

7^e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

MARSEILLE - 8, 9, 10 MARS 1999

CALCUL DES EFFORTS TRANSVERSAUX SUR UNE CARENE EN DERAPAGE PAR UN COUPLAGE TOURBILLONNAIRE 2D/3D

B. MARICHAL, S. HUBERSON

Laboratoire de Mécanique, Université du Havre
B.P. 540, 76058 Le Havre Cedex

Résumé :

Une méthode de couplage pour le calcul de l'écoulement autour d'un navire en dérapage et des efforts transversaux qui s'exercent sur sa carène est proposée. Un algorithme de marche est utilisé pour calculer la distribution de vortacité se développant au voisinage des parois. La vortacité générée dans des plans perpendiculaires à l'axe du corps est ensuite projetée dans le domaine tridimensionnel comme une perturbation de l'écoulement de fluide parfait non-portant, et l'effort transversal est obtenu à partir de la représentation tourbillonnaire discrète de l'écoulement résultant. Le cas-test envisagé est celui de l'ellipsoïde 6:1 en dérapage dans un écoulement laminaire.

Abstract :

A coupling method for the computation of the flowfield around a yawed ship and of the transverse forces applied to its hull is proposed. A marching algorithm is used to obtain the vorticity distribution developing near the boundaries. The vorticity generated in planes perpendicular to the body's axis are then projected in the three-dimensional domain as a perturbation to the perfect fluid, non-lifting flow, and the transverse force is obtained from the discrete vortical representation of resulting flowfield. The test case looked at is that of the yawed 6:1 prolate spheroid at incidence in a laminar flow.

1 Introduction

La résolution du problème de manoeuvrabilité consiste le plus souvent à intégrer un système d'équations différentielles traduisant le principe fondamental de la dynamique pour obtenir la trajectoire d'un navire. Les efforts extérieurs sont obtenus à partir de tests de type PMM sur maquette, ou par diverses modélisations numériques, des plus simples aux plus complexes [1, 2]. Compte tenu de l'accroissement régulier de la puissance des calculateurs, on voit cependant apparaître des modèles de manoeuvrabilité dans lesquels la position est calculée simultanément et en interaction avec l'écoulement du fluide autour de la carène [3], éventuellement munie d'hélices et d'appendices [4]. Une partie des travaux entrepris dans ce domaine porte sur des méthodes de type Navier-Stokes tridimensionnelles. Si cette approche permet de rendre compte correctement de la physique du problème, elle exige une discrétisation extrêmement fine des zones où interviennent les phénomènes visqueux pour limiter la diffusion artificielle du tourbillon. Les méthodes tourbillonnaires sont quant à elles particulièrement bien adaptées au calcul d'écoulements portants autour d'hélices, de gouvernes et plus généralement d'obstacles présentant des lignes de séparation clairement identifiables. L'intérêt de ces méthodes réside dans leur capacité à conserver le tourbillon sur des temps et des distances longs, ainsi que dans leur facilité à faire interagir plusieurs obstacles entre eux, le couplage se faisant uniquement par les vitesses. En revanche, elles sont incapables de prédire par elles-mêmes la position des lignes de séparation et le flux de vorticité à travers ces lignes dans le cas d'obstacles ne présentant pas de bord de fuite marqué. Bien que des efforts soient faits pour estimer ces deux paramètres à partir des résultats du calcul [5], ils restent donc souvent fixés de façon empirique.

Dans la présente communication, et dans l'optique d'un couplage avec d'autres obstacles, on s'intéresse à la représentation sous forme de particules tourbillonnaires de la distribution de vorticité autour d'une carène arrondie en dérapage dans un écoulement laminaire. On sait que dans ce type de configuration, le fluide peut être considéré comme parfait dans tout l'écoulement sauf au voisinage des parois où les effets visqueux se comportent comme une perturbation singulière et imposent de résoudre les équations de Navier-Stokes. La distribution de vorticité autour du corps est donc recherch  e comme une correction à apporter à l'écoulement de fluide parfait, et qui s'annule au loin. Pour obtenir cette correction, on propose une méthode de calcul faisant appel à une équation de transport parabolis  e pour la vorticité longitudinale, complétée par une équation de transport de la vitesse longitudinale, elle aussi parabolis  e et couplée à l'écoulement de fluide parfait par le gradient de pression et les conditions aux frontières. A ces deux équations de transport scalaires s'ajoutent deux problèmes de Poisson bidimensionnels annexes pour la détermination de la vitesse transversale et pour la vérification de la condition de divergence nulle du champ de vitesses tridimensionnel. Les problèmes à résoudre sont donc tous des problèmes plans devant être résolus dans des domaines peu étendus. Le champ tourbillonnaire tridimensionnel recherché est obtenu à partir des informations calculées dans les plans transversaux par une reconstruction consistante modélisant la connexion des filaments tourbillonnaires à la surface de l'obstacle, et les efforts sont calculés à partir de ce champ tourbillonnaire.

La méthode de résolution du problème visqueux est appliquée sous forme simplifiée au cas d'un ellipsoide 6:1 en incidence dans un écoulement laminaire. Les distributions d'effort transversal calculées à partir du domaine tridimensionnel sont comparées à la

théorie de Munk et à la solution du problème de Navier-Stokes complet.

