{k_1 x_l}}{\sqrt{1+4t \cos q}} d\mathbf{q} + \frac{i}{pK_0 t^2} \int_0^1 \sum_{l=2}^N \left[\frac{S_l}{y_l(\mathbf{q})} \right]_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_2(P, Q_h)} \mathbf{n}_l(\mathbf{h}) d\mathbf{h}$$

$$I_L = \frac{i\mathbf{b}(Y_1 - Y_2)}{2p} \sum_{l=1}^N \int_{q_1}^{q_2(P, Q_l)} \frac{1}{(\mathbf{x}_{l+1} - \mathbf{x}_l)} \frac{e^{k_2 x_l} - \text{sgnc} e^{k_1 x_l}}{\sqrt{1+4t \cos q}} d\mathbf{q} \quad (6)$$

avec: Q_l sommets de la facette ($l=1, N$) et S_l surface du triangle (Q_l, Q_{l+1}, Q_{l-1}) et $X_l = K_0(x_p - x_{Q_l}); Y_l = K_0|y_p - y_{Q_l}|; Z_l = K_0(z_p + z_{Q_l})$ avec le signe de $(y_p - y_{Q_l})$ constant pour $l=1$ à N . $\mathbf{y}_1(\mathbf{q}) = (\mathbf{x}_{l+1} - \mathbf{x}_l)(\mathbf{x}_{l-1} - \mathbf{x}_l)$ et $\mathbf{x}_l = \mathbf{x}(P, Q_l)$

$$\mathbf{n}_l(\mathbf{h}) = \frac{X_h Y_l' - X_l' Y_h}{X_h^2 + Y_h^2} + I \frac{Z_l'(X_h^2 + Y_h^2) - Z_h(X_h X_l' + Y_l' Y_h)}{(X_h^2 + Y_h^2) \sqrt{(X_h^2 + Y_h^2 + Z_h^2)}}$$

où $X_h = X_1 + \mathbf{h}(X_l - X_1), Y_h = Y_1 + \mathbf{h}(Y_l - Y_1), Z_h = Z_1 + \mathbf{h}(Z_l - Z_1)$
et $X_l' = X_l - X_1; Y_l' = Y_l - Y_1; Z_l' = Z_l - Z_1$

Les expressions pour les dérivées peuvent être trouvées dans [14]. Ici aussi, la méthode de plus grande pente est utilisée pour évaluer efficacement les termes en k_1 . Pour cela et parce que \mathbf{q}_2 varie avec Q_l , le calcul des intégrales correspondant à chaque sommet l , est fait séparément. Des points singuliers \mathbf{q}_l apparaissent dans les intégrants quand $\mathbf{y}_l(\mathbf{q})=0$ à cause de cette décomposition de la somme. Les valeurs de ces points singuliers sont connues et évaluées à l'aide de la formule (7) ci-dessous:

$$\mathbf{q}_l = 2 \arctan \left(\frac{Y e_l \pm \sqrt{X e_l^2 + Y e_l^2 + Z e_l^2}}{X e_l - i Z e_l} \right) \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} X e_l &= X_{Q_{(l+1)}} - X_{Q_l} \\ Y e_l &= Y_{Q_{(l+1)}} - Y_{Q_l} \\ Z e_l &= Z_{Q_{(l+1)}} - Z_{Q_l} \end{aligned} \quad (7)$$

Les chemins d'intégration doivent éviter ces points singuliers, et la contribution des pôles doit être pris en compte. Il est nécessaire d'évaluer cette contribution en \mathbf{q}_l par rapport aux sommets Q_l et, quand les chemins d'intégration utilisés pour les deux intégrales (l et $l+1$) entourent le point singulier considéré.

Quand le point influence est loin de la facette (ou du segment) on peut optimiser l'évaluation de la fonction de Green en utilisant un chemin d'intégration moyen pour intégrer directement la somme totale de \mathbf{q}_1 à \mathbf{q}_c . On a à évaluer une seule intégrale et on n'a pas à se soucier des points singuliers. Néanmoins, $\mathbf{q}_{2(l)}$ étant une fonction des sommets Q_l , on doit compléter cette expression par la somme d'intégrales de \mathbf{q}_c à chaque $\mathbf{q}_{2(l)}$ comme écrit dans (6). Ces intégrales sont calculées, soit dans l'espace \mathbf{q} , soit par la méthode de la plus grande pente:

$$I_S \text{ (or } I_L) = \int_{q_1}^{q_c} \sum_{l=1}^N -\text{sgnc} \cdot f_{1,l}(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} + \sum_{l=1}^N \int_{q_c}^{q_2(P, Q_l)} -\text{sgnc} \cdot f_{1,l}(\mathbf{q}) \cdot d\mathbf{q} \quad (8)$$

où
$$f_{1,l}(\mathbf{q}) = \frac{-i}{2pK_0} \frac{2S_l}{y_l(\mathbf{q})} \frac{\frac{1}{k_1} e^{k_1 x_l}}{\sqrt{1+4t \cos \mathbf{q}}} \quad \left(\text{ou } f_{1,l}(\mathbf{q}) = \frac{i\mathbf{b}(Y_1 - Y_2)}{2p(x_{l+1} - x_l)} \frac{e^{k_1 x_l}}{\sqrt{1+4t \cos \mathbf{q}}} \right)$$

En ce qui concerne les termes en k_2 , on peut facilement utiliser un chemin commun pour chaque intégrale associée à un sommet de la facette. Les intégrands ne sont pas oscillants, ce qui entraîne aucune contrainte sur les chemins d'intégration. L'expression (6) est décomposée comme dans (8). Ici aussi, on doit compléter cette intégrale par une somme d'intégrales de \mathbf{q}_c à chaque $\mathbf{q}_{2(l)}$.

On peut montrer [14] que la difficulté des calculs, qui est liée à la puissance de k_1 apparaissant dans les fonctions $f_{1,l}$, augmente avec l'ordre de dérivation de la fonction mais qu'elle décroît de la fonction à son intégration sur une ligne et plus encore sur une facette. En effet, plus cette puissance est élevée, plus la décroissance de l'intégrand est rapide lorsqu'on tend vers $\pi/2$.

