

8<sup>èmes</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

## **CAPTURE ET SUIVI D'INTERFACES D'ÉCOULEMENTS DE FLUIDES VISQUEUX INCOMPRESSIBLES NON MISCIBLES.**

## **INTERFACE CAPTURING AND INTERFACE TRACKING OF INCOMPRESSIBLE AND IMMISCIBLE VISCOUS FLOWS.**

**G.B. DENG, E. GUILMINEAU, P. QUEUTEY, M. VISONNEAU**

Laboratoire de Mécanique des Fluides, CNRS-UMR 6598  
Division Modélisation Numérique,  
Ecole Centrale de Nantes, B.P. 92101, 44321 Nantes Cedex 3.

### **Résumé**

Cette étude s'inscrit dans la mise en œuvre de méthodes de suivi et de capture d'interfaces au sein du code de simulation d'écoulements de fluides visqueux incompressibles, ISIS, développé par la Division Modélisation Numérique. D'une façon générale, les écoulements de fluides non miscibles sont très présents dans de nombreuses applications industrielles et environnementales et concernent aussi bien des fluides pesants (eau, huiles,...) que des gaz (air, gaz issus de réactions chimiques ou de changement de phases,...).

L'objectif à terme est de disposer d'une méthode pouvant traiter des interfaces susceptibles d'être soumises à de grandes déformations, voire même jusqu'à l'apparition de phases dispersées, pourvu que la taille des volumes de contrôle soit plus petite que la taille caractéristique des plus petits éléments des différents phases en présence.

### **Summary**

This study concerns the development of interface tracking and interface capturing for incompressible viscous flows inside the numerical tool ISIS of the DMN group. Flows of immiscible fluids are frequently encountered in numerous industrial applications or environment context and concern as well as weighted flows (water, oils, ...) than gaz (air, gaz from chemical reactions or from phase transitions, ...).

The aim of such developments is to control a method being able to deal with large amplitude interfaces, even with the presence of dispersed phases, under the constraint that the size of the control volumes should be smaller than the characteristic size of the smaller elements of the different phases acting.

# I-INTRODUCTION

Dans le cadre de l'hydrodynamique, cette étude est focalisée sur le problème de fluides séparés par une interface bien marquée et continue (surface libre sans déferlement typiquement) et sur celui où existent des transitions de phases impliquant des interfaces discontinues avec interpénétration des différents fluides (surface libre avec déferlement, mouvement de fluides dans des cuves à fort régime d'oscillations, ...). Deux grandes classes d'outils numériques sont envisageables, à savoir les techniques de suivi des interfaces et celles dites de capture des interfaces.

La méthode de suivi des interfaces retenue considère l'interface comme une limitante du domaine sur laquelle s'appuie le maillage et dont la déformée est régie par une ou des conditions aux limites. Cette technique nécessite un remaillage incessant afin d'adapter le domaine de calcul aux déplacements de l'interface et se limite en pratique aux cas sans déferlement. La nouvelle méthode conservative présentée possède l'originalité de pouvoir utiliser un algorithme stationnaire si la déformée attendue est stationnaire. En pratique l'utilisation de cet algorithme rapide doit permettre des gains de temps notable, pour les méthodes d'optimisation de forme par exemple [1].

Dans la méthode de capture adoptée, et pour des frontières du domaine non-absorbantes et non-déformables, le domaine de calcul englobe l'ensemble des fluides. L'interface est obtenue à-posteriori à partir de la résolution du transport du taux de présence (ou concentration) de chaque fluide. En raison de ses fortes potentialités, la procédure retenue [2], initialement de type VOF [3], peut aussi être qualifiée de méthode de *suivi de volumes*.

## II-MÉTHODE DE SUIVI STATIONNAIRE

### 1-Généralités

Cette méthode de suivi stationnaire est développée dans le cadre aussi général que possible du solveur ISIS, à savoir l'emploi d'une méthode de volumes finis sur des éléments quelconques pour les variables primitives (vitesses, pression) placées aux centres des volumes de contrôle (figure 1), une discrétisation précise au second ordre en espace et totalement implicite en temps pour des simulations instationnaires. Les équations de base sont celles de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sous forme intégrale :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \rho (\vec{U} - \vec{U}_d) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U_i dV + \int_S \rho U_i (\vec{U} - \vec{U}_d) \cdot \vec{n} dS = \int_S (\tau_{ij} I_j - p I_i) \cdot \vec{n} dS + \int_V \rho g_i dV \quad (1b)$$

Dans ces équations,  $V$  est un volume de contrôle fermé par la surface  $S$  de vecteur unitaire normal  $\vec{n}$  pointant vers l'extérieur,  $\vec{U}$  est la vitesse du fluide de composantes Cartésiennes  $U_i$ ,  $p$  est la pression,  $\vec{g}$  la gravité,  $\tau_{ij}$  est le tenseur des déformations visqueuses et  $\vec{U}_d$  la vitesse de déplacement des faces  $S$ . Si  $\rho$  est constant (une seule phase), c'est la pression dite "étoilée",  $P^*$ , qui est résolue, auquel cas la gravité n'apparaît plus explicitement dans (1b) :

$$P^* = p + \rho \vec{g} \cdot \vec{x} \quad (2)$$

La prise en compte de la surface libre dans un code de simulation numérique nécessite de résoudre une *condition cinématique* qui traduit l'imperméabilité de l'interface et des *conditions*

*dynamiques* assurant la continuité des contraintes. Une fois négligés les effets de tension superficielle ainsi que les effets visqueux sur la surface libre, la *condition dynamique normale* dégénère en condition de pression imposée sur cette limitante. La surface libre est donc une surface à pression imposée :

$$p = P^* - \rho g h_f = 0 \quad (3)$$

Où  $h_f$  désigne la hauteur relative d'une face de surface libre au-dessus d'un niveau de référence.

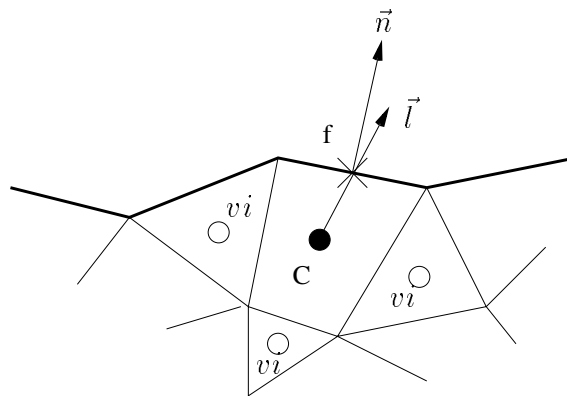
Dans le cas stationnaire, la *condition cinématique*, déduite de (1a), impose à la surface libre d'être une limitante à flux de masse nulle :

$$\rho \vec{U} \cdot \vec{n} = 0 \quad (4)$$

Sur une face d'un volume de contrôle, le couplage entre le champ de vitesse et le gradient de pression étant assuré par la reconstruction de Rhie et Chow [4], les flux de masse sur la surface libre sont alors directement couplés aux gradients de pression. L'évaluation de ces gradients donne alors accès, via (3), à l'élévation que doivent posséder les faces,  $h_f$ , pour que le bilan de masse soit réalisé. Ce point est détaillé à la section 2.