2 Mise en équations du problème visqueux

On suppose tout d'abord que les effets de surface libre sont négligeables, si bien que l'on peut raisonner sur le double modèle de la carène dans un milieu infini. D'autre part, on considère une forme de carène axisymétrique ce qui ne nuit pas à la généralité de la méthode. Le corps ainsi défini est placé dans un repère cartésien, aligné avec l'axe z , le nez se trouvant en $z = 0$ et la queue en $z = L$. On introduit un nouveau système de coordonnées curvilignes (ξ, η, ζ) tel que les lignes de coordonnées ζ relient le nez à l'arrière du corps et que les lignes de coordonnées η parcourent sa circonférence pour chaque valeur de ζ , la coordonnée ξ représentant la normale à l'axe de la géométrie (Fig.1). On considère que le changement de coordonnées planes $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ est obtenu par transformation conforme, ce qui simplifiera le traitement des équations ultérieurement. Le corps étant axisymétrique, on introduit également le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) et le repère local orthonormé associé à ces coordonnées cylindriques en un point M : $(M, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z)$. C'est sur cette base que seront écrites les équations du problème. On appellera Σ la surface du corps, $R(z)$ son rayon, et $\Pi(z)$ le domaine fluide plan placé à l'abscisse z et orthogonal à son axe. La vitesse incidente non perturbée se décompose selon : $\mathbf{U}_\infty = U_L \mathbf{e}_z + U_T \mathbf{e}_x$.

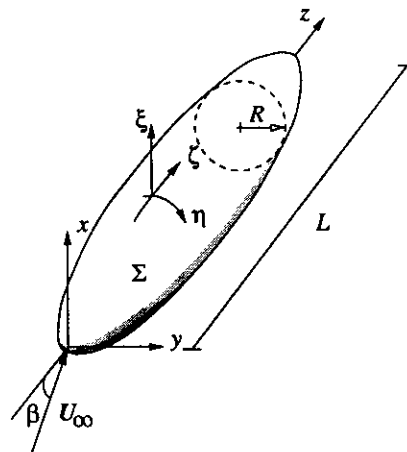


Figure 1: Géométrie et systèmes de coordonnées

2.1 Equations de transport et problèmes annexes

Connaissant la forte influence du tourbillon longitudinal sur l'effort transversal, il paraît naturel de formuler le problème directement en fonction de la vorticité axiale. Le champ de vitesses utilisé pour convecter cette vorticité fait l'objet d'un traitement différent selon qu'il s'agit des composantes planes ou de la composante axiale. Cette dernière est calculée par l'intégration d'une équation de transport, tandis que les deux premières seront calculées à partir de la composante longitudinale de vorticité puis modifiées pour tenir compte de la tridimensionnalité de l'écoulement.

On note (u_r, u_θ, u_z) les composantes du champ de vitesses décomposées sur la base cylindrique et U^i les composantes contravariantes de la vitesse associées aux coordonnées ξ^i . Pour le vecteur vorticité, on adopte la notation $(\omega_r, \omega_\theta, \omega_z)$ pour les composantes cylindriques, et Ω^i pour les composantes contravariantes. Les équations de transport adimensionnées du vecteur vorticité ω et de la vitesse longitudinale u_z projetées sur le vecteur e_z s'écrivent :

$$\frac{\partial(J\omega_z)}{\partial t} + (J\omega_z U^i)_{,\xi^i} - (J\Omega^i u_z)_{,\xi^i} - \frac{1}{Re}(Jg^{ij}\omega_{z,\xi^j})_{,\xi^i} = 0$$

$$\frac{\partial(Ju_z)}{\partial t} + (Ju_z U^i)_{,\xi^i} + JP_{,\zeta} - \frac{1}{Re}(Jg^{ij}u_{z,\xi^j})_{,\xi^i} = 0$$

où J et g^{ij} désignent respectivement le déterminant du tenseur métrique covariant et les composantes du tenseur métrique contravariant.

On applique les hypothèses de parabolisation $\partial/\partial t = 0$ et $\partial/\partial \zeta = 0$ dans le terme de diffusion. La variable ζ prend alors le rôle de variable d'évolution, et il reste, sous forme semi-développée, et compte tenu des choix géométriques :

$$\frac{\partial(Ju_z \omega_z)}{\partial \zeta} + \left(J\omega_z U^\xi - \frac{Jg^{11}}{Re}\omega_{z,\xi} \right)_{,\xi} + \left(J\omega_z U^\eta - \frac{Jg^{22}}{Re}\omega_{z,\eta} \right)_{,\eta} = (J\Omega^{\xi^i} u_z)_{,\xi^i} \quad (1)$$

$$\frac{\partial(Ju_z u_z)}{\partial \zeta} + \left(Ju_z U^\xi - \frac{Jg^{11}}{Re}u_{z,\xi} \right)_{,\xi} + \left(Ju_z U^\eta - \frac{Jg^{22}}{Re}u_{z,\eta} \right)_{,\eta} = -JP_{,\zeta} \quad (2)$$

Ces deux équations peuvent se mettre sous la forme générique :

$$\frac{\partial(Ju_z \varphi)}{\partial \zeta} = Q - E_{,\xi} - F_{,\eta} \quad (3)$$

où les flux E et F se décomposent en partie convective et partie diffusive :

$$E = E_c + E_d, \quad F = F_c + F_d$$

Les conditions aux limites à la frontière du domaine de calcul 2D sont obtenues par une intégration locale des équations utilisant des différences finies décentrées vers l'amont de l'écoulement. Sur les parties de la frontière où le flux est entrant, on doit donc utiliser les valeurs des inconnues prises à l'extérieur du domaine de calcul. On les calcule à partir de l'écoulement de fluide parfait corrigé de la distribution tourbillonnaire. Les valeurs initiales des inconnues seront prises d'un calcul d'écoulement cône à une station proche du nez.

