

7^e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

MARSEILLE - 8, 9, 10 MARS 1999

CALCUL PAR UNE APPROCHE CHIMÈRE DE LA MISE EN IMPULSION D'UN ÉCOULEMENT INCOMPRESSIBLE DE FLUIDE VISQUEUX AUTOUR DE PLUSIEURS CYLINDRES

Emmanuel GUILMINEAU, Boris PAPIN et Patrick QUEUTEY

Division Modélisation Numérique, Laboratoire de Mécanique des Fluides, CNRS-UMR 6598
Ecole Centrale de Nantes, B.P. 92101, 44321 NANTES CEDEX3

Tél : 02 40 37 16 81

Fax : 02 40 37 25 23

e-mail : Boris.Papin@ec-nantes.fr

Résumé

L'écoulement incompressible et instationnaire de fluides visqueux autour de cylindres côte-à-côte est calculé par une approche chimère. Les comparaisons aux données expérimentales concernent la mise en impulsion de l'écoulement jusqu'à $t^* (= tU_\infty/D) = 6$ pour deux et trois cylindres de même diamètre dont l'espacement varie de $T/D = 1.5$ à $T/D = 3.0$ et portent sur la positions des premiers tourbillons formés.

Abstract

Numerical calculations of the incompressible and unsteady flow around side-by-side cylinders are achieved using a chimera approach. Comparisons with experimental data are studied for the impulsively-started flow field up to $t^* (= tU_\infty/D) = 6$ around two and three circular cylinders over a transverse pitch ratio range of $T/D = 1.5 - 3.0$. These comparisons deal with the position of the first appearing vortexes.

1 Introduction

L'interaction des systèmes tourbillonnaires dans le sillage de plusieurs cylindres engendre des efforts instationnaires complexes dépendant fortement de la distance T qui les sépare. Lorsque l'écoulement est établi, on peut distinguer deux types de comportements limites [1]. Si les cylindres sont collés ou très proches, les tourbillons internes A (figure 1) sont faibles et tendent à disparaître. Les efforts exercés sur les cylindres sont alors en opposition de phase et, au regard de la fréquence de lâcher, le système se rapproche d'un cylindre isolé de diamètre $2D$ (cas a, figure 2). A l'opposé, lorsqu'ils sont suffisamment distants, chaque cylindre conserve son comportement, les efforts sont en phase et la fréquence de lâcher du système reste celle d'un cylindre unique de diamètre D (cas b, figure 2). Entre ces deux cas extrêmes, les intermédiaires foisonnent et l'étude expérimentale de mise en impulsion menée par Sumner et al. [2] montre bien avec quelle rapidité la symétrie entre les tourbillons A et B de chaque cylindre est brisée. Les résultats expérimentaux comprennent cinq cas à deux corps ($T/D = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ et 3.0) et trois à trois corps ($T/D = 1.0, 1.5$ et 2.0) et s'intéressent au développement de l'écoulement de $t^* (= tU_\infty/D) = 0$ jusqu'à $t^* = 6$. Le nombre de Reynolds basé sur D et U_∞ varie suivant les cas de $Re = 2000$ à $Re = 2800$.

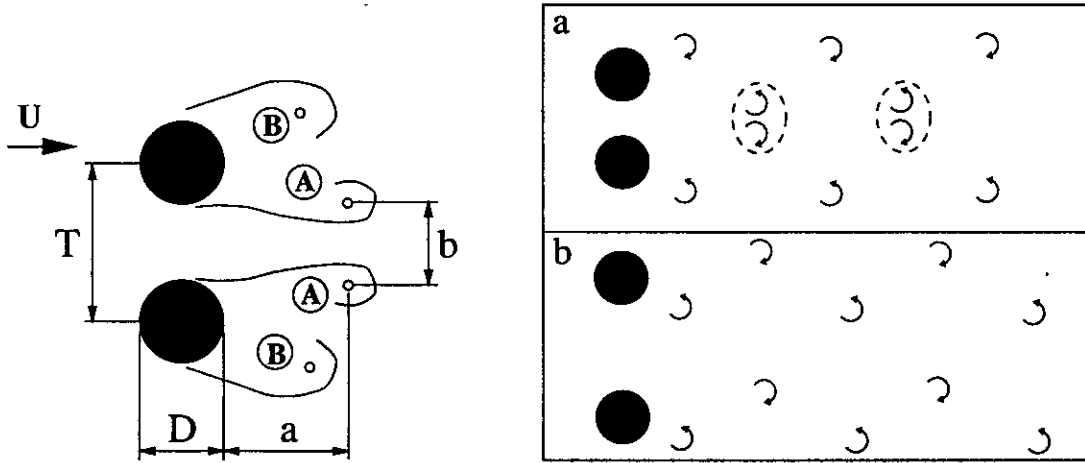


FIG. 1: Cas à 2 cylindres : notations FIG. 2: Deux possibilités d'arrangement des sillages

2 Méthode numérique monobloc : code ATON

Nous considérons les équations de Navier-Stokes sous forme conservative :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j U_k + \delta_{jk} p - \frac{1}{Re} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{u_j u_k}) = 0 \quad (2)$$

où sont introduits les composantes cartésiennes de vitesse U_k , la pression p , les composantes cartésiennes du tenseur de Reynolds $\overline{u_j u_k}$ et le nombre de Reynolds Re .

Afin de pouvoir traiter des géométries complexes, nous passons en coordonnées curvilignes (ξ^1, ξ^2, ξ^3) à l'aide d'une transformation partielle. Cela introduit les coefficients métriques b_j^i, a_j^i et le Jacobien J , mais permet de conserver les coordonnées cartésiennes des inconnues :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial (b_j^i U_j)}{\partial \xi_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(b_j^i (U_j U_k + \delta_{jk} p - \frac{a_m^j}{Re} \frac{\partial U_k}{\partial \xi_m} + \overline{u_j u_k}) \right) = 0 \quad (4)$$

Le code monobloc **ATON**, implicite en temps et en espace, repose sur une méthode de volumes finis au second ordre formel. La disposition des inconnues étant collocative ("cell-centered"), l'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle fait intervenir des flux de vitesse inconnus (situés aux interfaces) qui sont reconstruits physiquement par la méthode **CPI** [3]. Le couplage vitesse-pression qui en découle est naturel et compact et sa résolution est assurée itérativement par l'algorithme PISO.

3 Extension Chimère

La méthode multi-bloc utilisé dans cette étude repose sur l'emploi de maillages recouvrants où les blocs élémentaires sont immergés et s'entrelacent en toute liberté (figure 3). Une partie des contraintes géométriques de maillage liées à une approche classique est levée. En contrepartie, le problème est reporté sur la réalisabilité d'un interfaçage à base d'interpolations d'ordre élevé qui assurent, à un ordre suffisamment bas, la conservation des quantités telles que quantité de mouvement et masse.

