

7^e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

MARSEILLE - 8, 9, 10 MARS 1999

Simulation numérique spatiale de la transition de la couche limite sur paroi souple

O. Wiplier and U. Ehrenstein

Université Lille 1 - Laboratoire de Mécanique de Lille,
Bd. Paul Langevin, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France.
E-mail : wiplier@genesis.univ-lille1.fr ; uwe.ehrenstein@univ-lille1.fr
Tel : 03 20 33 71 82 , Fax : 03 20 33 71 53

Résumé

Un modèle numérique capable de simuler l'évolution spatiale des perturbations dans un écoulement de couche limite sur des parois souples a été développé. La géométrie de l'écoulement étant une inconnue du problème, un changement de variables transforme le domaine complexe en un système cartésien. Le modèle prend en compte l'interaction fluide/structure non linéaire dans tout le champ de calcul ainsi que les effets non parallèles dus aux déplacements de la paroi et à la croissance de la couche limite. Après avoir testé l'évolution de perturbations spatiales linéaire et non linéaire d'ondes de Tollmien-Schlichting sur parois souples, une étude de l'influence de l'amplitude de la perturbation initiale sur le développement de l'instabilité sur une membrane sous tension est réalisée. Enfin, pour simuler un cas physique, une plaque élastique de longueur finie est considérée. On montre alors que le modèle numérique est capable de détecter l'interaction entre les instabilités de Tollmien-Schlichting et les instabilités de surface induites par le fluide à l'interface.

Summary

A computational method capable of simulating the spatial evolution of disturbances in a boundary - layer flow with compliant coatings has been developed. The flow geometry being an unknown of the problem, this difficulty is overcome by use of a mapping, the domain being fixed in the computational coordinates. The model takes into account the nonlinear fluid/structure interaction all over the flow field, as well as nonparallel effects due to the wall displacement and to the boundary-layer growth. First, the numerical solution procedure is tested by focusing on the linear and nonlinear spatial disturbance evolution for Tollmien-Schlichting-type travelling waves. Then, we study the influence of the initial disturbance development for a tensioned membrane. Finally, to simulate a true physical experiment, an elastic plate of finite length is considered. It is shown that the numerical model is capable of detecting the interaction between Tollmien-Schlichting instabilities and flow-induced surface instabilities at the interface.

1 Introduction

La présente étude s'inscrit dans le cadre général du contrôle passif de la transition de l'état laminaire vers l'état turbulent dans des couches limites. L'idée d'utiliser, par exemple, des parois souples afin de retarder la turbulence et/ou de diminuer la traînée dans des couches cisailées n'est pas récente, les premiers travaux sur ce sujet remontent à Kramer [1]. C'était alors l'observation des dauphins, notamment la capacité de ces derniers à atteindre des vitesses de déplacement élevées à l'égard des lois hydrodynamiques de frottement pariétal, appelée alors le "secret des dauphins", qui motivait ces premières études. Alors que le "secret des dauphins" n'est pas encore complètement levé, notamment la corrélation entre les grandes vitesses et la peau souple de ce cétacé n'est à ce jour qu'une hypothèse parmi d'autres, il n'y a toujours pas de réponse claire quant à l'effet des parois souples sur la transition. Même s'il s'est avéré que l'apparition des ondes de Tollmien-Schlichting, qui sont responsables de la transition dite naturelle dans des couches cisailées, peut être retardée par des revêtements de parois souples interagissant avec l'écoulement, cette même interaction est responsable de l'apparition d'autres sources d'instabilités, comme des ondes de surface.

Il est admis théoriquement et numériquement que la présence d'une paroi flexible peut avoir une influence positive sur les instabilités de la couche limite. La plupart de ces analyses sont basées sur les calculs d'instabilités linéaires et indiquent que la transition provoquée par les instabilités de Tollmien-Schlichting peut être retardée pour des revêtements suffisamment souple. Cependant, en plus des instabilités de Tollmien-Schlichting, des instabilités dues à la flexibilité de la paroi et générées par l'écoulement peuvent devenir dangereuses. Par conséquent, il est difficile de donner une réponse définitive sur la capacité des parois souples à contrôler la transition. Bien que la stabilité linéaire de l'écoulement de couche limite sur des revêtements souples ait été largement étudiée depuis le travail de Carpenter et Garrad [2], seulement quelques résultats prennent en compte les effets non linéaires. En simulant les ondes de Tollmien-Schlichting non linéaires sur des parois souples en utilisant l'approximation d'écoulement localement parallèle de l'écoulement de Blasius, il a été montré numériquement que le comportement de stabilité non linéaire peut devenir hautement sous-critique pour des parois souples spécifiques [3]. Donc, des précautions doivent être prises lorsque l'on considère les résultats de stabilité linéaire. Cependant, l'hypothèse d'un écoulement localement parallèle est certainement une limite à ce modèle parce que les effets non parallèles causés par le déplacement de la paroi ne sont pas toujours négligeables.

Dans ce travail, ce problème est abordé par voie numérique, par une modélisation aussi proche que possible de la réalité. Cette modélisation dans le cas des écoulements de couche limite ne cherche pas seulement à tenir compte des nonlinéarités présentes lors du processus de transition, mais aussi des effets non parallèles dus à la fois à l'épaissement de la couche limite et à la présence de la déformation de la paroi.