Les composantes planes de la vitesse u_r et u_θ sont obtenues à partir de la décomposition de Helmholtz :

$$\mathbf{u}' = \nabla' \phi_0 + \nabla' \phi_1 + \nabla' \times \psi \mathbf{e}_z$$

où les primes désignent des quantités ou opérateurs bidimensionnels. Le potentiel ϕ_0 rend compte de l'écoulement bidimensionnel de fluide parfait dans une section transversale du domaine, tandis que le potentiel ϕ_1 prend en compte le terme longitudinal de la divergence 3D du champ de vitesses. La fonction de courant ψ inclut quant à elle les effets visqueux dans le plan orthogonal à l'axe du corps. Ces différentes fonctions doivent alors satisfaire aux équations et conditions aux limites suivantes :

- Potentiel 2D ϕ_0 :

$$\Delta' \phi_0 = 0 \text{ dans } \Pi(z) \text{ , } \frac{\partial \phi_0}{\partial \xi} = U_L \frac{dR}{dz} \text{ sur } \Pi(z) \cap \Sigma \text{ , } \phi_0 \rightarrow 0 \text{ pour } r \rightarrow \infty$$

On en déduit que ϕ_0 est donné explicitement par la partie réelle du potentiel complexe de contournement d'un disque se dilatant lorsque z varie :

$$\phi_0 = \Re \left(U_L \frac{R^2}{v} - U_L R \frac{dR}{dz} \log v \right) \text{ , } v = r.e^{i\theta}$$

- Potentiel 2D ϕ_1 :

$$\Delta' \phi_1 = -\frac{\partial u_z}{\partial \zeta} \text{ dans } \Pi(z) \text{ , } \phi_1 = 0 \text{ sur } \Pi(z) \cap \Sigma \text{ , } \phi_1 \rightarrow 0 \text{ pour } r \rightarrow \infty \quad (4)$$

- Fonction de courant ψ :

$$\Delta' \psi = -\omega_z \text{ dans } \Pi(z) \text{ , } \psi = \psi_w \text{ sur } \Pi(z) \cap \Sigma \text{ , } \psi \rightarrow 0 \text{ pour } r \rightarrow \infty \quad (5)$$

La constante ψ_w est fixée par la condition de périodicité de la pression sur $\Pi(z) \cap \Sigma$.

L'obtention des vitesses de correction visqueuse à partir de la fonction de courant se fait par application d'une méthode hermitienne. Des conditions aux limites doivent donc être également imposées aux composantes de $\nabla' \times \psi e_z$:

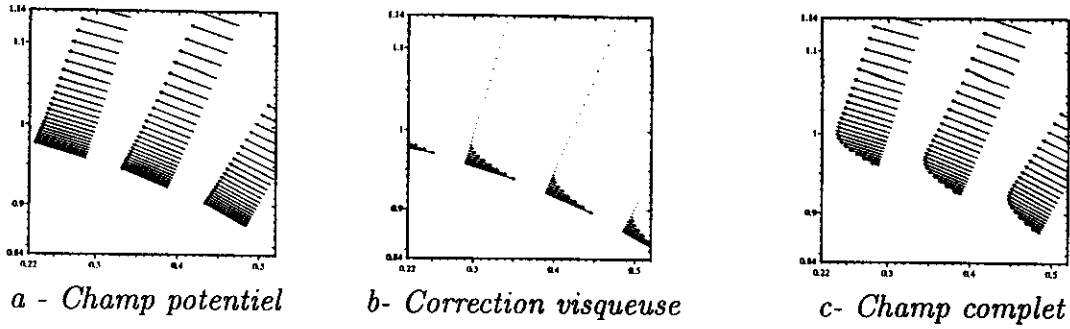
$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0 \text{ , } \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = -\frac{\partial}{\partial \eta} (\phi_0 + \phi_1) \text{ sur } \Pi(z) \cap \Sigma \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \text{ , } \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \rightarrow 0 \text{ pour } r \rightarrow \infty \quad (7)$$

La condition (6) impose à la composante rotationnelle de la vitesse d'annuler la vitesse tangentielle induite par les potentiels ϕ à la paroi, tandis que (7) indique que les effets de la viscosité sont négligeables loin du corps. La figure 2 illustre ce procédé de correction.

Les équations (4) et (5) définissent deux problèmes annexes de Poisson qui devront être résolus à chaque station z en fonction des quantités transportées ω_z et u_z .

Bien que le calcul des efforts doive être effectué à partir du domaine tridimensionnel, on peut calculer l'effort 2D subi par chaque tranche de l'obstacle au cours du calcul

Figure 2: Vecteurs vitesse en $z/L = 0.5$

parabolisé. La variation de pression azimuthale s'exprime en écrivant à la paroi l'équation de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques pour la direction θ :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_0 = \left(\frac{1}{Re} \left. \frac{\partial \omega_z}{\partial \xi} \right|_0 - J_0 U_0^\xi \omega_{z0} \right) \dots \quad (8)$$

Les composantes cartésiennes de l'effort en un point P de $\Pi(z) \cap \Sigma$ découlent de l'intégration de (8) :

$$F_x = \int_{-\pi/2}^{\theta_P} \cos(\theta) \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_0 \eta_{,\theta} d\theta, \quad F_y = \int_{-\pi/2}^{\theta_P} \sin(\theta) \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_0 \eta_{,\theta} d\theta$$

2.2 Calcul des termes-source

2.2.1 Terme de déformation de l'équation sur ω_z

La seule composante connue du vecteur vorticité est la composante longitudinale ω_z qui est obtenue par intégration de l'équation (1). Les autres composantes de la vorticité ne pouvant pas être négligées dans le terme de déformation, on doit estimer ces dernières à partir des composantes calculées de la vitesse. Notons que le vecteur ainsi constitué ne sera qu'une approximation du vecteur vorticité, dans la mesure où il n'a que peu de chances d'être à divergence nulle. Les composantes planes approchées de la vorticité s'écrivent alors :

$$\tilde{\omega}_r = u_{z,\xi^i} \frac{\xi_{,\theta}^i}{r} - u_{\theta,\xi^i} \xi_{,z}^i \quad \tilde{\omega}_\theta = u_{r,\xi^i} \xi_{,z}^i - u_{z,\xi^i} \xi_{,r}^i$$

Les variations selon ζ sont évaluées par des différences décentrées amont d'ordre 2.