3.2.2 Calculs de la fonction de Green avec une méthode de Simpson Adaptative

a. Source ponctuelle

On utilise ici la fonction de Green définie dans Guével et Bougis [15] et développée dans [8], qui ne sera pas rappelé ici.

b. Source distribuée sur une facette ou un segment

Les intégrations surfaciques sont effectuées par une méthode analytique qui s'est montrée plus précise et efficace que la méthode mixte associant intégrations par points de Gauss et analytiques [11] ou Boin et al. [16]. Cette méthode analytique est basée sur un théorème de Stokes qui transforme les intégrales de surface en intégrale de contour, Bougis [17]. Les détails peuvent être trouvés dans [11].

3.3 Intégration sur un panneau isolé

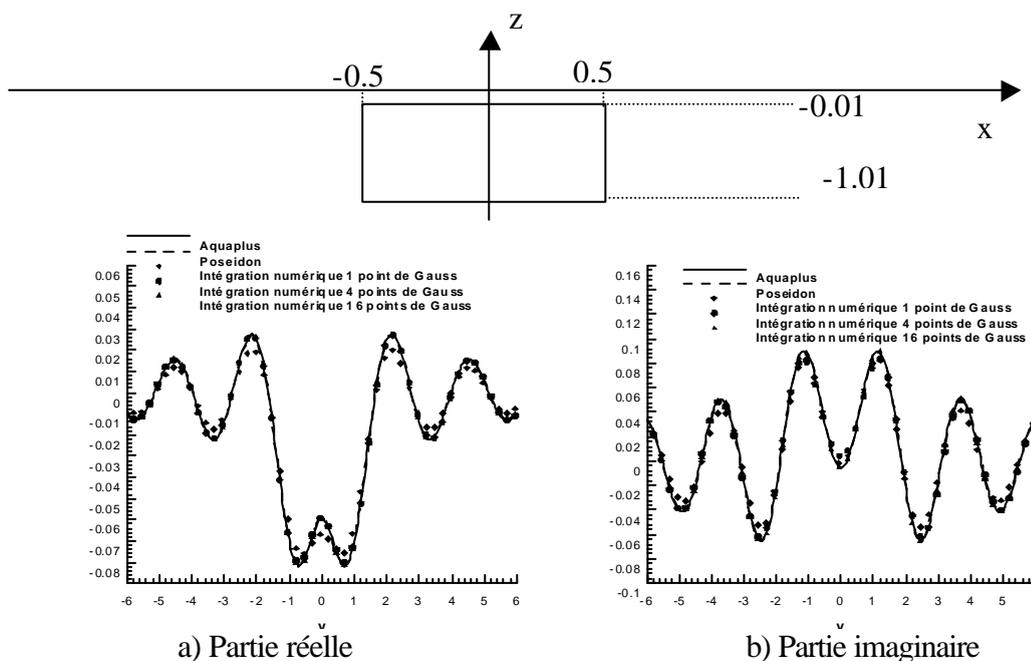


Figure 1 Intégrales de la fonction de Green $\iint_S gds$ pour un point champ décrivant l'axe y

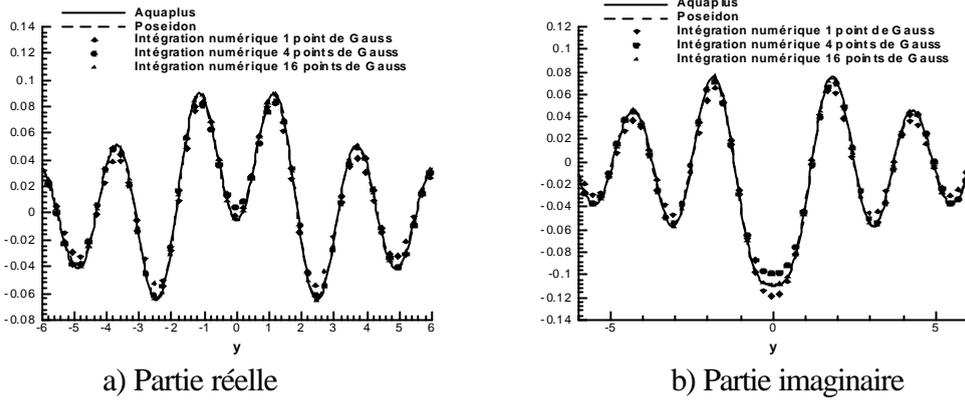


Figure 2 Intégrales de la dérivée de la fonction de Green $\iint_S \frac{\partial g}{\partial X} ds$ (point champ décrivant Oy)

Les calculs des fonctions de Green par les deux méthodes précédentes sont en très bon accord, [3]. Pour tester les méthodes d'intégration sur une facette, on a effectué des calculs pour une facette isolée concernant les intégrations de la fonction et de ses dérivées sur une facette isolée normale à l'axe $O\bar{y}$, de centre de gravité situé sous l'axe $O\bar{z}$, à $z=-0,51$ pour $F=0,2$ et $\bar{w} = 1,4$. On présente simplement quelques résultats des intégrations sur g mettant en évidence quelques différences avec les intégrations numériques. On cherche l'influence de la position d'un point champ décrivant chacun des axes sur les intégrations. La figure 1 correspond à l'intégrale de la fonction de Green pour un point M décrivant l'axe $O\bar{y}$. Les deux intégrations analytiques donnent des résultats identiques en bon accord avec ceux des intégrations par points de Gauss sauf aux extremums de la fonction où des erreurs sont visibles avec un seul point de Gauss. La figure 2 correspond à la dérivée par rapport à x (celle par rapport à y conduit à des valeurs nulles). On observe pour la partie imaginaire que même la méthode de Gauss à 4 points peut conduire à quelques erreurs. Les deux figures suivantes (figures 3 et 4) correspondent au même calcul mais pour le point M décrivant l'axe $O\bar{z}$. Au voisinage de la surface libre, les intégrations numériques ne sont plus efficaces même en augmentant d'une manière importante le nombre de points (en particulier pour la dérivée, figure 4). Par exemple avec $z_M > -0,5$, quatre points de Gauss suffisent mais il en faut 16 si $z_M > -0,3$ et 36 si $z_M > -0,1$. Pour des valeurs plus faibles, seules les méthodes analytiques sont efficaces, la méthode de la plus grande pente permettant d'avoir des résultats à $z_M=0$ alors qu'avec l'autre méthode, il faut extrapoler le résultat, la précision demeurant toutefois bonne.

