

8^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

5, 6, 7 MARS 2001 - NANTES

SIMULATION D'ÉCOULEMENTS VISQUEUX À SURFACE LIBRE POUR DES GÉOMÉTRIE COMPLEXES À L'AIDE DE MAILLAGE DÉSTRUCTURÉS

FREE SURFACE FLOWS SIMULATION ON UNSTRUCTURED GRIDS

E. DIDIER*, B. ALESSANDRINI*

* Division Hydrodynamique Navale, Laboratoire de Mécanique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 NANTES Cedex 3

Résumé

Cet article présente une méthode numérique permettant de simuler des écoulements bidimensionnels instationnaires et laminaires en présence d'une surface libre en fluide visqueux incompressible, pour des maillages déstructurés.

Les équations de Navier-Stokes sont discrétisées par des méthodes de volumes finis adaptées aux maillages déstructurés. L'équation de quantité de mouvement permet d'obtenir d'une part l'équation pour les pseudo-vitesses, et d'autre part d'aboutir à l'équation de pression par reconstruction de Rhie et Chow. La surface libre est déterminée par la méthode "Volume Of Fluid". Un système linéaire couplant totalement les inconnues du problème est résolu par l'algorithme itératif BiCGSTAB- w .

Les calculs réalisés sur l'écoulement autour d'un et plusieurs cylindres côte à côte à différents nombres de Reynolds, sur le mouvement d'une colonne d'eau qui s'écroute sont comparés aux résultats expérimentaux et à d'autres calculs numériques.

Summary

This paper presents a numerical method for the simulation of two dimensional unsteady and laminar free surface flows on unstructured meshes.

Navier-Stokes equations are discretised by finite volume method. Center elements unknowns are components of the velocity, pressure and volumetric fraction for free surface elevation. Transport equation is used to determine secondary velocity equation, and allows to obtain pressure equation with Rhie and Chow reconstruction. An interface capturing method, the Volume Of Fluid method, is used to evaluate free surface elevation.

An iterative algorithm BiCGSTAB- w allows to solve the fully coupled linear system in velocity and pressure at each time iteration.

Computations concerning flow around one or more cylinders for different Reynolds numbers, collapsing of a liquid column are compared with experimental data and others numerical computations.

I-INTRODUCTION

Une méthode numérique destinée à simuler les écoulements bidimensionnels instationnaires en fluide visqueux, en régime laminaire et en présence d'une surface libre est développée dans cet article.

La méthode s'appuie sur un maillage déstructuré des domaines fluides étudiés par une méthode de triangulation de Delaunay, ainsi que sur la discrétisation des équations de Navier-Stokes par des méthodes de volumes finis. L'équation de quantité de mouvement permet d'obtenir d'une part l'équation pour les vitesses secondaires, et d'autre part d'aboutir à l'équation de pression par reconstruction de Rhie et Chow (1983, [13]). La surface libre est déterminée par la méthode "Volume Of Fluid" qui fait partie des méthodes de capture d'interface introduite par (Hirt et Nichols, 1981, [5]). Cette approche permet la simulation de mouvements complexes de la surface libre, phénomènes qui ne peuvent pas être modélisés par les méthodes classiques de suivi d'interface.

La méthode de résolution totalement couplée est fondée sur la résolution à chaque itération d'un seul système linéaire pour les inconnues de vitesse et pression en utilisant l'algorithme itératif préconditionné BiCGSTAB- w .

Les calculs réalisés sur l'écoulement autour d'un et plusieurs cylindres côte à côte à différents nombres de Reynolds, sur le mouvement d'une colonne de fluide qui s'écroule sont comparés aux résultats expérimentaux et à d'autres calculs numériques.

II-EQUATIONS

Les équations de Navier-Stokes pour un écoulement laminaire sont écrites sous forme conservative dans un repère cartésien (O, x_1, x_2) . Les variables colocalives du problème sont les coordonnées cartésiennes de la vitesse (u_1, u_2) , la pression totale P , la masse volumique des fluides ρ , la viscosité dynamique μ .

Les équations de quantité de mouvement adimensionnelles s'écrivent alors dans le repère lié au domaine maillé pour les deux fluides :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \\ -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \frac{1}{Fr^2} \frac{g_i}{g} - \frac{\partial \rho U_{ai}}{\partial t} \quad \text{avec } i \in \{1, 2\} \end{aligned} \quad (1)$$

et l'équation de continuité avec l'hypothèse d'incompressibilité :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

La fraction de volume fluide c représente le taux de remplissage d'un volume de contrôle. Une valeur unitaire de cet indicateur caractérise une cellule pleine de fluide 1 ($c = 1$) alors que la valeur $c = 0$ indique que la cellule contient uniquement du fluide 2. La valeur $c = 0.5$ indique la position de la surface libre (figure 1). L'équation de transport de la fraction de volume est définie par :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (c u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

Il faut ajouter à ces équations les relations adimensionnelles qui déterminent les carac-

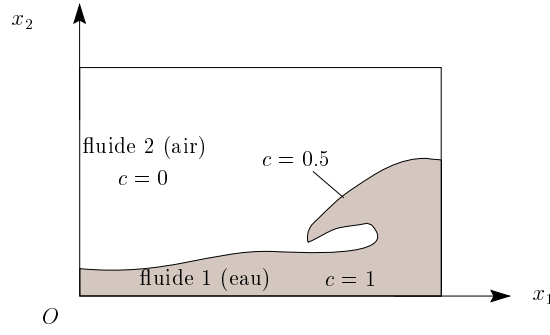


Figure 1: Détermination de la position de la surface libre par l'indicateur c .

téristiques physiques des deux fluides. La masse volumique des deux fluides est ρ_1 et ρ_2 , la viscosité dynamique μ_1 et μ_2 , la masse volumique ρ et la viscosité dynamique μ adimensionnalisées par ρ_1 et μ_1 étant définies par la fraction de volume c . Les indices 1 et 2 caractérisent les deux fluides (respectivement l'eau et l'air) (figure 1) :

$$\rho = \frac{c\rho_1 + (1-c)\rho_2}{\rho_1} \quad (4a)$$

$$\mu = \frac{c\mu_1 + (1-c)\mu_2}{\mu_1} \quad (4b)$$

Enfin, le nombre de Reynolds et le nombre de Froude s'expriment par :

$$Re = \frac{U_o L \rho_1}{\mu_1} \quad \text{et} \quad Fr = \frac{U_o}{\sqrt{gL}} \quad (5)$$

U_o et L étant respectivement une vitesse et une longueur caractéristique du problème, g la gravité, ρ_1 et μ_1 étant choisis comme paramètre d'adimensionnalisation des équations.