L'algorithme stationnaire suit alors, de façon synthétique, le processus itératif suivant :

1. prédiction des vitesses par résolution des équations de quantité de mouvement,
2. résolution de l'équation de pression tirée de la contrainte d'incompressibilité,
3. correction des flux de masse aux interfaces à l'aide de la nouvelle pression,
4. obtention des hauteurs de surface libre pour assurer un bilan de masse nul,
5. redistribution des nouvelles hauteurs des faces sur leurs noeuds constitutifs et remaillage du domaine à l'aide d'une technique de ressorts de compression et de torsion,
6. retour en 1 si les résidus non-linéaires ou le bilan de masse sont insuffisamment bas.



**Figure 1. Un volume de contrôle au voisinage de la surface libre**

## ***2-Hauteurs des faces de surface libre***

Un aperçu rapide de la détermination de l'interface est présenté dans le cas de problèmes à surface libre pour lesquels, en première approximation, la *condition dynamique normale* est fournie par (3). L'idée consiste à extraire la nouvelle position de la surface libre,  $h_f$ , de la

condition de flux de masse nul sur la surface libre, *condition cinématique* (4). Le bilan discret de quantité de mouvement (1a) sur un volume de contrôle peut s'écrire de façon générique,

$$c_C \vec{U}_C = \sum_{vi} C_{vi} \vec{U}_{vi} + \vec{S}_C + \vec{\nabla} P^* \quad (5)$$

où les coefficients d'influence des volumes voisins issus de l'intégration des flux convectifs et diffusifs sont notés  $c_{vi}$  et  $c_C$  est le coefficient de l'inconnue courante.  $S_c$  représente un éventuel terme source résiduel sans pression.

La reconstruction de Rhie et Chow tirée de la forme semi-continue (5) peut alors être étendue aux faces attachées à la surface libre (du point  $C$  à la face  $f$ , figure 1),

$$\vec{U}_f = \left( a_c \vec{H}(U) \right)_f - (a_c)_f \vec{\nabla} P_f^* \quad ; \quad a_c = \frac{1}{c_C} \quad (6)$$

Le vecteur  $\vec{H}$  est tirée de la forme semi-continue (5) et les coefficients non disponibles sur la face sont extrapolés linéairement :

$$\vec{H}(U) = a_C \left( \sum_{vi} C_{vi} \vec{U}_{vi} + \vec{S} \right) \quad (7)$$

La condition de flux de masse nul sur ces faces fournit alors, après projection sur la normale :

$$0 = \left( a_c \vec{H}(U) \right)_f \cdot \vec{n} - (a_c)_f \vec{\nabla} P_f^* \cdot \vec{n} \quad (8)$$

Du gradient de pression normal peut être tirée une contribution "implicite", selon  $\vec{l}$ , alignée avec la direction des inconnues C et f (figure 1) et une contribution "explicite", selon  $\vec{e}$ , nulle lorsque le maillage est orthogonal :

$$\vec{\nabla} P^* \cdot \vec{n} = \beta \vec{\nabla} P^* \cdot \vec{l} + \vec{\nabla} P^* \cdot \vec{e} \quad (9a)$$

$$\vec{e} = \vec{n} - \beta \vec{l} \quad ; \quad \beta = \frac{1}{\vec{n} \cdot \vec{l}} \quad (9b)$$

Le coefficient  $\beta$ , présent dans (9b), est choisi de telle sorte que  $\vec{n} \cdot \vec{e} = 0$ .

Par conséquent, il est possible d'extraire la hauteur de surface libre de (8) en évaluant de façon décentrée le gradient de pression implicite de (9a) et en utilisant la *condition dynamique normale* (3) pour  $P_f^*$  :

$$\vec{\nabla} P^* \cdot \vec{l} \equiv \frac{\partial P^*}{\partial l} \approx \frac{P_f^* - P_C^*}{\|\vec{f}\vec{C}\|} = \frac{\rho g h_f - P_C^*}{\|\vec{f}\vec{C}\|} \quad (10a)$$

$$\Rightarrow h_f = \frac{P_C^*}{\beta \rho g} + \frac{\|\vec{f}\vec{C}\|}{\beta \rho g} \left( \vec{n} \cdot \left( a_c \vec{H}(U) \right)_f - (a_c)_f (\vec{\nabla} P^*)_f \cdot \vec{e} \right) \quad (10b)$$

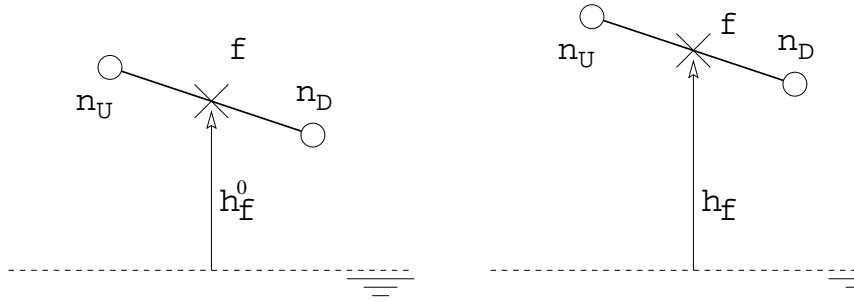
L'étape courante se poursuit par la redistribution des nouvelles hauteurs des faces à leurs noeuds constitutifs.

### 3-Hauteurs des noeuds de surface libre

Les nouvelles positions des noeuds du maillage sur la surface libre s'obtiennent à partir des nouvelles hauteurs des faces de surface libre  $h_f$ . Le choix d'une redistribution centrée consistant à reporter chaque hauteur de face sur ses noeuds constitutifs s'avère instable pour des maillages denses. Ce constat n'est pas surprenant vu le caractère hyperbolique de la *condition cinématique* pour laquelle le transport de la hauteur de surface libre se réduit, en 2D, à :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} = V \quad (11)$$

Dans le cadre d'une méthode stationnaire, considérons le cas d'une face où  $U_f > 0$ , figure (2).



