

8^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

**ETUDE AU DEUXIEME ORDRE D'APPROXIMATION
DE L'INTERACTION D'UNE HOULE REGULIERE
AVEC UNE PLAQUE POREUSE VERTICALE**

*SECOND-ORDER ANALYSIS OF THE INTERACTION
OF A REGULAR WAVE TRAIN
WITH A VERTICAL PERFORATED WALL*

O. KIMMOUN*, B. MOLIN*, W. MOUBAYED**

* Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Marseille, 13451 Marseille cedex 20

** Université de Balamand, Tripoli, Liban

Résumé

Bien que les digues perforées et autres caissons Jarlan soient largement utilisés en génie côtier et portuaire, leur dimensionnement demeure très empirique. Dans le but d'aboutir à des outils numériques de dimensionnement, on étudie ici l'interaction d'une houle régulière avec une plaque verticale perforée. Le modèle théorique repose sur la théorie potentielle, qui est poussée au deuxième ordre d'approximation de manière à rendre compte de composantes d'élévation de surface libre à la pulsation double de celle du fondamental. Trois mécanismes concourent à la génération de ces harmoniques : les non-linéarités de surface libre au voisinage de la plaque, la non-linéarité de la condition de perte de charge qui y est affichée, et le déversement qui prend place au niveau de la surface libre (les élévations de part et d'autre de la plaque étant différentes). Les résultats sont comparés à des mesures expérimentales réalisées dans le canal à houle de l'ESIM, avec un accord satisfaisant.

Summary

Perforated break-waters and Jarlan walls are widely used in coastal and harbor engineering. Their design is usually based on empirical approaches. Here we aim at developing numerical models to be used as design tools. The simple case of regular waves interacting with one vertical perforated wall is considered. The theoretical model is based on potential flow theory, pursued to the second-order of approximation in the wave steepness, to give account of double frequency components in the free surface elevation. Three mechanisms are identified that lead to the apparition of these harmonics: the free surface non-linearities in the vicinity of the wall; the non-linearity of the discharge equation that is applied at the wall; and the water-flow that takes place at the free surface, as the water levels on either side are different. Results from the numerical model are compared with experimental measurements, obtained in the ESIM wave flume, with a fair agreement.

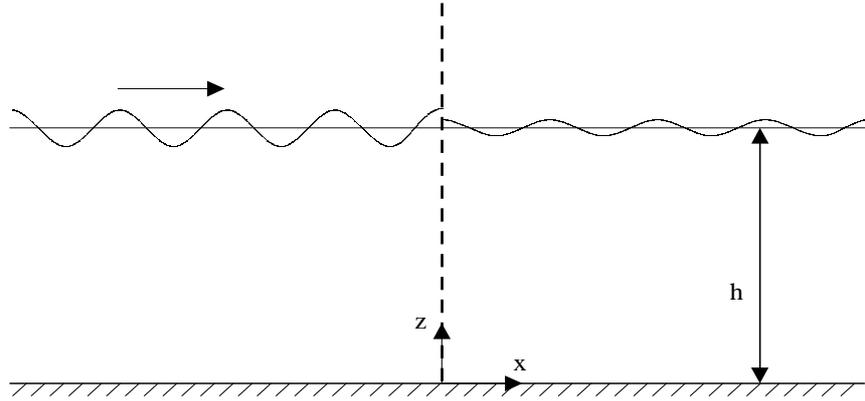


Figure 1: Géométrie du problème.

1. Introduction

Il est bien connu que des digues ou des caissons perforés sont des systèmes efficaces pour dissiper l'énergie des vagues : les caissons Jarlan (Jarlan 1961) sont largement utilisés pour amortir les clapotis dans les ports ; des digues perforées sont envisagées comme systèmes de protection côtière (voir par exemple Bergmann & Oumeraci 1999 ou Clauss & Habel 1999) ; dans les bassins d'essais les "amortisseurs de houle progressifs", consistant en une succession d'écrans perforés, remplacent avantageusement les classiques plages de déferlement (Jamieson & Mansard 1987).

Le dimensionnement de ces ouvrages est longtemps resté très empirique.

En 1992 Molin & Fourest ont proposé un modèle théorique permettant de simuler numériquement le fonctionnement des amortisseurs de houle progressifs proposés par Jamieson & Mansard. Ce modèle fait appel à la théorie potentielle linéarisée et postule que les perforations (ou fentes) causent des pertes de charge proportionnelles au carré de la vitesse traversante. Cette relation de perte de charge est ensuite prise en compte de façon moyennée sur un grand nombre de perforations. Les comparaisons alors effectuées entre les résultats du modèle numérique et ceux des essais de Jamieson & Mansard ont été encourageantes. Par la suite d'autres géométries ont été considérées, suivant les mêmes principes théoriques, comme une plaque poreuse horizontale, immergée sous la surface libre (Molin & Bétous 1993, Molin 2001).

En dépit du succès obtenu l'approche théorique suivie dans ces travaux soulève un certain nombre de problèmes auxquels il n'a pas encore été apporté de réponses satisfaisantes. Par exemple :

- Quelle est la validité de la relation quadratique de perte de charge utilisée, en fonction des caractéristiques de l'écoulement, du taux de porosité, de la forme des perforations, etc. ?
- Les effets visqueux sont-ils vraiment limités au voisinage immédiat de la paroi? N'y a-t-il pas d'émission de grosses structures tourbillonnaires ?
- Comment prendre en compte le déversement observé à travers la plaque au niveau de la surface libre, dû à la différence des niveaux d'eau de part et d'autre ?

Pour répondre à ces questions des comparaisons fines entre calcul et expérience s'avèrent nécessaires. Pour cela la géométrie simple d'une seule plaque verticale, sans mur réfléchissant en aval, a été retenue.

On présente tout d'abord le modèle théorique, qui est une extension au deuxième ordre d'approximation du modèle linéarisé présenté dans Molin & Fourest (1992). Par "deuxième