III-DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS

Les maillages déstructurés sont générés à partir d'une méthode de triangulation de Delaunay, permettant facilement le maillage de domaine de calculs complexes.

Les inconnues discrètes de vitesse u_i , de pression P et de fraction volumique c sont localisées au centre du volume de contrôle. Chaque cellule est défini par les caractéristiques géométriques suivantes : son volume V , sa surface S , \vec{n} le vecteur normal extérieur au volume de contrôle.

Le point de départ de la procédure de discrétisation consiste à écrire les équations de conservation de la quantité de mouvement (1), de la masse (2) et de la fraction de volume (3) sous forme intégrale pour un volume de contrôle quelconque :

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} dV + \int_S \rho u_i (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS + \int_S P \vec{i}_i \cdot \vec{n} dS + \int_S \frac{\mu}{Re} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \cdot \vec{n}) dS \\ = \int_V \frac{1}{Re} (\vec{\nabla} \mu) \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) dV + \int_V \rho \frac{1}{Fr^2} \frac{\vec{g}}{g} dV \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\int_S \vec{u} \cdot \vec{n} dV = 0 \quad \text{avec} \quad i \in \{1, 2\} \quad (6b)$$

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV + \int_S c (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (6c)$$

Deux niveaux d'approximations sont utilisés pour obtenir les équations de conservation discrètes :

- une approximation de l'intégrale de surface sur la facette et de l'intégrale de volume.
- une approximation sur l'intégrand pour déterminer les valeurs au centre de la facette.

Les intégrales de surface sont décomposées en une somme d'intégrales sur chaque facette de la cellule. Une approximation précise au second ordre permet de remplacer les intégrales de surface par le produit de la valeur au centre et l'aire de la facette. Les intégrales de volumes sont également approchées par un schéma précis au second ordre.

Les intégrands sont déterminés au centre des facettes du volume de contrôle par des schémas du second ordre. Les gradients sont estimés par un schéma de différence centrée, les valeurs aux interfaces sont approchées par un schéma d'interpolation linéaire, et le terme convectif par un schéma de correction de défaut. Les schémas adoptés sont écrits sous une forme fortement implicite.

Dans ce cas les molécules de discrétisation se réduisent aux voisins immédiats de l'élément central p , les équations (6) étant écrites sur ce volume de contrôle. Des molécules plus complexes faisant intervenir des éléments éloignés de l'élément central diminueraient l'adaptativité à toutes formes de maillages sans vraiment améliorer la précision globale, et détérioreraient surtout le conditionnement du système linéaire.

1-Discretisation des équations de transport

Les équations de conservation de quantité de mouvement sont linéarisées en calculant le membre de droite dans l'équation (6a) au pas de temps précédent. Les dérivées spatiales sont décentrées pour le terme de convection et centrées pour le terme de diffusion. La pression est interpolée linéairement au centre des surfaces du volume de contrôle. Ces termes sont traités de façon implicite.

En notant que l'indice p indique l'élément central, nb les éléments voisins, et $k = \{p, nb\}$ regroupant les éléments de la molécule de discrétisation, les équations de quantité de mouvement s'écrivent :

$$u_{i_p} + (C)_{p,nb} u_{i_{nb \neq p}} + \frac{1}{a_p} (G)_{p,k} P_k = F_{u_i} \quad (7)$$

2-Discretisation de l'équation de pression

L'équation de pression est obtenue en écrivant la divergence de la vitesse pour chaque élément, à l'aide de l'équation de transport discrétisée. Une interpolation de type Rhie et Chow (1983, [13]) est utilisée pour construire l'équation de pression. Pour cela, les équations de transport (7) sont écrites en introduisant les pseudo-vitesses $u_{i_p}^*$ définies au centre des éléments.

$$u_{i_p}^* + (C)_{p,nb} u_{i_{nb \neq p}} = F_{u_i} \quad (8)$$

Les équations de transport modifiées s'écrivent

$$u_{i_p} - u_{i_p}^* + \frac{1}{a_p} (G)_{p,k} P_k = 0 \quad (9)$$

La méthode de Rhie et Chow (1983, [13]) consiste alors à interpoler linéairement au centre des interfaces les pseudo-vitesses, le gradient de pression étant directement reconstruit au centre des interfaces. L'équation de pression sous sa forme intégrale s'écrit alors :

$$-\int_{S_p} (\vec{u}^* \cdot \vec{n}) dS + V_p \int_{S_p} \left(\frac{1}{a_p} \right) (\vec{\nabla} p \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (10)$$

L'équation de pression se réduit finalement à la forme

$$(D_i)_{p,k} u_{i,k}^* - (DG)_{p,k} P_k = F_p \quad (11)$$

3-Discretisation de l'équation de la fraction volumique

La méthode VOF (Hirt et Nichols, 1981, [5]) permet de déterminer la position de la surface libre grâce à un indicateur c , qui en fonction de sa valeur bornée dans l'intervalle $[0, 1]$ indique si la cellule contient de l'eau, de l'air ou une fraction de chacun. La valeur $c = 0.5$ correspond à la position de la surface libre.