Nous exposons le modèle numérique du système fluide/paroi souple que nous avons choisi afin de nous rapprocher le plus que possible d'une réalité expérimentale. Ensuite, nous présentons des exemples de validation. Enfin, nous esquissons des développements à venir.

2 Formulation du problème

Nous considérons un écoulement de fluide incompressible de viscosité cinématique ν^* sur une paroi, laquelle dans le cas rigide est localisée à $y^* = 0$, $0 \leq x^*$. L'état de base est un écoulement de couche limite en absence de gradient de pression (l'interface reste plane). L'état de base $(U^*(x^*, y^*), V^*(x^*, y^*))$ est solution des équations de couche limite le long d'une plaque plane. Le domaine de calcul dans la direction longitudinale est $x_a^* \leq x^* \leq x_b^*$. La vitesse à l'infini U_∞^* est utilisé comme vitesse de référence et l'épaisseur de déplacement $\delta_a^* = \gamma \sqrt{\frac{\nu^* x_a^*}{U_\infty^*}}$, $\gamma = 1.7208$, à l'entrée est la longueur de référence. Les grandeurs étoilées représentent les grandeurs physiques. Le nombre de Reynolds est défini avec l'épaisseur de déplacement à l'entrée

$$Re = \frac{U_\infty^* \delta_a^*}{\nu^*}. \quad (1)$$

2.1 Modèle d'interaction fluide/structure

Le modèle de paroi souple est celui dit de Kramer, qui est le modèle de surface d'une plaque mince en flexion/torsion, supportée par des ressorts. La déformation de la paroi $\eta(x, t)$ (indéterminée) dépend de la direction longitudinale x et du temps t et est solution de l'équation dynamique

$$m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + d \frac{\partial \eta}{\partial t} + B \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \kappa \eta = [-p + \sigma](x, \eta). \quad (2)$$

Dans (2), p est la perturbation de la pression du fluide et σ la composante normale du tenseur des contraintes visqueuses

$$\sigma = \frac{2}{Re} \left[\frac{\partial u}{\partial x} n_1^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_1 n_2 + \frac{\partial v}{\partial y} n_2^2 \right] \quad (3)$$

(u, v) étant respectivement les composantes longitudinale et normale de la perturbation de la vitesse de l'écoulement et $\mathbf{n} = (n_1, n_2) = \left(-\frac{\partial \eta}{\partial x}, 1 \right) / \sqrt{1 + \frac{\partial \eta^2}{\partial x^2}}$ est le vecteur unité normal à la paroi. Les paramètres adimensionnés dans (2) sont reliés aux caractéristiques de la paroi par

$$m = \frac{m^*}{\delta_a^{*3} \rho^*}, d = \frac{d^*}{U_\infty^* \rho^*}, B = \frac{B^*}{\delta_a^{*3} \rho^* U_\infty^{*2}}, T = \frac{T^*}{\delta_a^* \rho^* U_\infty^{*2}}, \kappa = \frac{\kappa^* \delta_a^*}{\rho^* U_\infty^{*2}} \quad (4)$$

où les quantités m^* , d^* , B^* , T^* et κ^* sont respectivement la masse par élément de surface, l'amortissement, le module de flexion/torsion, la tension et la raideur du ressort. La perturbation de pression a été adimensionnée par $\rho^* U_\infty^{*2}$, ρ^* étant la masse volumique du fluide. L'écoulement du fluide total est gouverné par le système de Navier-Stokes lequel est résolu dans un domaine (inconnu)

$$x_a \leq x \leq x_b, \quad \eta(x, t) \leq y < \infty. \quad (5)$$

Les conditions cinématiques à la paroi en mouvement s'écrivent

$$(U + u)[x, \eta(x, t)] = 0, \quad (V + v)[x, \eta(x, t)] = \frac{d\eta}{dt}. \quad (6)$$

2.2 Résolution numérique

La géométrie étant une inconnue du problème, nous transformons le domaine physique (5) en un domaine fixe de calcul en utilisant le changement de variables

$$\bar{t} = t, \quad \bar{x} = x \quad \text{et} \quad \bar{y} = y - \eta(x, t) \quad (7)$$

qui permet de transformer la géométrie complexe du système en une géométrie cartésienne $\bar{x}_a \leq \bar{x} \leq \bar{x}_b$; $0 \leq \bar{y} < \infty$. En utilisant (7), les opérateurs divergence, le Laplacien et la dérivée en temps deviennent

$$\nabla = \bar{\nabla} + \mathbf{G}_\eta, \quad \mathbf{G}_\eta = \left(-\frac{\partial \eta}{\partial x}, 0 \right) \quad (8)$$

$$\Delta = \bar{\Delta} + L_\eta, \quad L_\eta = -\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial y} - 2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + T_\eta, \quad T_\eta = -\frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\partial}{\partial y} \quad (10)$$

Le système de Navier-Stokes peut être écrit en termes de perturbation de la vitesse \mathbf{u} et de perturbation de la pression p sous la forme

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{t}} + C(\mathbf{u}) + N(\mathbf{u}) + \bar{\nabla} p - \frac{1}{Re} \bar{\Delta} \mathbf{u} = S(\eta, \mathbf{u}, \mathbf{U}, p). \quad (11)$$

où le terme de gradient s'exprime par $C(\mathbf{u}) = (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{U}$ et le terme convectif s'exprime par $N(\mathbf{u}) = (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$. Bien que l'écoulement de base \mathbf{U} soit solution seulement des équations de couche limite, nous supposons que \mathbf{U} est solution du système de Navier-Stokes dans le cas plan $\eta = 0$.