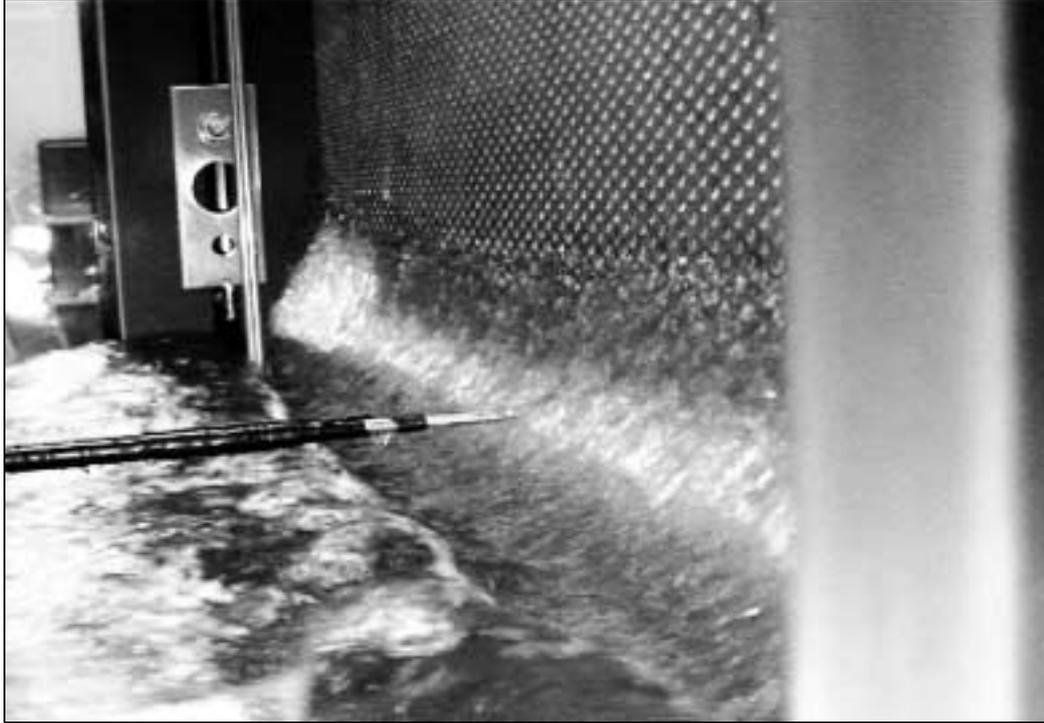


Figure 2: Déversement à travers la plaque poreuse au niveau de la surface libre et vélocimètre à film chaud.

ordre” on entend ici ”phénomènes prenant place à la pulsation double de celle du fondamental”, comme on en met en évidence lorsqu’on suit la procédure de Stokes. Ce développement a été motivé par l’observation visuelle de l’émission d’ondes courtes à partir de la plaque, et par le fait que c’est à cet ordre qu’apparaît la difficulté de la modélisation du déversement turbulent à l’intersection plaque surface libre (figure 2). Deux autres phénomènes concourent à l’émission d’ondes libres de pulsation 2ω : les non-linéarités de surface libre au voisinage de la plaque, et celle de la condition de perte de charge à sa traversée, dans la tranche d’eau. Ces non-linéarités de surface libre sont directement reliées au taux de modes évanescents de part et d’autre de la plaques, ces modes évanescents étant eux-mêmes liés à la non-linéarité de l’équation de perte de charge.

On présente ensuite les essais qui ont été réalisés dans le canal à houle de l’ESIM, et on compare les mesures effectuées avec les prédictions du modèle théorique.

2. Modèle théorique

2.1 Condition de perte de charge

La condition de perte de charge de l’écoulement à la traversée de la plaque perforée est identique à celle utilisée dans les études en référence (Molin & Fourest 1992, Molin & Bétous 1993, Molin 2001). Les perforations sont supposées petites devant l’amplitude du mouvement des particules fluides, et à angles vifs, si bien que l’écoulement s’y sépare. On en déduit, par similarité avec ce qui se passe en écoulement permanent (à travers un diaphragme par exemple), que le différentiel de pression est proportionnel au carré de la vitesse traversante :

$$\Delta P = \frac{1}{2\mu} \rho U |U| \quad (1)$$

où μ est un coefficient de perte de charge dépendant (faiblement) de la géométrie des perforations, du taux de vide, du nombre de Reynolds, etc. Typiquement μ est voisin de 0.5.

On passe alors au cadre asymptotique où les perforations sont très petites et nombreuses, et on introduit des valeurs locales moyennées du différentiel de pression, soit Δp , et de la vitesse traversante, soit u . Ces quantités se relient aux précédentes par :

$$\Delta p = (1 - \tau) \Delta P \quad u = \tau U$$

τ étant le coefficient de porosité, défini comme le rapport de la surface des trous à la surface totale.

L'équation (1) devient :

$$\Delta p = \frac{1 - \tau}{2 \mu \tau^2} \rho u |u| \quad (2)$$

On suppose ensuite que les effets d'origine visqueuse (sillage, vorticité) restent confinés au voisinage immédiat de la paroi poreuse, si bien qu'il est possible de faire appel à la théorie potentielle pour modéliser l'écoulement extérieur. La pression se relie alors au potentiel des vitesses $\Phi(x, z, t)$ par la relation de Bernoulli-Lagrange :

$$p = -\rho \Phi_t - \rho g z - \frac{1}{2} \rho (\nabla \Phi)^2 \quad (3)$$

Développement aux ordres 1 et 2 de la condition de perte de charge

On suppose, classiquement, l'existence d'un petit paramètre ϵ , assimilé à la cambrure $k_0 A$ de la houle incidente, tel que toutes les grandeurs (potentiel, vitesse, pression, élevation de surface libre) soient développables sous la forme :

$$\Phi = (\epsilon) \Phi^{(1)} + (\epsilon^2) \Phi^{(2)} + \dots \quad (4)$$

En houle régulière de pulsation ω toutes les quantités de premier ordre sont harmoniques à la pulsation ω :

$$\Phi^{(1)}(x, z, t) = \Re \left\{ \varphi^{(1)}(x, z) e^{-i\omega t} \right\} \quad (5)$$

On en déduit que celles de deuxième ordre comprennent un premier terme indépendant du temps et un second fluctuant à la pulsation double :

$$\Phi^{(2)}(x, z, t) = \varphi_0^{(2)}(x, z) + \Re \left\{ \varphi^{(2)}(x, z) e^{-2i\omega t} \right\} \quad (6)$$

On ne considère ici que la deuxième composante, à la pulsation 2ω .

Au deuxième ordre inclus, pour une plaque verticale, la condition de perte de charge (2) devient :

$$-\rho (\Phi_{gt}^{(1)} - \Phi_{dt}^{(1)}) - \rho (\Phi_{gt}^{(2)} - \Phi_{dt}^{(2)}) - \frac{1}{2} \rho \left[(\nabla \Phi_g^{(1)})^2 - (\nabla \Phi_d^{(1)})^2 \right] = \frac{1 - \tau}{2 \mu \tau^2} \rho \left(u^{(1)} + u^{(2)} \right) \left| u^{(1)} + u^{(2)} \right| \quad (7)$$

les indices $_g$ et $_d$ référant aux sous-domaines fluides à gauche et à droite de la plaque, située à l'abscisse $x = 0$.

