

7<sup>e</sup> JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

MARSEILLE - 8, 9, 10 MARS 1999

## Génération et absorption simultanées d'ondes de gravité dans un canal à houle numérique.

A.H. Clément\*, D.A. Martin

\*Laboratoire de Mécanique des Fluides, (CNRS UMR/6598), 1 Rue de la Noe, 44300 Nantes, FRANCE. Alain.Clement@ec-nantes.fr

**Résumé :** la génération et l'absorption simultanées des vagues à une extrémité d'un canal à houle bidimensionnel reste un problème délicat, aussi bien en bassin physique qu'en canal numérique. La méthode utilisée ici, dans le cadre des bassins numériques, consiste à juxtaposer à une méthode d'absorption déjà éprouvée, une méthode de génération par singularités internes discrètes. Jusqu'à maintenant, cette méthode était généralement fondée sur l'utilisation de singularités de type : source. On montre ici les avantages que l'on peut retirer en utilisant d'autres opérateurs, et en particulier le "doublet tournant" qui a l'avantage de générer un champ de vagues unilatéral.

**Abstract :** Simultaneous generation and absorption of waves in two dimensional tank is still a difficult problem, in physical and numerical models as well. The method presented here apply to numerical wave tanks. It consists in adding user-driven isolated discrete singularities in the fluid domain together with a previously validated method of wave absorption. Up to now, authors have used only Rankine sources in this purpose. We show here some advantages of using other kind of operators, and particularly the "spinning dipole" technique which is able to generate a one-sided wave field, preventing spurious reflexions upon the end tank boundary.

### Introduction

Tout comme dans les bassins et canaux à houle physiques, les "bassins numériques" (*Numerical Wave Tank* ou NWT dans la littérature anglo-saxonne) ont une étendue horizontale nécessairement limitée. Leur utilisation pour des simulations longues requiert donc, tout comme au réel, une bonne solution pour absorber au mieux les ondes sortantes et éviter que leur réflexion partielle ne vienne polluer la solution dans le domaine de calcul. Depuis de nombreuses années, des solutions à ce problème ont été proposées dans le cadre du développement des logiciels de

simulation de type bassins numériques. Il peut s'agir de conditions aux limites sur la surface verticale fermant le domaine de calcul (Orlanski, DtN, ...), d'étirement de maillage, de conditions de surface libre modifiées, ou bien encore de combinaison(s) de ces différentes techniques.

La plupart de ces techniques obtiennent des performances très satisfaisantes, pour ce qui est du problème de l'absorption seule. Dans le bassin numérique (**CANAL**) que nous développons au Laboratoire de Mécanique des Fluides depuis une dizaine d'années, nous utilisons à la fois une condition de type piston sur la surface verticale, et une condition de type "plage numérique" sur la surface libre (Clément 1996 [2]). Au fil des utilisations, cette méthode s'est révélée très efficace, aussi bien pour les ondes courtes que pour les ondes longues, du fait de la complémentarité de la bande passante de chacune des deux méthodes.

Quand on souhaite simuler, en bassin ou par le calcul, une houle incidente arrivant d'un milieu semi-infini, on est confronté au problème de la génération-absorption simultanées, puisqu'on doit tout à la fois émettre la houle depuis l'extrémité du canal vers le corps d'épreuve (génération), et absorber les vagues réfléchies par celui-ci (absorption).

Au plan physique, plusieurs modèles de générateurs-absorbeurs sont actuellement disponibles sur le marché. On a malheureusement peu de données précises sur leur efficacité réelle. Ils sont basés sur le principe de superposition des fonctions de transfert de l'absorption et de la génération, c'est à dire sur une approche fréquentielle linéaire. En d'autres termes, la houle incidente à absorber est connue en soustrayant au signal d'entrée mesuré le signal correspondant à la radiation des ondes générées par le batteur, calculé par l'intermédiaire de la théorie linéarisée au premier ordre. L'inconvénient majeur de cette méthode est que dans la réalité physique comme dans l'approche numérique non-linéaire, la perturbation, mesurée comme la différence entre un signal théorique et le signal réel, inclut des termes d'origine diverses qu'il est impossible de différencier. On aura ainsi en même temps les termes d'origine non-linéaire dus à la génération et ceux véritablement dus à la houle à absorber. La détection du signal correspondant à la perturbation à absorber est donc assez malaisée à réaliser dans les applications physiques. Il en sera de même a priori dans les programmes de simulation non-linéaire si l'on utilise cette méthode par soustraction du signal linéaire de radiation.

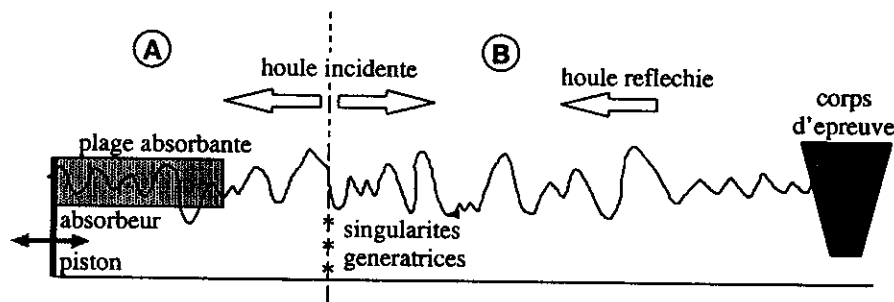


FIG. 1: Génération/Absorption simultanées: Schéma de principe

Dans les codes de calcul, on a heureusement la possibilité d'assurer la génération et l'absorption des vagues par des moyens distincts et indépendants. L'idée de la génération par singularités internes a été proposée par Brorsen et Larsen en 1987 [5]. Il s'agit d'introduire des singularités dans le domaine de calcul et de leur imposer une loi de débit déduite de la cinématique de la houle souhaitée. On obtient ainsi un générateur transparent aux ondes réfléchies par le corps d'épreuve ("transparent wavemaker" in: Grilli and Svendsen (1989) [6]). Ces auteurs ont utilisé la méthode dans un bassin numérique bidimensionnel pour y générer de la houle monochroma-

tique, ou encore des ondes solitaires. Nous l'avons récemment implémentée dans le logiciel de simulation d'écoulements bidimensionnels à surface libre **CANAL**, en la généralisant à tout type de singularités.