La forme intégrale de cette équation est donnée par (6c). La discrétisation du terme de convection de c est délicate à réaliser.

En effet les schémas classiques décentrés amont (UD) ou centrés (CD) ne permettent pas de conserver le caractère borné de l'indicateur du fait d'une diffusion importante, ou bien introduisent des oscillations non-physiques.

Une approche récente se base sur la normalisation de la variable c , aboutissant à la méthode du diagramme de la variable normalisée (NVD) (Leonard, 1988, [10]). Ce type de schéma introduit des procédures d'ajustement local du terme convectif, à partir des champs de vitesse et de fraction volumique connus à l'itération précédente. La conservation de l'indicateur est ainsi vérifiée.

Le schéma "gamma" introduit par Jasak (1996, [6]) permet de déterminer efficacement l'indicateur c aux interfaces de l'élément.

On considère la fraction de volume c convectée à travers la facette f (figure 2). La variable normalisée définie par Leonard (1988, [9]) est donnée par la relation :

$$\tilde{c} = \frac{c - c_U}{c_D - c_U} \quad (12)$$

où U et D désignent le noeud amont et aval par rapport au centre de l'élément C .

Ainsi pour éviter les oscillations non-physiques dans la solution recherchée, il faut que les deux grandeurs c_f et c_C restent bornées localement par c_U et c_D . Si ce critère est vérifié sur tout le domaine, la solution est bornée et vérifie l'inégalité $0 \leq \tilde{c} \leq 1$ (Convection Boundedness Criterion (CBC), Gaskell et Lau, 1988, [3]).

La valeur de \tilde{c}_C détermine le type de schéma produisant la meilleure estimation de l'indicateur au centre de la facette du volume de contrôle. Pour les valeurs de $\tilde{c}_C < 0$ et

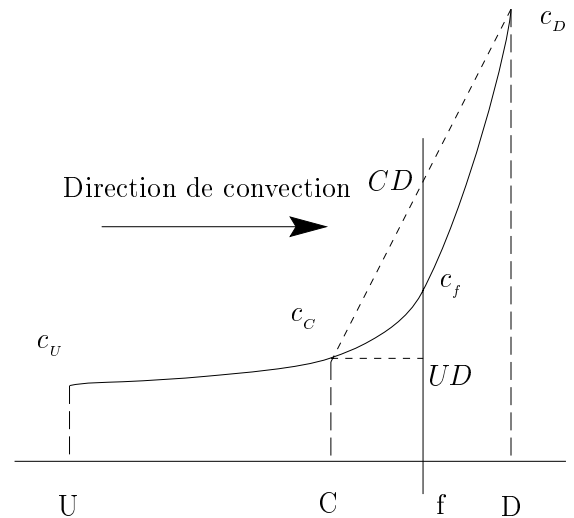


Figure 2: Variation type du profil de c : Cas particulier pour $0 < \tilde{c}_C < \beta_m$.

$\tilde{c}_c > 1$ le critère CBC prescrit d'utiliser le schéma décentré amont UD. Dans le cas où la valeur de \tilde{c}_c se trouve dans le domaine $[0,1]$, un schéma de différence centré CD est adopté. Des schémas plus complexes d'ordre supérieur pourraient être utilisés, mais il semble que pour des maillages déstructurés des schémas du second ordre soient préférables et suffisants (Jasak, 1996, [6]), d'autant plus que l'implantation de schémas plus complexes augmente considérablement la taille des molécules de discrétisation. Néanmoins, une meilleure précision peut être obtenue en examinant le cas particulier suivant.

La figure (2) montre la variation de la variable c dans le domaine situé entre c_U et c_D , lorsque la valeur de \tilde{c}_c est proche de zéro en restant strictement positive. C'est le profil type de l'indicateur c à proximité des zones de transition. Une variation faible de c entre les points U et C est suivie d'une forte variation entre C et D . La valeur recherchée c_f est donc bornée par les valeurs données respectivement par le schéma décentré amont UD et le schéma de différence centré CD. Une pondération entre ces deux schémas permet d'obtenir une meilleure estimation de la valeur au centre de la facette du volume de contrôle. Ce paramètre de pondération γ permet ainsi d'établir une transition progressive entre les schémas UD et CD sur l'intervalle $0 < \tilde{c}_c < \beta_m$, le paramètre γ variant linéairement entre $\tilde{c}_c = 0$ ($\gamma = 0$, schéma UD) et $\tilde{c}_c = \beta_m$ ($\gamma = 1$, schéma CD) suivant la relation :

$$\gamma = \frac{\tilde{c}_c}{\beta_m} \quad \text{avec} \quad 0.1 \leq \beta_m \leq 0.5 \quad (13)$$

Le schéma "gamma" représenté dans le diagramme NVD est donné sur la figure (3).

IV-RÉSOLUTION

Les équations de transport, les relations entre les inconnues en vitesse et les pseudo-vitesses, et l'équation de pression constituent un système linéaire s'écrivant sous forme algébrique symbolique :

$$\begin{aligned} U - U^* - GP &= 0 \\ U^* + CU &= F_{U^*} \\ -DU^* + DGP &= F_P \end{aligned} \quad (14)$$

A chaque itération en temps, ou à chaque itération non-linéaire, les nouveaux champs de vitesse et pression sont obtenus par résolution du système linéaire couplé suivant :

$$\begin{bmatrix} I & -I & G \\ C & I & 0 \\ 0 & D & -DG \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U \\ U^* \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{U^*} \\ F_p \end{pmatrix} \quad (15)$$

Le système linéaire (15) est résolu à l'aide d'un algorithme itératif BiCGSTAB- w (Van Der Vorst, 1992, [16]), inspiré des méthodes de Gradient Conjugué, associé à un préconditionnement LU de la matrice. Seuls les algorithmes de ce type ou des techniques multi-grilles peuvent inverser de manière efficace de tels systèmes matriciels. Cet algorithme