À chaque points de calcul $Pk(i, j)$ d'un bloc générique (k), un masque $Masque-k(i, j)$ est attribué tel que :

- $Masque-k(i, j) = k$, pour un point de calcul standard,
- $Masque-k(i, j) = k'$, $k' \neq k$, pour un point connecté à un bloc k' ,
- $Masque-k(i, j) = 0$, pour un point hors domaine (ou fantôme).

Dans l'optique de la méthode alterne de Schwartz, chaque bloc est résolu séparément et les zones de recouvrement sont mises à jour par l'utilisation d'interpolations géométriques dont la précision formelle est du second ordre et qui respecte une interpolation du type "explicite", conformément à [4] : un élément interpolé ne doit être entouré que par des éléments calculés. Cela permet d'assurer l'indépendance de la solution solution vis à vis de l'ordre d'interpolation des frontières interblocs.

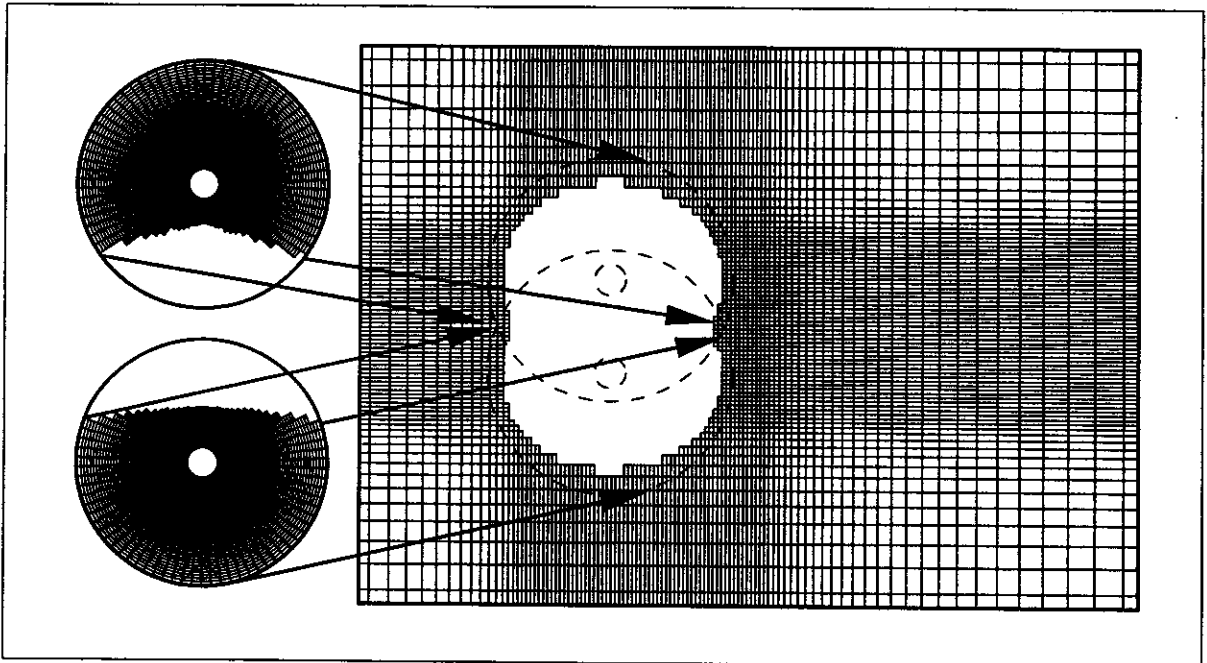


FIG. 3: *Vue éclatée des maillages avec masques actifs*

3.1 Calcul des masques

Le calcul des masques s'inspire des algorithmes proposés par [5]. Un point clef de l'algorithme de connexion consiste à détecter l'appartenance de points M à des cellules de contrôle à quatre noeuds; figure 4. L'appartenance est vraie si le booléen de la proposition 5 est vraie.

$$\begin{aligned}
 & \left(\vec{m}_1 \wedge \vec{V}_1 \leq \epsilon \right) \\
 & ET \left(\vec{V}_2 \wedge \vec{m}_1 \leq \epsilon \right) \\
 & ET \left(\vec{V}_3 \wedge \vec{m}_2 \leq \epsilon \right) \\
 & ET \left(\vec{m}_3 \wedge \vec{V}_4 \leq \epsilon \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

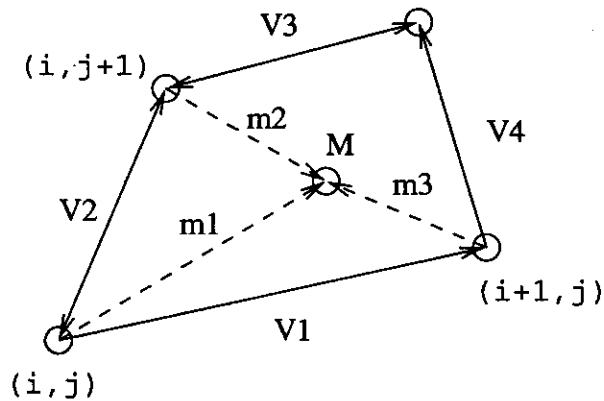


FIG. 4: Appartenance à une cellule

3.2 Interpolation

Il s'agit d'interpoler un point I appartenant à la cellule (i, j) , figure 5. Cette interpolation des quantités à transmettre au bloc voisin est effectuée dans le plan de calcul et est formellement du second ordre (équations 6 et 7).