Dans le domaine de calcul (\bar{x}, \bar{y}) , les conditions cinématiques (6) et les conditions limites à l'infini sont pour la perturbation de la vitesse

$$u(\bar{x}, 0) = 0, \quad v(\bar{x}, 0) = \frac{\partial \eta}{\partial \bar{t}} \quad \text{et} \quad u, v, p \rightarrow 0 \quad \text{quand} \quad y \rightarrow \infty. \quad (12)$$

En appliquant l'opérateur divergence aux équations de quantité de mouvement pour le système de Navier-Stokes (avec $\nabla \cdot \mathbf{u}_t = 0$), on obtient pour la pression du fluide totale

$$\Delta p_t = J(\mathbf{u}_t) \quad \text{avec} \quad J(\mathbf{u}_t) = 2 \left[\frac{\partial u_t}{\partial x} \frac{\partial v_t}{\partial y} - \frac{\partial u_t}{\partial y} \frac{\partial v_t}{\partial x} \right], \quad (13)$$

le vecteur \mathbf{u}_t représentant le champ de vitesse total.

Par conséquent, l'équation de Poisson pour la perturbation de la pression devient dans les coordonnées transformées

$$\bar{\Delta} p = -L_\eta p + \bar{J}(\mathbf{u}_t) - \bar{J}(\mathbf{U}). \quad (14)$$

Pour l'intégration en temps, un schéma d'Euler retardé d'ordre 2 a été utilisé, la partie cartésienne du Laplacien comme le gradient de pression sont pris implicitement. Un schéma Adams/Bashforth du second ordre est utilisé pour les termes restants. Pour

éviter les réflexions à la sortie du domaine, une technique de domaine tampon est utilisée [4]. Dans ce but, une zone est insérée entre le domaine physique et la limite aval de l'étude de telle manière que la fonction d'atténuation ϕ soit égale à 1 dans le domaine physique d'intérêt et décroît rapidement vers zéro dans le domaine tampon [5]. Ceci nous permet donc de réduire progressivement l'instabilité jusqu'à la sortie du domaine d'étude.

Les conditions cinématiques (12) et l'équation dynamique sont discrétisées en utilisant un schéma retardé du second ordre en temps (le terme de pression est pris implicitement, et le schéma Adams/Bashforth est utilisé pour la contrainte normale visqueuse). L'algorithme pour résoudre le système d'équations de Navier-Stokes couplé à la paroi est basé sur la technique de la matrice d'influence. On détermine une condition de Dirichlet pour la perturbation de pression p équivalente à $\nabla \cdot \mathbf{u}_t = 0$ sur le bord Γ .

Pour la discrétisation spatiale, un schéma aux différences finies centrées d'ordre 4 est utilisé pour les dérivées dans la direction longitudinale \bar{x} excepté aux points au voisinage des limites où des différences finies décentrées ont été utilisées. Afin d'éviter des oscillations, les dérivées premières sont discrétisées par des différences finies d'ordre huit, conformément aux recommandations de Rist & Fasel [6] pour des simulations de la transition sur paroi plane.

Une méthode de collocation-Chebyshev est utilisée dans la direction normale à la paroi \bar{y} . Nous transformons le domaine non borné $0 \leq \bar{y} < \infty$ en un domaine fini $\xi \in [-1, 1]$ en utilisant la transformation algébrique

$$\bar{y} = \frac{y_{max}L(1 + \xi)}{2L + y_{max}(1 - \xi)} \quad (15)$$

les points de collocation étant $\xi_j = \cos(j\pi/K)$, $0 \leq j \leq K$. En fait, le domaine \bar{y} est tronqué en $0 \leq \bar{y} < y_{max}$ (typiquement $75 \leq y_{max}$ et $L = 1$). Les dérivées suivant \bar{y} sont calculées par la méthode de matrice de collocation. Pour l'inversion des équations de Helmholtz et de Poisson, nous utilisons la méthode de décomposition aux valeurs propres.

3 Résultats numériques

Dans notre étude, à l'entrée, l'écoulement est perturbé par un profil de vitesse provenant d'un calcul de stabilité linéaire, et l'évolution de la perturbation jusqu'à la sortie du domaine est simulée pour être atténuée par le domaine tampon jusqu'à atteindre la valeur nulle (cf figure 1). Les résultats de stabilité spatiale pour des fréquences réelles ω et des nombres d'ondes complexes α sont utilisés pour fournir une perturbation périodique en temps à l'entrée x_a . Ces calculs ont été réalisés en utilisant le système de Navier-Stokes linéarisé (avec le changement de variables) couplé aux conditions cinématiques et à l'équation dynamique. On résout alors un problème aux valeurs propres généralisées complexe pour α .

En écrivant le mode de stabilité comme $\hat{\mathbf{u}}(y) e^{i[\alpha(x-x_a) - \omega_0 t]}$ (avec $\hat{\mathbf{u}}(y) = \hat{\mathbf{u}}_r(y) + i \hat{\mathbf{u}}_i(y)$), la perturbation réelle dépendante du temps à l'entrée du domaine est

$$\Phi(y, t) = \hat{\mathbf{u}}_r(y) \cos(\omega_0 t) + \hat{\mathbf{u}}_i(y) \sin(\omega_0 t) \quad (16)$$

$$\text{avec } \max_y \sqrt{\hat{u}_r(y)^2 + \hat{u}_i(y)^2} = A$$

A étant une amplitude donnée et $\hat{u}(y)$ la composante longitudinale du mode propre.