2.2.2 Gradient de pression longitudinal

Dans toutes les méthodes parabolis es, la qualité de la solution et la stabilité de la marche dépendent de la façon dont le gradient de pression longitudinal est modélisé. On sait qu'en imposant ce gradient de pression, on assure la stabilité de l'évolution à condition que u_z reste positive, ce qui reste vrai si l'on maintient l'angle de dérive β à des valeurs modérées. En revanche, on n'autorise aucune interaction entre l'écoulement visqueux et les variations de la pression pendant le calcul. Une pratique courante consiste alors à relaxer la valeur du gradient de pression longitudinal en parcourant plusieurs fois le corps et en affinant

après chaque passe le champ de pression. On se sert ici des vitesses du domaine fluide parfait autour du corps, tenant compte de la distribution de tourbillon calculée lors de la passe précédente, pour calculer le gradient longitudinal de pression en chaque point des tranches. En passant ainsi par le domaine tridimensionnel, on espère redonner à la pression une partie de son caractère elliptique. Les chapeaux désignant les vitesses de fluide parfait dans le domaine extérieur, on calcule :

$$-JP_{,\zeta} = (J\hat{u}_z\hat{U}^\xi)_{,\xi} + (J\hat{u}_z\hat{U}^\eta)_{,\eta} + (J\hat{u}_z\hat{U}^\zeta)_{,\zeta} \quad (9)$$

2.3 Simplification du problème visqueux

Il est intéressant d'évaluer l'importance sur le résultat final du niveau de détail retenu pour la description du problème précédemment formulé.

- Une simplification importante peut être effectuée si l'écoulement considéré est fortement convectif, que le corps présente un faible angle de dérive et que les variations de sa géométrie sont faibles dans la direction longitudinale (hypothèse de corps élancé). Les variations de la vitesse longitudinale peuvent alors être également considérées comme faibles et la vitesse u_z être prise constante, fixée à sa valeur non perturbée U_L . Le problème se réduit ainsi aux équations (1) et (5).
- L'hypothèse de corps élancé peut également être utilisée pour négliger dans les termes métriques g^{11} et g^{22} les variations selon z . L'équation de transport de ω_z se réduit alors à l'équation de transport bidimensionnel de la vorticité autour d'un disque de rayon variable. Cette équation est la même que celle obtenue par Kermarec par application des développements asymptotiques raccordés aux équations de l'écoulement visqueux autour d'un corps élancé [6].

On comparera les efforts obtenus en utilisant ces différentes simplifications dans la section consacrée aux résultats.

3 Résolution numérique du problème visqueux

On applique une discrétisation de type Cranck-Nicholson sous-itérée à l'équation (3) :

$$\frac{(Ju_z\varphi)^{p+1} - (Ju_z\varphi)^n}{\Delta\zeta} = \frac{1}{2} (Q^p - E_{,\xi}^{p+1} - F_{,\eta}^{p+1} + Q^n - E_{,\xi}^n - F_{,\eta}^n) + \mathcal{O}(\Delta\zeta^2) \quad (10)$$

L'indice n référence une station ζ donnée tandis que l'indice p correspond à l'indice de sous-itération. Les termes-source Q sont évalués explicitement. Les flux convectifs sont quant à eux linéarisés autour de l'indice de sous-itération p :

$$E_c^{p+1} \simeq E_c^p + \frac{\partial E_c^p}{\partial\varphi} (\varphi^{p+1} - \varphi^p), \quad F_c^{p+1} \simeq F_c^p + \frac{\partial F_c^p}{\partial\varphi} (\varphi^{p+1} - \varphi^p)$$

Lorsque le processus itératif a convergé, la différence $\varphi^{p+1} - \varphi^p$ prend une valeur proche de 0 et la non-linéarité des équations est pleinement rétablie. Les valeurs des inconnues

à la dernière sous-itération calculée $p + 1$ sont alors affectées aux inconnues de la station $n + 1$.

Un schéma de type volumes finis est appliqué à (10). Les inconnues sont calculées aux noeuds d'un maillage non-entrelacé s'appuyant sur les lignes de coordonnées ξ et η . La vitesse est interpolée à l'ordre 4 aux faces des cellules pour la détermination des flux convectifs. On utilise pour ces flux un schéma SHYBRID précis à l'ordre 2 se basant sur le nombre de Péclet local pour déterminer la molécule de travail [7]. Les flux diffusifs sont évalués par un schéma centré, également précis à l'ordre 2. Enfin, les problèmes de Poisson sont eux discrétisés à l'aide de différences finies hermitiennes d'ordre 4. Tous les problèmes discrets sont résolus par des schémas à pas fractionnaires.

4 Reconstruction du champ tourbillonnaire 3D

L'extension à la troisième dimension des données de vitesse et de vorticité longitudinale obtenues dans des tranches bidimensionnelles de l'écoulement n'est pas immédiate. La condition de divergence nulle de la vorticité est automatiquement satisfaite en 2 dimensions alors qu'elle doit être imposée en 3 dimensions. De plus, dans un domaine tridimensionnel, les tubes de vorticité doivent se connecter entre eux, s'étendre à l'infini ou bien se connecter à une paroi. Il s'agit donc de créer l'information tourbillonnaire qui manque dans les tranches et qui réponde à ces conditions.