**Figure 2. Hauteurs des faces de surface libre.**

Une reconstruction à l'aide d'un schéma décentré du premier ordre en espace, éventuellement sous-relaxée, conduit trivialement à :

$$h_{n_D} = \alpha \cdot h_f + (1 - \alpha) \cdot h_f^0 \quad (12)$$

Le seul intérêt de ce choix est sa stabilité inconditionnelle car sa précision du premier ordre est insuffisante pour la précision globale du second ordre du code ISIS. L'alternative retenue s'inspire de la méthode CPI [5] : une reconstruction physique est obtenue en rediscrétisant l'équation de transport (11) sur les noeuds du maillage. Ainsi, au noeud  $n_D$  :

$$\begin{aligned} U_{n_D} \frac{h_{n_D} - h_f}{fn_D} &= V_{n_D} \\ \Rightarrow h_{n_D} &= h_f + fn_D \frac{V_{n_D}}{U_{n_D}} \end{aligned} \quad (13)$$

La précision globale est maintenue et la compacité de la méthode autorise toujours l'emploi de faces quelconques pour des maillages non-structuré.

### 4-Remaillage du domaine de calcul

Compte-tenu du caractère non-structuré des topologies utilisées, il est primordial de disposer d'une méthode de remaillage du domaine de calcul la plus générale possible.

Un algorithme s'appuyant sur l'analogie aux ressorts [6] où le maillage est vu comme un système discret pseudo-structurel et quasi-statique apparaît particulièrement bien adapté au contexte de l'étude. Dans cette analogie, un ressort linéaire fictif est attaché le long de chaque

segment connectant deux noeuds  $i$  et  $j$  du maillage fluide. Le coefficient de raideur de ce ressort est choisi inversement proportionnel à la longueur  $l_{ij}$  du segment reliant les deux noeuds :

$$k_{ij} \propto \frac{1}{l_{ij}} \quad (14)$$

Ainsi à l'instant  $t^n$ , la position du maillage dynamique est obtenue par la solution du problème quasi-statique :

$$\begin{cases} [K]_{\text{linéaire}} \vec{q}^n = 0 \\ \vec{q}^n = \vec{\bar{q}}^n \quad \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (15)$$

où  $[K]_{\text{linéaire}}$  est la matrice de raideur associée aux ressorts linéaires fictifs,  $\vec{q}^n$  le vecteur déplacement courant défini par

$$q_i^n = x_i^n - x_i^0 \quad (16)$$

et  $\vec{\bar{q}}$  désigne le vecteur déplacement imposé sur la frontière  $\Gamma$ .

La valeur  $k_{ij}$  donnée dans l'équation (14) est motivée par le fait que si, pendant le mouvement de maillage, deux noeuds se rapprochent, le ressort linéaire attaché au segment formé par les deux noeuds devient très raide et donc empêche les noeuds de se heurter. Pour beaucoup de configurations simples, la méthode utilisant l'analogie des ressorts linéaires est satisfaisante, à condition que le maillage ne soit pas trop fin et que le mouvement ait des amplitudes relatives petites. Pour des géométries complexes ou pour des amplitudes de mouvement de maillage importantes, cette méthode aboutit à des mailles non-valides résultant de croisements de lignes de maillage. Ceci est dû au ressort linéaire tension/compression avec  $k_{ij} \propto 1/l_{ij}$  qui évite à deux noeuds d'entrer en collision mais qui n'empêche pas un noeud de croiser un segment qui lui fait face.

Dans le cas de problèmes bidimensionnels, la méthode utilisant l'analogie aux ressorts linéaire a été modifiée par l'introduction de ressorts de torsion [7]. L'idée de base est d'attacher à chaque noeud  $i$ , et pour chaque triangle  $\mathcal{T}_{ijk}$  connecté à  $i$  et aux noeuds  $j$  et  $k$ , un ressort de torsion avec un coefficient de raideur défini par :

$$C_i^{ijk} = \frac{1}{\sin^2 \theta_i^{ijk}} = \frac{l_{ij}^2 l_{ik}^2}{4A_{ijk}^2} \quad (17)$$

où  $\theta_i^{ijk}$  est l'angle entre les segments  $ij$  et  $ik$  (figure 3) et  $A_{ijk}$  est l'aire du triangle  $\mathcal{T}_{ijk}$ .

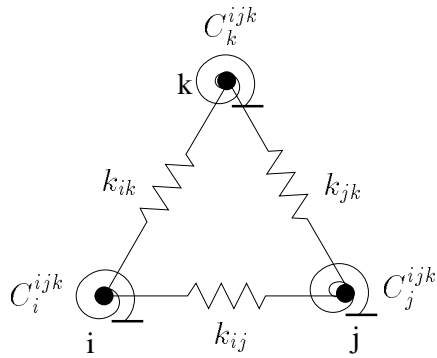
Comme  $C_i^{ijk}$  tend vers zéro quand  $\theta_i^{ijk}$  est soit nul ou  $\pi$ , les ressorts de torsion attachés au noeud  $i$  empêche ce noeud de croiser le segment qui lui fait face et que tout triangle ait une aire non-nulle ou négative et donc prévient les triangles voisins de s'interpénétrer.

En utilisant les ressorts linéaires et de torsion, la position du maillage dynamique peut être remise à jour à chaque instant par la résolution du problème quasi-statique suivant :

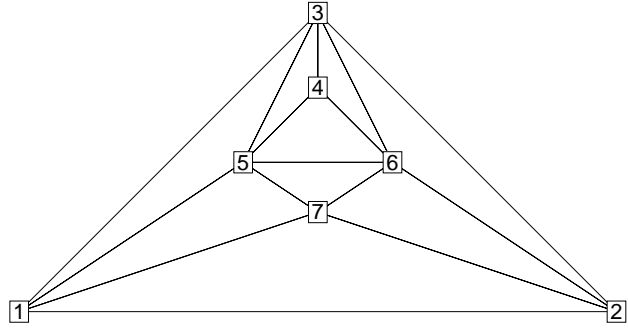
$$\begin{cases} ([K]_{\text{linéaire}} + [K]_{\text{torsion}}) \vec{q}^n = 0 \\ \vec{q}^n = \vec{\bar{q}}^n \quad \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (18)$$

où  $[K]_{\text{torsion}}$  signifie la matrice de raideur associée aux ressorts de torsion fictifs.