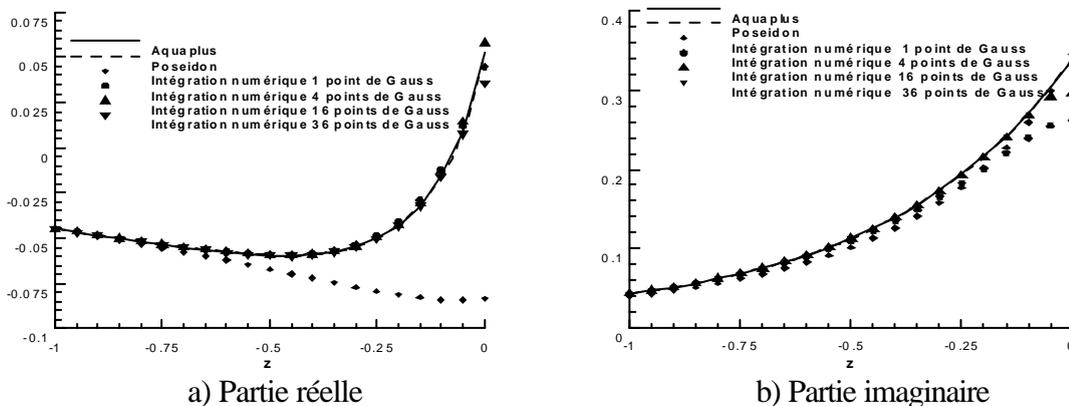


Figure 3 Intégrales de la fonction de Green $\iint_S g ds$ pour un point champ décrivant l'axe z

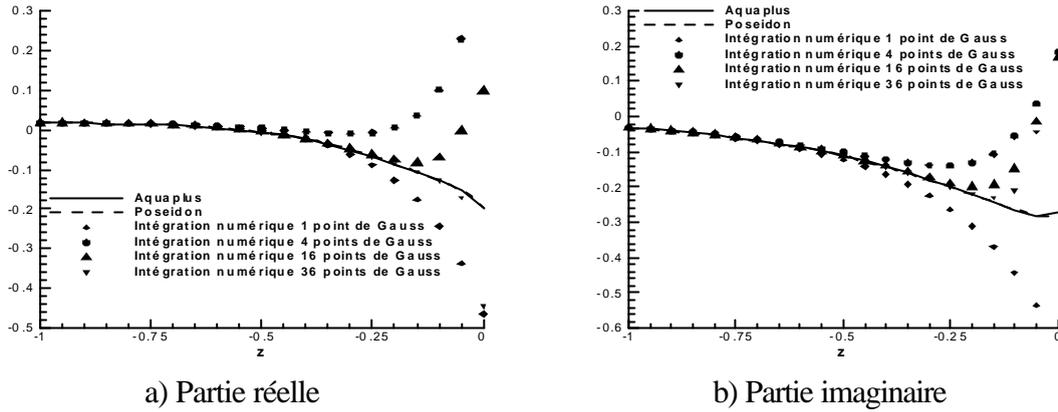


Figure 4 Intégrales de la dérivée de la fonction de Green $\iint_S \frac{\partial g}{\partial X} ds$ (point champ sur Oz)

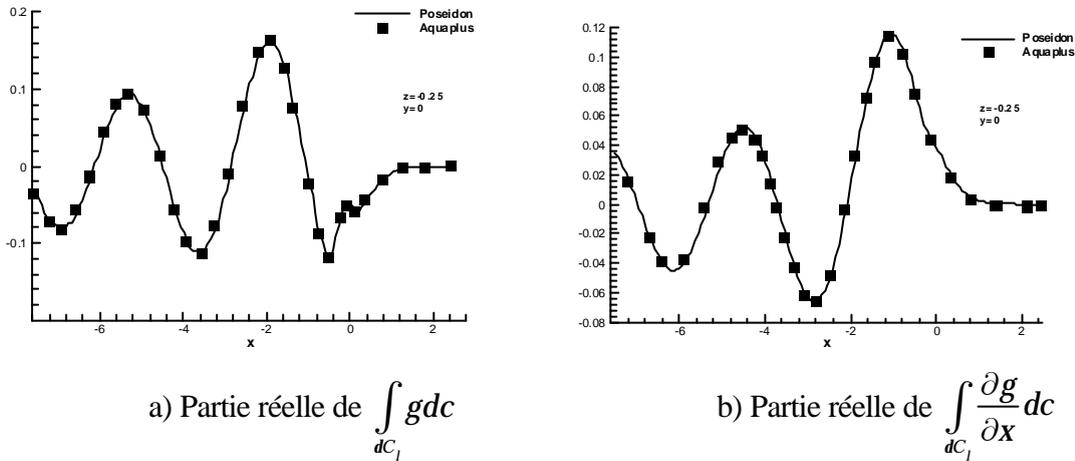


Figure 5 Intégrales de lignes pour un point décrivant l'axe x

La figure 5 présente les parties réelles de l'intégration sur un segment sur la ligne de flottaison ($-0,433 \leq x \leq 0,433$; $-0,25 \leq y \leq 0,25$) de la fonction g (5a) et de sa dérivée $\partial g / \partial x$ (5b) pour un point décrivant l'axe $x = -0,25$ pour $F = 0,32$ et $\tilde{w} = 2$. L'accord est semblable au cas d'une facette mais l'intégration est plus difficile pour la dérivée que pour la fonction et chacune d'entre elle est plus difficile à effectuer que l'intégration correspondante sur une facette.