On a dit que le vecteur vorticité reconstitué pour le calcul du terme de déformation risquait de ne pas vérifier la condition $\nabla \cdot \omega = 0$. On choisit donc d'imposer les composantes non connues $\tilde{\omega}_r$ et $\tilde{\omega}_\theta$ en fonction de ω_z de sorte que la condition de divergence nulle soit automatiquement satisfaite. Elles sont calculées comme les dérivées longitudinales des vitesses de correction visqueuses :

$$\tilde{\omega}_r = \frac{1}{\sqrt{J}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right), \quad \tilde{\omega}_\theta = \frac{1}{\sqrt{J}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) \quad (11)$$

Ces composantes sont calculées à l'aide de différences finies décentrées amont pendant la résolution du problème intérieur. La vorticité est ensuite intégrée dans la direction longitudinale sur la surface de chaque cellule de la grille de calcul 2D pour donner des particules tourbillonnaires libres de circulation et position définies par :

$$\Gamma = \int_{\delta v} \omega dv \quad \text{et} \quad X = \frac{1}{\delta v} \int_{\delta v} x dv \quad (12)$$

Pour la connexion des lignes tourbillon sur le corps, on constate que l'écoulement est symétrique par rapport au plan médian et que, par conséquent, deux points de la surface du corps placés symétriquement par rapport au plan médian sont porteurs d'une vorticité axiale égale et opposée. Ces deux points peuvent être considérés comme les points de détachement des filaments libres d'un tourbillon en fer à cheval, la partie liée de ce tourbillon formant un arc reliant les points placés de part et d'autre du corps. Ce modèle implique que les filaments quittent la paroi du corps tangentiellement, la composante normale de la vorticité est donc négligée.

En appliquant la condition de divergence nulle aux composantes azimutale et longitudinale de la circulation d'un filament à un point de connexion, on obtient :

$$\left. \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \zeta} \right|_0 = - \frac{1}{\sqrt{J_0}} \left. \frac{\partial \Gamma_\theta}{\partial \eta} \right|_0 \quad (13)$$

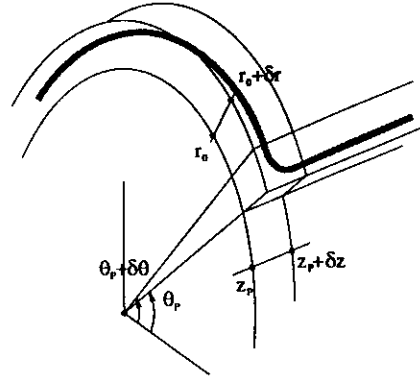


Figure 3: Point de connexion d'un filament tourbillonnaire à la paroi

L'indice 0 indique une valeur prise à la paroi. Le membre de gauche de (13) est la circulation γ_z associée à une section de filament tourbillonnaire normal au plan. La variation longitudinale de cette circulation lorsque le plan de calcul avance à la vitesse U_L est donnée par l'intégration du flux de vorticité axiale à travers une portion $\delta\theta$ de la paroi 2D $\Pi(z) \cap \Sigma$:

$$\frac{d\gamma_z}{d\zeta} = \frac{1}{U_L} \int_{\theta_P}^{\theta_P + \delta\theta} \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega_z}{\partial \xi} \Big|_0 - J_0 U_0^\xi \omega_{z0} \right) \frac{r_0}{\sqrt{J_0}} d\theta$$

En intégrant deux fois l'expression précédente sur des incréments $\delta\zeta$ et $\delta\theta$, et en tenant compte de (13) on obtient l'expression de l'incrément azimutal de circulation sur $\Pi(z) \cap \Sigma$ induit par la connexion d'un filament en $\theta = \theta_P$:

$$\delta\Gamma_\theta = -\frac{\delta\zeta}{U_L} \int_{\theta_P}^{\theta_P + \delta\theta} \int_{\theta_P}^{\theta_P + \delta\theta} \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega_z}{\partial \xi} \Big|_0 - J_0 U_0^\xi \omega_{z0} \right) \frac{r_0^2}{\sqrt{J_0}} d\theta^2$$

soit, pour de petits incréments :

$$\delta\Gamma_\theta = -\frac{\delta\zeta}{U_L} \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega_z}{\partial \xi} \Big|_0 - J_0 U_0^\xi \omega_{z0} \right) \frac{r_0^2}{\sqrt{J_0}} \delta\theta^2 \quad (14)$$

Les contributions des segments formant la paroi sont sommées jusqu'à la position θ_P pour obtenir la valeur de la circulation azimutale portée par le segment de longueur $r_0 \delta\theta$ en ce point. Cette circulation est ensuite affectée à une particule tourbillonnaire 3D ayant pour composantes cartésiennes planes :

$$\Gamma_x(\theta_P) = \cos(\theta_P) \sum_{\theta=-\pi/2}^{\theta_P} \delta\Gamma_\theta, \quad \Gamma_y(\theta_P) = \sin(\theta_P) \sum_{\theta=-\pi/2}^{\theta_P} \delta\Gamma_\theta$$

La composante associée à la direction longitudinale est obtenue par intégration de ω_z sur une cellule du maillage puis sur l'incrément de longueur $\delta\zeta$:

$$\Gamma_z(\theta_P) = \int_{\zeta_P}^{\zeta_P + \delta\zeta} \gamma_z d\zeta$$

Ces particules tourbillonnaires 3D qui sont au contact de la paroi définiront la vorticité liée à l'obstacle. C'est sur l'ensemble de ces particules que sera fait le calcul d'efforts.

Enfin, le sillage se développant derrière le corps ne peut pas être pris en compte par la méthode de marche, qui s'arrête à l'extrémité du corps. On prolonge donc le nuage de particules libres par deux filaments tourbillonnaires semi-infinis dont la circulation est donnée par intégration de la circulation positive et négative sur la dernière station calculée :

$$\Gamma_{fii}^+ = \int_{\Pi} \omega^+ dA, \quad \text{and} \quad \Gamma_{fii}^- = \int_{\Pi} \omega^- dA = -\Gamma_{fii}^+$$

La position des filaments dans le plan (x, y) est donnée par la moyenne des positions des particules sur la dernière tranche, pondérée par la vorticité :

$$y_{fii}^+ = \frac{1}{\Gamma_{fii}^+} \int_{\Pi} y \omega^+ dA, \quad z_{fii}^+ = \frac{1}{\Gamma_{fii}^+} \int_{\Pi} z \omega^+ dA, \quad y_{fii}^- = y_{fii}^+, \quad z_{fii}^- = -z_{fii}^+$$