Par la suite, nous aborderons les cas tests d'une membrane sous tension et d'une plaque élastique montée sur ressort.

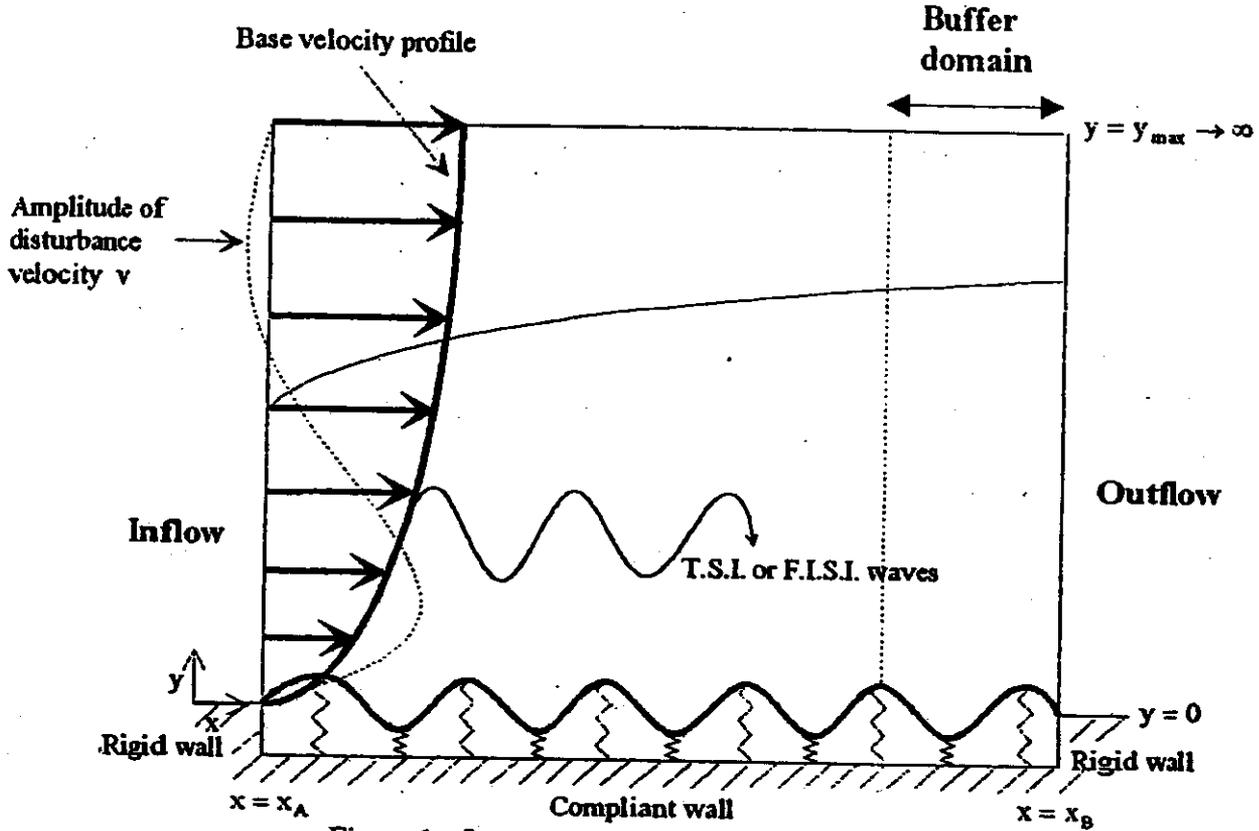


Figure 1 : La géométrie du domaine de calcul

3.1 Membrane sous tension avec amortissement

Dans un travail antérieur (Ehrenstein & Rossi [3]), un comportement de stabilité non linéaire fortement sous-critique a été mis en évidence pour un certain type de parois souples décrites par une membrane sous tension avec amortissement.

Les paramètres sans dimension dans (4) sont définis en utilisant les valeurs de référence en un point x_0^* (et donc Re_0) avec

$$m = m_0 Re_0 / Re, d = d_0, T = T_0 Re_0 / Re (B = \kappa = 0). \quad (17)$$

(En effet, dans (4) δ_a^* peut être exprimé en fonction de Re , cf. Domaradzki & Metcalfe [7]). Pour $Re_0 = 580$, $d_0 = 0.2$, $m_0 = 0.0212$ et $T_0 = 15$ (ce sont les paramètres utilisés dans Ehrenstein & Rossi [3]), les résultats de stabilité linéaire sont représentés sur la figure 2, la courbe en tiret correspond au cas souple. L'entrée du domaine de calcul est localisé en $Re = 400$ dans la région sous-critique et la fréquence $\omega_0 = 0.08756$ a été choisie afin que la droite passant par $(0, 0)$ et (Re, ω_0) soit tangente au nez de la courbe de stabilité neutre. On se déplace le long d'une droite (en pointillé sur la figure 2) car la fréquence sans dimension ω donne une relation $\omega = \omega^* \delta^* / U_\infty^* = \omega^* \nu^* Re_\delta^* / U_\infty^{*2}$ dépendant du nombre de Reynolds Re_δ^* et ainsi de la coordonnée longitudinale x^* .