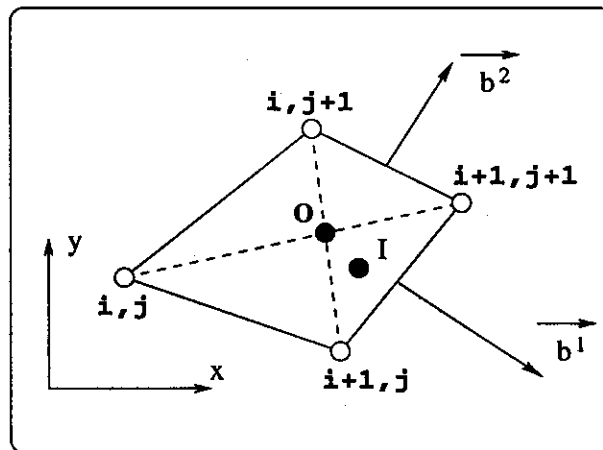


FIG. 5: Position de I dans le plan de calcul

$$\phi_I = C_{mm}\phi_{i,j} + C_{pm}\phi_{i+1,j} + C_{pp}\phi_{i+1,j+1} + C_{mp}\phi_{i,j+1} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C_{mm} &= \left(\frac{1}{2} - \xi_I\right) \left(\frac{1}{2} - \eta_I\right) \\ C_{pm} &= \left(\frac{1}{2} + \xi_I\right) \left(\frac{1}{2} - \eta_I\right) \\ C_{pp} &= \left(\frac{1}{2} + \xi_I\right) \left(\frac{1}{2} + \eta_I\right) \\ C_{mp} &= \left(\frac{1}{2} - \xi_I\right) \left(\frac{1}{2} + \eta_I\right) \end{aligned} \quad (7)$$

Le calcul des quantités ξ_I et η_I ne fait intervenir que les métriques standards b_j^i et le jacobien J déjà calculés lors transformation partielle :

$$\begin{pmatrix} \xi_I \\ \eta_I \end{pmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_I - x_0 \\ y_I - y_0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

4 Résultats

Les deux cylindres sont maillés indépendamment en O jusqu'à $r/D = 3$ puis sont immergés dans un maillage cartésien de dimensions $-8 < x/D < 16$ et $-9 < y/D < 9$. La figure 3 présente la géométrie du domaine de calcul ainsi que les parties actives des différents maillages élémentaires dans le cas de la configuration à deux cylindres. Dans tous les cas qui suivent, le pas de temps adimensionnel vaut $\Delta t = 0.01$ et 20 itérations non-linéaires permettent de réduire les résidus d'au moins trois ordres à chaque pas de temps.

La figure 6 présente une vue des lignes de courant à $t^* = 4.0$, pour le cas $T/D = 3.0$ calculé sur maillage fin. La symétrie des tourbillons A et B de chaque cylindre n'est déjà plus présente et le premier lâcher est imminent, alors qu'il faut attendre beaucoup plus longtemps dans le cas d'un cylindre isolé avec un nombre de Reynolds comparable. Lorsque les cylindres sont rapprochés à $T/D = 1.5$, il suffit d'atteindre $t^* = 2.5$ pour que le centre du premier tourbillon A soit rendu à $x/D \simeq 1.7$ et que le tourbillon B, prépondérant, provoque une rotation significative du point d'arrêt sur la paroi des cylindres (figure 7). Toutefois, l'écoulement reste tout à fait symétrique par rapport à la ligne $y = 0$.

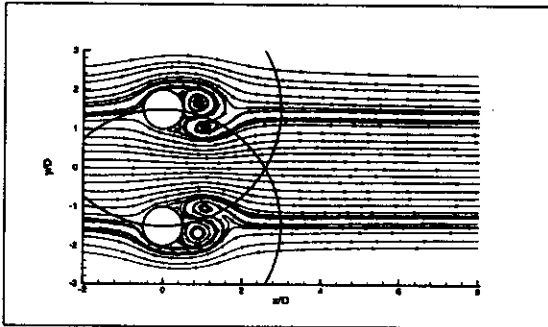


FIG. 6: $T/D = 3.0$, $t^* = 4.0$

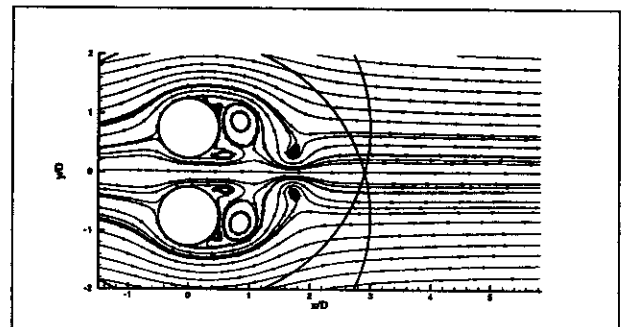


FIG. 7: $T/D = 1.5$, $t^* = 2.5$

4.1 Influence du raffinement

Pour les configurations comportant deux cylindres espacés de $T/D = 1.5$ et $T/D = 3.0$, les calculs sont réalisés pour deux niveaux de raffinement, détaillés par le tableau 1. Les comparaisons aux données expérimentales portent sur les centres des premiers tourbillons A et B formés (figure 1). Ces résultats numériques correspondent à une mise en impulsion brutale: on impose $u/U_\infty = 1$ à $t^* = 0$.

	Cylindres ($r \times \theta$)	Cartésien ($X \times Y$)
Maillage grossier	81 x 93	100 x 73
Maillage fin	141 x 120	179 x 138

TAB. 1: Tailles des maillages utilisés

Dans le cas où $T/D = 1.5$, la vitesse d'éloignement du tourbillon interne A constitue la principale différence entre les deux calculs, alors que sa formation est prédite de façon quasi identique (figures 8 et 9). Même si la courbe correspondant au maillage grossier semble être plus proche des points expérimentaux, la pente de cette courbe (c'est à dire la vitesse d'éloignement du tourbillon) est mieux prédite par le maillage fin.