Pour tester l'analogie du maillage en un réseau de ressorts, on peut considérer un problème test qui n'a aucune application physique mais qui est intéressant pour les simulations d'écoulements utilisant un maillage dynamique avec de grandes amplitudes de déplacement. Le maillage

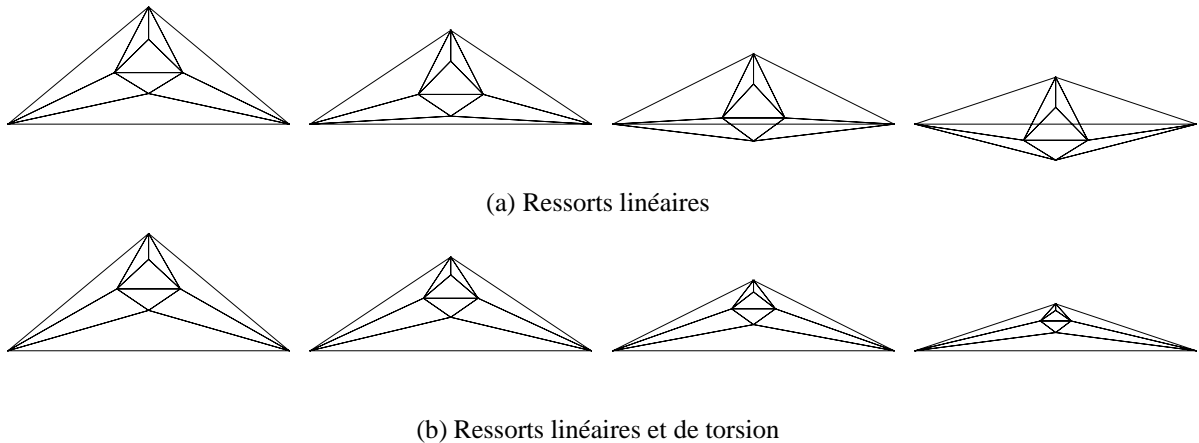


**Figure 3. Analogie aux ressorts**



**Figure 4. Présentation du cas test**

initial associé à ce problème est présenté sur la figure 4. Les noeuds 1 et 2 sont fixes et le noeud 3 se déplace dans la direction verticale jusqu'à ce qu'il atteigne le noeud 7 après 100 itérations. Le maillage dynamique est construit soit en utilisant les ressorts linéaires seulement ou soit en utilisant les ressorts linéaires et de torsion. Les mouvements de maillage résultant sont représentés sur les figures 5 pour quatre instants (après 25, 50, 75 et 100 itérations). Ces instants sont identiques pour les deux analogies. Les figures 5(a) présentent le mouvement du maillage avec l'analogie aux ressorts linéaires et les figures 5(b) le mouvement du maillage avec l'analogie aux ressorts linéaires et de torsion. Les figures 5(a) montre que quand la méthode utilise l'analogie des seuls ressorts linéaires, les noeuds 5, 6 et 7 croisent la face connectant les noeuds fixes 1 et 2, et cela avant que le noeud 3 est atteint son déplacement final. D'autre part avec les ressorts linéaire et de torsion, les figures 5(b) montrent que les triangles sont toujours valides, il n'y a pas de croisement.



**Figure 5. Cas test de remaillage**

### III-MÉTHODE DE CAPTURE

Une fonction de présence attachée à un fluide et variant entre 0 et 1 est utilisée pour repérer la présence (=1) ou l'absence (=0) de ce fluide dans un volume de contrôle courant. Du point de vue discret une valeur comprise entre 0 et 1 indique une zone de transition. Le taux de présence  $c_i$  d'un fluide (i) incompressible est considéré comme un invariant Lagrangien et est emporté

par l'écoulement à la vitesse  $\vec{U}$  comme [3] :

$$\frac{Dc_i}{Dt} = \frac{\partial c_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot c_i \vec{U} = 0 \quad (19)$$

Par la suite, les propriétés physiques (viscosité dynamique et densité) de l'écoulement résolu sont fournies par les relations constitutives suivantes :

$$\rho = \sum_i c_i \rho_i \quad ; \quad \mu = \sum_i c_i \mu_i \quad ; \quad 1 = \sum_i c_i \quad (20)$$

Les contraintes de capture des interfaces et celles imposées par la méthodologie du solveur ISIS peuvent se résumer comme suit :

- la discrétisation ne doit pas "diffuser" la résolution de l'interface,
- le caractère "borné" des taux de présence doit être respecté,
- la discrétisation doit s'appliquer à des volumes de contrôle quelconques.

C'est pour ces raisons que le choix s'est orienté vers l'emploi de schémas construits sur la base d'une renormalisation des variables résolues [8] pour leurs propriétés de bornage et leurs caractères fortement compressif. Des améliorations sont encore possibles pour désensibiliser partiellement la discrétisation vis-à-vis des limitations en nombre de Courant et réduire les problèmes d'alignement des interfaces avec le maillage [2].

## IV-APPLICATIONS

Les simulations réalisées partagent un minimum de données communes comme la gravité,  $g = 9.81 m.s^{-2}$ , et les propriétés physiques des fluides, à savoir les densités :  $\rho_{eau} = 998.1 kg.m^{-3}$ ,  $\rho_{air} = 1.2 kg.m^{-3}$  et les viscosités dynamiques :  $\mu_{eau} = 1.00 \cdot 10^{-3} kg.m^{-1}s^{-1}$ ,  $\mu_{air} = 1.81 \cdot 10^{-3} kg.m^{-1}s^{-1}$ . Dans tous les cas, la tension superficielle est négligée et des conditions de glissement sont appliquées sur les parois des corps. Ce choix est conditionné par le côté préliminaire de ces simulations pour lesquelles l'accent est mis sur la validation numérique de la méthode de suivi ou de capture d'interfaces et où la prise en compte de la turbulence n'est pas l'élément clef. La condition initiale est celle du repos et de l'équilibre hydrostatique. Pour les maillages mixtes, la triangulation du domaine de calcul est réalisée à partir de l'outil **triangle** [9]. Enfin, sauf mention contraire, les unités de longueur utilisées dans les figures sont exprimées en mètres.

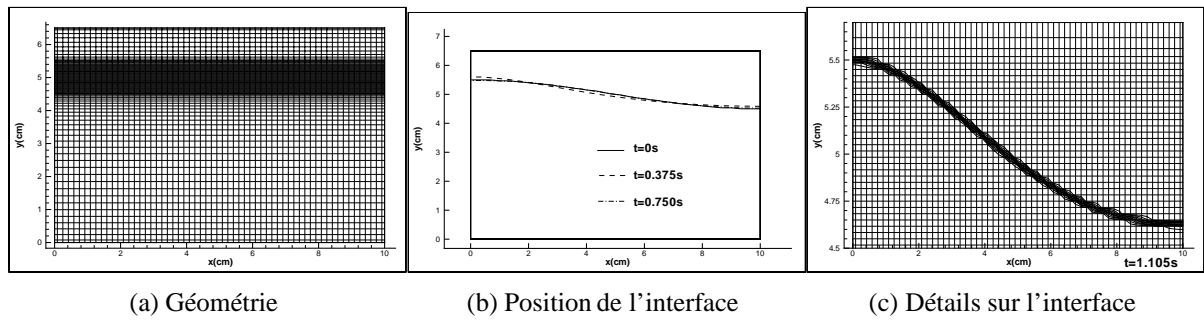
### 1-Oscillations libres dans une cuve

Ce problème des oscillations libres de faibles amplitudes d'un liquide dans une cuve sous l'influence de la gravité est intéressant pour tester la sensibilité de la méthodologie multi-fluides vis-à-vis de la dissipation numérique introduite par la discrétisation et la capacité à maintenir un transfert conservatif entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique.