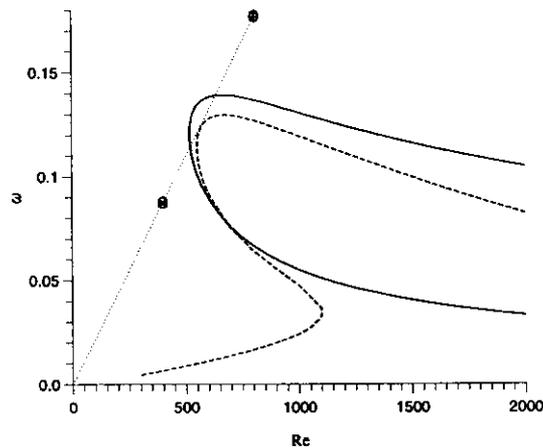


Figure 2 : Courbe de stabilité linéaire spatiale neutre: — cas rigide; --- membrane sous tension avec amortissement ($m_0 = 0.0212$, $d_0 = 0.2$, $T_0 = 15$ et $Re_0 = 580$). Entrée \otimes à $Re = 400$ et Sortie \oplus à $Re = 807$.

Afin de rapprocher la configuration de celle d'une expérience réelle, une zone de paroi rigide de $3\lambda_{TS}$ est placée en amont de la membrane. Cependant, le bord en aval de la membrane coïncide avec la sortie du domaine de calcul, afin d'éviter des difficultés numériques. Le domaine représentatif s'étend, par rapport au diagramme de stabilité linéaire, jusqu'à $Re = 807$. Afin d'obtenir des résultats fiables, il s'est avéré nécessaire de considérer un domaine tampon de $9\lambda_{TS}$ (le domaine de calcul ayant une longueur de $24\lambda_{TS}$). Pour la discrétisation 60 points de collocation ont été utilisés dans la direction normale et 20 points ont été utilisés pour chaque longueur d'onde dans la direction longitudinale x (pour tous les résultats représentés par la suite, $x = 0$ correspond à l'entrée du domaine). Le facteur d'étirement L est égal à 1, avec $y_{max} = 75$, et le pas de temps est de $\Delta t = 0.1$. Deux amplitudes de la perturbation à l'entrée (le profil de vitesse étant celui de la perturbation de Tollmien-Schlichting du cas rigide) ont été considérées, à savoir $A = 0.001$ et $A = 0.05$ dans (16). La déformation de la paroi pour l'amplitude initiale $A = 0.001$ est représentée sur la figure 4, le bord de la membrane en amont étant localisé à environ $x = 80$. La solution est celle pour $t = 24\Lambda$, et la perturbation a alors atteint la sortie du domaine de calcul. Au bord d'attaque de la membrane, la déformation exhibe un fort gradient, ce qui est une conséquence de la condition homogène $\eta = 0$ aux bords de la partie souple. Le domaine tampon commence à $x = 420$, limite à laquelle on observe alors la suppression progressive de l'instabilité sans réflexion non physique à la sortie.

Sur la figure 3, on peut d'ores et déjà observer l'apparition d'une deuxième source d'instabilité, à part celle dite de Tollmien-Schlichting. Pour cette amplitude relativement faible la perturbation décroît car la solution évolue essentiellement dans une région sous-critique, d'un point de vue de la stabilité linéaire (cf. figure 2). Pour une amplitude à l'entrée plus importante de $A = 0.05$, la déformation de la paroi a une allure assez différente, ce qui est illustré par la figure 4. Les solutions différant d'une période en temps (à $t = 24\Lambda$ et $t = 25\Lambda$) sont sensiblement identiques, et la membrane est globalement déformée. Finalement, une image générale de la perturbation du fluide le long de la membrane est donnée par la figure 5, sur laquelle les isolignes du tourbillon (au temps

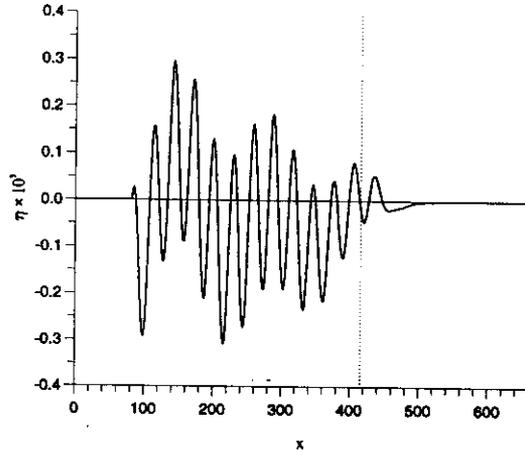


Figure 3 : Membrane sous tension, développement spatial faiblement non linéaire à $t = 24\Lambda$ de la déformation de la paroi η , partant de \otimes à $Re = 400$ (cf. figure 2). Amplitude à l'entrée : $A = 0.001$. \cdots représente la fin du domaine physique.