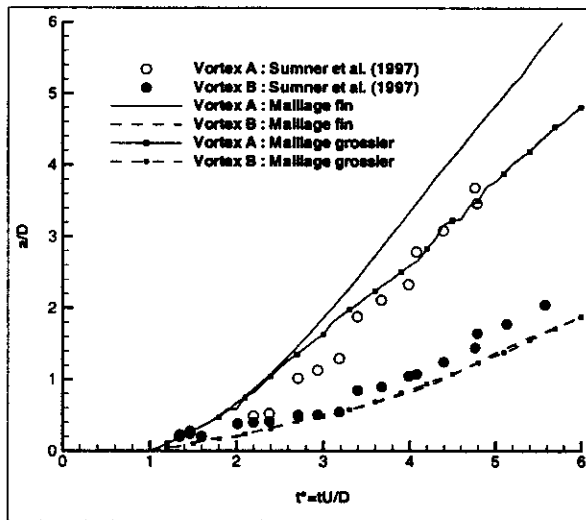


FIG. 8: Cas à 2 cylindres, $T/D = 1.5$

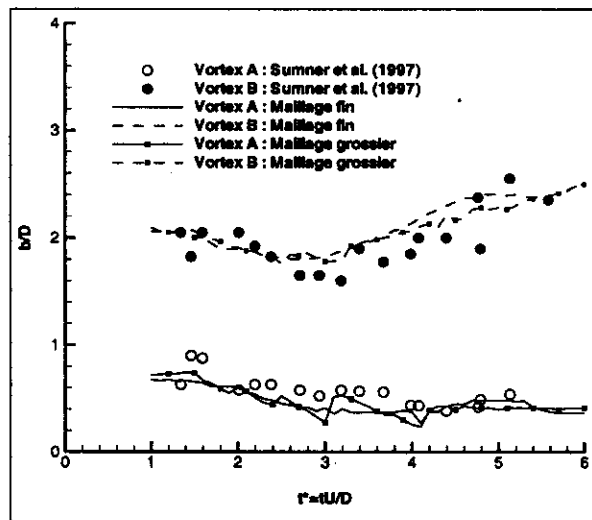
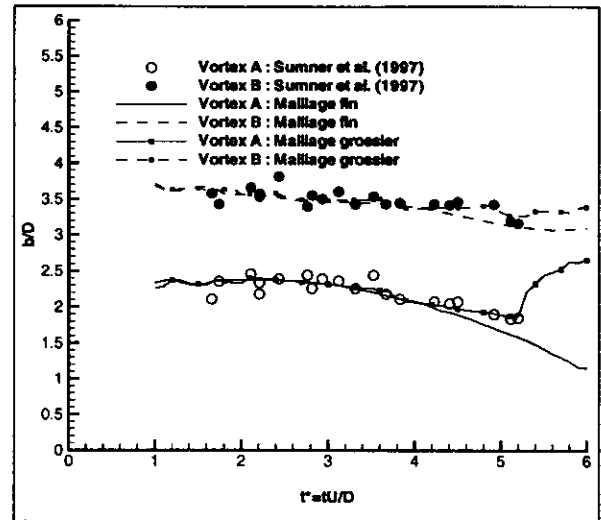
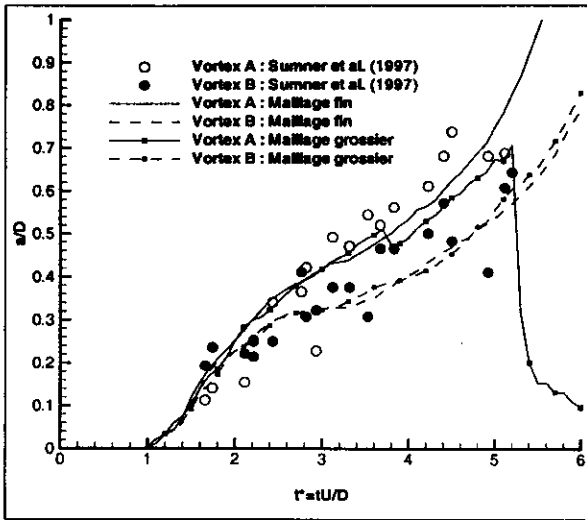


FIG. 9: Cas à 2 cylindres, $T/D = 1.5$

Les mêmes quantités sont tracées figures 10 et 11 pour le cas $T/D = 3.0$. Les différences sont nettement plus nettes que précédemment. Tandis que pour le maillage fin le tourbillon A est finalement lâché ($a/D \simeq 1.2$ à $t^* = 6$), le calcul sur maillage grossier prédit son aspiration entre le tourbillon B et la paroi du cylindre (a/D diminue et b/D augmente de façon importante). La forte diffusion numérique due à un maillage trop lâche l'affaiblit prématurément, l'empêchant ainsi de s'échapper.

4.2 Étude de la mise en impulsion

Dans leur étude expérimentale, Sumner et al. définissent un paramètre d'accélération adimensionnel $Ap = DU_\infty^{-2} (\partial u / \partial t)$ variant pour les différents cas de 0.3 à 0.7 tout en indiquant que cela correspond quasiment à une mise en impulsion brutale. Les différents types de mise en impulsion testés sont représentés figure 12. L'impulsion en tangente hyperbolique a été introduite car un

FIG. 10: Cas à 2 cylindres, $T/D = 3.0$ FIG. 11: Cas à 2 cylindres, $T/D = 3.0$

démarrage de type $U_\infty = \text{MIN}(Ap * t, 1)$ provoque, à cause de sa discontinuité, des oscillations sur les efforts. Il convient de noter à ce stade que ni l'une ni l'autre de ces mise en impulsion n'est physique et qu'elles ne sont retenues qu'en l'absence de données expérimentales précises.

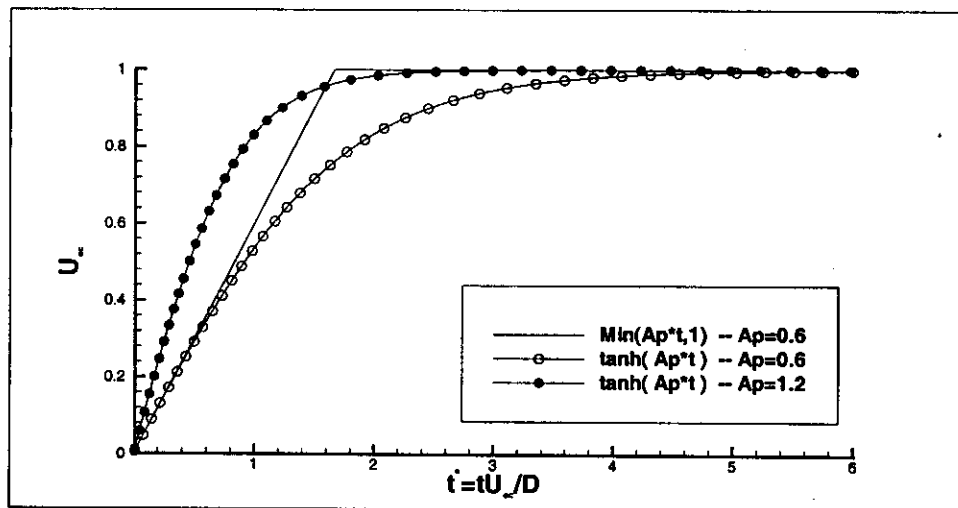
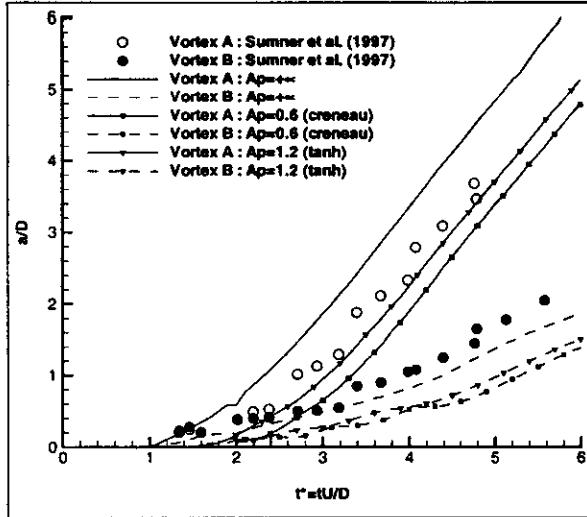
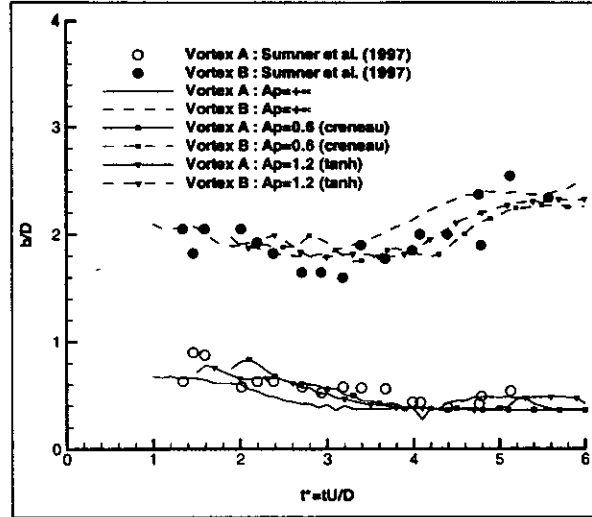