Il se pose donc le problème du développement du produit $(u^{(1)} + u^{(2)}) \left| u^{(1)} + u^{(2)} \right|$ aux ordres 1 et 2. Pour cela, $u^{(2)}$ étant supposé petit devant $u^{(1)}$ on effectue un développement de Taylor sur $u^{(2)}$ ce qui donne :

$$\left(u^{(1)} + u^{(2)} \right) \left| u^{(1)} + u^{(2)} \right| = u^{(1)} \left| u^{(1)} \right| + 2 \left| u^{(1)} \right| u^{(2)} + O \left((u^{(2)})^2 \right)$$

Les composantes $u^{(1)}$ et $u^{(2)}$ fluctuent respectivement aux pulsations ω et 2ω :

$$u^{(1)} = u_1 \cos(\omega t + \psi_1) \quad u^{(2)} = u_2 \cos(2\omega t + \psi_2)$$

On en déduit, pour le terme $u^{(1)} |u^{(1)}|$:

$$u^{(1)} |u^{(1)}| = u_1^2 \cos(\omega t + \psi_1) |\cos(\omega t + \psi_1)| \simeq \frac{8}{3\pi} u_1^2 \cos(\omega t + \psi_1) \quad (8)$$

Pour le terme $|u^{(1)}| u^{(2)}$, il s'agit de développer en série de Fourier une expression du type :

$$F(\theta) = |\cos \theta| \cos(2\theta + \psi)$$

où on ne s'intéresse qu'aux termes en $\cos 2\theta$ et $\sin 2\theta$. Tous calculs faits on obtient :

$$|\cos \theta| \cos(2\theta + \psi) = \dots + \frac{2}{\pi} \cos(2\theta + \psi) - \frac{2}{15\pi} \cos(2\theta - \psi) + \dots$$

On effectue ici l'approximation qui consiste à négliger le deuxième terme, en $\cos(2\theta - \psi)$.

La condition de perte de charge nous donne donc finalement, aux ordres 1 et 2, en fonction des potentiels $\varphi^{(1)}$ et $\varphi^{(2)}$:

- A l'ordre 1 :

$$i \omega \left(\varphi_g^{(1)}(0^-, z) - \varphi_d^{(1)}(0^+, z) \right) = \frac{4(1-\tau)}{3\pi\mu\tau^2} \|\varphi_x^{(1)}\| \varphi_x^{(1)} \quad (9)$$

- A l'ordre 2 :

$$2i\omega \left(\varphi_g^{(2)}(0^-, z) - \varphi_d^{(2)}(0^+, z) \right) - \frac{1}{4} \left(\varphi_{gz}^{(1)2} - \varphi_{dz}^{(1)2} \right) = \frac{2(1-\tau)}{\pi\mu\tau^2} \|\varphi_x^{(1)}\| \varphi_x^{(2)} \quad (10)$$

On a ici tenu compte de la condition de conservation de la masse à travers la paroi poreuse :

$$\varphi_{gx}^{(i)}(0^-, z) = \varphi_{dx}^{(i)}(0^+, z) = \varphi_x^{(i)}(0, z) \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

On a aussi appliqué la relation :

$$\Re \{a e^{-i\omega t}\} \times \Re \{b e^{-i\omega t}\} = \frac{1}{2} \Re \{a b e^{-2i\omega t}\} + \frac{1}{2} \Re \{a b^*\}$$

Enfin dans (9) et (10) $\|\cdot\|$ désigne le module du nombre complexe.

Notons en passant que l'égalité des vitesses horizontales (11) assure la conservation de la masse localement, du fond ($z = 0$) au niveau moyen de surface libre ($z = h$) mais que, au deuxième ordre d'approximation, le débit global n'est pas conservé. En effet il découle de la perte de charge que les élévations instantanées $\eta^{(1)}$ de part et d'autre de la plaque ne sont pas égales.

2.2 Résolution à l'ordre 1

Soient A_I l'amplitude et ω la pulsation de la houle incidente, qui se propage de gauche à droite.

Le potentiel des vitesses, dans les deux sous-domaines à gauche et à droite de la plaque, est exprimé sous la forme :

$$\varphi_g^{(1)} = \frac{A_I g}{\omega} \left\{ \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} \left(e^{i k_0 x} + R e^{-i k_0 x} \right) + \sum_{n=1}^N a_n \cos k_n z e^{k_n x} \right\} \quad (12)$$

$$\varphi_d^{(1)} = \frac{A_I g}{\omega} \left\{ \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} T e^{i k_0 x} + \sum_{n=1}^N b_n \cos k_n z e^{-k_n x} \right\} \quad (13)$$

où les nombres d'onde k_0, k_n sont les racines de :

$$\omega^2 = g k_0 \tanh k_0 h = -g k_n \tan k_n h \quad (14)$$

Les inconnues sont les coefficients (complexes) de réflexion R et transmission T , et les coefficients a_n, b_n des modes évanescents. Il est nécessaire d'introduire ceux-ci en raison de la non-linéarité de la condition de perte de charge.

La conservation de la masse fournit immédiatement :

$$1 - R = T \qquad b_n = -a_n \qquad (15)$$

De $R + T = 1$ on déduit qu'au mieux 50 % de l'énergie de la houle incidente peut être dissipée. En effet le taux d'énergie dissipée vaut alors :

$$\frac{\Delta E}{E} = 1 - R R^* - T T^* = R + R^* - 2 R R^* = 2 \rho \cos \theta - 2 \rho^2$$

où $R = \rho \exp(i\theta)$. Le maximum s'obtient pour $\theta = 0$ et $\rho = 1/2$ et vaut $1/2$.

Tenant compte des relations (15) on écrit vitesse horizontale et saut de potentiel sous la forme :

$$\varphi_x^{(1)}(0, z) = \frac{A_I g}{\omega} \left\{ \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} i k_0 T + \sum_{n=1}^N k_n a_n \cos k_n z \right\} \qquad (16)$$

$$\varphi_g^{(1)}(0^-, z) - \varphi_d^{(1)}(0^+, z) = \frac{2 A_I g}{\omega} \left\{ \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} (1 - T) + \sum_{n=1}^N a_n \cos k_n z \right\} \qquad (17)$$

Il ne reste plus à satisfaire que la relation de perte de charge (9) qui s'écrit :

$$\frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} (1 - T) + \sum_{n=1}^N a_n \cos k_n z = f(z) \left(\frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} i T + \sum_{n=1}^N \frac{k_n}{k_0} a_n \cos k_n z \right) \qquad (18)$$

où :

$$f(z) = -i \frac{2(1 - \tau)}{3 \pi \mu \tau^2} \frac{A_I g k_0^2}{\omega^2} \left\| \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} i T + \sum_{n=1}^N \frac{k_n}{k_0} a_n \cos k_n z \right\| \qquad (19)$$

On utilise une méthode itérative où $f(z)$ est obtenu à l'aide des valeurs prises par T et les a_n à l'itération précédente (ou plus exactement on prend la valeur moyenne des valeurs obtenues aux deux itérations précédentes). A l'itération j $f(z)$ est donc donné ce qui rend l'équation (19) linéaire en T et a_n . On la réécrit sous la forme :

$$T \left([i f(z) + 1] \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} \right) + \sum_{n=1}^N a_n \left(\frac{k_n}{k_0} f(z) - 1 \right) \cos k_n z = \frac{\cosh k_0 z}{\cosh k_0 h} \qquad (20)$$

On multiplie alors les deux membres de l'équation (20) par $\cosh k_0 z$ et on les intègre en z de 0 à h , puis on fait de même avec les $\cos k_n z$. Les fonctions $\cosh k_0 z$ et $\cos k_n z$ étant orthogonales sur $[0, h]$ on obtient un système linéaire de rang $N + 1$ à diagonale dominante. Les intégrales telles que :

$$\int_0^h f(z) \cosh^2 k_0 z dz \qquad \int_0^h f(z) \cosh k_0 z \cos k_n z dz \qquad \int_0^h f(z) \cos^2 k_n z dz$$

sont calculées en discrétisant l'intervalle $[0, h]$ en N_s segments sur chacun desquels $f(z)$ est pris constant et l'intégration faite de manière analytique.