Jusqu'à présent, les auteurs utilisaient exclusivement des opérateurs de type source. Or nos résultats montrent que ce choix n'est pas le plus judicieux pour la génération d'ondes progressives de Stokes dans le canal. En effet, les sources de débit instationnaire, ainsi d'ailleurs que les doublets pulsants d'orientation fixe, génèrent des trains d'ondes simultanément vers la gauche et vers la droite. Si l'un de ces trains d'ondes est bien celui voulu par l'utilisateur, l'autre en revanche est "parasite" et doit être absorbé en même temps que les vagues radiées par le corps d'expérience (cf. Fig.1). Le nouvel outil que nous proposons n'induit pas ce problème parasite puisqu'il a la particularité de ne générer des ondes que dans une seule direction. Il s'agit de ce que nous avons appelé : le "doublet tournant". En plaçant un seul doublet de moment constant dans le canal, à mi-hauteur par exemple, et en donnant à son axe un mouvement de rotation uniforme, on génère de la houle monochromatique dans une seule direction. Cette houle prend naissance à la verticale du doublet, et sa période est bien entendu celle de la rotation imposée au doublet. La zone "en amont" du doublet reste calme, de telle sorte que même sans absorption dans cette zone (zone A Fig.1), la houle envoyée dans le canal (zone B) reste de très bonne qualité.

## 1 Le canal à houle numérique

### 1.1 formulation mathématique

Nous rappellerons tout d'abord brièvement la formulation mathématique du problème de la simulation d'un canal à houle numérique bidimensionnel, puis nous évoquerons rapidement la méthode Mixte Euler-Lagrange mise en oeuvre dans notre code **CANAL**. Les détails pourront être trouvés dans [1, 3, 4].

On se place dans le cadre des écoulements à potentiel des vitesses des fluides pesants parfaits à surface libre. L'approche se fait dans le domaine temporel, à partir de conditions initiales données qui seront, ici, le fluide au repos à  $t = 0$ . L'écoulement est dès lors irrotationnel (théorèmes de Kelvin-Helmoltz), et la vitesse des particules fluides dérive d'un potentiel scalaire  $\Phi(M, t)$ . On notera tout de suite que les grandeurs intervenant ici seront réduites par la hauteur d'eau  $h$  pour ce qui concerne les longueurs, et par  $\sqrt{h/g}$  pour le temps. Toutes les autres en découleront, ainsi les vitesses en  $\sqrt{gh}$ , les potentiels en  $h\sqrt{gh}$ , ...

Le domaine fluide  $\mathcal{D}$  définissant le canal à houle numérique est limité par le fond horizontal  $\mathcal{B}$  ( $Y = -1$ ), les murs verticaux  $\mathcal{L}$  à gauche et  $\mathcal{R}$  à droite, la surface mouillée instantanée du corps d'épreuve  $\mathcal{C}$ , et la surface libre  $\mathcal{F}$  dont les portions  $\mathcal{F}_L$  et  $\mathcal{F}_R$  supporteront les "plages d'absorption numérique".

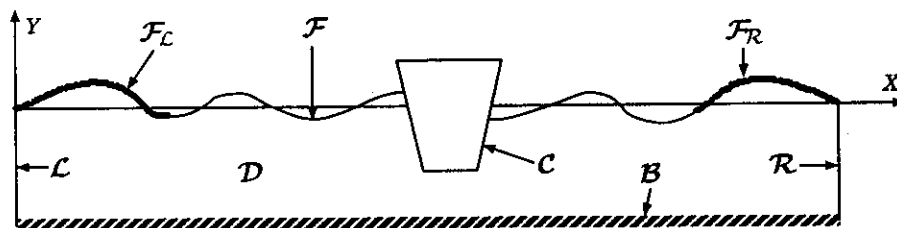


FIG. 2: Canal numérique: définitions

Sur les surfaces solides imperméables ( $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{C}$ ), la condition de glissement s'exprime par une condition de Neumann sur le potentiel, tandis que sur la surface libre nous aurons les conditions dynamique et cinématique habituelles. Le potentiel  $\Phi(M, t)$  est ainsi solution du problème initial aux limites suivant:

$$\Delta\Phi(M, t) = 0, \quad M \in \mathcal{D}, t \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{x}}{Dt} = \nabla\Phi, \quad M \in \mathcal{F}, t \geq 0 \quad (2)$$

$$\frac{D\Phi}{Dt} = -y + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2, \quad M \in \mathcal{F}, t \geq 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = w(t) \quad M \in [\mathcal{L} \cup \mathcal{R} \cup \mathcal{C}], t \geq 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad M \in \mathcal{B}, t \geq 0 \quad (5)$$

où  $w(t)$  est une donnée de Neumann pour le moment non précisée, et avec des conditions initiales:

$$\begin{aligned} \Phi(M, 0) &= 0, & M \in \mathcal{D}, \\ \mathbf{x}(M, 0) &= \mathbf{x}_0(M); \Phi(M, 0) = \Phi_0(M), & M \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

Sur la surface libre, l'opérateur  $\frac{D}{Dt}$  exprime ici la dérivée particulière. En résolvant le problème ainsi formulé, on aura donc un suivi lagrangien des particules de la surface libre, et une représentation eulérienne sur les surface solides; c'est ce qui a conduit les promoteurs de cette méthode [9] à la baptiser: méthode *Mixte Euler-Lagrange*, ou *MEL* en abrégé.

La résolution numérique passe par une première discrétisation du temps, qui permet d'intégrer les équations différentielles ordinaires: (2) et (3). La solution de la première permet de faire évoluer la géométrie du domaine, tandis que la seconde permet d'y actualiser la condition de Dirichlet sur le potentiel  $\Phi$ . La résolution est faite par un algorithme de type Runge-Kutta 4ème ordre.