FIG. 12: Différents types de mises en impulsion

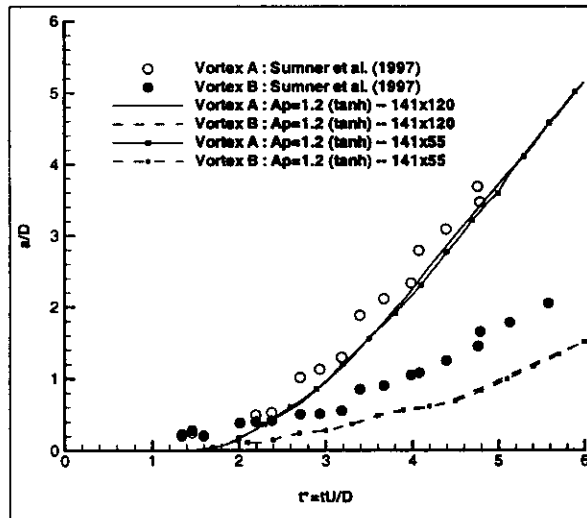
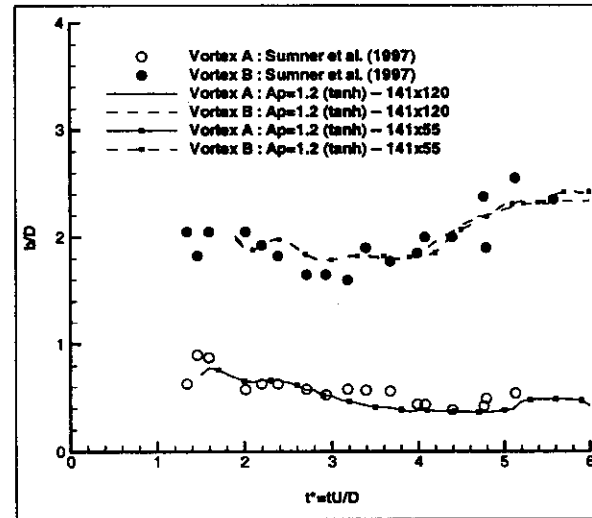
Ces comparaisons sont effectuées pour la configuration à deux cylindres distants de $T/D = 1.5$. Comme on l'a vu précédemment, la mise en impulsion brutale conduit à des lâchés un peu prématurés. Les résultats correspondants sont présentés figures 13 et 14. Il est intéressant de noter que les différents types de démarrages n'influent que sur l'instant où apparaît le lâché et n'a, en revanche, aucun effet sur la vitesse d'éloignement des tourbillons. Ainsi toutes les courbes peuvent être déduites les unes des autres par des translations horizontales.

4.3 Comportement de la méthode chimère

Afin de mieux évaluer le comportement de la méthode chimère et notamment le passage des tourbillons d'un blocs à l'autre, les deux maillages en O sont réduits par extraction à une taille de 141×55 points et ne s'étendent plus alors que jusqu'à $r/D \simeq 1$ (les positions exactes des frontières sont visibles figures 17 et 18). La frontière interblocs est donc déplacée sans que le raffinement ne soit trop modifié: la meilleure description du sillage par un maillage cartésien

FIG. 13: Cas à 2 cylindres, $T/D = 1.5$ FIG. 14: Cas à 2 cylindres, $T/D = 1.5$

dont les tailles de mailles sont constantes est la seule différence qui peut avoir un impact sur la solution (outre le déplacement de la frontière). Les résultats de ce calcul, toujours dans le cas de deux cylindres et $T/D = 1.5$, sont tracés figures 15 et 16. Les résultats sont identiques (à l'incertitude de détermination de la position des tourbillons près) et la position de la coupure n'a donc pas d'influence notable sur l'écoulement. On peut comparer d'autre part les contours de vitesse u/U_∞ et v/U_∞ à $t^* = 4.0$ tracés figures 17, 18, 19 et 20. Les résultats sont tout à fait comparables si l'on tient compte de la définition légèrement supérieure du sillage lorsque les maillages en O sont réduits.

FIG. 15: Cas à 2 cylindres, $T/D = 1.5$ FIG. 16: Cas à 2 cylindres, $T/D = 1.5$

4.4 Autres cas à deux cylindres

Il s'agit des deux cas intermédiaires $T/D = 2.0$ et $T/D = 2.5$. Les résultats de ces calculs sont présentés figures 21, 22, 23 et 24. Dans ces deux cas, le comportement des courbes expérimentales est bien reproduit, les pentes prédites sont correctes, mais le même phénomène de retard dû au type de mise en impulsion adopté se produit et provoque même des différences très importantes entre calculs et données expérimentales dans le cas où $T/D = 2.5$.