Le système linéaire est résolu par la méthode de Gauss et on passe à l'itération suivante. La convergence est obtenue en une dizaine d'itérations au maximum.

2.3 Résolution à l'ordre 2

On rappelle qu'on ne s'intéresse ici qu'à la composante de deuxième ordre fluctuant à la pulsation 2ω , soit donc au potentiel $\varphi^{(2)}$ tel que :

$$\Phi^{(2)}(x, z, t) = \Re \left\{ \varphi^{(2)}(x, z) e^{-2i\omega t} \right\}$$

La condition vérifiée par $\varphi^{(2)}$ à la surface libre moyenne $z = h$ s'écrit :

$$g \varphi_z^{(2)} - 4\omega^2 \varphi^{(2)} = i\omega \left[\nabla \varphi^{(1)} \cdot \nabla \varphi^{(1)} - \frac{1}{2} \varphi^{(1)} \left(\varphi_{zz}^{(1)} - \frac{\omega^2}{g} \varphi_z^{(1)} \right) \right] \quad (21)$$

Les autres conditions aux limites sont la condition de perte de charge (10) en $x = 0$, la condition de glissement sur le fond ($z = 0$) et les conditions de "radiation" en $x = \pm\infty$ (les ondes libres de pulsation 2ω sont sortantes).

Si l'on oublie momentanément le débit perdu à l'intersection de la plaque et de la surface libre, ce problème est très similaire à celui du batteur au deuxième ordre, étudié, entre autres, par Sulisz & Hudspeth (1993). Pour le résoudre, on commence par rechercher, dans les domaines à gauche et à droite de la plaque, des solutions particulières vérifiant (21). Par exemple, dans le domaine gauche, elle est de la forme :

$$\begin{aligned} \varphi_{gp}^{(2)}(x, z) &= \alpha_{II} \cosh 2k_0 z e^{2ik_0 x} + \alpha_{RR} \cosh 2k_0 z e^{-2ik_0 x} + \alpha_{IR} \\ &+ \sum_n \alpha_{IE}(n) \cos(ik_0 + k_n) z e^{(ik_0 + k_n) x} \\ &+ \sum_n \alpha_{RE}(n) \cos(-ik_0 + k_n) z e^{(-ik_0 + k_n) x} \\ &+ \sum_m \sum_n \alpha_{EE}(m, n) \cos(k_m + k_n) z e^{(k_m + k_n) x} \end{aligned} \quad (22)$$

On y superpose ensuite des ondes libres de pulsation 2ω , sortantes, d'abord en supposant la plaque opaque. Puis on rajoute aux précédentes de nouvelles ondes libres permettant de vérifier la condition de perte de charge (10). Dans le domaine gauche ces ondes libres sont de la forme :

$$\varphi_{gl}^{(2)} = b_0 \cosh k_{20} z e^{-ik_{20} x} + \sum_j b_j \cos k_{2j} z e^{k_{2j} x} \quad (23)$$

où les nombres d'onde k_{20} , k_{2j} vérifient :

$$4\omega^2 = g k_{20} \tanh k_{20} h = -g k_{2j} \tan k_{2j} h \quad (24)$$

Faute de place on ne détaille pas davantage les écritures, et on aborde, dans le paragraphe suivant, le problème du débit perdu à l'intersection surface libre - plaque poreuse.

Modélisation du déversement à l'intersection de la plaque avec la surface libre

La relation de perte de charge implique que les élévations de surface libre, de part et d'autre de la plaque, sont différentes. Visuellement on constate que de l'eau s'écoule à travers les perforations et ruisselle le long de la plaque. Ce ruissellement est bien visible sur la photo (figure 2). Il est illustré schématiquement sur la figure 3.

Pour calculer le débit associé, on peut considérer que, au voisinage de la surface libre, la pression est hydrostatique. On en déduit la vitesse traversante par la relation (2). Considérant par exemple le cas où l'élévation est plus forte à gauche qu'à droite, on obtient comme débit :

$$Q = \int_{\eta_d^{(1)}}^{\eta_g^{(1)}} \sqrt{\frac{2\mu\tau^2}{1-\tau}} \sqrt{g(\eta_g^{(1)} - z)} dz \quad (25)$$

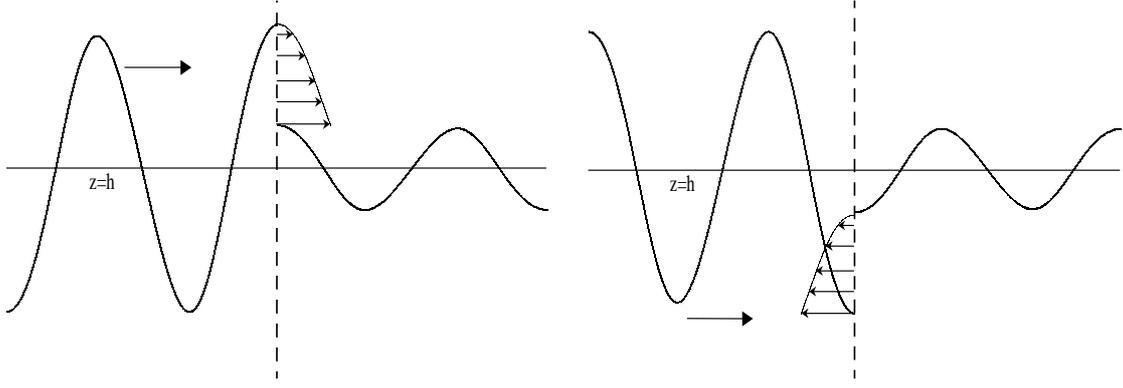


Figure 3: Déversement à travers la plaque poreuse au niveau de la surface libre. Illustration schématique des phases de crête et de creux.

soit

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\mu\tau^2}{1-\tau}} \sqrt{g |\eta_g^{(1)} - \eta_d^{(1)}|} (\eta_g^{(1)} - \eta_d^{(1)}) \quad (26)$$

Si $\eta_g^{(1)}$ est inférieur à $\eta_d^{(1)}$, cette expression donne le débit rentrant dans le domaine gauche.