A chaque pas de temps, l'application de la seconde formule de Green au potentiel  $\Phi(M, t)$  et à la fonction de Green  $G_s(M, M') = \frac{1}{2\pi} \log |MM'|$  conduit à l'équation intégrale:

$$\frac{\alpha}{2\pi} \Phi(M) = \int_{\partial\mathcal{D}} \left[ \Phi \frac{\partial G}{\partial n'} - G \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \right] dl' \quad M \in \partial\mathcal{D}, \forall t \geq 0 \quad (6)$$

où  $\alpha$  désigne l'angle des tangentes à la surface au point  $M$  considéré ( $\alpha = \pi$  en dehors des points anguleux du contour). Cette équation intégrale est résolue par une méthode de singularités de Rankine d'ordre 1. On notera que (6) est de première ou de seconde espèce selon que le point courant  $M$  est sur la surface libre ou (resp.) sur une surface solide. On trouvera dans les références déjà citées les détails de notre implémentation de la méthode. Citons-en brièvement ici les principales caractéristiques:

- densités linéaires de sources et de doublets normaux,
- technique du point double à l'intersection surface libre/surface solide,
- un ou plusieurs corps fixes ou flottants, perçant ou non la surface libre,
- fond plan pris en compte par la méthode des images,

- adaptation dynamique du pas de temps,
- remaillage dynamique des surfaces solides.

Dans la version initiale, la génération de la houle était assurée par le mouvement d'une des deux extrémités verticales, (ou des deux simultanément [4]), selon un mouvement librement défini par l'utilisateur. Cette méthode avait l'avantage de reproduire la génération par batteur en bassin de houle, ce qui peut être très utile quand l'objet de la simulation numérique est justement de reproduire le plus fidèlement possible un essai en bassin. Mais, comme nous l'avons expliqué plus haut, cette méthode souffre du même inconvénient au plan numérique qu'au plan physique, à savoir que les ondes radiées par le corps sont re-réfléchies sur la surface du batteur, et viennent se mêler à la houle incidente ce qui en modifie les caractéristiques et oblige à arrêter l'essai. La technique de génération par des singularités isolées, qui sera exposée dans les sections suivantes, permet de s'affranchir de ce problème et de consacrer la surface du batteur à l'absorption dynamique, comme nous allons le voir maintenant.

## 1.2 Absorption par couplage: *Plage absorbante+piston actif*

Dans le bassin numérique (**CANAL**) que nous développons au Laboratoire de Mécanique des Fluides depuis une dizaine d'années, nous utilisons à la fois une condition de type piston sur les surfaces verticales  $\mathcal{L}$  et/ou  $\mathcal{R}$ , et une condition de type "plage numérique" sur la surface libre (Clément 1996 [2]). L'avantage de cette méthode couplée est qu'elle combine naturellement un filtre passe-haut et un filtre passe-bas, ce qui la rend efficace sur une très large bande de fréquences sans qu'il y ait besoin de l'accorder par rapport au contenu spectral de l'onde incidente à absorber.

### 1.2.1 La "plage numérique"

Il s'agit ici de modifier la condition de surface libre dynamique 3 sur la portion terminale de la surface libre ( $\mathcal{F}_L$  ou  $\mathcal{F}_R$ , Fig:2), en y ajoutant un terme artificiel dissipatif proportionnel à la vitesse normale de cette surface. Celle-ci devient alors:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = -y + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 - \nu(x)\frac{\partial\Phi}{\partial n}, \quad M \in \mathcal{F}_L \cup \mathcal{F}_R, t \geq 0 \quad (7)$$

avec, sur  $\mathcal{F}_L$ :

$$\nu(x) = \beta \left[ \frac{(x-L)^2}{2L} + \frac{(x-L)^3}{3L^2} \right]$$

,  $L$  représentant la longueur de la zone, et  $\beta$  un paramètre d'amortissement. Cette méthode a prouvé son efficacité pour peu que la transition entre la surface libre non modifiée, et la zone absorbante soit suffisamment douce. La fonction  $\nu(x)$  choisie ici a ses deux dérivées nulles à l'entrée et à la sortie de la zone absorbante. Dans le code **CANAL** on a typiquement:  $L = 2$ ,  $\beta = 0.2$ . On comprend aisément que, pour une longueur de "plage" donnée, la houle sera d'autant mieux amortie que sa longueur d'onde sera petite vis à vis de la plage; d'où l'efficacité constatée en haute fréquence.

### 1.2.2 Le piston actif, absorbeur d'ondes longues

Nos travaux relatifs au contrôle en temps réel des absorbeurs dynamiques pour bassins de houle ([12][13]) ont servi de base à cette seconde méthode. On a montré en particulier que, dans le cadre de la théorie linéarisée en approche fréquentielle, la fonction de transfert entre la vitesse de translation de l'absorbeur idéal et la force hydrodynamique exercée sur le panneau tendait vers 1 quand la fréquence de l'onde incidente tend vers 0. En transposant ce résultat asymptotique à la présente approche instationnaire non-linéaire, cela nous a conduit à adopter une loi de réaction du piston donnée par

$$\bar{W}(t) = \int_{-1}^{\eta(t)} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \bar{n} dy \quad M \in [\mathcal{L} \cup \mathcal{R}] \quad (8)$$

ce qui fournit à tout instant la condition de Neumann sur la surface du(/des) piston(s) absorbeur(s) par (4). L'implémentation de (8) nécessite la connaissance de la pression dynamique  $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$  sur les surfaces  $\mathcal{L}$  et  $\mathcal{R}$  à l'instant  $t$ . Le couplage fort de l'équation de la dynamique de l'absorbeur (8) et du problème hydrodynamique en  $\Phi(t)$  par (4) ne permet pas de se satisfaire d'un schéma de différence finies pour estimer ce terme en ligne. Aussi est-on amené à résoudre un problème initial aux limites en  $\Phi(t)$  parallèlement au problème en  $\Phi$ . Notons pour simplifier:  $\Psi = \Phi(t)$ , le nouveau problème se pose ainsi:

$$\Delta \Psi(M, t) = 0, \quad M \in \mathcal{D}, t \geq 0 \quad (9)$$

$$\Psi = -y - \frac{1}{2}(\nabla \Phi)^2, \quad M \in \mathcal{F}, t \geq 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = \left[ \dot{w}(t) \pm w(t) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right] \quad M \in [\mathcal{L} \cup \mathcal{R}], t \geq 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0 \quad M \in \mathcal{B}, t \geq 0 \quad (12)$$

$$+\text{conditions initiales} \quad (13)$$

À l'instant  $t$ , la résolution de ce second problème aux limites peut être entreprise dès lors que le problème en  $\Phi$  a été résolu. Après évaluation des dérivées partielles tangentielles premières et secondes du potentiel par des schémas discrets, on a explicitement une condition de Dirichlet sur la surface libre, et une condition de Neumann sur les parois verticales des absorbeurs. A propos de cette dernière, on notera qu'au moment de la résolution du problème  $\Psi$ ,  $w(t)$  n'est pas connu puisqu'il est lié à la solution par (8). La linéarité des opérateurs (Laplace et conditions aux limites) permet de passer cet obstacle en résolvant, dans la géométrie imposée  $\mathcal{D}(t)$ , pour deux problèmes séparément: l'un,  $\Psi_0$ , assurant la condition de surface libre avec une condition de Neumann homogène sur l'absorbeur, l'autre,  $\Psi_1$ , avec une condition dirichlet homogène de surface libre et une condition de Neuman unitaire sur l'absorbeur. La solution totale étant finalement obtenue grâce à (11) par:

$$\Psi = \Psi_0 + \left[ \dot{w}(t) \pm w(t) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right] \Psi_1 \quad (14)$$

Comme peut le laisser prévoir l'argument asymptotique avancé plus haut, les résultats obtenus par la loi de réaction simplifiée (8) du piston sont naturellement excellents pour les basses fréquences ( $\omega \sqrt{h/g} < 1$ ), et se dégradent rapidement quand la fréquence augmente (cf. Fig.4 in [2]).

### 1.2.3 efficacité de la méthode d'absorption couplée

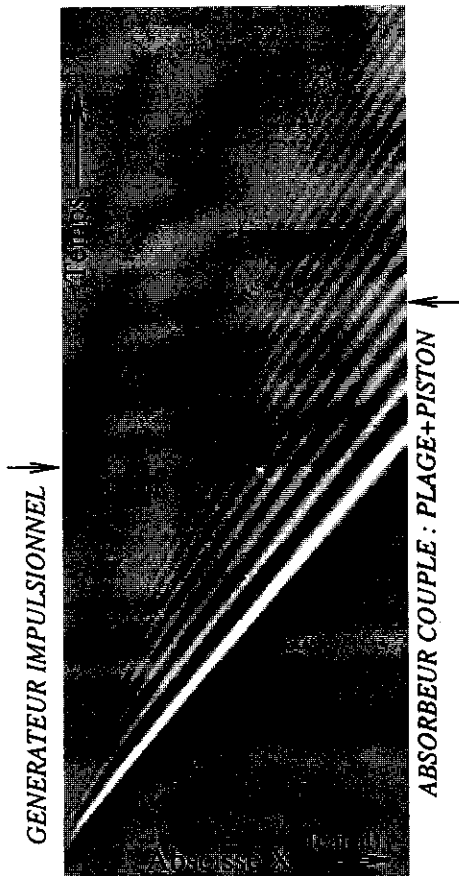


FIG. 3: Absorption d'un paquet d'ondes à large spectre - méthode couplée plage+piston.  
absorption simultanée.

La figure (3) illustre l'efficacité de la méthode. Il s'agit de l'évolution dans le temps de la surface libre d'un canal bidimensionnel excité à son extrémité gauche par le mouvement impulsif d'un batteur piston, et muni à son extrémité droite du dispositif couplé: plage + piston. L'excitation impulsif étant spectralement très riche et compte tenu de la nature dispersif des ondes de gravité, on a un étalement du champ de vagues dans le temps et dans l'espace. Ainsi, à l'extrémité opposée où est installé le dispositif absorbant, la fréquence des ondes incidentes varie continuellement, les grandes ondes arrivant les premières, puis les moyennes, puis les petites, ... Ce type de test est donc très intéressant pour avoir un aperçu des performances de l'absorbant sur une large gamme de fréquences tout en travaillant en domaine temporel.

On ne distingue ici, à l'oeil, aucune réflexion. Une mesure précise a montré que le coefficient d'absorption (en amplitude) est partout meilleur que 93% sur toute la gamme des fréquences utiles, aussi bien en modélisation linéaire qu'en non-linéaire (cf.[2]).

En nous basant sur cette méthode considérée comme suffisamment efficace, quoique bien sûr toujours perfectible, nous nous sommes attaqué au problème plus ardu de la génération-

## 2 Génération par singularités isolées

Pour mettre en oeuvre la méthode décrite dans l'introduction, on va maintenant introduire dans le canal numérique des singularités isolées. Leurs caractéristiques (position, intensité, ...) seront déterminées à l'avance par l'utilisateur selon le type de vagues souhaité dans le canal. L'objectif étant toujours la simulation temporelle en modélisation totalement non-linéaire, l'intensité mais aussi la position de ces singularités pourront varier dans le temps.