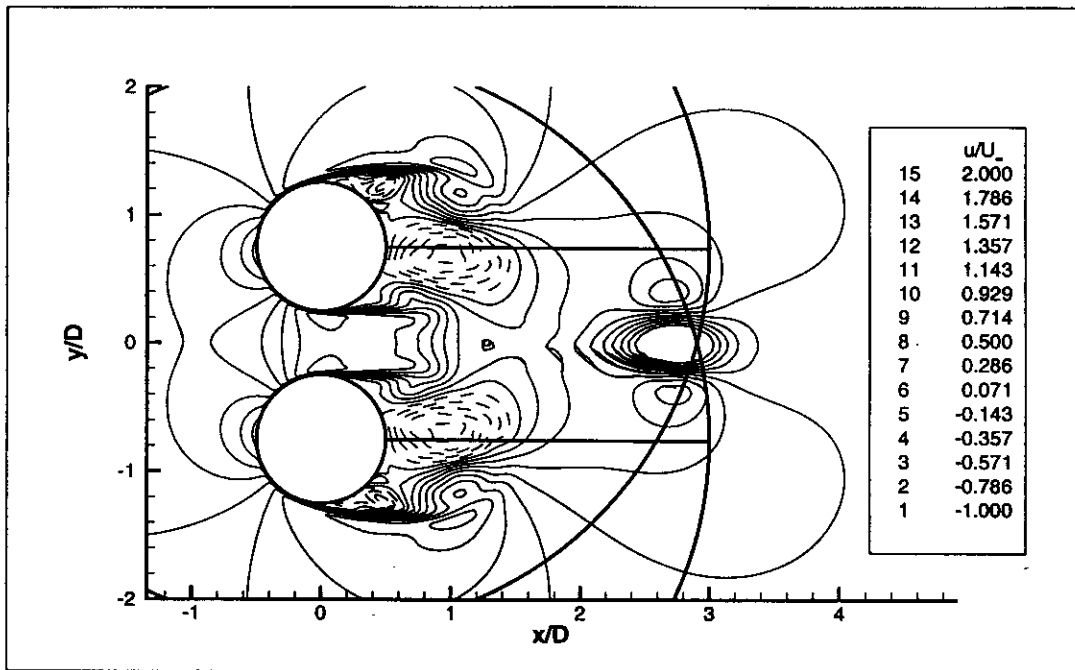


FIG. 17: Contours de u/U_∞ : $t^* = 4.0$, maillages 141×120

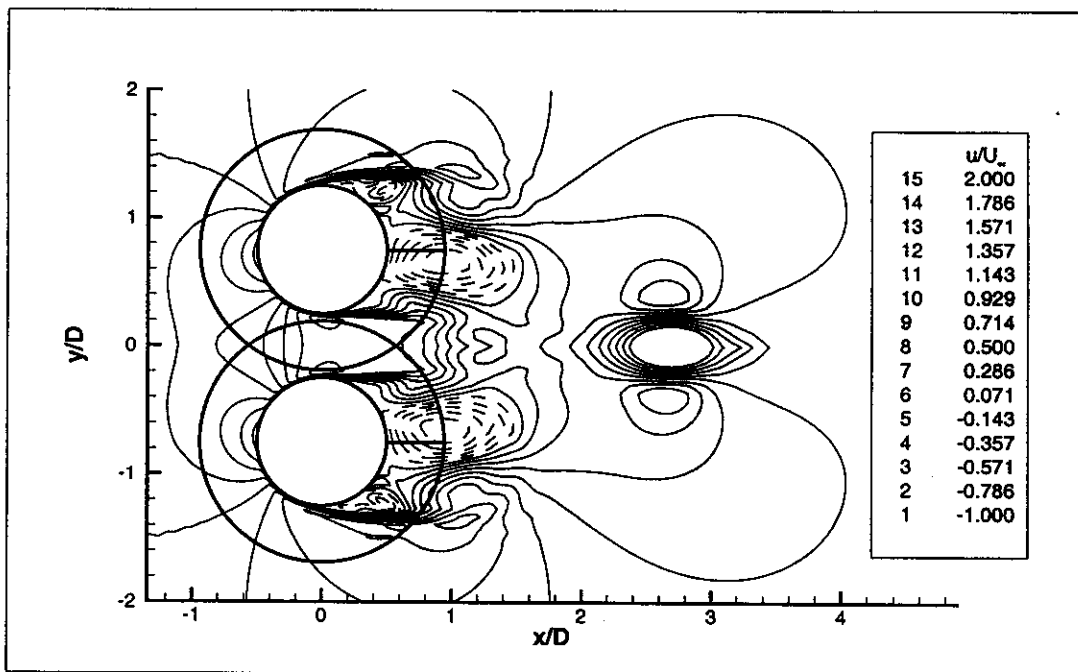


FIG. 18: Contours de u/U_∞ : $t^* = 4.0$, maillages 141×55

4.5 Cas à trois cylindres

Les mêmes quantités sont tracées figures 26, 27, 28 et 29 pour les deux cas à trois cylindres. L'accord avec les données expérimentales est satisfaisant. Les pentes des courbes sont dans ce cas aussi bien prédites et le décalage est moins important que dans les cas précédents, sans qu'il y ait d'explication raisonnable de ce phénomène.