Maintenant on se place dans un des deux sous-domaines, par exemple celui à droite de la plaque. Lorsque $\eta_g^{(1)}$ est plus grand que $\eta_d^{(1)}$ on a un débit supplémentaire, prenant place à la surface libre, non pris en compte par le modèle potentiel au deuxième ordre. Lorsque $\eta_g^{(1)}$ est plus petit que $\eta_d^{(1)}$ rien n'est à modifier dans le modèle potentiel puisque le débit sortant prend son origine sous la surface libre $\eta_d^{(1)}$. En résumé, si on écrit :

$$\eta_g^{(1)} - \eta_d^{(1)} = A \cos(\omega t + \psi) = A \cos \theta$$

le débit supplémentaire entrant dans le domaine droit est :

$$\begin{aligned} Q_d(\theta) &= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\mu\tau^2}{1-\tau}} \sqrt{g A^3} \cos^{3/2} \theta && \text{pour } \cos \theta > 0 \\ Q_d(\theta) &= 0 && \text{pour } \cos \theta < 0 \end{aligned} \quad (27)$$

On développe $Q_d(\theta)$ en série de Fourier :

$$Q_d(\theta) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\mu\tau^2}{1-\tau}} \sqrt{g A^3} (f_0 + f_1 \cos \theta + f_2 \cos 2\theta + \dots) \quad (28)$$

L'évaluation numérique donne :

$$f_0 = 0.2782 \quad f_1 = 0.4577 \quad f_2 = 0.2385 \quad (29)$$

On considère ensuite le débit supplémentaire entrant dans le domaine gauche. Répétant le même raisonnement on obtient :

$$Q_g(\theta) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\mu\tau^2}{1-\tau}} \sqrt{g A^3} (-f_0 + f_1 \cos \theta - f_2 \cos 2\theta + \dots) \quad (30)$$

Pour les termes constants et de pulsation 2ω de Q_g et Q_d les valeurs sont opposées : on peut interpréter l'intersection surface libre plaque comme une source (de débit continu pour le terme constant, pulsante pour celui de pulsation 2ω). Il s'ensuit que pour la composante de pulsation 2ω les écoulements générés à gauche et à droite sont symétriques par rapport à la paroi : la

vitesse traversante est nulle et les pressions induites de part et d'autre sont égales. La résolution du problème d'ordre deux ci-dessus n'est pas remise en cause, il faut juste rajouter au champ de vagues obtenu celui dû à la source pulsante à l'intersection surface libre plaque.

Champ de vagues généré à la pulsation 2ω

On considère le domaine à droite de la plaque. Le débit entrant, en $x = 0$, $z = h$, à la pulsation 2ω , est donné par :

$$Q_d^{(2)} = \Re \left\{ q^{(2)} e^{-2i\omega t} \right\} \quad (31)$$

$$q^{(2)} = 0.2385 \frac{2}{3} \frac{i\omega}{g} \sqrt{\frac{2\mu\tau^2}{1-\tau}} \sqrt{\omega \|\varphi_g^{(1)} - \varphi_d^{(1)}\|} \left(\varphi_g^{(1)} - \varphi_d^{(1)} \right) \quad (32)$$

$\varphi_g^{(1)}$ et $\varphi_d^{(1)}$ étant évalués en $x = 0$, $z = h$.

On recherche le potentiel généré sous la forme :

$$\varphi_{dq}^{(2)} = q_0 \cosh k_{20} z e^{ik_{20}x} + \sum_n q_n \cos k_{2n} z e^{-k_{2n}x} \quad (33)$$

La vitesse horizontale à la paroi est :

$$\varphi_{dqx}^{(2)} = ik_{20} q_0 \cosh k_{20} z - \sum_n k_{2n} q_n \cos k_{2n} z = q^{(2)} \delta(z - h) \quad (34)$$

où δ est la distribution de Dirac.

Les coefficients q_0 , q_n s'obtiennent alors simplement en multipliant à gauche et à droite par $\cosh k_{20} z$ (puis $\cos k_{2n} z$) et en intégrant de 0 à h en z . On obtient :

$$\varphi_{dq}^{(2)} = -4 q^{(2)} \left[i \frac{\cosh k_{20} h}{2 k_{20} h + \sinh 2 k_{20} h} \cosh k_{20} z e^{ik_{20}x} + \sum_n \frac{\cos k_{2n} h}{2 k_{2n} h + \sin 2 k_{2n} h} \cos k_{2n} z e^{-k_{2n}x} \right] \quad (35)$$

Dans le domaine gauche on obtient :

$$\varphi_{gq}^{(2)} = -4 q^{(2)} \left[i \frac{\cosh k_{20} h}{2 k_{20} h + \sinh 2 k_{20} h} \cosh k_{20} z e^{-ik_{20}x} + \sum_n \frac{\cos k_{2n} h}{2 k_{2n} h + \sin 2 k_{2n} h} \cos k_{2n} z e^{k_{2n}x} \right] \quad (36)$$

3. Campagne expérimentale

Les essais ont été réalisés dans le canal à houle de l'ESIM, long de 18 m et large de 0.65 m (figure 4). Les plaques poreuses considérées sont en acier inox, d'épaisseur 2 mm, de taux de porosité 23 et 30 %. Les perforations sont circulaires, de diamètre 3 mm.

La plaque est fixée aux parois du bassin, à une distance au batteur d'environ 13 m, devant la plage. Le montage est assez rigide, mais l'observation visuelle révèle de légères déformations de la plaque, sous l'action de la houle, qui n'ont pas été mesurées.

L'instrumentation consiste en six sondes de type résistif, disposées de manière à pouvoir extraire les composantes incidentes et réfléchies de la houle, dans les deux sous-domaines gauche et droit, aussi bien pour le fondamental que pour la composante de pulsation double. Une difficulté expérimentale tient à ce que la faible distance entre batteur et plaque entraîne, après quelque temps, une contamination de la houle incidente par re-réflexion, sur le batteur, de la

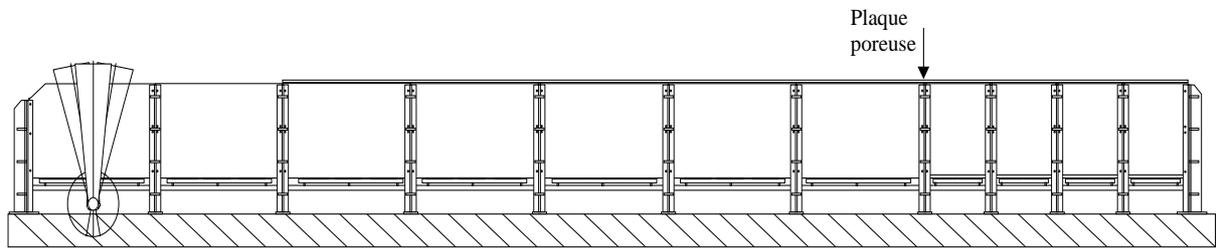


Figure 4: Canal à houle.