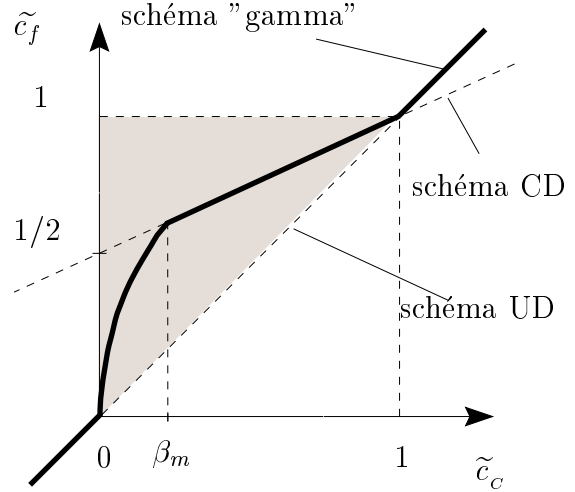
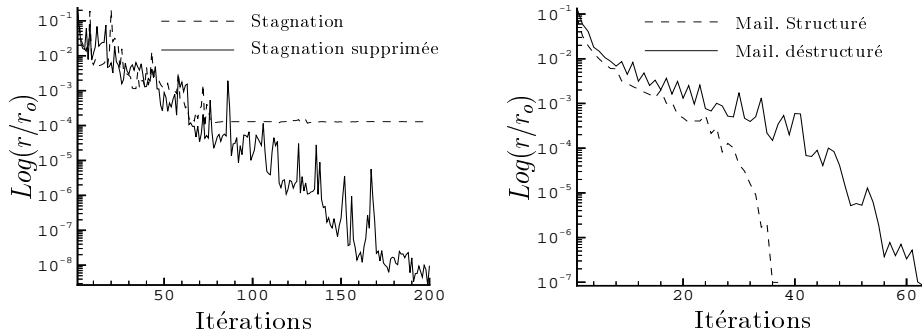


Figure 3: Diagramme NVD pour le schéma "gamma", centré et décentré.

propose une méthode simple qui permet entre autre de supprimer la stagnation de convergence pouvant intervenir lors de la résolution de système linéaire (Sleijpen and Van der Vorst, 1995, [14]).



(a) Suppression de la stagnation de convergence avec BiCGSTAB- w .

(b) Convergence pour un maillage structuré et déstructuré.

Figure 4: Convergence du résidu normalisé.

La figure 4(a) présente pour une itération en temps donnée la convergence du résidu normalisé pour l'algorithme classique BiCGSTAB et l'algorithme BiCGSTAB- w . Celui-ci ne limite pas la convergence et supprime le phénomène de stagnation de convergence.

La figure 4(b) montre l'efficacité de la méthode couplée aussi bien pour un maillage structuré qu'un maillage déstructuré. La convergence du résidu normalisé est cependant légèrement moins rapide dans le cas d'un maillage non-structuré.

A chaque itération en temps, la fraction de volume est déterminée en utilisant les données de l'itération précédente. La vitesse et la pression sont déterminées en résolvant le système linéaire couplé. La procédure est renouvelée si le résidu non-linéaire est supérieur à un critère imposé, ou bien le passage au pas de temps suivant est effectué.

V-SIMULATIONS NUMÉRIQUES

On présente dans une première partie les résultats numériques de problème mono-fluide sans surface libre concernant l'écoulement autour d'un et plusieurs cylindres permettant de valider le code de calcul développé. Dans une deuxième partie, on aborde les écoulements en présence d'une surface libre, en étudiant le cas de l'effondrement d'une colonne d'eau provoquant de grandes déformations de l'interface eau-air.

1-Cylindre en écoulement impulsif

Le cas du cylindre placé dans un écoulement impulsif constitue un cas typique de validation des modèles de résolution des équations de Navier-Stokes en régime laminaire. Les simulations présentées sont effectuées à des nombres de Reynolds limités à $Re = 3000$ pour lesquels l'écoulement est supposé laminaire.

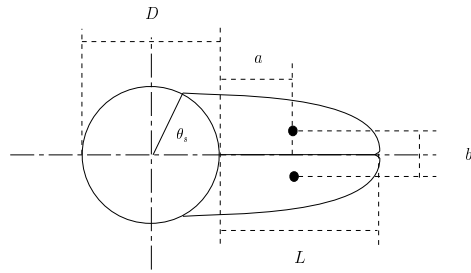


Figure 5: Paramètres géométriques pour un cylindre.

1.1-Ecoulement uniforme à faible nombre de Reynolds

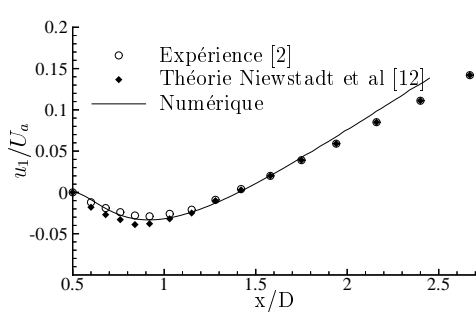
L'écoulement stationnaire est étudié pour deux nombres de Reynolds, $Re = 20$ et $Re = 40$. Les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux de Bouard et Coutanceau (1977, [2]). Le tableau 1 récapitule les comparaisons réalisées pour la position du centre du vortex (a/D et b/D), la longueur de la zone de recirculation L et la valeur de l'angle de séparation θ_s , paramètres indiqués sur la figure 5, D étant le diamètre du cylindre.