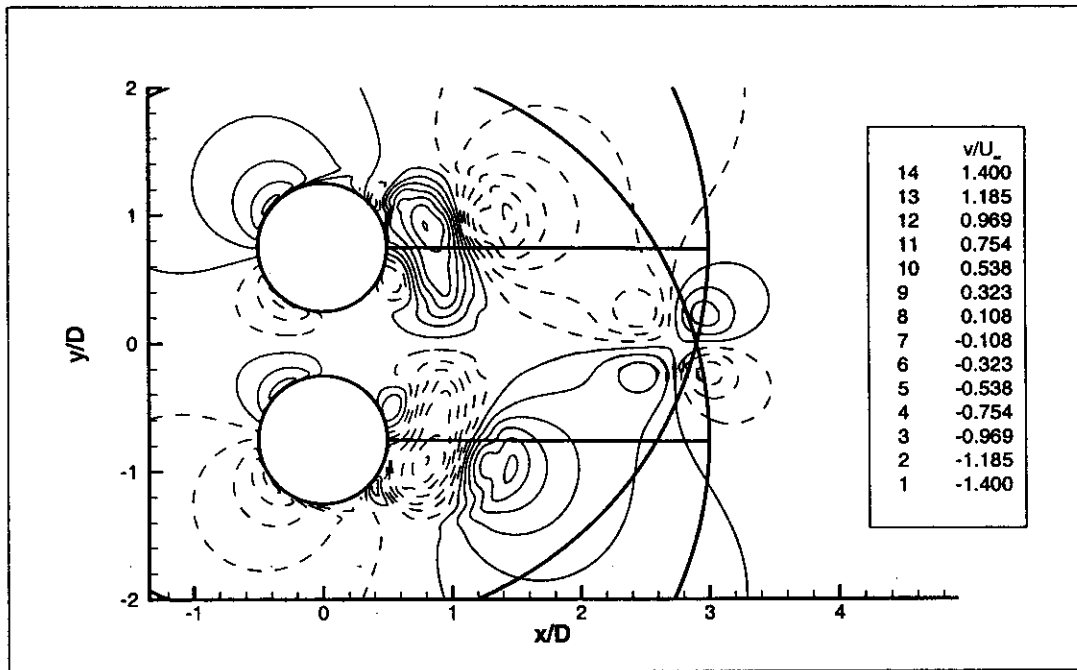


FIG. 19: Contours de v/U_∞ : $t^* = 4.0$, maillages 14×120

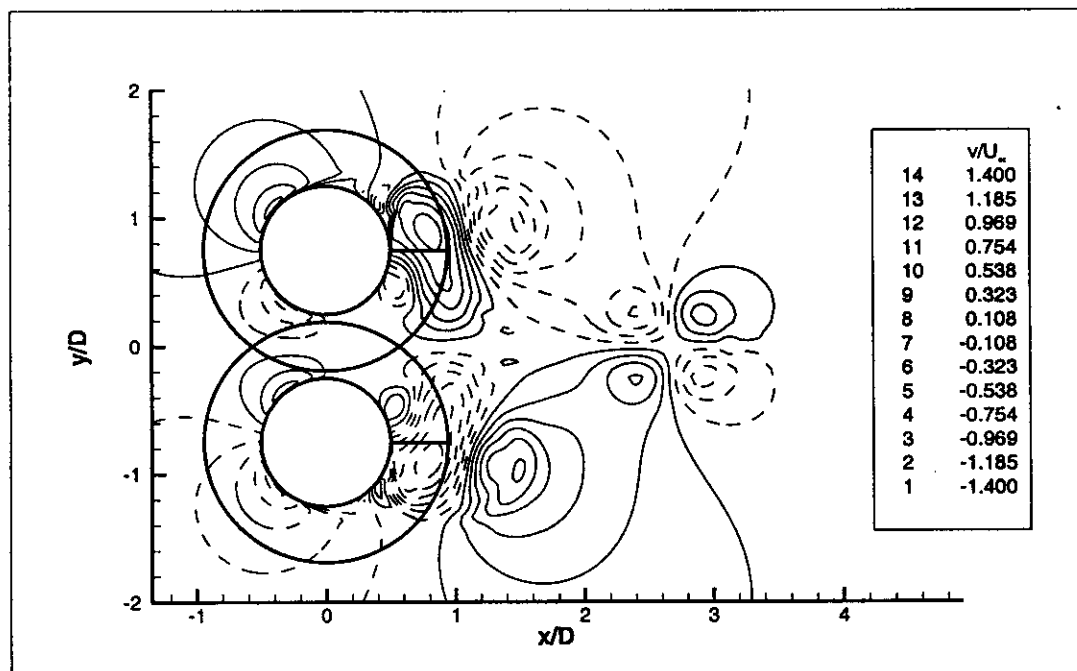
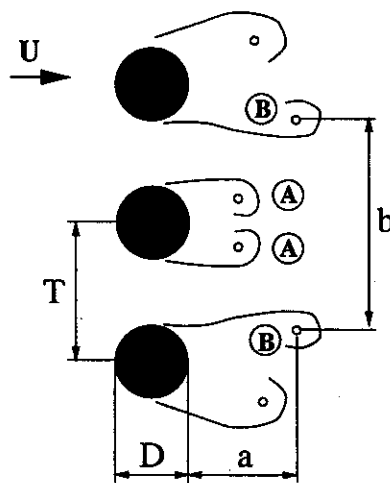
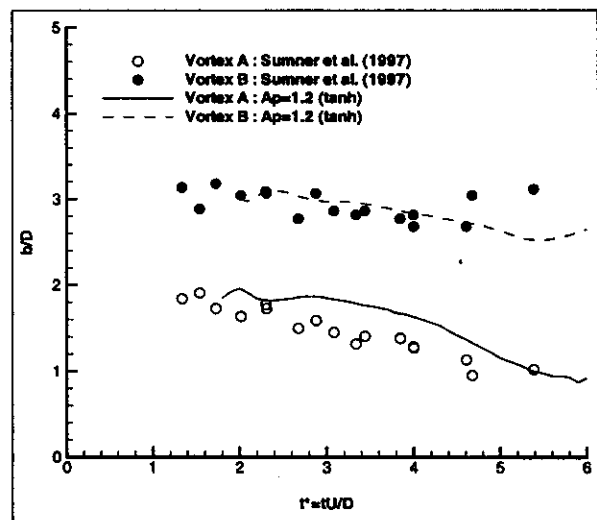
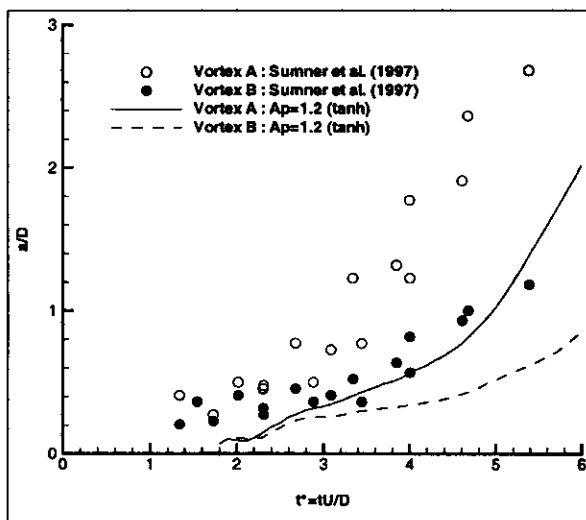
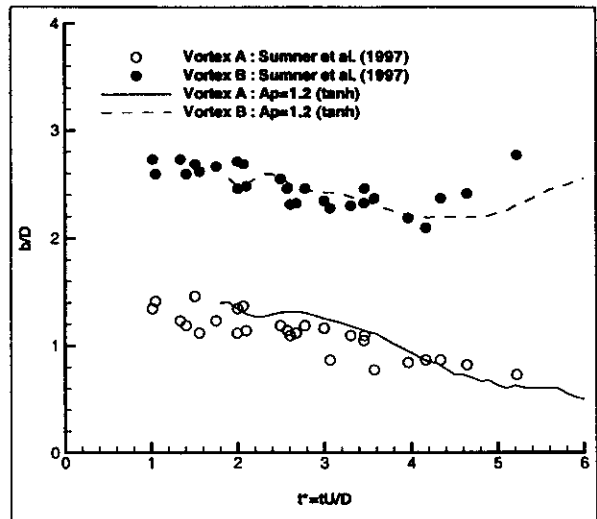
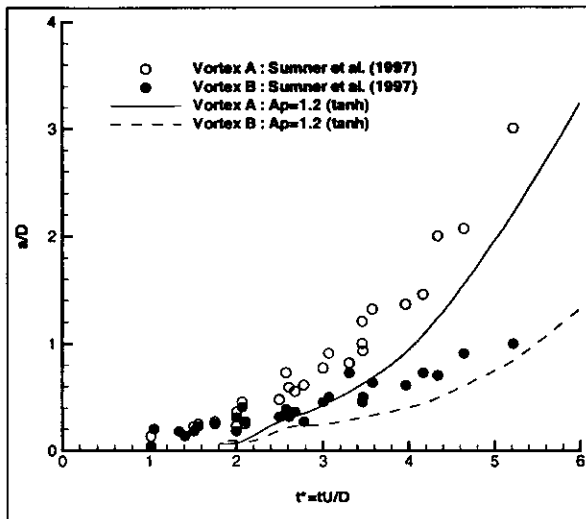
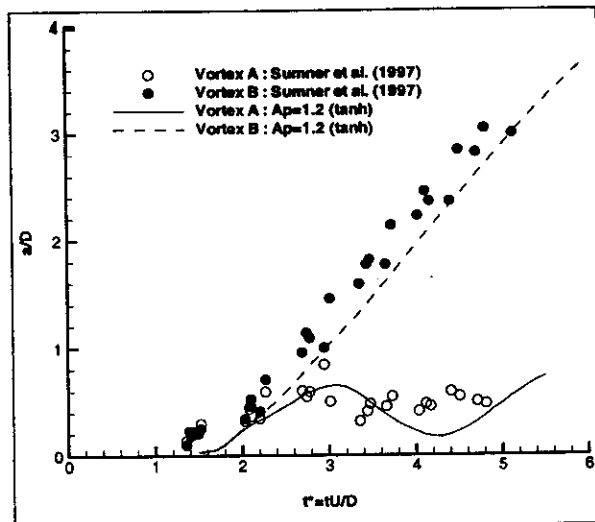
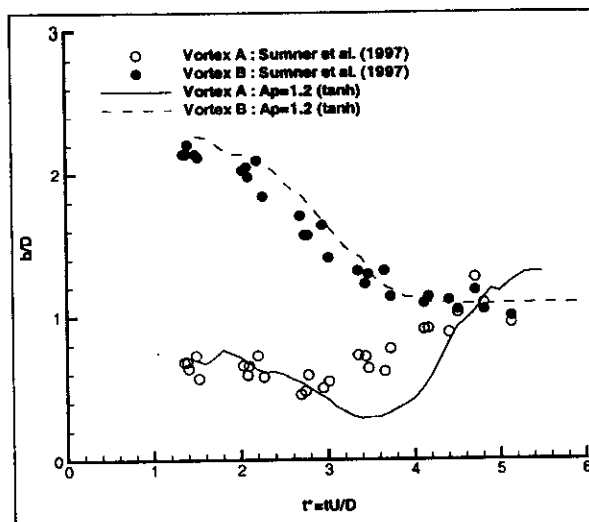
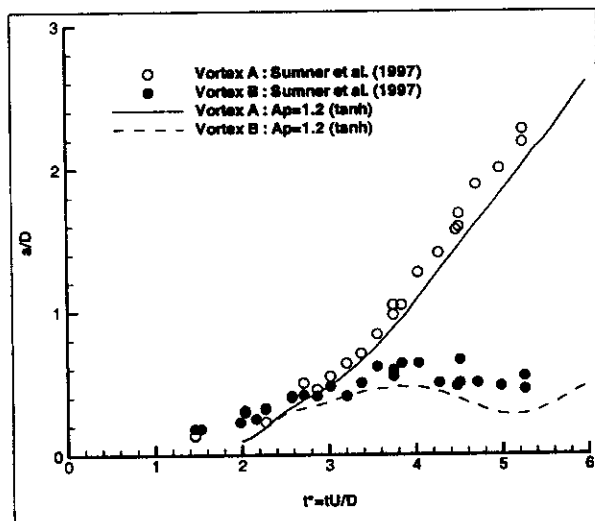
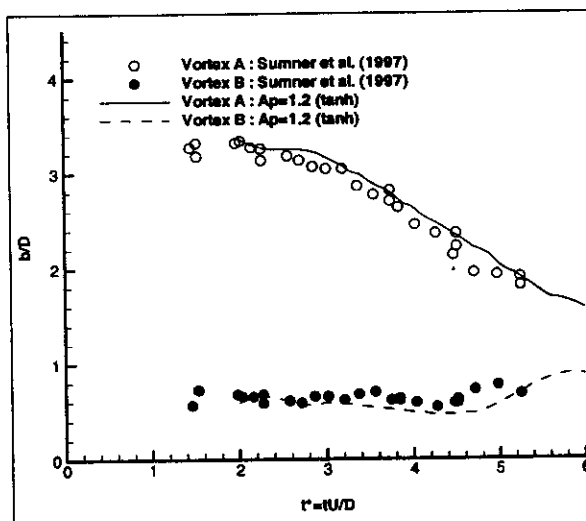