### 2.1 sources

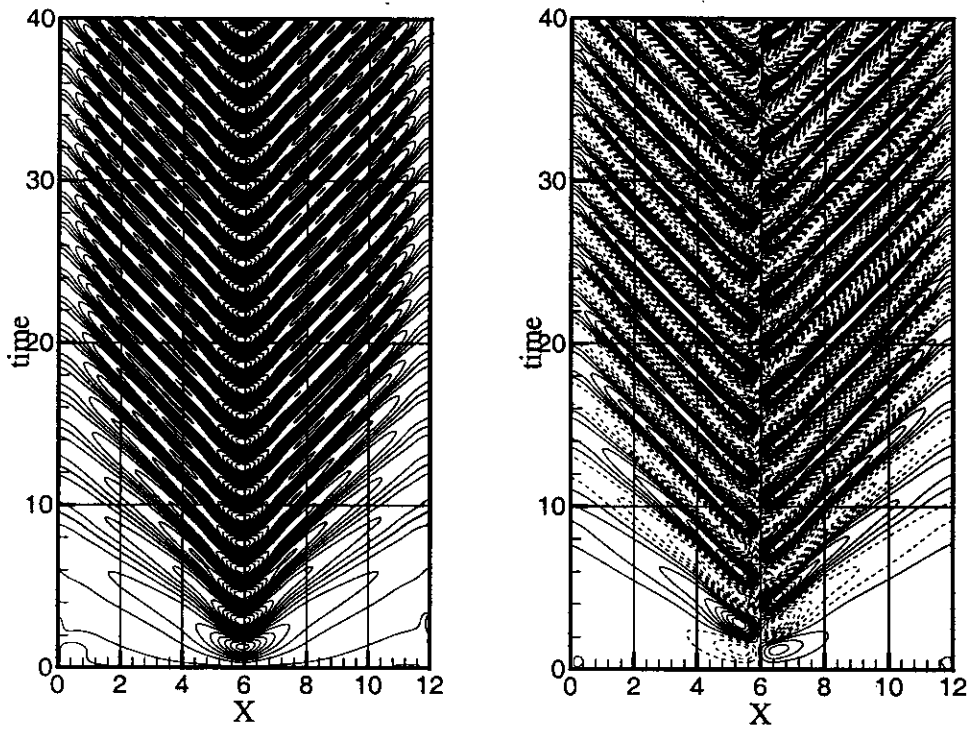
C'est la méthode initialement proposée par Brorsen et Larsen [5]. Une source, placée au point  $P$  d'affixe  $Z'_s(t)$  et de débit  $q(t)$  génère le potentiel  $qG_s(MP)$ , soit

$$\Phi_s = \frac{q}{2\pi} \log |MP| = \frac{q}{2\pi} \Re \{ \log(Z - Z'_s) \} \quad (15)$$

Soit  $N_s$  le nombre de sources réparties dans le domaine  $\mathcal{D}$ , l'équation intégrale (6) devient:

$$\frac{\alpha}{2\pi}\Phi(M) = \int_{\partial\mathcal{D}} \left[ \Phi \frac{\partial G_s}{\partial n'} - G_s \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \right] dl' + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{q_i}{2\pi} \Re \{ \log(Z - Z'_i) \} \quad M \in \partial\mathcal{D}, \forall t \geq 0 \quad (16)$$

A titre d'illustration, nous présentons sur la figure (4,a) le résultat d'une telle séquence de simulation pour un bassin de longueur  $L = 12$  avec une seule source fixe placée en son milieu à la cote  $Y = -0.5$ . Le débit de la source est sinusoïdal à la fréquence réduite  $\Omega = 2$ ; la simulation est totalement non-linéaire. A chaque extrémité du canal, la méthode d'absorption couplée décrite plus haut à été activée de manière à éviter toute réflexion vers le milieu du domaine fluide.



(a) source fixe

(b) tourbillon fixe

FIG. 4: Génération par singularités fixes discrètes

La source constitue effectivement un excellent générateur de vagues comme avaient pu le constater les auteurs déjà cités [5][6][7]. On observe également sur la figure (4,a) la symétrie du champ de vagues radié par la source, symétrie naturelle due à la topologie radiale de la cinématique engendrée par ce type de singularité.



## 2.2 tourbillons

Si l'on envisage plutôt l'introduction de tourbillons ponctuels d'intensité  $\gamma(t)$  au point  $P$  d'affixe  $Z'_v(t)$ , on aura une contribution au potentiel total donné par:

$$\Phi_v = \frac{\gamma}{2\pi} \Im \{ \log(Z - Z'_v) \} \quad (17)$$

de telle sorte que pour  $N_v$  tourbillons ponctuels dans  $\mathcal{D}$ , on a:

$$\frac{\alpha}{2\pi} \Phi(M) = \int_{\partial\mathcal{D}} \left[ \Phi \frac{\partial G_s}{\partial n'} - G_s \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \right] dl' + \sum_{k=1}^{N_v} \frac{\gamma_k}{2\pi} \Im \{ \log(Z - Z'_k) \} \quad M \in \partial\mathcal{D}, \forall t \geq 0 \quad (18)$$

C'est la figure voisine (4,b) qui représente le champ de vagues créé par un tourbillon ponctuel d'intensité sinusoïdale à la même fréquence que la source et placé au même point fixe. D'une façon qualitative, on voit que cet opérateur constitue également un bon générateur discret. Par contre, vue la nature du champ de vitesse créé par le tourbillon ponctuel, le champ de vagues est maintenant antisymétrique. Pour mieux le visualiser, nous avons tracé en pointillé les lignes de cote négative sur la figure (4,b).

## 2.3 doublets

On introduit enfin des doublets définis par leur direction  $\alpha(t)$  et leur moment  $m(t)$ . Pour un tel doublet placé en  $P$  d'affixe  $Z'_d(t)$ , on a le potentiel:

$$\Phi_d = -\frac{m}{2\pi} \Re \left\{ \frac{e^{i\alpha}}{Z - Z'_d} \right\} = -\frac{m \cos(\alpha - \theta)}{2\pi r} \quad (19)$$

si  $Z - Z'_d = r e^{i\theta}$ . Soit  $N_d$  le nombre de doublets répartis dans le domaine  $\mathcal{D}$ , l'équation intégrale (6) devient maintenant:

$$\frac{\alpha}{2\pi} \Phi(M) = \int_{\partial\mathcal{D}} \left[ \Phi \frac{\partial G_s}{\partial n'} - G_s \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \right] dl' - \sum_{j=1}^{N_d} \frac{m_j}{2\pi} \Re \left\{ \frac{e^{i\alpha_j}}{Z - Z'_j} \right\} \quad M \in \partial\mathcal{D}, \forall t \geq 0 \quad (20)$$

Bien évidemment, si l'on adopte un doublet de direction fixe et d'intensité oscillante, on va retrouver un générateur dissymétrique selon l'inclinaison de son axe sur l'horizontale. Un tel doublet oscillant horizontal engendrera un écoulement antisymétrique amont/aval, alors que l'écoulement sera symétrique dans le cas du doublet vertical.