La vitesse dans le champ extérieur est la somme des vitesses de fluide parfait autour du corps, calculées d'après l'écoulement à l'infini perturbé par une distribution linéique de singularités sur l'axe, des vitesses induites par l'ensemble des particules, et des vitesses induites par les deux filaments semi-infinis :

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_{\varphi} + \mathbf{V}_{\Gamma} + \mathbf{V}_{fii}$$

Les efforts exercés sur la distribution de particules liées sont alors donnés par :

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{n_{pliees}} \mathbf{U}(\mathbf{x}_i) \times \Gamma_i \quad (15)$$

5 Résultats

On a utilisé la méthode de marche sous ses deux versions simplifiées décrites en 2.3 ainsi que la reconstruction 3D dans le cas d'un ellipsoïde 6:1 placé dans un écoulement laminaire à $Re_L = 50000$ et avec $\beta = 10^\circ$. La première maille de la grille 2D avait une épaisseur $\delta r = 2.46 \cdot 10^{-3} R(x)$, donnant une dizaine de points dans la couche limite à mi-corps. Les distributions de particules liées et libres (Fig. 4) ont ensuite été utilisées pour calculer la répartition d'effort transversal le long du corps. Un effort de référence a été obtenu par le code CFDS-Flow3D. Les coefficients d'efforts globaux obtenus avec cette simulation sont en accord avec ceux de Patel et Kim [8], à 0% d'écart pour le coefficient de portance, et à 3% pour le coefficient de moment. On a aussi calculé la distribution d'effort pour l'écoulement potentiel par la formule de Munk [9]. Les résultats du couplage pourront donc être évalués par rapport à la modélisation la plus simple, et à la plus complexe.

Les résultats obtenus par le couplage, ainsi que par la relation (8) sont présentés dans les figures (Fig. 5) et (Fig. 6). Sur ces figures sont également reportées la distribution obtenue par la relation (8) et la distribution obtenue par le couplage dans le cas où la composante tourbillonnaire axiale des particules liées est supprimée. Pour z/L petit, on constate que dans les deux figures, l'effort calculé par le couplage complet est proche des valeurs obtenues par les deux solutions de référence. Au nez, l'écoulement n'est que peu influencé par les effets visqueux, les trois courbes tendent donc vers le résultat "potentiel" dans cette zone. L'abscisse augmentant, les zones tourbillonnaires se développent

à l'extrados du corps et la différence s'accroît entre la droite de Munk et le résultat du code Navier-Stokes 3D. L'effort déterminé par le couplage suit cette tendance, mais dans une moindre mesure, suggérant un retard dans la séparation des tourbillons calculés par les méthodes de marche simplifiées. Ceci était prévisible dans la mesure où, n'ayant pas utilisé l'équation de transport de u_z qui tient compte des variations de pression longitudinales, la forte ellipticité de l'écoulement sur l'arrière-corps est ignorée. Les différences observables entre les deux figures se situent principalement aux faibles abscisses où les fortes variations longitudinales de la géométrie rendent importants les termes 3D de la métrique et mettent en défaut l'hypothèse de corps élancé. On note que les efforts calculés par le couplage sans tenir compte de la vorticité axiale sont très voisines de celles calculées par la méthode de marche. Ceci se comprend en rapprochant les relations (8) et (14) dont l'intégration donne le même effort si l'on utilise le champ de vitesses planes dans (15), légèrement différent si on utilise comme ici le champ de vitesses 3D.

La figure (7) montre la carte des vitesses de perturbation induites par les particules tourbillonnaires en $z/L = 0.25$ et $z/L = 0.825$. On y distingue clairement l'apparition des tourbillons contra-rotatifs.

Enfin, en figure (8), on montre les profils de vitesse de perturbation induites par les seules particules liées suivant quelques lignes ξ dans le plan de symétrie. Il est intéressant de voir que cette perturbation s'oppose à l'écoulement non perturbé jusqu'au milieu du corps environ. Elle reste cependant bien inférieure à l'ordre de grandeur des vitesses non perturbées qui est de 1. On notera qu'à la première station calculée, soit près du nez, nez, les valeurs de la circulation des particules liées sont maximales, ce qui se traduit par des vitesses importantes, comme dans le cas d'une surface portante représentée par une méthode de type Vortex Lattice.

6 Conclusion

On a proposé une méthode de couplage entre un calcul Navier-Stokes parabolisé et une méthode tourbillonnaire 3D en vue de modéliser les structures tourbillonnaires se développant au voisinage d'une carène lisse en dérapage. Les tests effectués sur une formulation simplifiée du problème parabolisé démontrent la consistance de la démarche. L'information introduite dans le domaine tridimensionnel rend bien compte de la présence des structures tourbillonnaires et permet de calculer la distribution d'effort transversal le long de la carène. Toutefois, ces formulations simplifiées prédisent une séparation transversale des tourbillons trop tardive. La prise en compte de la couche limite longitudinale par l'équation de transport de u_z , ainsi qu'une relaxation du gradient de pression permettront d'améliorer ces résultats.

References

- [1] Katsuro Kijima, Yasuaki Nakiri, Toshiyuki Katsuno, and Yoshitaka Furukawa. On the manoeuvring performance of a ship with the parameter of loading condition. In *Autumn Meeting of the Society of Naval Architects of Japan*, pages pp. 141–148, Nov. 1990.