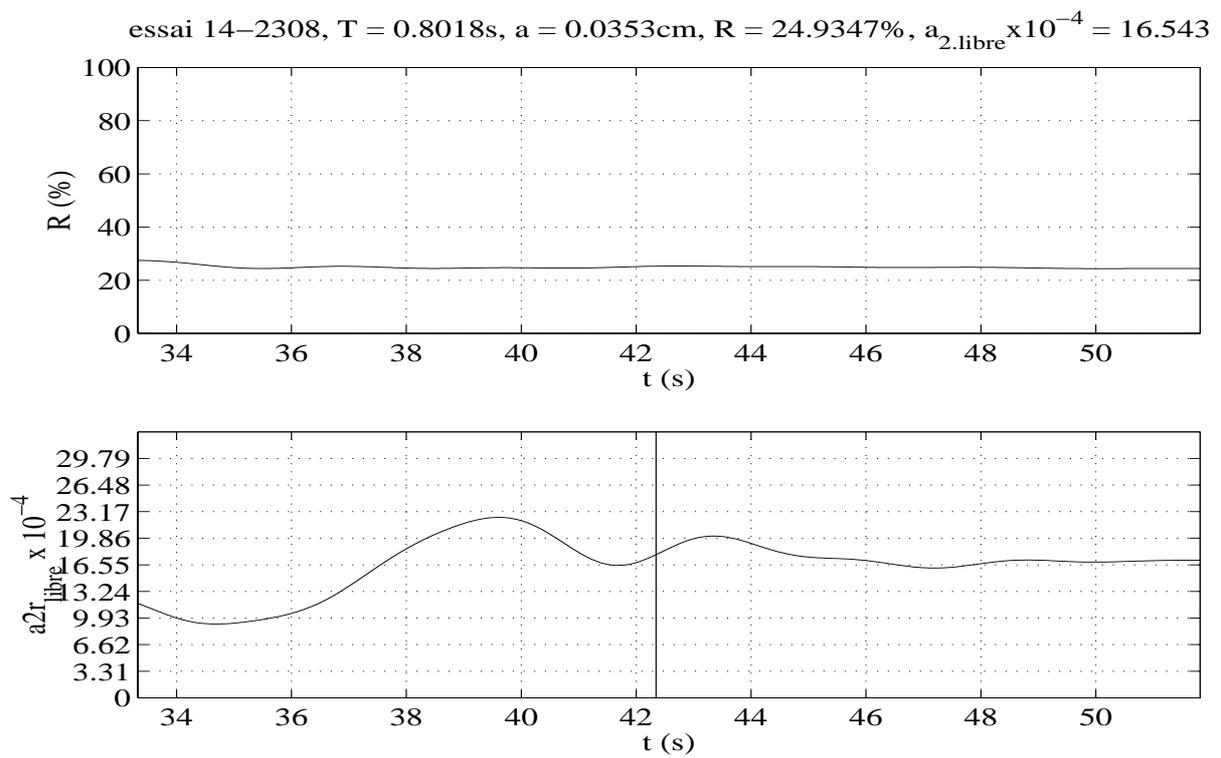


Figure 5: Evolution en fonction du temps du coefficient de réflexion et de l'amplitude des ondes libres renvoyées vers le batteur.

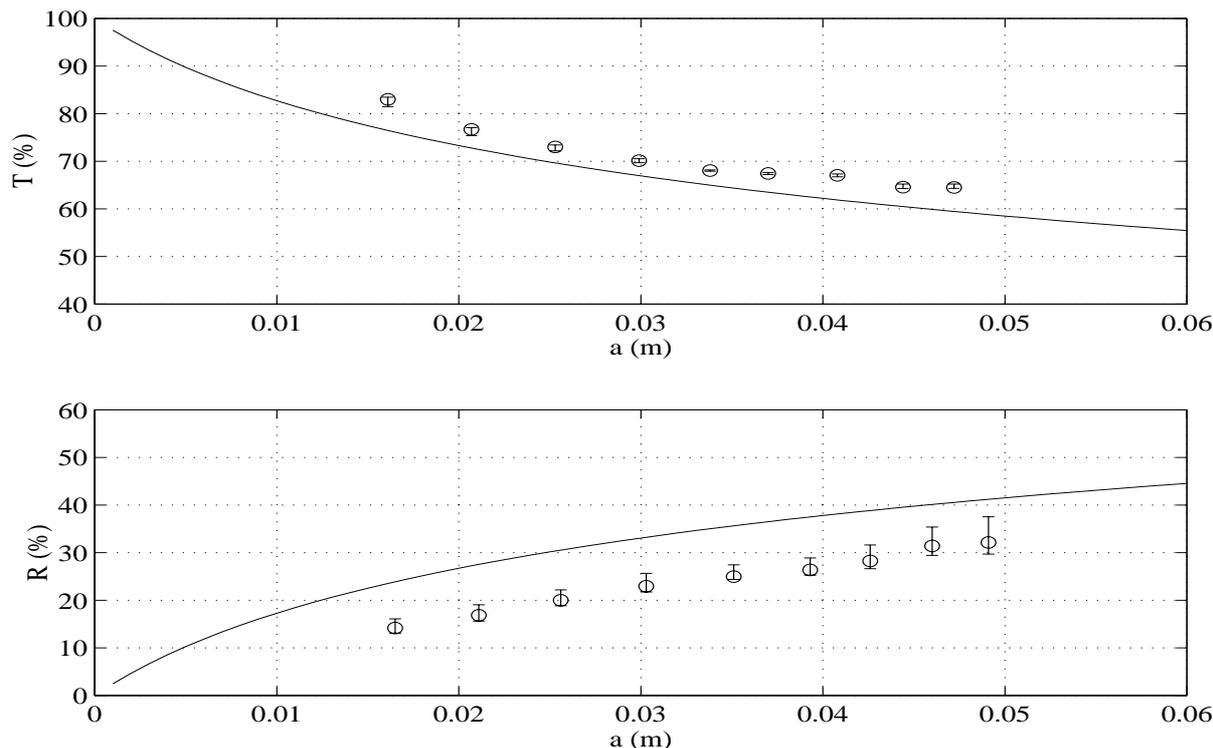


Figure 6: Profondeur $h = 0.5$ m ; longueur d'onde $L = 1$ m ; porosité $\tau = 23$ %. Coefficients de réflexion (R) et de transmission (T), calculés et mesurés.

composante renvoyée par la plaque. La durée utile de chaque essai est déterminée en fonction du temps d'arrivée, sur les sondes, de la composante doublement réfléchi (figure 5).