	L	a/D	b/D	θ_s
Exp. [2] $Re = 20$	0.93	0.33	0.47	44.8
Résultats num. $Re = 20$	0.91	0.349	0.464	43.6
Exp. [2] $Re = 40$	2.13	0.76	0.59	53.5
Résultats num. $Re = 40$	1.95	0.682	0.576	53.4

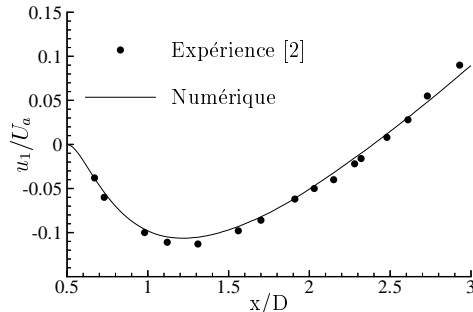
Table 1: Comparaison des caractéristiques principales pour $Re = 20$ et $Re = 40$.

La longueur L de recirculation est estimée par la position du changement de signe de la composante horizontale de la vitesse sur l'axe principal de l'écoulement. Les résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux malgré une légère sous-estimation de la longueur L de l'ordre de 5% à 7% et de la position des centres des vortex. L'angle de séparation est par contre correctement estimé.

Les courbes des profils de vitesse sur l'axe principal de l'écoulement dans le sillage sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux (figures 6(a) et 6(b)).



(a) Profil de vitesse $Re = 20$.



(b) Profil de vitesse $Re = 40$.

Figure 6: Profils de vitesse sur l'axe principal de l'écoulement.

1.2-Ecoulement uniforme à nombre de Reynolds $Re = 3000$

L'écoulement devient instationnaire pour un nombre de Reynolds supérieur à $Re = 60$, et des lâchers de tourbillons sont observés dans le sillage.

La simulation de l'écoulement instationnaire se développant lors de la mise en impulsion du cylindre est réalisée pour un nombre de Reynolds $Re = 3000$, et les résultats sont comparés aux données expérimentales de Bouard et Coutanceau (1980, [1]).

Le maillage déstructuré est composé de 35500 cellules, et 300 noeuds décrivent le cylindre. Un temps de calcul de 5 heures sur station de travail HP processeur PA8000 180Mhz est nécessaire pour simuler l'écoulement jusqu'à un temps de 3s.

La figure 7 indique au cours des itérations en temps le nombre d'itérations non-linéaires nécessaire pour réduire le résidu non-linéaire d'un ordre deux, et le nombre d'itérations pour résoudre le système linéaire. Il faut en moyenne 40 à 50 itérations pour résoudre le système linéaire, et trois itérations non-linéaires pour vérifier le critère imposé pour le résidu non-linéaire, ce qui semble correct dans le cas particulier d'un maillage déstructuré.

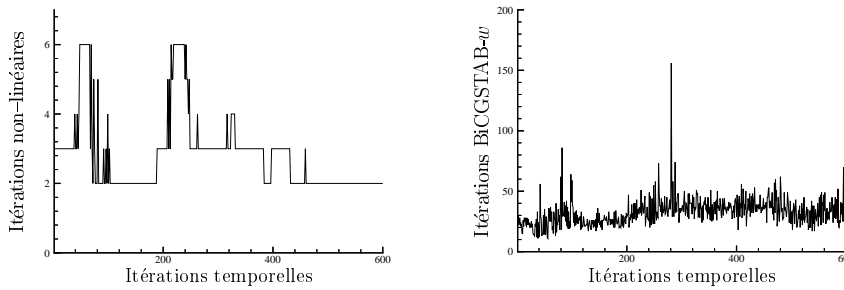
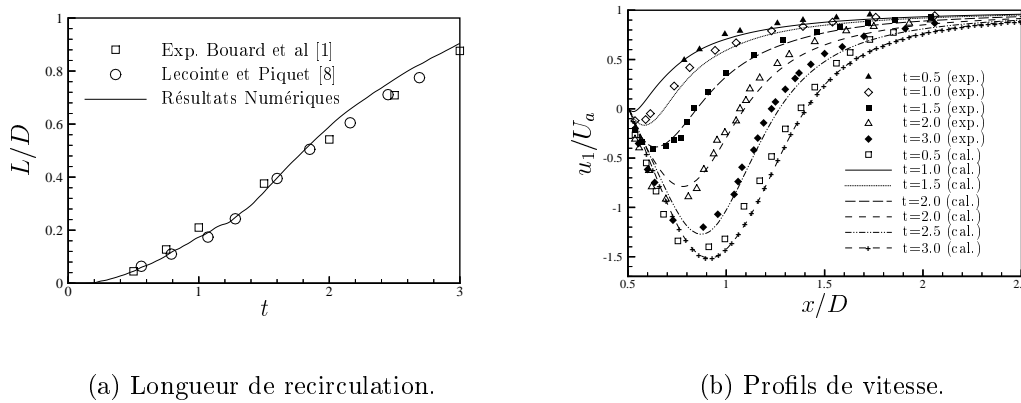


Figure 7: Nombre d'itérations pour le résidu non-linéaire, et nombre d'itérations pour résoudre le système linéaire au cours du processus temporel $Re = 3000$.



(a) Longueur de recirculation.

(b) Profils de vitesse.

Figure 8: $Re = 3000$: comparaison entre résultats numériques et expérimentaux [1].

La longueur de recirculation L normalisée par le diamètre du cylindre est présentée sur la figure 8(a). Les résultats numériques sont en très bon accord avec les données expérimentales de Bouard et al. (1980, [1]), et les résultats numériques issus d'une formulation vorticité-fonction de courant (Lecoite et Piquet, 1985 [8]). La zone de recirculation est cependant faiblement surestimée au delà d'un temps adimensionnel $t = 2$.

La figure 8(b) présente une comparaison de l'évolution du profil de vitesse sur l'axe principal du sillage. Les profils de vitesse sont en bon accord avec les résultats expérimentaux de Bouard et al (1980, [1]) même si une légère sous-estimation de la vitesse minimale est observée pour un temps adimensionnel supérieur à $t = 2$.