- [2] B. Alessandrini and G. Delhommeau. Flow simulations past a ship in drift and rotating motion. In *Proceedings of MAN'98 symposium*, pages pp. 1C–10C, Sep. 16-17-18, Val de Reuil, France 1998.
- [3] M. Landrini, C. M. Casciola, and C. Coppola. A nonlinear hydrodynamic model for ship maneuverability. In *Proceedings of MARSIM'93 International Conference on Marine Simulation and Ship Manoeuvrability*, pages pp. 351–358, Sep. 26-Oct. 2, St. John's Newfoundland, Canada 1993.
- [4] F. Davoudzadeh, L.K. Taylor, W.C. Zierke, J.J. Dryer, H. McDonald, and D.L. Whitfield. Coupled Navier-Stokes and equations of motion simulation of submarine maneuvers including crashback. In *1997 ASME Fluids Engineering division Summer Meeting, Vancouver, British Columbia, Canada*, June 1997.
- [5] Susumu Tanaka. On hydrodynamic forces acting on a ship moving with large drift angles. In *Proceedings of MAN'98 symposium*, pages pp. 1D–7D, Sep. 16-17-18, Val de Reuil, France 1998.
- [6] M. Kermarec. *Contribution à l'étude de la giration des navires élancés*. PhD thesis, ENSTA-LME, Octobre 1986. Rapport de recherche 210.
- [7] Yuguo Li and Lisa Baldacchino. Implementation of some higher-order convection schemes on non-uniform grids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 21:pp. 1201–1220, 1995.
- [8] V. C. Patel and S. E. Kim. Topology of laminar flow on a spheroid at incidence. *Computers and Fluids*, Vol. 23(No. 7):pp. 939–953, 1994.
- [9] Julian H. Allen and Edward W. Perkins. A study of effects of viscosity on flow over inclined slender bodies of revolution. REPORT 1048, NACA, January 1951.

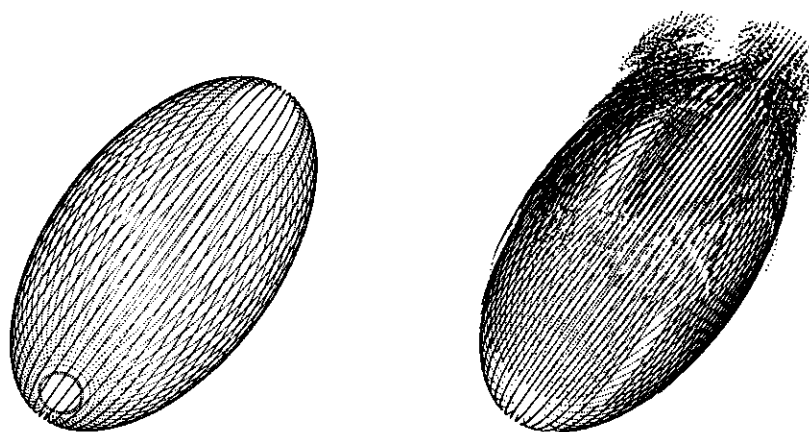


Figure 4: Distribution tourbillonnaire obtenue après reconstruction : a) *particules liées*, b) *particules libres*