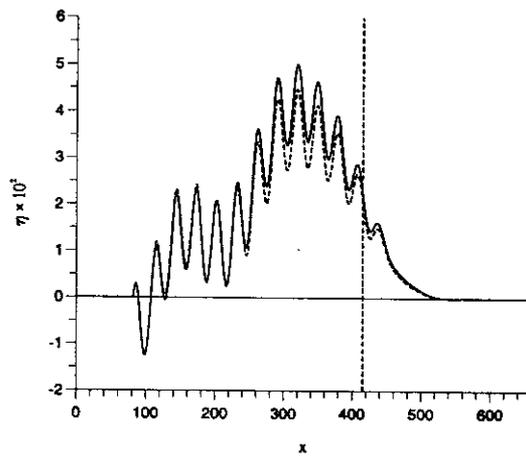


Figure 4 : Membrane sous tension, développement non linéaire de η , partant de \otimes pour $Re = 400$ (cf. figure 2). Amplitude à l'entrée : $A = 0.05$. $-\cdot-$ à $t = 24\Lambda$; $-$ à $t = 25\Lambda$. Début du domaine tampon à $-\cdot-$.

$t = 24\Lambda$) sont représentées, dans les coordonnées physiques (x, y) . La déformation de la paroi affecte ici le domaine de l'écoulement (ici $y = 1$ correspond à l'épaisseur de déplacement).

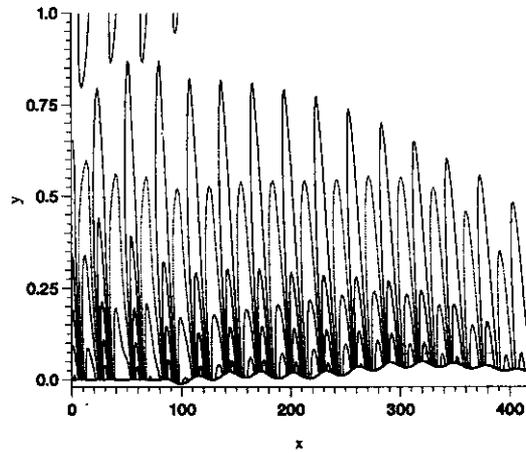


Figure 5 : Isolignes du tourbillon, amplitude à l'entrée $A = 0.05$, à $t = 24\Lambda$.

Donc, la simulation du développement non parallèle des perturbations met clairement en évidence les limites d'une approche utilisant un écoulement localement parallèle ; celle-ci correspond à un modèle idéalisé où une périodicité de la structure de la perturbation dans la direction longitudinale est imposée, *a priori*. Cependant les calculs, ici pour la membrane, indiquent l'apparition d'une déformation globale de la paroi, qui bien sûr peut devenir dangereuse dans une configuration réelle. Quant à la possibilité d'étendre le domaine de calcul, il convient de souligner ici que l'algorithme permet certes de décrire une géométrie évolutive complexe, mais en même temps ces mêmes simulations nécessitent des temps de calculs importants. Pour chaque itération en temps, les termes non linéaires doivent être évalués, sans parler de l'approche de la matrice d'influence. Bien que cette dernière soit également coûteuse, elle fournit en même temps une perturbation de pression physique à la paroi (la pression étant l'élément clef du couplage entre le fluide et la paroi).

3.2 Plaque mince flexible de longueur finie

Pour ce cas d'étude, nous considérons une plaque mince d'épaisseur $b = 2\text{mm}$, de module d'Young $E = 0.5\text{MN}/\text{m}^2$, de masse volumique $\rho_m = 946\text{kg}/\text{m}^3$ et de coefficient de Poisson $\nu_p = 0.5$. Cette plaque est montée sur des ressorts, avec un coefficient de rigidité $\kappa^* = 115\text{MN}/\text{m}^3$. Les coefficients qui apparaissent dans le modèle dynamique s'écrivent alors $m^* = b\rho_m$, $B^* = Eb^3/12(1 - \nu_p^2)$ ($d^* = T^* = 0$). L'écoulement est celui de l'eau avec $U_\infty^* = 18\text{m}/\text{s}$, $\rho^* = 1025\text{kg}/\text{m}^3$ et $\nu^* = 1.37 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$. Les résultats de l'analyse de stabilité linéaire sont représentés sur la figure 6.

Ici, non seulement des instabilités de type ondes de Tollmien-Schlichting sont présentes mais également des ondes de surface. Des études exhaustives de stabilité linéaire pour des parois souples similaires sont discutées par exemple dans Carpenter [8]. L'existence d'une classe d'ondes de surface peut facilement être prédite en considérant l'équation (2)

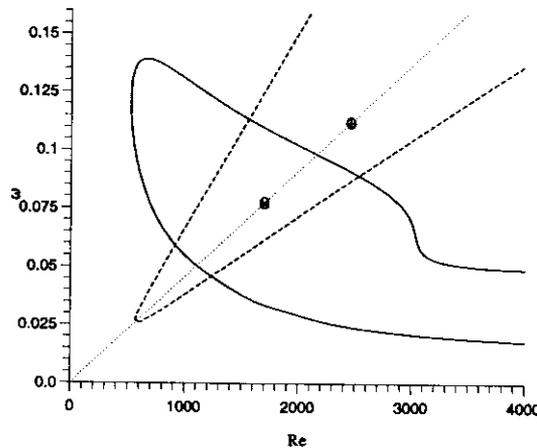


Figure 6 : Courbes de stabilité neutre, plaque flexible avec $b = 2\text{mm}$, $E = 0.5\text{MN/m}^2$ et $\kappa^* = 115\text{MN/m}^3$; — instabilités de Tollmien-Schlichting ; - - instabilités dues aux ondes de surface. Entrée \otimes à $Re = 1700$; Sortie \oplus à $Re = 2460$.