La figure 9 donne une comparaison des lignes de courant relatives aux zones de recirculation observées expérimentalement. Les principaux phénomènes décrits par Bouard et al. (1980, [1]) sont correctement prédits par la simulation.

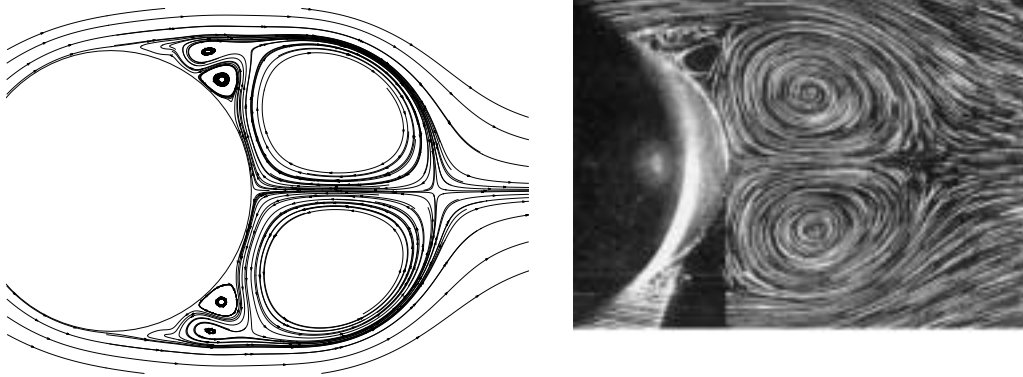


Figure 9: Comparaison des lignes de courant pour un cylindre à $Re = 3000$ au temps adimensionnel $t = 2.50$.

2-Écoulement autour de plusieurs corps

L'écoulement autour de plusieurs cylindres circulaires placés côte à côte a été étudié expérimentalement par Summer et al (1997, [15]). Le phénomène évolue en fonction du nombre de Reynolds, et particulièrement en fonction de la distance entre les cylindres. L'écoulement peut être caractérisé par des paramètres géométriques définis sur la figure 10.

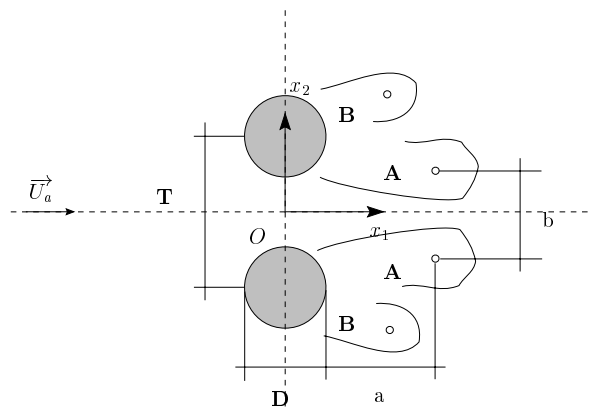


Figure 10: Paramètres utilisés dans le cas de deux cylindres côte à côte.

Toutes les caractéristiques physiques sont adimensionnalisées par le diamètre D du cylindre. La distance entre les centres des cylindres est définie par T . Les paramètres a et

b indiquent respectivement la position du centre du vortex A ou B par rapport au bord du cylindre, et la distance entre les centres des vortex A ou B . Différents régimes d'écoulements instationnaires apparaissent en fonction de la valeur du paramètre T/D . Deux types de tourbillons se développent, les tourbillons A situés dans la zone interne et les tourbillons B dans la zone externe.

La figure 11 présente un écoulement autour de deux cylindres rapprochés, distants de $T/D = 1.5$, pour un nombre de Reynolds $Re = 2200$. Le maillage déstructuré composé de 46338 éléments est également donné pour cette configuration.

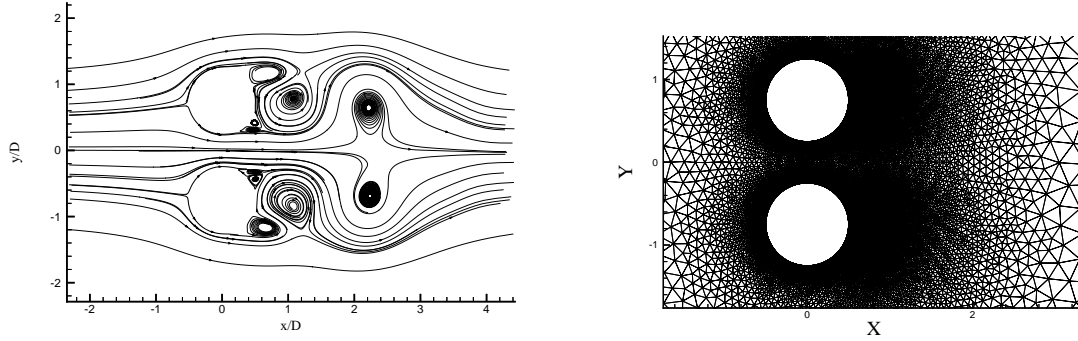
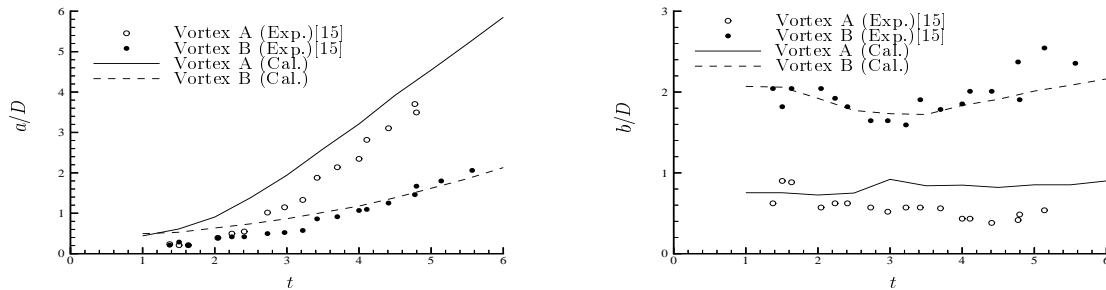


Figure 11: Ecoulement et maillage autour de deux cylindres à $t = 6$.