La configuration retenue [10] est présentée la figure 6(a). L'état initial consiste en une interface repérée par une demie-cosinusoïde d'amplitude 0.005m pour un niveau moyen  $h$  de 0.05m. Le maillage comporte 61 points longitudinalement et 71 points selon la hauteur (phase air comprise). Une condition de type pression imposée est appliquée sur la limitante supérieure. Le pas de temps utilisé est de  $10^{-3}s$ . La période théorique d'oscillation  $T$ , pour le premier mode [10], est donnée analytiquement par la relation suivante, où  $k$  est le nombre d'onde :

$$T = 2\pi \sqrt{gk \tanh(kh)} = 0.3739s \quad (21)$$



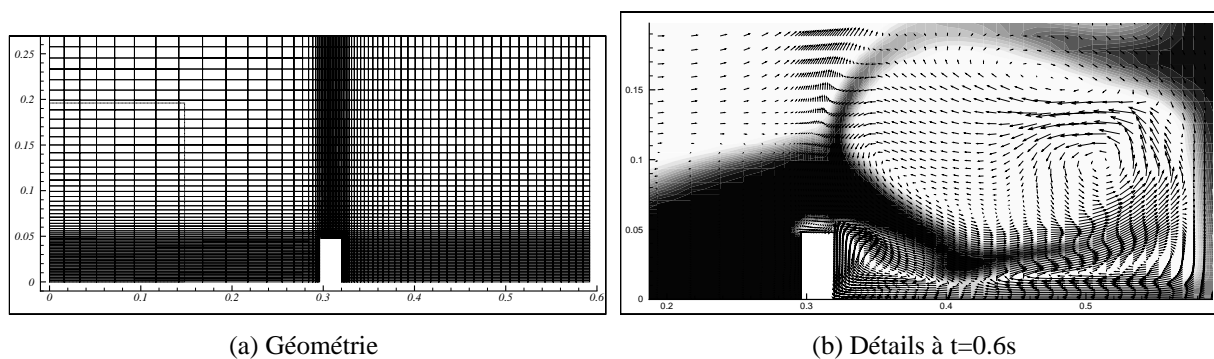


**Figure 6. Oscillations libres dans une cuve.**

La période estimée à partir des variations de la hauteur d'eau, concentration  $c = 0.5$ , sur le coté gauche de la cuve est de 0.375s, soit une erreur de 0.3% sur la période du premier mode. A partir des niveaux superposés pour les premières périodes, figure 6(b), il est clair qu'un second mode est présent dans le mouvement. Le tracé des iso-concentrations entre 0 et 1 après 1000 pas de temps, figure 6(c), indique que la méthode numérique est très peu dissipative car l'étalement de l'interface ne se fait au maximum que sur 3 volumes de contrôle.

## 2-Collapsus d'une colonne d'eau

La seconde validation concerne l'écroulement d'une colonne d'eau de 0.296m de haut et large de 0.148m en présence d'un obstacle, à l'intérieur d'une cuve fermée [11] (figure 7(a)). La comparaison avec l'expérience est faite aux instants  $t=0.3s$  (figure 15) et  $t=0.5s$  (figure 16). Seule la méthode de capture est alors capable de rendre compte de la complexité de l'interface. On notera la bonne prédiction de l'apparition de la deuxième langue d'eau à  $t=0.5s$  qui jaillit dans la cavité d'air contenue par la grande langue supérieure qui vient d'impacter la paroi de droite. L'évolution ultérieure, à  $t=0.6s$ , est détaillée avec le champ de vitesse de la figure 7(b) où il est clair que l'interface supérieure commence à se rompre alors que la langue inférieure est en train d'impacter sur le fond.

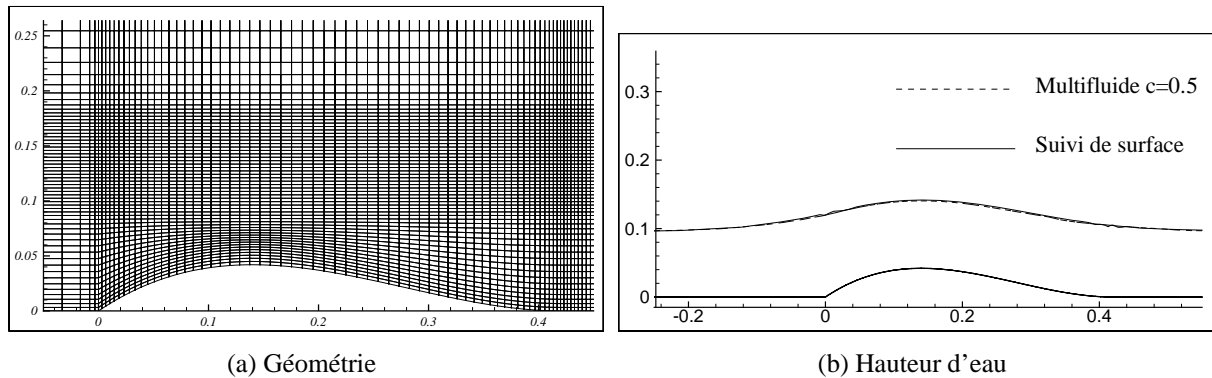


**Figure 7. Rupture d'une colonne d'eau**

## 3-Surface libre induite par un fond bosselé

Cette simulation s'appuie sur l'expérience de Cahouet [12] où des déformées de surface libre sont induites par la présence d'un profil de bosse analytique posée sur le fond d'un canal, figure 8(a). Dans le cas de la méthode avec capture des interfaces (méthode "multi-fluides"), le

maillage s'étend au-delà de la surface libre pour résoudre les mouvements de l'air. La déformée obtenue dans le cas d'un écoulement supercritique, pour le nombre de Froude,  $Fr = U/\sqrt{gh}$ , de 2.05, est donnée à la figure 8(b). La hauteur d'eau au repos,  $h$ , est de 0.09545m et la vitesse de l'écoulement,  $U$ , est  $1.985m.s^{-1}$ . Les deux méthodes se comparent remarquablement et la hauteur maximale prédite de 0.01400m donne une erreur relative inférieure à 3% avec l'expérience. Pour la méthode de suivi stationnaire, la hauteur maximale est stabilisée après environ



**Figure 8. Bosse supercritique**

1000 itérations non-linéaires alors qu'avec la méthode de capture à deux fluides cette même hauteur n'est atteinte que vers  $t=1.5s$ , soit 1500 pas de temps de  $10^{-3}s$  comportant chacun une dizaine d'itérations non-linéaires. Au coût du remaillage près pour la méthode de suivi et à celui du calcul du mouvement de l'air (difficilement estimable) pour la seconde méthode, le gain obtenu par la méthode de suivi est donc d'environ 15. Ce cas supercritique est numériquement favorable car la déformée n'est significative qu'au voisinage de la bosse et, l'effet convectif dominant l'effet gravitationnel, les instabilités transitoires sont rapidement évacuées vers l'aval.