4. RESULTATS DU CODE DE CALCUL DE TENUE A LA MER

Carène de Wigley

Des calculs pour des mouvements symétriques ont été effectués pour la carène de Wigley définie dans Gerritsma [18] par:

$$y/B = \left[1 - (z/T)^2\right] \left[1 - (2x/L)^2\right] \left(1 + 0.2(2x/L)^2\right) + (z/T)^2 \left[1 - (z/T)^8\right] \left[1 - (2x/L)^2\right]^4$$

avec $B/L = 0,1$ et $T/L = 0,0625$. Les coefficients de masse ajoutée, purs ou couplés, sont présentés sur les figures 6 en fonction de la fréquence adimensionnelle $\nu = w\sqrt{L/g}$ au nombre de Froude $F = 0,2$. Les deux codes donnent des résultats identiques en dépit d'un nombre différent de facettes (522 pour Poséidon et 750 pour Aquaplus), montrant ainsi que la convergence a été atteinte. Quelques différences apparaissent toutefois aux alentours de $\tau = 1/4$ où cette fonction de Green est très difficile à calculer. Les calculs ont été comparés aux essais de [18] et aux calculs de Lin and Yue [19] par une méthode de singularité dans le domaine temporel ainsi qu'à ceux de Wang et al. [20] par une méthode 2,5D par une approche de

Chapman, aussi dans le domaine tempore. L'accord est ici aussi très satisfaisant pour les coefficients purs: très bon pour M_{33} et M_{55} , pour les amortissements A_{33} et A_{55} , les courbes sont parallèles avec un écart pratiquement indépendant de la fréquence. Pour les coefficients couplés, l'accord est satisfaisant mais les divers résultats montrent des écarts plus importants.

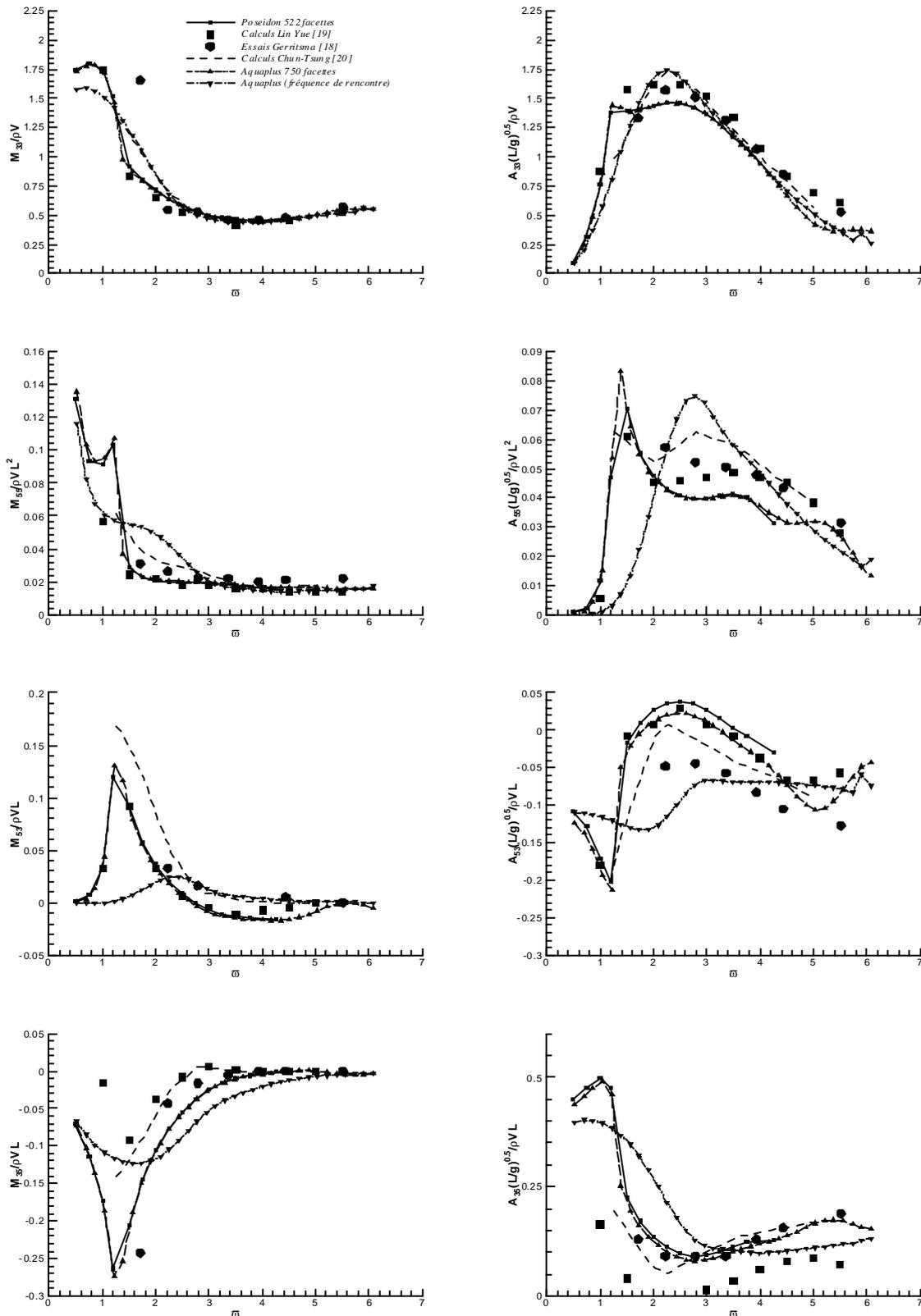


Figure 6 Coefficients de masse ajoutée et d'amortissement pour une carène de Wigley (F=0,2, B/L=0,1; T/L=0,0625)

On a aussi tracé sur cette figure les résultats obtenus par le code Aquaplus en utilisant l'hypothèse de la fréquence de rencontre avec la fonction de diffraction-radiation sans vitesse d'avance. Pour les coefficients de masse ajoutée purs les différences restent faibles et ne sont observables que pour des fréquences réduites de 1 à 3, mais elles augmentent pour les coefficients de couplage. Les différences sont nettement plus élevées pour les coefficients d'amortissement.