sans forçage extérieur. Une solution $\eta = \mathcal{R}(\eta_p(x) e^{i\omega t})$ existe alors pour des valeurs des paramètres telles que $\omega^2 m - \kappa > 0$, et dans ce cas $\eta_p(x) = \sin(\beta x)$ avec $\beta = \left(\frac{\omega^2 m - \kappa}{B}\right)^{1/4}$. Pour les paramètres de paroi considérés ici et une fréquence de perturbation de $\omega_0 = 0.078$ avec $Re = 1700$ (marqué sur la figure 6), on trouve $\beta = 0.0914$. La présence du fluide affecte cette solution, il s'ensuit une onde de surface plus ou moins instable. Un calcul de stabilité spatiale linéaire pour cette même fréquence et ce même nombre de Reynolds fournit les trois nombres d'onde instables suivants :

$$\alpha_1 = 0.0932 - i 0.0001536, \alpha_2 = 0.143 - i 0.001012, \alpha_3 = 0.237 - i 0.01016.$$

Le premier nombre d'onde complexe correspond au mode de paroi, le second est une onde de surface due à la présence du fluide et le troisième (le plus instable) correspond à l'onde de Tollmien-Schlichting.

Ici nous cherchons à nous rapprocher autant que possible d'une réalité expérimentale et par conséquent nous considérons une plaque flexible de longueur finie égale approximativement à $15\lambda_{TS}$. Le bord d'attaque de la paroi est localisé à une distance d'environ $3\lambda_{TS}$ de l'entrée où la perturbation est imposée, et adjacent au bord de fuite nous insérons de nouveau une partie rigide d'une longueur $6\lambda_{TS}$. Le domaine tampon possède une longueur de $3\lambda_{TS}$, ainsi le domaine de calcul a une longueur totale de $27\lambda_{TS}$. Un point critique est alors la nature des conditions aux bords imposées pour la déformation de la paroi. Le graphe η apparaît dans les équations de Navier-Stokes comme conséquence du changement de variables et pour que celui-ci possède une régularité raisonnable, il est naturel d'utiliser les conditions $\eta = \partial\eta/\partial x = 0$ aux bords (ce qui correspond à un encastrement de la paroi dans les parties rigides adjacentes). Le nombre de Reynolds à l'entrée est $Re = 1700$ pour la simulation spatiale (le point est marqué sur la figure 6) et la fin du domaine physique est localisée par rapport au diagramme de stabilité linéaire au point $Re = 2460$.

Le déplacement de la paroi, pour $t = 27\Lambda$, est représenté sur la figure 7, pour une amplitude à l'entrée de $A = 0.001$. L'interaction entre les différentes sources d'instabilité

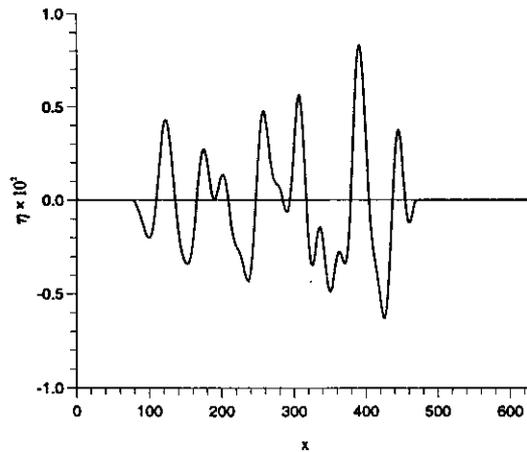


Figure 7 : Plaque flexible, développement spatiale à $t = 27\Lambda$ de la déformation de paroi η , partant de \otimes pour $Re = 1700$, avec $A = 0.001$ (cf. figure 6).

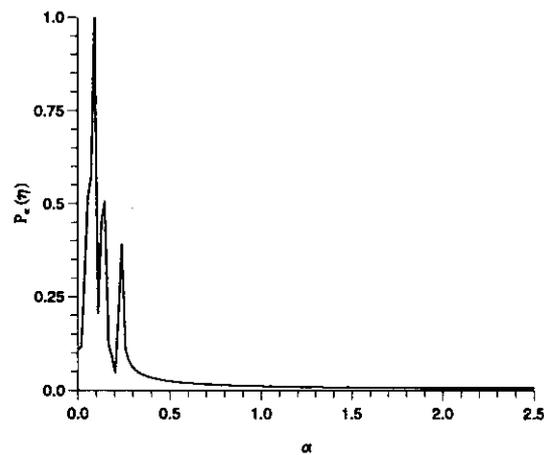


Figure 8 : Plaque flexible, transformée de Fourier du graphe η (cf. figure 7).