#### 4-Surface libre induite par un profil immergé

Le cas abordé, un de ceux expérimentés par Duncan [13], est celui d'un profil NACA0012, de corde  $c = 0.203m$  à l'incidence de 5 degrés. L'écoulement incident possède une vitesse  $U$  de  $0.8m.s^{-1}$  et le nombre de Froude,  $Fr = U/\sqrt{gc}$ , est de 0.567. La hauteur d'eau au repos, mesurée par rapport au centre de profil, est de 23.6cm. A cette profondeur d'immersion le train d'ondes sur la surface libre doit être parfaitement établi et stable.

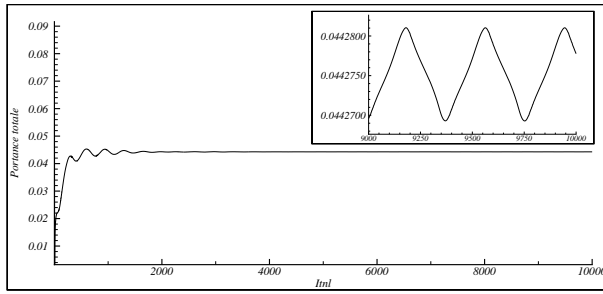
Pour la méthode de suivi, l'étude de convergence en maillage utilise trois configurations :

	Noeuds	Volumes de contrôle	$N_{slraf}$
$Con f_1$	1166	2328	50
$Con f_2$	2062	4120	100
$Con f_3$	4836	9668	150

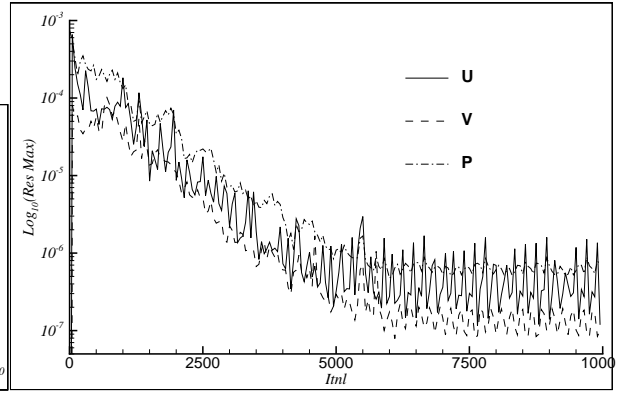
Où  $N_{slraf}$  est le nombre de noeuds sur une zone raffinée de la surface libre. Les maillages initiaux sont donnés partiellement par les figures 10(a), 11(a) et 12(a).

5000 itérations non-linéaires s'avèrent suffisantes pour que la variation de l'écart maximum entre deux maillages successifs n'excède pas  $10^{-5}c$ , pour un gain en résidus non-linéaires d'environ 4 ordres et des efforts sur le profil à 5 chiffres significatifs. Ce critère est tiré de la configuration 3 : figure 9(a) pour la portance et figure 9(b) pour les résidus.

Après résolution de l'écoulement, si les différences entre les trois maillages semblent faibles, figures 10(b),11(b) et 12(b), le détail de la hauteur d'eau (figure 13) montre que la convergence en maillage sur les premières vagues est atteinte à partir de la configuration 2. Les désaccords

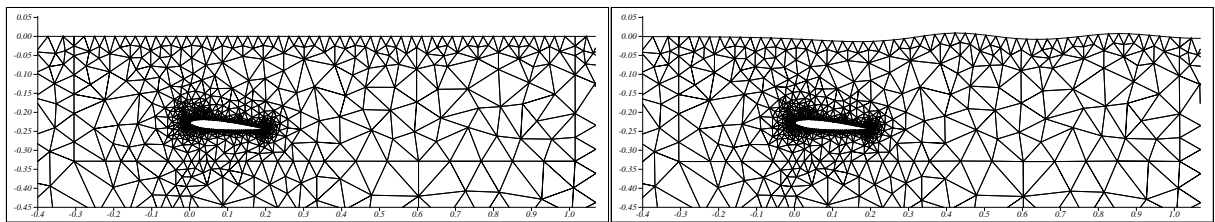


(a) Evolution de la portance



(b) Evolution des résidus non-linéaires

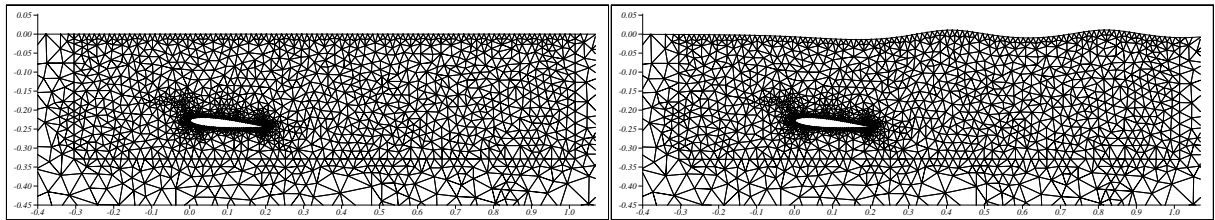
**Figure 9. Profil immergé : Suivi stationnaire : Convergence**



(a) Maillage initial

(b) Maillage final

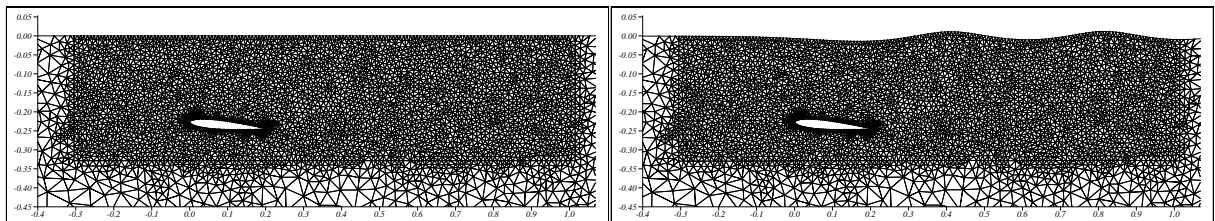
**Figure 10. Profil immergé : Suivi stationnaire : Configuration 1**