Carènes Série 60

La figure 7 présente les résultats obtenus pour le modèle Série 60, $C_B=0,6$ en mouvement de pilonnement forcé, pour les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement, en fonction de la fréquence réduite fL/U , pour le nombre de Froude $F=0,2$. On ne présente ici que les résultats d'un seul code puisque comme pour la carène de Wigley, les deux codes donnent des résultats pratiquement identiques. Les premiers résultats (notés calcul initial) obtenus en négligeant l'intégrale de ligne montrent des oscillations importantes des courbes de qui sont probablement dues à des fréquences irrégulières comme déjà mentionné dans [2].

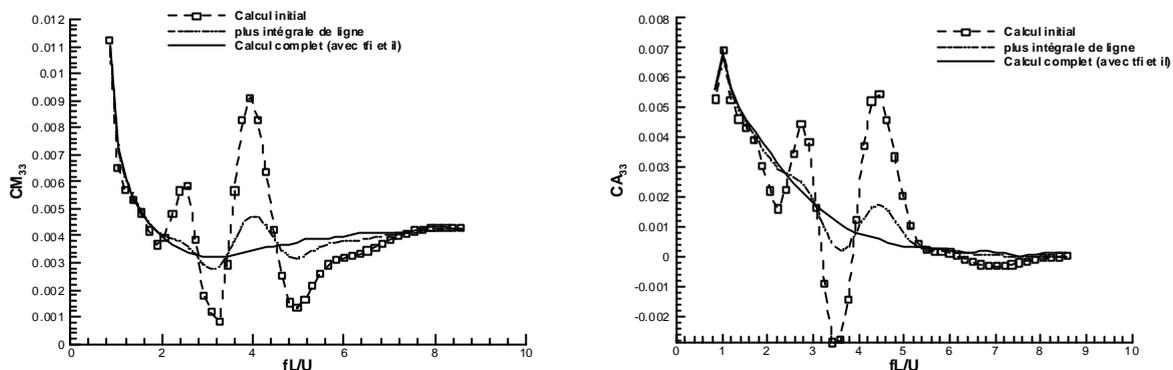


Figure 7 Influence de l'intégrale de la ligne de flottaison et du traitement des fréquences irrégulières sur les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement (Série 60 $C_B=0,6$, $F=0,2$)

En rajoutant l'intégrale de ligne, résultats notés avec "il", on observe que si ces oscillations sont encore présentes, leurs amplitudes ont été largement diminuées. On observe ici le caractère amortisseur de cette intégrale de ligne par rapport à ces fréquences irrégulières. On a alors introduit une technique classique de suppression des fréquences irrégulières (noté "tfi") en fermant la coque par une surface plane légèrement immergée. Cette surface a été découpée en facettes avec une distribution inconnue de sources, au milieu desquelles on a imposé une condition de vitesse nulle. Dans le cas avec intégrale de ligne, les oscillations ont été presque complètement supprimées et dans le cas où celle-ci a été négligée, les oscillations subsistent avec une faible amplitude.

Les figures 8 et 9 présentent les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement définis par $CM_{jj}=M_{jj}/\rho L^n$ et $CA_{jj} = A_{jj}/\rho \omega L^n$ pour $j=3$ ($n=3$) et 5 ($n=5$) respectivement pour les deux carènes $C_B=0,6$ et $0,8$ en fonction de la fréquence adimensionnelle fL/U , en mouvements forcés de pilonnement et de tangage à $F=0,2$. Les résultats des calculs sont comparés avec ceux des mesures de [6] sur des modèles de longueur $L=1,2m$ en mouvements forcés effectués dans le canal de recirculation d'eau de l'École Centrale de Nantes, qui sont représentés par des symboles. Tous les résultats numériques sont donnés avec 245 facettes sur la demi-coque. Les courbes en tirets correspondent au code Poséidon, et celles en trait plein au code Aquaplus. Les résultats pour les deux codes sont pratiquement identiques. On obtient des courbes similaires pour les deux valeurs du coefficient de block. On observe parfois entre les deux codes un léger déphasage des positions des maximums et des minimums des courbes,

particulièrement pour la carène $C_B=0,8$. Les résultats des mesures sont en bon accord avec ceux des calculs sauf pour CM_{55} , pour lequel les mesures conduisent à des valeurs très faibles. Sur ces deux dernières figures, on a aussi porté les résultats obtenus avec l'hypothèse de la fréquence de rencontre (traits mixtes). On observe ici des différences sensibles uniquement pour les fréquences les plus faibles, plus marquées pour le mouvement de tangage.