Lors de quelques essais il a été procédé, par un vélocimètre à film chaud, à la mesure de la vitesse de l'écoulement à travers un des trous de la plaque, dans la zone de marnage.

Trois profondeurs d'eau (0.3, 0.4 et 0.5 m) et plusieurs longueurs d'onde, de 1 à 4 m, ont été étudiées, pour des cambrures de houle $2A_I/L$ variant de 1 à 10 %.

4. Comparaison entre valeurs calculées et mesurées

On considère le cas de la plus grande profondeur d'eau (0.5 m) et de la plus courte longueur d'onde (1 m), soit donc des conditions de profondeur quasi-infinie. Pour cette petite longueur d'onde un régime établi est atteint (en principe) avant le retour des ondes re-réfléchies par le batteur. La porosité de la plaque est de 23 %.

On présente sur la figure 6, en fonction de l'amplitude de la houle incidente, les coefficients de réflexion et de transmission obtenus expérimentalement, comparés aux valeurs fournies par le modèle théorique avec $\mu = 0.5$. La barre verticale portée sur les valeurs expérimentales correspond à l'intervalle de variation du coefficient sur la durée utile de l'essai. On constate que le coefficient de transmission est légèrement sous-estimé par le modèle numérique, alors que celui de réflexion est sur-estimé. Avec un coefficient de perte de charge μ augmenté à 0.75 on aurait un meilleur accord global.

Quelle que soit la valeur choisie pour le coefficient μ la dissipation d'énergie est plus grande expérimentalement que ce que prédit le modèle théorique. Cela montre les limites du modèle potentiel asymptotique, qui ignore les effets visqueux et le transfert d'énergie aux harmoniques.

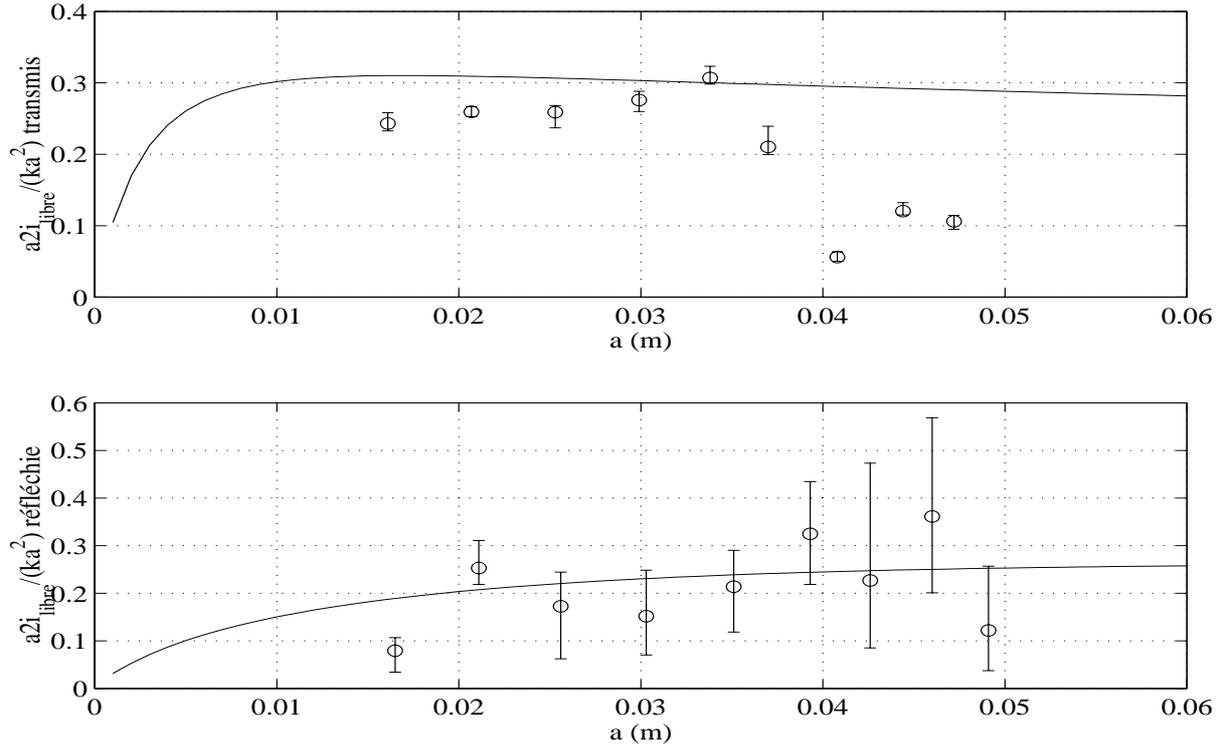


Figure 7: Profondeur $h = 0.5$ m ; longueur d'onde $L = 1$ m ; porosité $\tau = 23$ %. Amplitudes des ondes libres de deuxième ordre, réfléchies et transmises.

La figure 7 présente (normalisées par $k_0 A_f^2$) les amplitudes des ondes libres de deuxième ordre, réfléchies et transmises. Les valeurs mesurées pour l'onde réfléchi sont entachées d'une forte incertitude, en raison de la difficulté d'atteindre un état stationnaire entre le batteur et la plaque. Une autre incertitude, absente de la figure, tient à la précision même de la mesure, la quantité qui en est extraite étant très petite, de quelques dixièmes de millimètre.

On constate un assez bon accord pour l'onde transmise, jusqu'à des amplitudes de houle de 3.5 cm. Au delà les valeurs expérimentales chutent brutalement. Pour ces amplitudes supérieures à 4 cm, le coefficient de réflexion est important et la surface libre en amont de la plaque prend un profil bosselé, révélant des effets non-linéaires importants (figure 9), qui dépassent le deuxième ordre d'approximation. Il est possible que la chute de l'amplitude de l'onde libre de pulsation double soit liée à ces phénomènes.

Sur la figure 8 on présente une comparaison entre les vitesses mesurées par le vélocimètre à film chaud et celles données par le modèle numérique. Les mesures ont été effectuées à trois cotes verticales, situées à 11.35, 17.35 et 29.35 mm au dessus du niveau moyen de surface libre. Les courbes expérimentales pour ces trois altitudes sont en traits gras. La vitesse calculée portée sur la figure est la vitesse moyennée $\Phi_x^{(1)}(t)$ divisée par le taux de porosité ($U = u/\tau$). L'amplitude de houle pour cet essai est de 3.5 cm.

On constate que les vitesses maximales mesurées et calculées sont en bon accord. Quelques différences sont visibles en ce qui concerne l'allure des courbes : les vitesses expérimentales s'établissent plus brutalement, puis amorcent une décroissance assez linéaire, alors que les vitesses numériques ont des phases de croissance et décroissance qui sont symétriques.