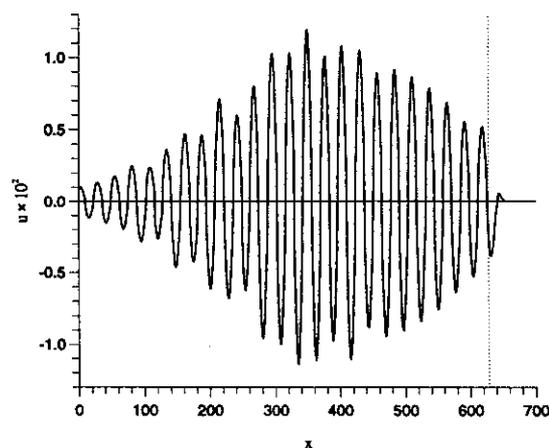


Figure 9 : Plaque flexible, $\max_y u(x, y)$ de la perturbation de vitesse longitudinale, pour $t = 27\Lambda$, partant de \otimes pour $Re = 1700$ (cf. figure 6). \cdots fin du domaine physique.

est visible sur le graphe (lequel est identiquement égal à zéro sur les parties rigides de part et d'autre de la paroi souple). Une transformée de Fourier (en espace) de la déformation (instantanée) de la paroi a été entreprise et le résultat de cette analyse est représenté sur la figure 8. Les trois pics correspondent en effet aux parties réelles des trois nombres d'onde complexes α_1 , α_2 et α_3 ci-dessus. Enfin, la figure 9 contient le maximum (suivant y) de la composante longitudinale du champ de vitesse, pour $t = 27\Lambda$. L'instabilité du fluide est clairement dominée par l'onde de Tollmien-Schlichting et de nouveau, la perturbation est supprimée dans le domaine tampon. Par ailleurs, le bord du domaine physique en aval est à l'extérieur du domaine linéairement instable par rapport aux ondes de Tollmien-Schlichting, ce qui explique la diminution de l'amplitude après le pic en $x = 340$.

4 Discussion

Une méthode numérique a été mise au point en vue de la description du développement de perturbations dans une couche limite le long d'une paroi souple. Contrairement à des études antérieures, le modèle numérique prend pleinement en compte des effets non parallèles dus à l'accroissement de la couche limite et au mouvement de la paroi, ainsi que les interactions non linéaires.

La simulation d'une membrane sous tension, qui avait été considérée antérieurement sous l'hypothèse d'un écoulement parallèle [Ehrenstein & Rossi [3]], a permis de mettre en évidence l'influence des nonlinéarités lors du couplage entre le fluide et la structure. Un travail récent de Lucey et al [9] a mis en évidence un phénomène similaire montrant l'apparition d'un mode de déformation globale de la surface.

Une simulation traitant des parois souples de longueur finie (plaque mince montée sur ressorts) a été capable de reproduire les différentes sources d'instabilités présentes dans ce système d'interaction fluide/structure. Cette modélisation numérique se rapproche ainsi d'une réalité expérimentale par sa résolution spatiale et son évolution conditionnée par l'interaction avec la paroi. Par ailleurs, Le modèle de paroi utilisé est considéré comme suffisamment représentatif pour fournir des résultats qualitatifs (Davies & Carpenter [10]).

Le modèle numérique présenté est ainsi proche d'une réalité expérimentale et les études paramétriques pour différentes parois pourront guider dans la conception de paroi souple en vue du contrôle de la transition. La prise en compte d'effets tridimensionnels, en utilisant un développement en modes de Fourier dans la direction transversale z , est en cours de développement.

Remerciements

Ce travail a été supporté par la DGA, Direction des Systèmes de Force et de la Prospective (Contrat ERS N97. 1046A./DSP). Une partie de ces calculs a été réalisée sur l'IBM/SP2 du CNUSC.

Références

- [1] Kramer, M.O., "Boundary layer stabilization by distributed damping", J. Amer. Soc. Nav. Eng. **74**, 341 (1962).
- [2] Carpenter, P.W. and Garrad, A.D. "The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part. 1 : Tollmien-Schlichting instabilities," J. Fluid Mech. **155**, 465 (1985).
- [3] Ehrenstein, U. and Rossi, M., "Nonlinear Tollmien-Schlichting waves for a Blasius flow over compliant coatings," Phys. Fluids **8**, 1036 (1996).
- [4] Streett, C.L. & Macaraeg, M.G., "Spectral multi-domain for large-scale fluid dynamic simulations," Int. J. of Appl. Num. Math. **6**, 239 (1989).
- [5] Joslin, R.D., Strett, C.L. and Chang C.L., "Spatial direct numerical simulation of boundary-layer transition mechanisms: validation of PSE theory," Theoret. Comput. Fluid Dyn. **4**, 271 (1993).
- [6] Rist, U. & Fasel, H., "Direct numerical simulation of controlled transition in a flat-plate boundary layer," J. Fluid Mech. **298**, 211 (1995).
- [7] Domaradzki, J.A. & Metcalfe, R.W., "Stabilization of laminar boundary layers by compliant membranes," Phys. Fluids **30**, 695 (1987).
- [8] Carpenter, P.W., "Status of transition delay using compliant walls," In *Viscous Drag Reduction in Boundary Layers*, Progress in Astronautics and Aeronautics, edited by D.M. Bushnell and J.N. Hefer (AIAA, New York) **123**, 79 (1990).
- [9] Lucey, A.D., Cafolla, G.J., Carpenter, P.W. & Yang, M., "The non-linear hydroelastic behaviour of flexible walls," J. Fluids Struct. **11**, 717 (1997).
- [10] Davies, C. & Carpenter, P.W. , " Numerical simulation of the evolution of Tollmien-Schlichting waves over finite compliant panels," J. Fluid Mech. **335**, 361 (1997).