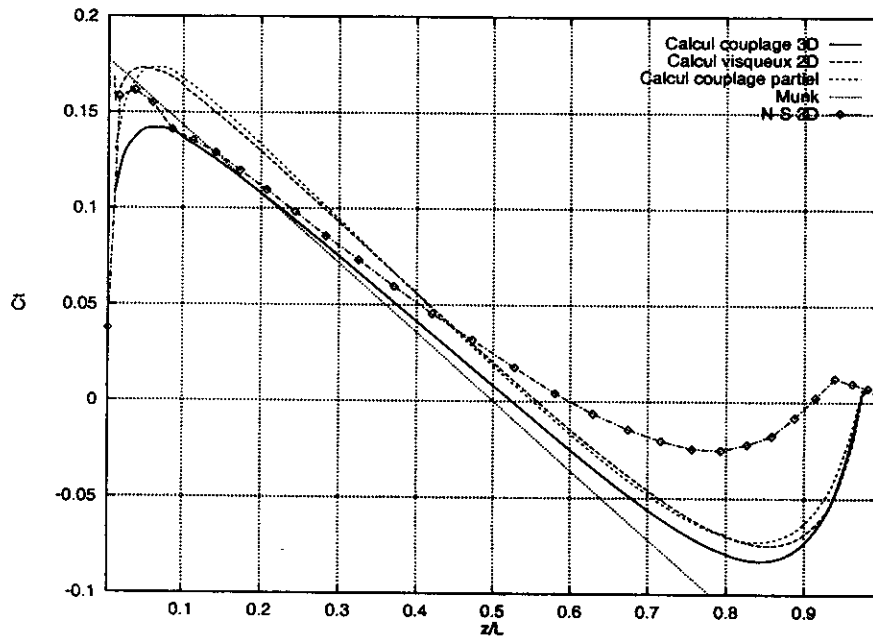


Figure 5: Coefficients d'efforts transversaux, termes de métrique 3D retenus

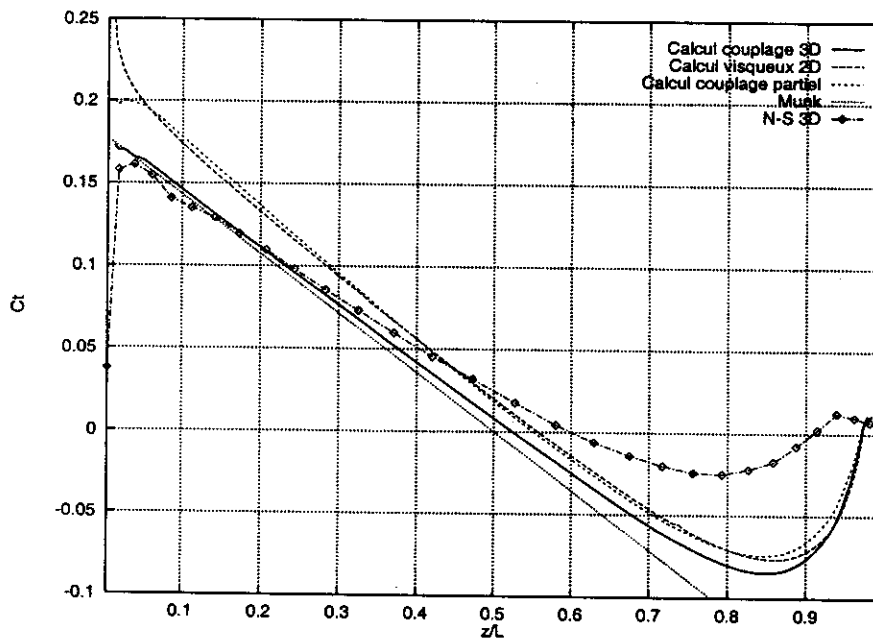


Figure 6: Coefficients d'efforts transversaux, termes de métrique 3D non retenus

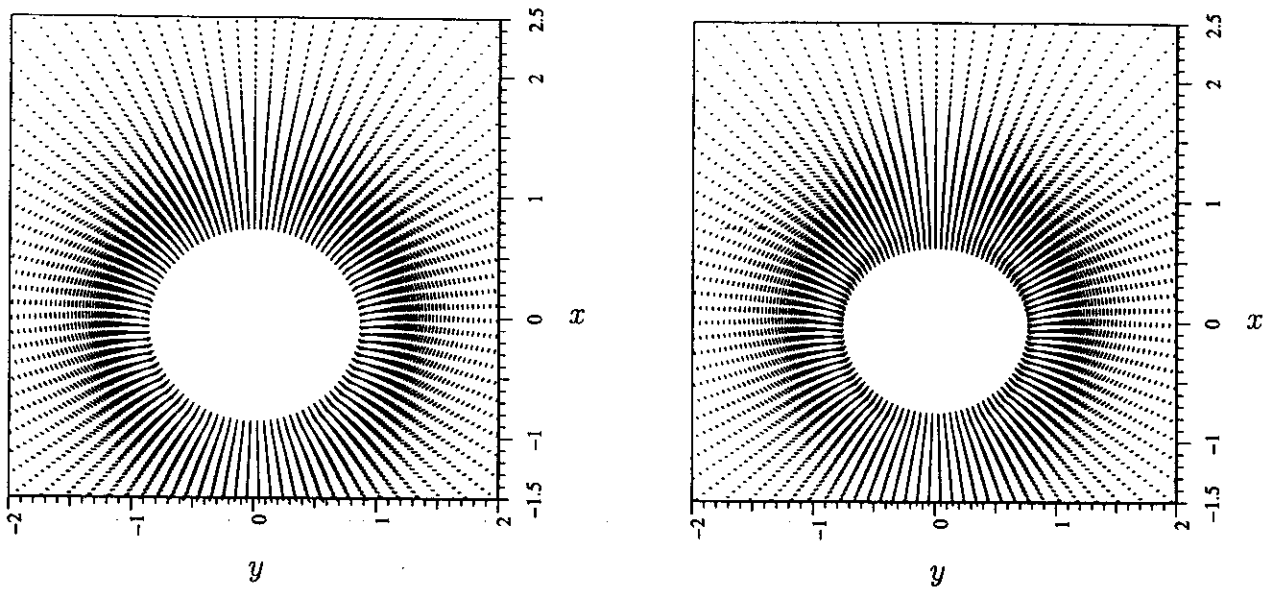


Figure 7: Vitesses de perturbation induites par la distribution de particules tourbillonnaires : a) en $z/L = 0.25$, b) en $z/L = 0.825$

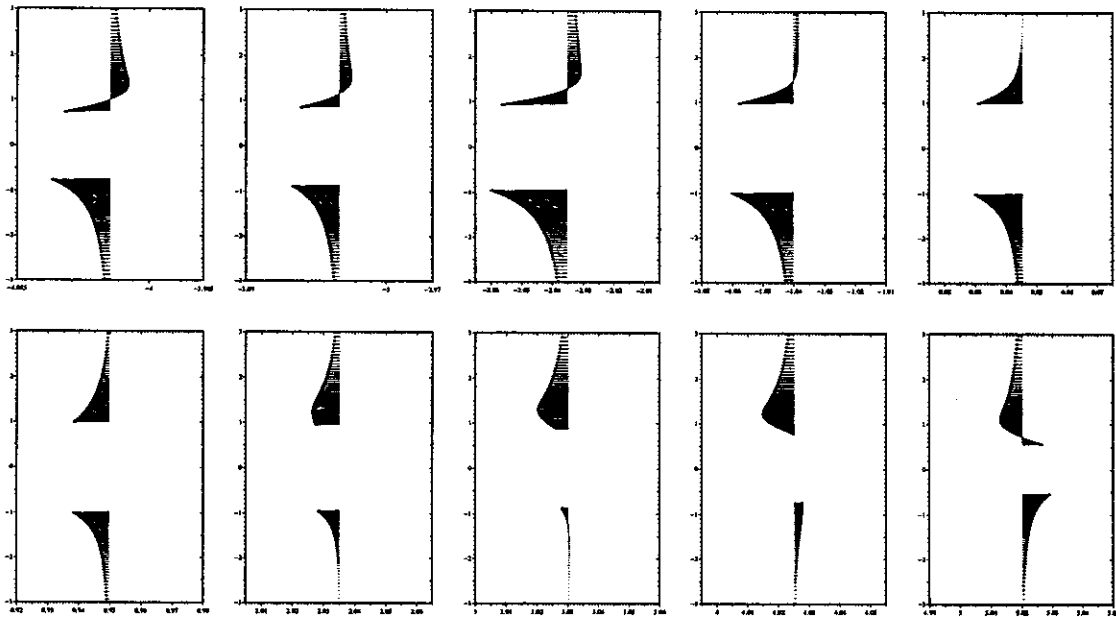


Figure 8: Vitesse de perturbation induite par les particules liées dans le plan de symétrie pour $z/L = 1/6, 1/4, 1/3, 5/12, 1/2, 7/12, 2/3$