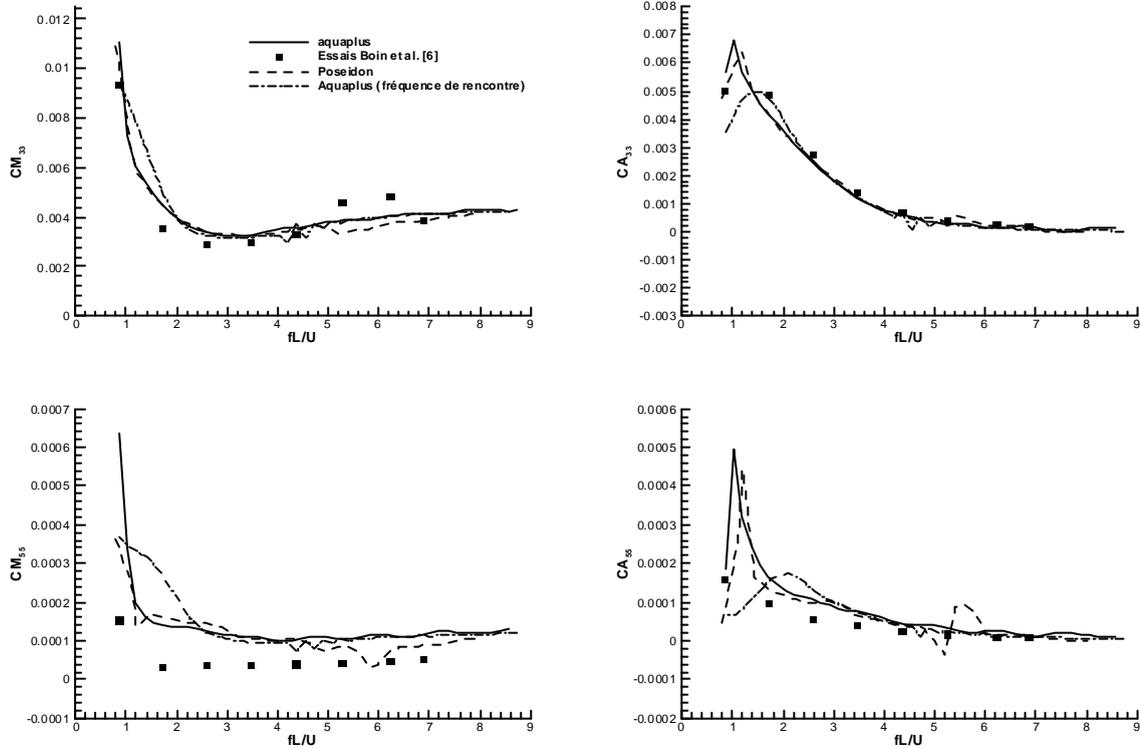


Figure 8 Coefficients de masse ajoutée et d'amortissement Série 60 $C_B=0,6$ ($F=0,2$)

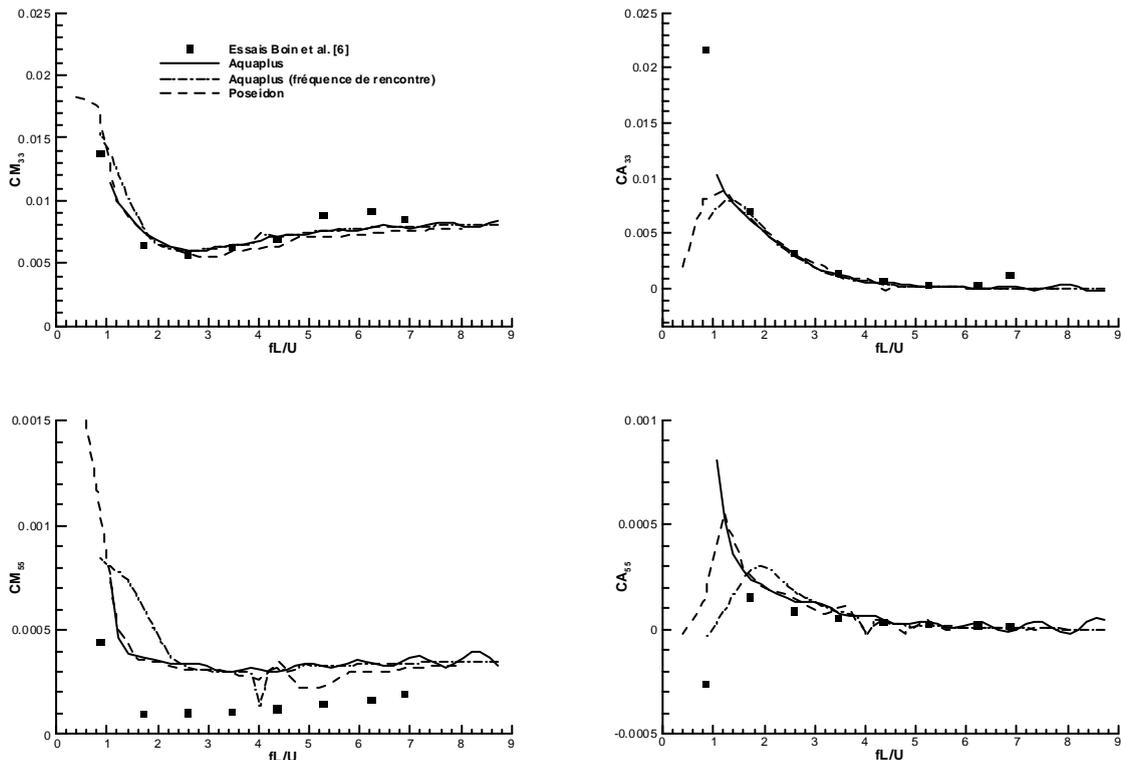


Figure 9 Coefficients de masse ajoutée et d'amortissement Série 60 $C_B=0,8$ ($F=0,2$)

On observe encore quelques oscillations sur les résultats du code Poséidon des figures 8 et 9, particulièrement pour les résultats correspondant au mouvement de tangage. Une procédure pour diminuer encore les effets des fréquences irrégulières est en cours de réalisation.

On a tracé sur les figures 10, la distribution de l'amplitude relative des vagues sur une coupe longitudinale placée à $y/L=0,2$ pour le modèle $C_B=0,8$ à $F=0,2$ et $f=4\text{Hz}$ ($\tau=1,79$) en dehors d'une fréquence irrégulière. La courbe du haut correspond au mouvement de pilonnement et celle du bas à celui de tangage. On observe qu'ici aussi les deux codes donnent des résultats identiques mais il est nécessaire d'avoir un plus grand nombre de facettes (de l'ordre de 1000) pour avoir une solution correcte (sans oscillations de la surface libre) que pour le calcul des coefficients globaux. On observe sur ces figures des résultats de calcul très surestimés en arrière du modèle ($x/L \geq 1$) qui ne peuvent être expliqués. De même si les résultats correspondant au mouvement de pilonnement semble corrects le long du bateau, les positions des creux et des crêtes sont mal placés pour le mouvement de tangage.