On peut remarquer sur cette figure que les lignes de courant restent parfaitement symétriques par rapport à l'axe principal de l'écoulement, ce qui est effectivement observé expérimentalement.

La figure 12 présente l'évolution temporelle des paramètres a/D (figure 12(a)) et b/D (figure 12(b)) pour des cylindres distants de $T/D = 1.5$. Les positions des tourbillons A et B sont relativement bien estimées, les vitesses d'éloignement des cylindres étant en bon accord avec les données expérimentales de Summer et al (1997, [15]). Cependant la



(a) Evolution temporelle de a/D .

(b) Evolution temporelle de b/D .

Figure 12: Comparaison des résultats expérimentaux [15] et numériques des paramètres a/D et b/D , pour deux cylindres, $T/D = 1.5$, $Re = 2200$.

distance b/D entre les tourbillons A est légèrement surestimée alors que la position du centre des tourbillons B est en bon accord. Le décalage observé particulièrement pour le paramètre a/D est lié à la mise en vitesse, la pente de la courbe donnant effectivement une vitesse d'éloignement du vortex A et B similaire aux données expérimentales.

3-Effondrement d'une colonne d'eau

Un exemple classique utilisé pour valider les simulations de surface libre entre deux systèmes de fluide est l'effondrement d'une colonne de liquide (Hirt et Nichols, 1981, [5], Harlow et Welch, 1965, [4], Koshizuka et al, 1995, [7]). La mesure exacte de la position de la surface libre n'est pas disponible, mais des données secondaires comme la vitesse du front de vague, la réduction de la hauteur de la colonne de liquide permettent d'assurer la validation des résultats numériques. Des photos décrivant l'évolution de la colonne de fluide en effondrement sont également disponibles.

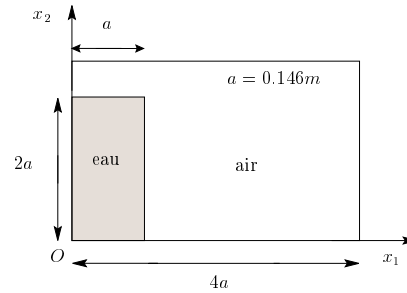


Figure 13: Géométrie initiale de la colonne de liquide.

La figure 13 donne une description de l'installation expérimentale et du domaine de calcul utilisé pour la simulation numérique. La cuve a une longueur de $0.584m$, et la colonne d'eau initiale a une base de $0.146m$ et une hauteur de $0.292m$.

La réduction normalisée de la hauteur de surface libre par rapport à la hauteur initiale de la colonne d'eau en fonction du temps est représentée sur la figure 14 (à gauche), ainsi que la position normalisée du front de vague (à droite). Les résultats numériques sont donnés pour un maillage composé de 3700 éléments. On peut remarquer la très bonne qualité de la prédiction de la réduction de la hauteur de la surface libre par rapport aux données expérimentales de Martin et Moyce (1952, [11]).

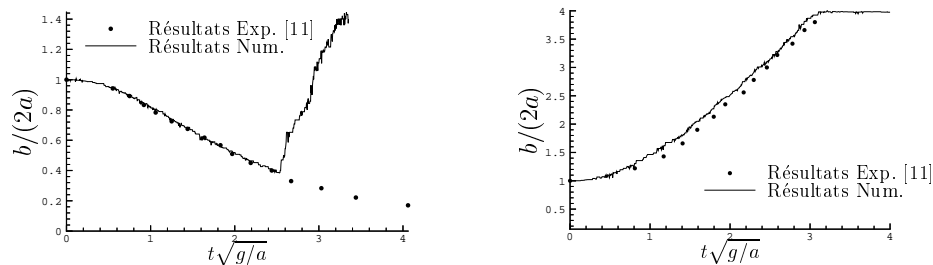


Figure 14: Comparaison entre les résultats numériques et les données expérimentales de la réduction de la hauteur de la surface libre et de la position du front de vague.

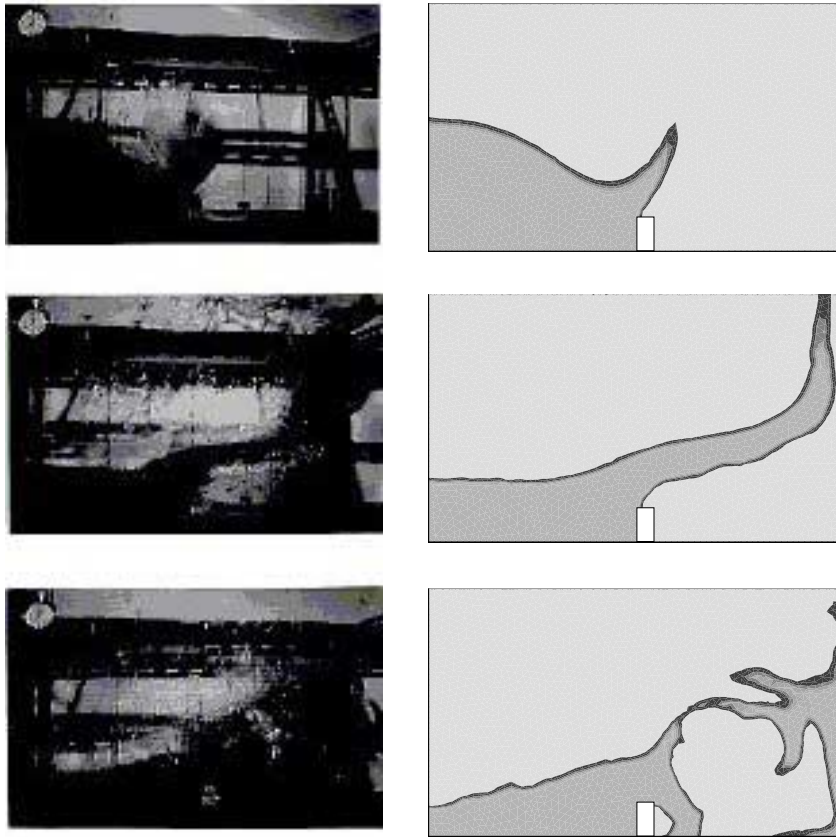
La position du front est également bien captée. Cependant un léger décalage est observé, lié en partie à la difficulté de définir précisément la position du front de vague se déplaçant à une vitesse importante. La rupture de pente présente sur la figure 14 (à gauche) est due à la remontée de fluide sur la paroi de la cuve opposée à la position initiale de la colonne d'eau. Sur la figure à droite on peut également détecter la position de cette paroi, puisque la position du front de vague sur l'axe horizontal est bloquée.