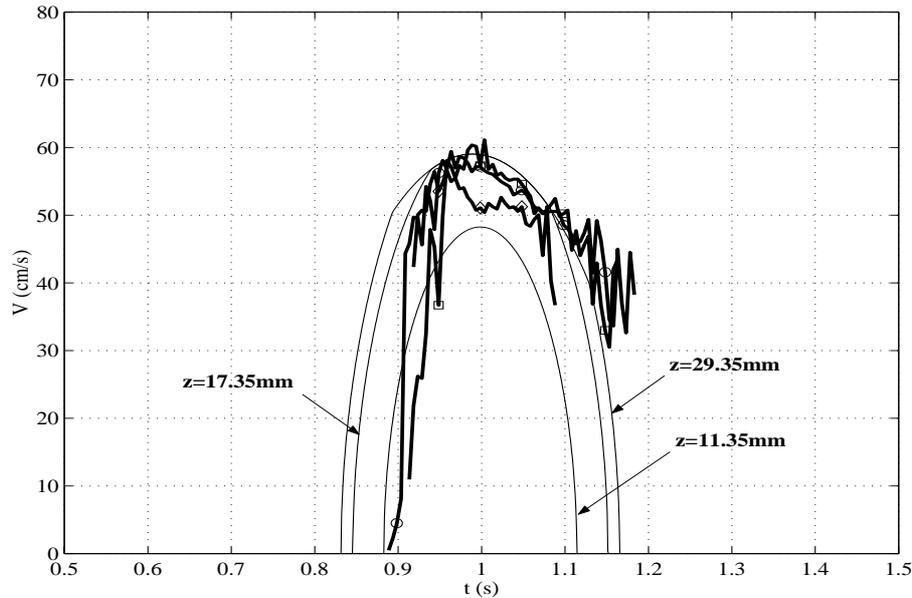


Figure 8: Vitesse mesurée à travers les perforations comparée à la vitesse calculée.

5. Conclusion

Les résultats présentés ici peuvent être considérés comme encourageants : l'accord obtenu entre valeurs calculées et mesurées est satisfaisant, à défaut d'être excellent. Pour les autres cas d'essais, non présentés ici, des conclusions similaires ont été atteintes.

On peut trouver de nombreuses raisons aux écarts obtenus. Difficultés expérimentales d'abord, dues au montage de la plaque, à la précision de la mesure d'élévation, à la difficulté d'atteindre un état stationnaire. Et insuffisances du modèle théorique, liées d'une part à l'idéalisation potentielle, et d'autre part au cadre asymptotique du développement de Stokes.

L'idéalisation potentielle est certainement critiquable, par exemple dans son application au traitement du déversement en surface ; mais elle permet d'obtenir, à peu de coût, des résultats utiles pour optimiser et dimensionner de telles structures de protection littorale. Une alternative, beaucoup plus coûteuse, est la CFD, utilisée par exemple par Clauss & Habel (1999). Une intercomparaison fine entre les résultats des deux approches numériques serait sans doute riche d'enseignements.

Enfin, plutôt que de poursuivre à l'ordre 2 ou 3 le développement de Stokes, sans maîtriser a priori son domaine d'application, il paraît plus indiqué de recourir à une autre approche, par exemple aux équations de Boussinesq améliorées (Agnon, Madsen & Schäffer 1999), plus adaptées aux cas, d'intérêt pratique, de profondeur variable et/ou faible. C'est dans cette voie que nous nous proposons de poursuivre nos efforts.

Remerciements

Cette publication est tirée d'un projet de recherche mené en partenariat par l'ESIM et l'Université de Balamand, dans le cadre du programme Franco-Libanais CEDRE.

Nous remercions l'IRPHE-IOA pour la mise à disposition du vélocimètre à film chaud et B. ZUCCHINI pour son assistance lors des essais.

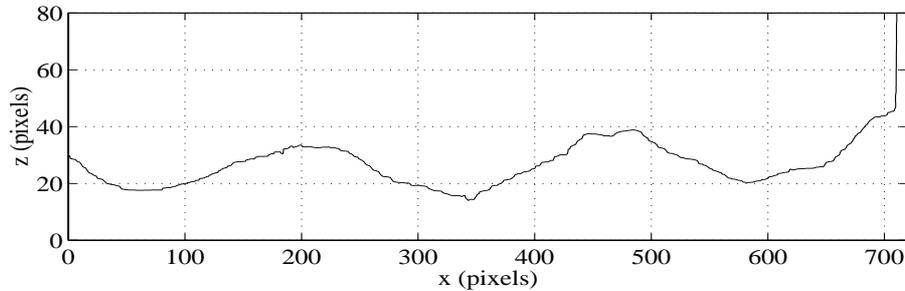
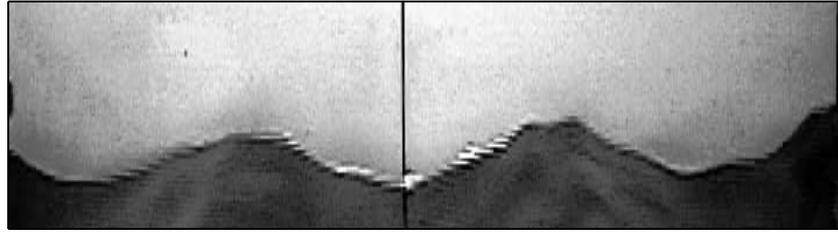


Figure 9: Déformée de surface libre en amont de la plaque poreuse, pour une houle incidente de longueur d'onde 1 m et amplitude 4.8 cm.

Références

- Y. AGNON, P.A. MADSEN & H.A. SCHÄFFER 1999. A new approach to high order Boussinesq models, *J. Fluid Mech.*, Vol. 399, 319-333.
- H. BERGMANN & H. OUMERACI 1999. Hydraulic performance of perforated structures, *Proc. 5th Int. Conf. on Coastal and Port Engineering in Developing Countries*.
- G.F. CLAUSS & R. HABEL 1999. Hydrodynamic characteristics of underwater filter systems for coastal protection, *Proc. Canadian Coastal Conf.*
- W.W. JAMIESON & E.P.D. MANSARD 1987. An efficient upright wave absorber, *ASCE Specialty Conference on Coastal Hydrodynamics*, University of Delaware.
- G.E. JARLAN 1961. A perforated vertical wall breakwater, *The Dock and Harbour Authority*, Vol XLI, No. 486, 394-398.
- B. MOLIN 2001. Numerical and physical wavetanks. Making them fit, *Ship Technology Research*, Vol. 48, 1-21.
- B. MOLIN & J-M. FOUREST 1992. Numerical modeling of progressive wave absorbers, *Proc. 7th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Val de Reuil.
- B. MOLIN & PH. BÉTOUS 1993. Atténuation de la houle par une dalle horizontale immergée et perforée, *Actes des Quatrièmes Journées de l'Hydrodynamique*, 387-400.
- W. SULISZ & R.T. HUDSPETH 1993. Complete second-order solution for water waves generated in wave flumes, *J. Fluids & Structures*, Vol. 7, 253-268.