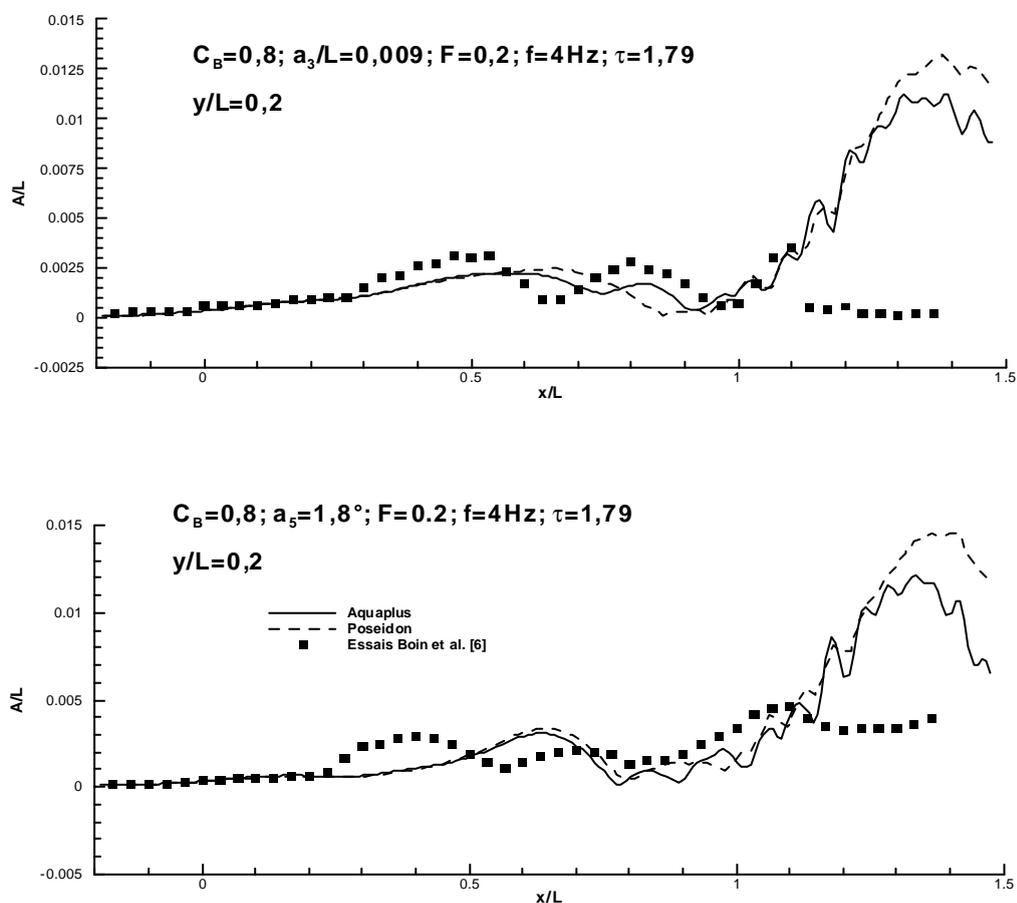


Figure 10 Comparaison des coupes longitudinales de la surface libre (amplitudes)

La figure 11 présente des coupes transversales de l'amplitude dans les mêmes conditions. La partie gauche correspond au mouvement de pilonnement et la partie droite à celui de tangage. La partie supérieure montre des résultats pour $x/L=0,9$, soit très près de la poupe du modèle et la partie inférieure correspond à $x/L=0,8$. Les deux codes donnent des résultats tout à fait identiques sauf quelques oscillations de faibles longueur d'onde et amplitude. L'accord avec les mesures est assez bon sauf au voisinage immédiat de la carène mais le pas entre les mesures est trop grand pour observer expérimentalement éventuellement des oscillations de faible longueur d'onde.

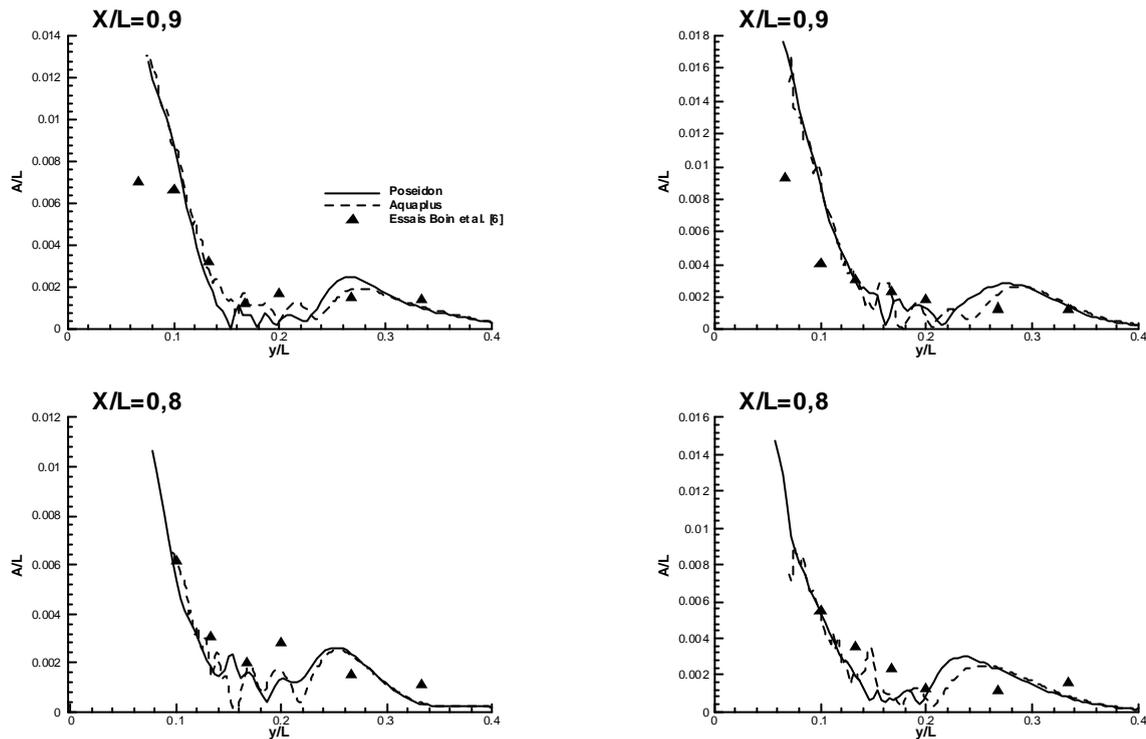


Figure 11 Comparaison des coupes transversales de la surface libre (amplitudes)

5. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

On a présenté les résultats de deux méthodes de calcul de la tenue à la mer des navires par la méthode des singularités (d'ordre 1) utilisant la fonction de Green de diffraction radiation avec vitesse d'avance dans le domaine fréquentiel. Pour obtenir des résultats précis, les intégrations surfaciques sur des facettes de la coque ou des segments de la ligne de flottaison, apparaissant dans l'application de la troisième formule de Green, ont été calculées analytiquement après permutation avec les intégrales simples apparaissant dans cette fonction de Green. La première méthode utilise la formulation de Bessho et la méthode de la plus grande pente pour calculer les intégrales simples (code Aquaplus du LMF-DHN), alors que la seconde, qui utilise la formulation de Guével et Bougis, les calcule par une méthode de Simpson Adaptative qui permet de diminuer le pas de calcul quand l'intégrand devient plus oscillant (code Poséidon du LEA Poitiers). Les résultats des intégrations ont d'abord été validés pour des facettes ou des segments seuls de la surface libre. Les deux codes de calcul donnent des résultats identiques, même au voisinage immédiat de la surface libre. Les dérivées sont plus difficiles à intégrer que la fonction et, pour un point très proche de la surface libre, les méthodes numériques d'intégration analytiques permettent d'obtenir des résultats précis.