Le cas plus complexe de la colonne d'eau qui s'écroule en présence d'un petit obstacle

placé sur sa trajectoire est également présenté et comparé à des photos provenant de l'expérience réalisée par Koshizuka et al (1995, [7]).

Le maillage de la cuve en présence de l'obstacle est composé de 7000 éléments. Les dimensions de la cuve sont identiques au cas expérimental précédent. L'obstacle de dimension $(0.024m \times 0.048m)$ est placé à proximité du milieu du fond de la cuve.

On observe au temps adimensionnel $t = 0.2$ que le fluide a atteint l'obstacle. Une gerbe d'eau bondit à partir du coin gauche de l'obstacle, en direction du mur opposé de la cuve. Au temps $t = 0.4$, la langue percute ce mur en repoussant l'air présent. L'air bloqué sous la langue de fluide semble ralentir la chute de l'eau sous l'action de la gravité. Enfin, la seconde gerbe d'eau au niveau de l'obstacle atteint le fond de la cuve au temps $t = 0.6$. La forme et la position de la surface libre à gauche de l'obstacle est correctement prédite. A droite de l'obstacle, l'eau poursuit son mouvement de chute sous l'effet de la gravité.



(a) Résultats expérimentaux.

(b) Résultats numériques.

Figure 15: Effondrement d'une colonne d'eau en présence d'un obstacle.

VI-CONCLUSION

Une méthode originale permettant de résoudre les équations de Navier–Stokes bidimensionnelles instationnaires sur maillage déstructuré en présence d'une surface libre a été développée et présentée dans cet article.

Les résultats obtenus sont très encourageants, les caractéristiques principales des écoulements étant toujours en accords avec les différents résultats expérimentaux. La simula-

tion des écoulements à surface libre subissant de grandes déformations est également très encourageante. La résolution du système totalement couplé en vitesse-pressure pour un maillage déstructuré s'avère très satisfaisant.

De nombreuses applications de ce modèle numérique de surface libre peuvent être envisagées : Champs de vague induits par un corps immergé, pilonnement de corps complexes, simulation de bassin bidimensionnel avec génération de houle par batteur, sloshing dans des cuves (méthaniers, réservoirs), impact de corps sur la surface libre, etc ... avant d'envisager une extension aux problèmes tridimensionnels.

RÉFÉRENCES

- [1] R Bouard and M Coutanceau. The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for $40 < re < 10^4$. *Journal of Fluids mechanics*, 101,part3 :583–607, 1980.
- [2] M Coutanceau and R Bouard. Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation. part 1. steady flow. *Journal of Fluids mechanics*, 79 :231–256, 1977.
- [3] P H Gaskell and A K C Lau. Curvature-compensated convective transport : SMART, a new boundedness-preserving transport algorithm. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 8 :617–641, 1988.
- [4] F H Harlow and J E Welsh. Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow with free surface. *Phys. Fluids*, 8 :2182–2189, 1965.
- [5] C W Hirt and B D Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of computational physics*, 39 :201–225, 1981.
- [6] H Jasak, H C Weller, R I Issa, and A D Gosman. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes. *To be published*, 0 :0–0, 1996.
- [7] S Koshizuka, H Tamako, and Y Oka. A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. *Computational Fluid Dynamics JOURNAL*, 4(1) :29–46, 1995.
- [8] Y Lecointe and J Piquet. Compact finite-difference methods for solving incompressible navier-stokes equations around oscillating bodies. *Chapter 1985-04, Von Karman Institute, Lecture Series*, 1985.
- [9] B P Leonard. Simple high-accuracy resolution program for convective modeling of discontinuities. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 8 :1291–1318, 1988.
- [10] B P Leonard. Bounded higher-order upwind multidimensional finite-volume convection-diffusion algorithms. *dans W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow (eds), Advances in Numerical Heat Transfer, Chap. 1, Taylor and Francis, New York*, pages 1–57, 1997.
- [11] J C Martin and W J Moyce. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, A244 :312–324, 1952.
- [12] F Nieuwstadt and H B Keller. Viscous flow past circular cylinders. *Computer and Fluids*, 1 :59, 1973.
- [13] C M Rhie and W L Chow. A numerical study of turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 21 :179–195, 1983.
- [14] G L G Sleijpen and H A Van der Vorst. Maintaining convergence properties of BiCGSTAB methods in finite precision arithmetic. *Numerical Algorithms*, 10 :203–223, 1995.
- [15] D Summer, S J Price, and M P Paidoussis. Investigation of impulsively started flow around side-by-side circular cylinders : application of particle image velocimetry. *Journal of Fluids and Structures*, 11 :597–615, 1997.
- [16] H Van der Vorst. Bi-CGSTAB : a fast and smoothly converging variant of bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *J. Sci. Stat. Comp.*, 2 :218–231, 1992.