Observons maintenant l'évolution du vecteur vitesse en un point fixe  $M(X, Y)$  du canal en présence d'une houle décrite par le potentiel d'Airy. L'extrémité de ce vecteur va décrire une ellipse d'autant plus aplatie que le point est situé plus profond et que la longueur d'onde est grande. En effet, les composantes de cette vitesse se déduisant directement de l'expression du potentiel on a:

$$\Phi_x = AM_0 \frac{\cosh M_0(Y+1)}{\cosh M_0} \sin(M_0 X - \Omega t) \quad (21)$$

$$\Phi_y = -AM_0 \frac{\cosh M_0(Y+1)}{\cosh M_0} \tanh M_0(Y+1) \cos(M_0 X - \Omega t) \quad (22)$$

de sorte que le vecteur vitesse fait à l'instant  $t$  un angle  $\theta$  avec l'horizontale défini par:

$$\tan \theta = -\frac{\tanh M_0(Y+1)}{\tan(M_0X - \Omega t)}$$

Son module quant à lui est proportionnel à l'expression:

$$\sqrt{\sin^2(M_0X - \Omega t) + \tanh^2 M_0(Y+1) \cos^2(M_0X - \Omega t)}$$

L'excentricité de l'ellipse est donc  $\epsilon = \tanh M_0(Y+1)$ .

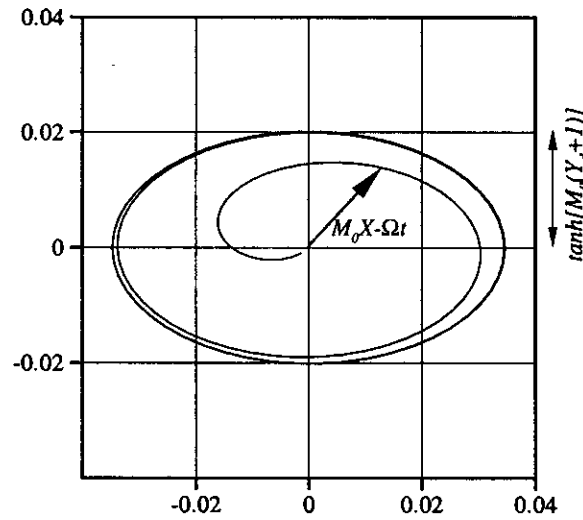


FIG. 5: trajectoire du moment complexe du doublet tournant avec sa rampe de départ pour  $\Omega = 1$  ( $\lambda/h = 5.237$ ).

L'idée de la génération par doublet tournant est de contraindre l'écoulement à reproduire, au moins localement autour de la singularité, cette cinématique qui va par la suite se propager de façon naturellement unilatérale à tout le fluide.

Dans l'exemple ci-dessous, on utilise un seul doublet tournant, mais rien n'empêche de raffiner la méthode en utilisant un petit nombre. On restera néanmoins attentif au fait que la "transparence" du dispositif aux ondes réfléchies par le corps (fig.1) nécessite de se limiter à un petit nombre de singularités; en utilisant un trop grand nombre de singularités sur une verticale, on arriverait à bloquer cette onde sur une cinématique imposée partout, et finalement à la réfléchir en partie.

En régime établi on impose au moment du doublet de se comporter comme la vitesse locale définie par (22). La figure (5) montre la trajectoire de l'extrémité du moment d'un tel dipôle à partir de  $t=0$ , incluant une rampe de type exponentielle destinée à adoucir le régime transitoire au démarrage.

Nous avons testé cette technique dans les mêmes conditions que pour les sources et les tourbillons. Sur la figure (6,a) on observe le champ de vagues généré par un doublet tournant

et par suite la divergence du code de calcul. Par contre, en utilisant la technique du doublet tournant, on n'envoie pas de houle vers l'arrière, et on s'affranchi ainsi de ce risque.

La méthode a été implémentée dans notre bassin à houle numérique **CANAL**, et a été testée par des simulations non-linéaires de séquences d'interaction houle/structure fixe de longue durée. Le résultat d'une telle séquence est comparé ici au résultat d'un essai (numérique) classique dans lequel on utilise un générateur piston comme batteur de houle. Le corps d'épreuve est ici une paroi verticale épaisse, fixe, partiellement immergée (son extrémité inférieure se situe à  $Y = -.3$ ). La barre grise à  $X = 6$  sur la figure ci-dessous correspond à la trace de ce corps au cours du temps.