(a) Maillage initial

(b) Maillage final

**Figure 11. Profil immergé : Suivi stationnaire : Configuration 2**



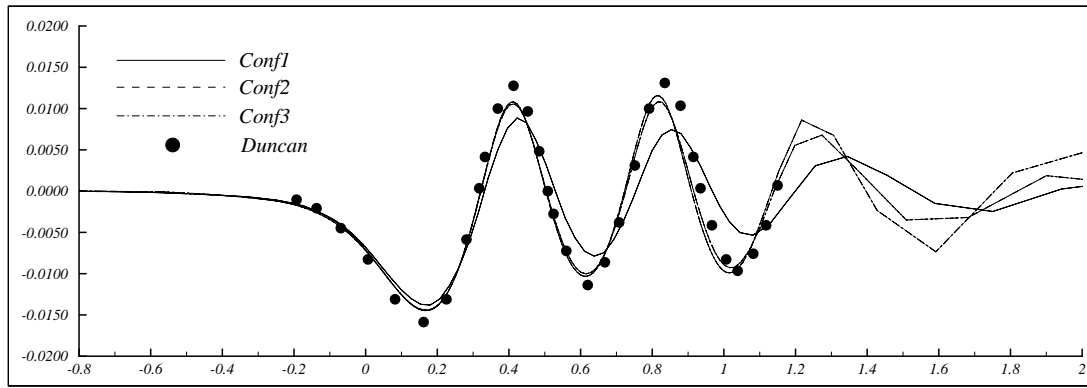
(a) Maillage initial

(b) Maillage final

**Figure 12. Profil immergé : Suivi stationnaire : Configuration 3**

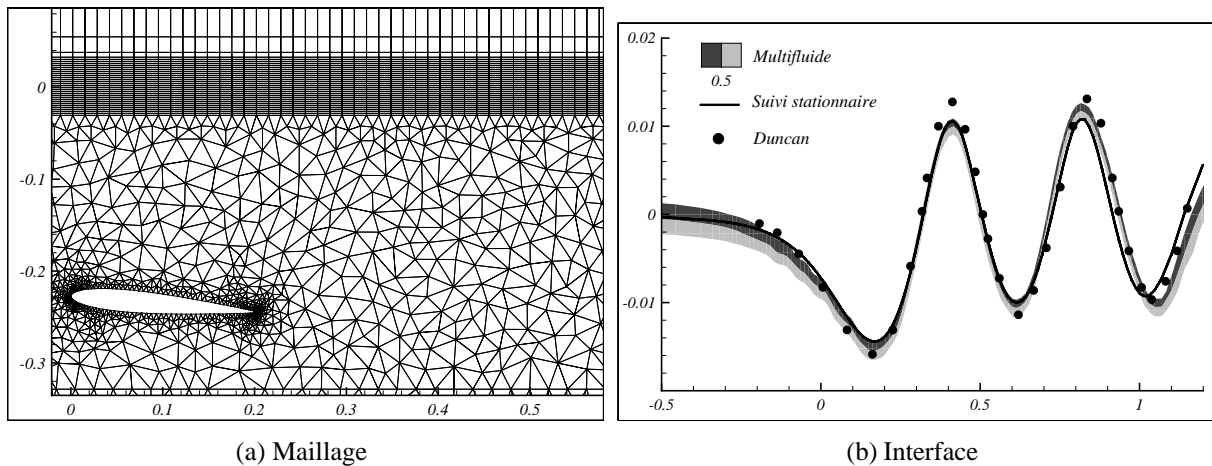
rencontrés sur ce cas test (niveaux des crêtes et des creux, déphasage axial) sont généralement attribués à des différences entre conditions expérimentales et conditions aux limites numériques en entrée et en sortie [14].

Pour la méthode multi-fluides, une bande horizontale haute de  $0.3c$  et comportant 30 points verticalement, est centrée sur la hauteur d'eau au repos : figure 14(a). Une dizaine de points verticaux jusqu'à  $5c$  complète le domaine de calcul dans l'air. Par ailleurs le maillage est identique à celui de la méthode de suivi pour la configuration 2. Le pas de temps utilisé est de  $10^{-3}s$  pour



**Figure 13. Profil immergé : suivi stationnaire : Déformées de la surface libre**

garantir un nombre de Courant inférieur à 0.3 dans la zone interfaciale [2]. La simulation est arrêtée lorsque le profil a parcouru environ 6 mètres, soit 7500 pas de temps comportant chacun environ 5 itérations non-linéaires (2 ordres de réduction des résidus non-linéaires).



**Figure 14. Profil immergé : Méthode de capture**

La figure 14(b) compare la position de l'interface avec celle obtenue par la méthode de suivi. L'interface est analysée en observant le taux de présence de l'air ( $c=1$ ) par rapport à celui de l'eau ( $c=0$ ). L'étalement apparemment important de l'interface très en amont du profil s'explique par des instabilités de pression de faibles amplitudes qui ont pour effet de lisser la zone interfaciale. Ces instabilités, encore mal maîtrisées, et absentes du cas supercritique précédent sont sans doute dues à l'utilisation de conditions d'entrée non-absorbante (Dirichlet). Avec les figures 18(a) et 18(b) on constate que l'étalement sur les ondes générées reste conforme aux 2-3 volumes de contrôle attendus.

## V-CONCLUSION

Dans cet article, une nouvelle méthode stationnaire de suivi d'interfaces appliquée à la prédiction de surfaces libres a été présentée. Pourvu que la solution recherchée soit stationnaire, un tel algorithme doit permettre d'atteindre des gains de temps notables, pour les méthodes d'optimisation de forme en particulier, en comparaison d'une méthode instationnaire. La méthode repose sur une interprétation conservatrice de la condition cinématique et l'ajustement des noeuds de surface libre utilise une reconstruction physique de cette même condition. L'autre

point clef du succès de la méthode est l'utilisation de l'analogie en ressorts de compression et de torsion dans l'étape de redistribution des noeuds du domaine de calcul, limitantes exclues.

L'extension tridimensionnelle de la méthode, encore en développement, est seulement contrainte par la difficulté d'étendre la technique de remaillage à des corps qui percent l'interface, car, dans ce cas, la méthode de ressorts doit aussi prendre en compte des limitantes du domaine.

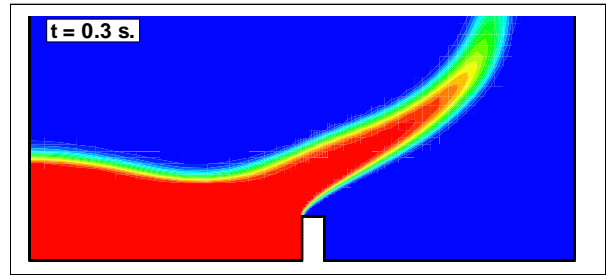
Cette méthode a été comparée à une technique de capture des interfaces où les phases en présence sont régies par les mêmes équations de quantité de mouvement, le taux de présence des phases est traité comme un Lagrangien emporté par l'écoulement global. Cette méthode a des potentialités plus grandes car le maillage n'a pas à être adapté à la solution et les déformations des interfaces sont libres. La difficulté concerne les schémas compressifs, bien adaptés à la capture de discontinuités, dans le cadre de maillages non-structurés. La levée de la contrainte de stabilité en nombre de Courant pour la recherche d'états stationnaires fait partie des développements envisagés.