Ces techniques d'intégration ont été introduites dans des codes de tenue à la mer qui ont été utilisés pour étudier les mouvements de radiation de coques de navire. Les résultats des deux codes donnent des résultats pratiquement identiques malgré les descriptions différentes de la fonction de Green, ce qui est un gage de précision des calculs présentés. Ils ont mis en évidence l'existence de fréquences irrégulières pour cette fonction de Green qui semblent être moins abruptes que pour celle sans vitesse d'avance. On a montré l'influence amortissante de l'intégrale de ligne car on note une augmentation très notable des amplitudes des oscillations quand celle-ci est négligée. On a réussi à supprimer ces fréquences (au moins les premières) en fermant la coque par une surface horizontale faiblement immergée sur laquelle on a appliqué une condition de vitesse nulle. Les résultats globaux sont en bon accord avec ceux d'autres méthodes de calcul et ceux des essais disponibles. En ce qui concerne le

champ de vagues, la précision est moins bonne et en particulier les calculs surestiment le champ de vague à l'arrière de la coque. Ce phénomène n'a pas encore été expliqué.

6. RÉFÉRENCES

- [1] Du S.X., Hudson D.A., Price W.G. and Temarel P., 1999, "Comparison of numerical evaluation techniques for the hydrodynamic analysis of a ship travelling in waves", Trans. RINA, pp.236-258.
- [2] Du S.X., Hudson D.A., Price W.G. and Temarel P., 2000, "A validation study on mathematical models of speed and frequency dependence in seakeeping", Trans. RINA, pp.181-202.
- [3] Brument A., Delhommeau G., 1997, "Evaluation numérique de la fonction de Green de la tenue à la mer avec vitesse d'avance", 6e Journées de l'Hydrodynamique, pp. 147-160, Nantes.
- [4] Chen X.B. and Noblesse F., 1998, "Super Green functions", Proceedings of the 22nd Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington (USA), pp.860-74.
- [5] Chen X.-C., Diebold L. and Doutréleau Y., 2000, "New Green function method to predict wave induced ship motions and loads", Proceedings of the 23rd Symposium on Naval Hydrodynamics, Val de Reuil (France), Monday Session, pp.860-74.
- [6] Boin J.P., Guilbaud M. and Ba M., 2000, "Frequency domain numerical and experimental investigation of forward speed radiation by ships", Proc. of the 23rd Symposium on Naval Hydrodynamics, Tuesday session, pp.110-125.
- [7] Iwashita H. and Okhusu M., 1989, "Hydrodynamic Forces on a Ship Moving at Forward Speed in Waves", J.S.N.A. Japan, Vol. 166, pp87-109.
- [8] Ba M. and Guilbaud M., 1995, "A fast method of evaluation for the translating and pulsating Green's function", Ship Technology Research, Vol. 42, pp.68-80.
- [9] Nontakaew U., Ba M. and Guilbaud M., 1997, "Solving a radiation problem with forward speed using a lifting surface method with a Green's function", Aerospace Science and Technology, 8, pp.533-43.
- [10] Iwashita H., 1992, "Evaluation of the Added-Wave-Resistance Green Function Distributing on a Panel", Mem. Fac. Eng. Hiroshima Univ., Vol. 11, 2, pp.21-39.
- [11] Boin J.P. Guilbaud M. and Ba M., 2000, "Sea-keeping computations using the ship motion Green's function", Proceedings of ISOPE2000 Conference, Vol. IV, pp.398-405.
- [12] Bessho M., 1977, "On the Fundamental Singularity in the Theory of Ship Motions in a Seaway", Memoirs of the Defence Academy Japan, Vol. XVII, 3, pp.95-105.
- [13] Brument A., 1998, "Evaluation numérique de la fonction de Green de tenue à la mer ", Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes.
- [14] Maury C., 2000, "Etude du problème de tenue à la mer avec vitesse d'avance quelconque par une méthode de singularités de Kelvin", Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes.
- [15] Guével P. and Bougis J., 1982, "Ship motions with forward speed in infinite depth", Int. Ship. Progress, Vol. 29, pp.103-117.
- [16] Boin J.P. Guilbaud M. et Ba M., 1999, "Précision des intégrations surfaciques de la fonction de Green dans un code de tenue à la mer avec vitesse d'avance", Comte-Rendu des Septièmes Journées de l'Hydrodynamique, Marseille, p.1-14.
- [17] Bougis J., 1980, "Etude de la diffraction-radiation dans le cas d'un flotteur indéformable animé d'une vitesse moyenne constante et sollicité par une houle sinusoidale de faible amplitude", Thèse de doctorat, Université de Nantes.
- [18] Gerritsma J., 1988, "Motions, wave loads and added resistance in waves of two Wigley hull forms", Delft University of Technology, ShipHydromechanics laboratory, report no. 804.
- [19] Lin W.-M., and Yue D., 1990, "Numerical solutions for Large-Amplitude ship motion in the time domain", Proc. of the 18th Symp. on Naval Hydrodynamics, Ann Arbor, pp.41-66.
- [20] Wang C.-T., Horng S.-J. and Chiu F.-C., 1997, "Hydrodynamic forces on the advancing slender body with speed effects", Int. Shipbuild. Progr., vol. 44, no 438, pp.105-126.