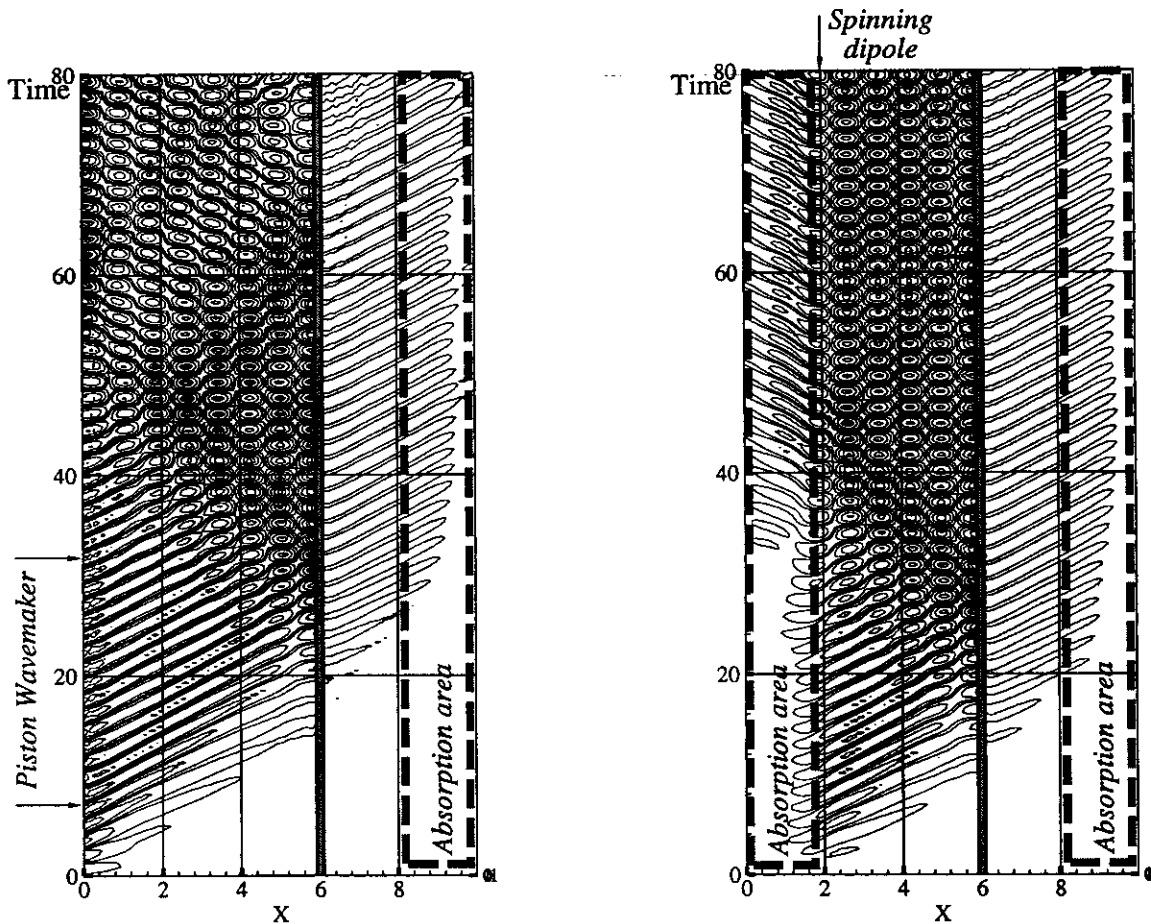
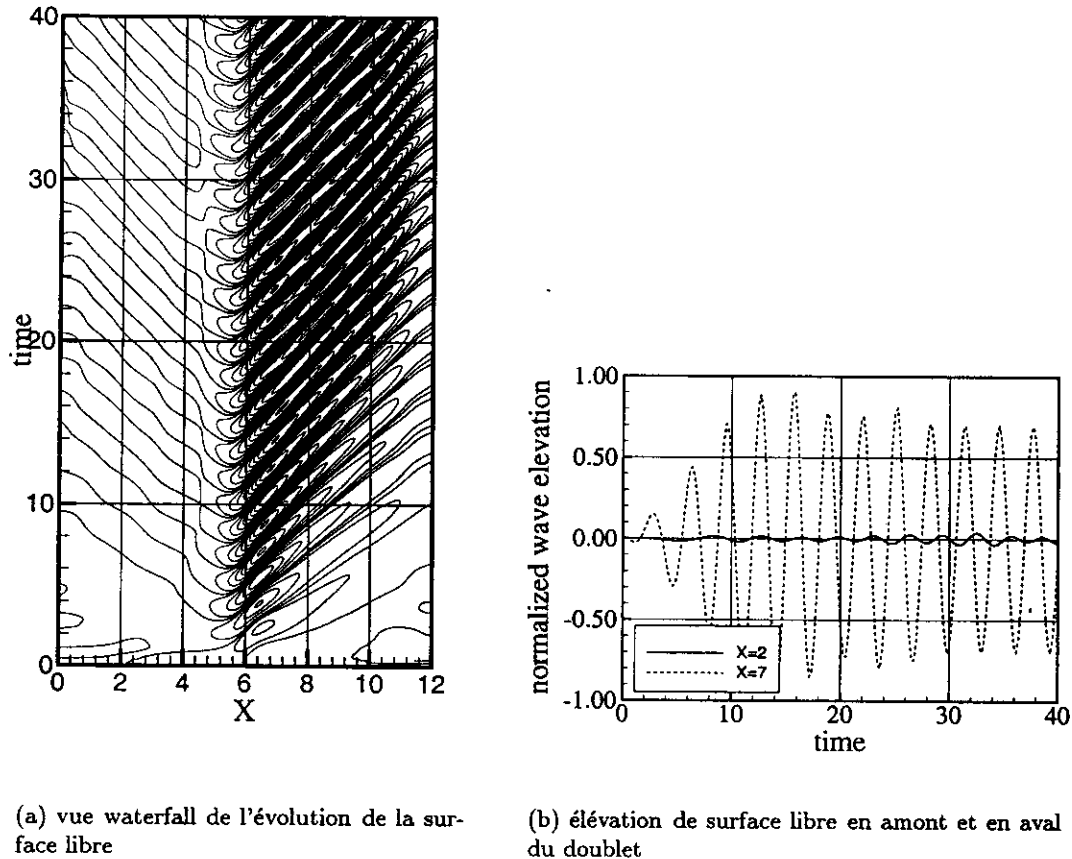


FIG. 7: *diffraction d'une houle monochromatique ( $\Omega = 2$ ) par un corps perçant la surface libre; gauche: batteur piston, droite: doublet tournant.*

Sur la figure (7) nous présentons de cette comparaison avec à gauche la séquence de génération classique (batteur piston à une extrémité du bassin et plage absorbante à l'autre extrémité), et à droite la même séquence où la houle est générée par le dispositif: doublet tournant+plage absorbante+absorbeur piston.