## REFERENCES

- [1] R. Duvigneau, G.B. Deng, E. Guilmineau, P. Queutey, and M. Visonneau, "Optimisation de forme pour écoulements de fluides visqueux en présence de surface libre," in *8<sup>e</sup> Journées de l'Hydrodynamique*, Ecole Centrale de Nantes, Mars 2001.
- [2] O. Ubbink, *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*. PhD thesis, University of London, 1997.
- [3] C.W. Hirt and B.D. Nichols, "Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries," *Journal of Computational Physics*, vol. 39, pp. 449–468, 1981.
- [4] C.M. Rhie and W.L. Chow, "A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation," *AIAA Journal*, vol. 17, pp. 1525–1532, 1983.
- [5] G.B. Deng, J. Piquet, P. Queutey, and M. Visonneau, "Incompressible flow calculations with a Consistent Physical Interpolation finite volume approach," *Computers & Fluids*, vol. 23, no. 8, pp. 1029–1047, 1994.
- [6] J.T. Batina, "Unsteady Euler airfoil solutions using unstructured dynamic meshes," in *AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 89-0115, (Reno, Nevada), January 1989.
- [7] C. Farhat, C. Degand, B. Koobus, and M. Lesoinne, "Torsional springs for two-dimensionnal dynamic unstructured fluid meshes.," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 163, pp. 231–245, 1998.
- [8] M.S. Darwish, "A new high-resolution scheme based on the normalized variable formulation.," *Numerical Heat Transfert*, vol. 24, pp. 353–371, 1993.
- [9] J.R. Shewchuk, "Triangle Version 1.3 : A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator.," <http://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>.
- [10] P.E. Raad, S. Chen, and D.B. Johnson, "The introduction of micro cells to treat pressure in free surface fluid flow problems," *Journal of Fluids Engineering*, vol. 117, pp. 683–690, 1995.
- [11] S. Koshisuka, H. Tamako, and Y. Oka, "A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation," *Comput. Fluid Dynamics J.*, vol. 4, pp. 244–277, 1995.
- [12] J. Cahouet, *Etude numérique et expérimentale du problème bidimensionnel de la résistance de vagues non-linéaires*. PhD thesis, ENSTA, Paris, 1984.
- [13] J.H. Duncan, "The breaking and non-breaking wave resistance of a two-dimensional hydrofoil," *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 126, pp. 507–520, 1983.
- [14] J. Farmer, L. Martinelli, and A. Jameson, "Fast multigrid method for solving incompressible hydrodynamics problems with free surfaces," *AIAA Journal*, vol. 32, pp. 1175–1182, 1994.

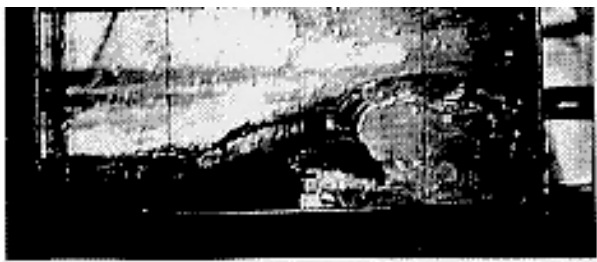


(a) Expérience

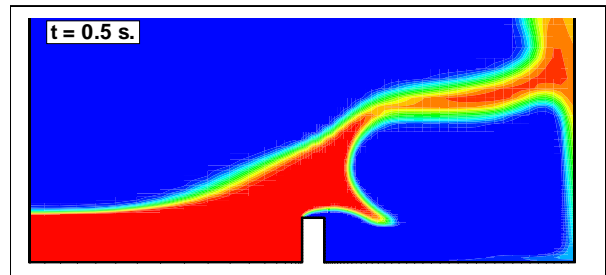


(b) Calculs

**Figure 15. Rupture d'une colonne d'eau : t=0.3s**

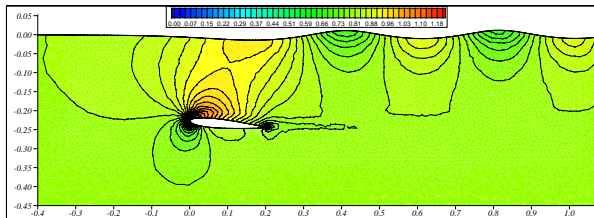


(a) Expérience

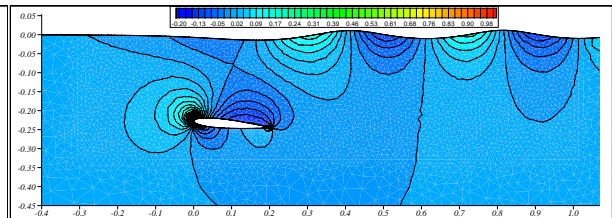


(b) Calculs

**Figure 16. Rupture d'une colonne d'eau : t=0.5s**

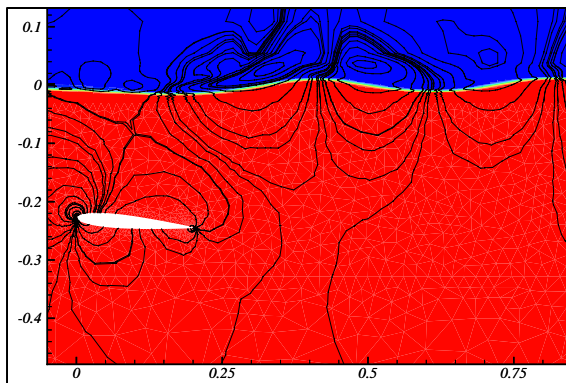


(a) Iso-U

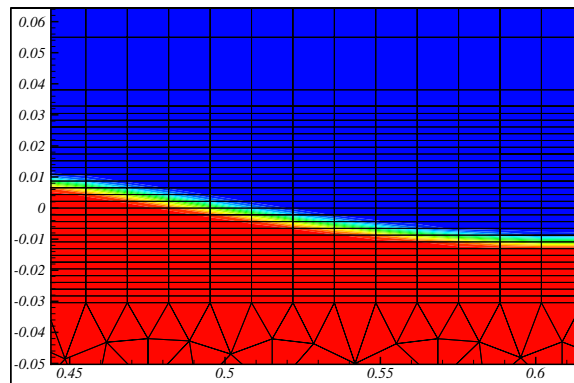


(b) Iso-V

**Figure 17. Profil immergé : Suivi stationnaire : Iso-quantités**



(a) Iso-c et iso-V



(b) Détails de l'interface

**Figure 18. Profil immergé : Capture : Iso-concentration**