FIG. 20: Contours de v/U_∞ : $t^* = 4.0$, maillages 14×55

5 Conclusion

La grande flexibilité géométrique de la méthode chimère a permis d'effectuer des calculs sur des configurations à deux et trois cylindres disposés côte-à-côte. Même si des effets indésirables dus à la non-conformité des mises en impulsion expérimentales et numériques perturbent les résultats, ces calculs ont permis de mieux valider cette approche dans le cas d'écoulements instationnaires.



FIG. 26: Cas à 3 cylindres, $T/D = 1.5$ FIG. 27: Cas à 3 cylindres, $T/D = 1.5$ FIG. 28: Cas à 3 cylindres, $T/D = 2.0$ FIG. 29: Cas à 3 cylindres, $T/D = 2.0$

References

- [1] P.W. Bearman and A.J. Wadcock, "The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 61, pp. 499-511, 1973.
- [2] D. Sumner, S.J. Price, and M.P. Paidoussis, "Investigation of impulsively-started flow around side-by-side circular cylinders: Application of particle image velocimetry," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 11, pp. 597-615, 1997.
- [3] G.B. Deng, J. Piquet, P. Queutey, and M. Visonneau, "Incompressible flow calculations with a Consistent Physical Interpolation finite volume approach," *Computers & Fluids*, vol. 23, no. 8, pp. 1029-1047, 1994.
- [4] N. Anders Petersson, "An algorithm for assembling overlapping grid systems." Rapport CHA/NAV/R-97/0049, 1997. Chalmers University of Technology, A paraître dans SIAM J. Sci. Comput.
- [5] G. Chessire and W.D. Henshaw, "Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations," *Journal of Computational Physics*, vol. 90, pp. 1-64, September 1990.