Dans l'essai classique, les vagues provenant de la réflexion partielle se re-réfléchissent sur le batteur à partir de  $T \cong 50$ , et viennent polluer la houle incidente de telle sorte que la houle

( $\Omega = 2$ ) placé au milieu d'un canal de longueur  $L = 12$ . La propriété recherchée de génération unilatérale y apparait très clairement.



(a) vue waterfall de l'évolution de la surface libre

(b) élévation de surface libre en amont et en aval du doublet

FIG. 6: *générateur doublet tournant*

Sur la figure (6,b), on a tracé deux coupes de la figure (6,a) respectivement à  $X = 2$  et  $X = 7$ . Les enregistrements correspondent aux signaux normalisés qu'auraient délivrés deux sondes placées en ces points. On constate sur cet exemple que le signal amont ( $X = 2$ ) n'excède pas 5% du signal aval ( $X = 7$ ). On se gardera néanmoins de généraliser ce résultat qui dépendra a priori de l'amplitude et de la fréquence de la houle.

### 3 Génération-absorption simultanées

Cette propriété du doublet tournant peut se révéler très avantageuse quand on utilise cette méthode de génération couplée à une méthode d'absorption comme il a été décrit dans l'introduction. En effet, dans la zone **A** de la figure (1), l'onde issue des singularités génératrices se combine avec l'onde issue du corps d'épreuve. Lors de cette combinaison, selon les phases de ces deux trains de vagues, on peut alors obtenir des niveaux d'amplitude provoquant le déferlement,

arrivant sur le corps d'épreuve à partir de  $T \cong 70$  est très dégradée. Avec la génération par singularité discrète comme le doublet tournant (figure de droite), on observe une très grande stabilité dans le temps de la houle incidente sur le corps, ce qui permet de procéder à des essais beaucoup plus longs dans un canal de longueur donnée, ou d'utiliser un bassin plus court.

La génération de houles polychromatiques par la même méthode a été testée avec succès. Il faut noter cependant que la propriété de génération unilatérale se dégrade à mesure que l'on descend vers les fréquences basses du spectre. Nous avons retenu le principe d'associer un seul doublet tournant à chaque composante discrète du spectre de houle souhaité. Chaque doublet fonctionne indépendamment comme exposé ci-dessus. Comme nous avons choisi la cote de chacun en fonction du nombre d'onde de chaque raie, tous les doublets ont des supports distincts. Dans ces conditions, la méthode a donné de bons résultats en houle polychromatique.

## 4 Conclusion

On a vu comment la technique numérique de génération de vagues par sources internes de Brorsen et Larsen [5] pouvait être étendue à l'utilisation d'autres types de singularités. Parmi les variantes ainsi introduites, on retiendra plus particulièrement la technique dite : du doublet tournant, qui a la propriété de générer les vagues unilatéralement, laissant le plan d'eau au repos du côté opposé. Le générateur de vagues ainsi constitué est transparent aux ondes émises par le corps d'épreuve. En le couplant à un absorbeur numérique efficace formé de l'association d'une plage numérique et d'un piston actif, on obtient un ensemble générateur-absorbeur de vagues robuste. La technique, testée ici en théorie totalement non-linéaire s'étend bien sûr aux approches temporelles linéaire du problème.

## Références

- [1] A.H. Clément (1991): " Exemples de simulations d'écoulements instationnaires non-linéaires a surface libre par la méthode mixte Euler-Lagrange"; *Proc. 3emes Journées de l'Hydrodynamique*. Grenoble, pp69-83.
- [2] A.H. Clément (1996): Coupling of Two Absorbing Boundary Conditions for 2D Time-domain Simulations of Free Surface Gravity Waves. *J. Comp. Physics* , vol126, pp139-151.
- [3] A.H. Clément (1997) "Dynamic Non-Linear Response of OWC Wave Energy Devices." *International Journal of Offshore Polar Engineering*, Vol 7-2, pp. 12-17
- [4] A.H. Clément and L. Gil (1997) "Numerical Simulation of Short Wave-Wave Interaction" *7th Int. Offshore and Polar Engineering Conf. ISOPE97*, Honolulu , volIII, pp92-97
- [5] M. Brorsen, J. Larsen (1987): Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method. *Coastal Engineering*, 11, pp93-113.
- [6] S. Grilli and I.A. Svendsen, (1989), The Modelling of Highly Nonlinear Waves: Some Improvements to the Numerical Wave Tank. In *Proc. 11th Int. Conf. On Boundary Elements*; Cambridge, Mass
- [7] T. Ohyama and K. Nadaoka (1991), Development of a numerical wave tank for analysis of nonlinear and irregular wave field. *Fluid Dynamics Res.*, 8, pp231-251.

- [8] H. A. Schäffer, T. Stolborg, P. Hyllested, (1994): Simultaneous generation and active absorption of waves in flumes. *Proc. Intern. Symp. Waves-Physical and Numerical Modelling*. University British Columbia, Vancouver.
- [9] M.S. Longuet-Higgins, E.D. Cokelet, (1976): The deformation of steep surface waves on water - I. A numerical method of computation. *Proc. Royal Soc. London*. A350.
- [10] G.R. Baker, D.I. Meiron and S.A. Orszag, (1982): *J.Fluid Mech.* 123.
- [11] R. Cointe, (1989): Nonlinear simulation of transient free surface flows. *Proc. 5th Int. Conf. Numer. Ship Hydrod.*, Hiroshima.
- [12] C. Maisondieu, A.H. Clément (1993): A realizable force feedback-feedforward control loop for a piston wave absorber. *Proc. 8th Int. Workshop Water Waves & Floating Bodies; pp79-82*. St John's Newfoundland.
- [13] A.H. Clément, C. Maisondieu (1993): Comparison of time-domain control laws for a piston wave-absorber. *Proc. European Wave Energy Symposium*, pp117-122. Edimburgh.