



7^e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

MARSEILLE - 8, 9, 10 MARS 1999

Modélisation numérique des écoulements de fluide visqueux autour d'un faisceau de risers

S. Etienne^{1,2}, Y.M. Scolan² and F. Biolley¹

¹ *Institut Français du Pétrole, 1 et 4 Avenue de Bois Préau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France.*

² *Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Marseille, 13451 Marseille Cedex 20, France*

Résumé

Une méthode de décomposition de domaines a été développée afin de modéliser l'écoulement autour de plusieurs cylindres circulaires. Dans les domaines intérieurs, les équations de Navier-Stokes Reynolds sont résolues en formulation de vortacité et fonction de courant à l'aide du modèle de turbulence $k - \omega$ de Wilcox (1985). Dans le domaine extérieur, une méthode lagrangienne est utilisée. Les particules y sont convectées en utilisant une méthode de vortex rapide. L'objectif est d'étudier les interactions et les mouvements relatifs des cylindres dans l'écoulement, ceci, afin de modéliser les vibrations induites par les vortex.

Summary

A domain decomposition method is developed in order to investigate the flow around multiple circular cylinders. In the inner domains, which surround each cylinder, the Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations are solved in vorticity-stream function formulation with the $k - \omega$ turbulence model by Wilcox (1985). In the outer domain, a Lagrangian method is used where particles are convected with a Fast Vortex Method. The aim is to study the interactions between relative motions of the cylinders in the ambient flow, in order to model Vortex-Induced Vibrations.

1 Introduction

Les lignes de risers sont souvent constituées en faisceaux joignant la structure flottante au fond. L'exploitation à des profondeurs d'eau de plus en plus grandes accentue la flexibilité de ces risers. L'étude de ces structures soumises au courant et à la houle est d'un grand intérêt pratique pour l'industrie offshore, notamment pour l'étude en fatigue et pour le comportement dynamique de la structure. Les écoulements autour de ces structures sont caractérisés par des valeurs du nombre de Reynolds dans l'intervalle $[10^4, 10^6]$, $Re = UD/\nu$, avec U la vitesse à l'infini, D le diamètre du cylindre et ν la viscosité cinématique. Ils sont aussi caractérisés par des valeurs du nombre de Keulegan-Carpenter entre 0 et 300, $K_c = 2\pi a/D$, avec a l'amplitude de l'écoulement oscillant. Dans un faisceau, chaque riser subit des déflexions statiques et dynamiques importantes qui peuvent faire se rencontrer deux risers ou les fatiguer prématurément. Les effets de masquage contribuent intensément à ces déflexions mais aussi les effets de vibrations induites par les vortex. Ainsi, la fréquence de lâcher des tourbillons excite souvent et peut se synchroniser sur un mode propre de la structure (phénomène de "lock-in"). Les efforts sur ces structures sont actuellement évalués à l'aide de la formule empirique de Morison. Les résultats ne sont pas satisfaisants. Un modèle numérique a donc été créé dans le cadre d'un projet de recherche soutenu par l'Institut Français du Pétrole pour mieux représenter les efforts hydrodynamiques. En raison des limites en capacité de calcul actuelles, l'écoulement tridimensionnel est appréhendé par une méthode de tranches bidimensionnelles sur la hauteur du riser. Les tranches sont distribuées en fonction de la longueur de corrélation axiale de l'écoulement qui dépend du cisaillement de l'écoulement, du nombre de Reynolds et des amplitudes d'oscillation entre autres. On résout les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles moyennées au sens de Reynolds sur chaque tranche.

Après une revue bibliographique, on explique la méthode de décomposition de domaines en commençant par la méthode utilisée dans des domaines annulaires qui entourent les corps puis la méthode employée dans le domaine complémentaire. On présente et discute ensuite les résultats en les comparant à d'autres résultats (expérimentaux et numériques) disponibles.

1.1 Présentation de travaux antérieurs et motivations

Pour modéliser l'écoulement autour de plusieurs corps, il existe plusieurs méthodes. Le domaine fluide est habituellement décomposé en plusieurs domaines. On distingue des domaines intérieurs et des domaines extérieurs. Les domaines intérieurs entourent chaque corps et dans le cas de cylindres circulaires, ces domaines sont annulaires (cf. figure 1).

On peut alors définir trois catégories de méthodes : eulériennes, lagrangiennes et mixtes Euler-Lagrange. Ici mixte 'Euler-Lagrange' signifie qu'une méthode eulérienne est choisie dans les domaines intérieurs et qu'une lagrangienne est choisie dans le domaine complémentaire.

En ce qui concerne les méthodes eulériennes, Chang & Song (1990) utilisent une formulation mixte différences finies et éléments finis, Schulz & Kallinderis (1998) des volumes finis et Mittal *et al.* (1997) des éléments finis pour résoudre les équations de Navier-Stokes autour de deux cylindres circulaires pour différents arrangements. Le principal désavantage de ce type de techniques est la nécessité de résoudre les équations sur une grille pour le domaine extérieur. Cela induit une viscosité artificielle qui, pour être minimisée, nécessite l'emploi de grilles très fines. Kassera & Stromheier (1997) utilisent des maillages cartésiens en combinaison avec une méthode de recouvrements de domaines. Cela leur évite de mailler à nouveau le domaine fluide à chaque pas de temps. Ils utilisent cette technique autour de faisceaux de tubes très proches. La dissipation générée par la méthode eulérienne dans le domaine extérieur fait que cette méthode est mal adaptée à la modélisation de l'écoulement autour des faisceaux de risers qui peuvent être séparés par plusieurs diamètres les uns des autres.

Stansby & Dixon (1983), Slaouti & Stansby (1992), Scolan & Faltinsen (1993) et Vada (1995) utilisent une formulation lagrangienne basée sur la méthode Vortex-In-Cell. La diffusion est traitée à l'aide de la méthode dite de marche aléatoire. Cette méthode est mal adaptée aux effets de diffusion près de la paroi. Néanmoins, d'autres techniques peuvent être utilisées pour simuler la diffusion telles que le concept de vitesse de diffusion développé par Ogami (1991), la méthode Particle Strength

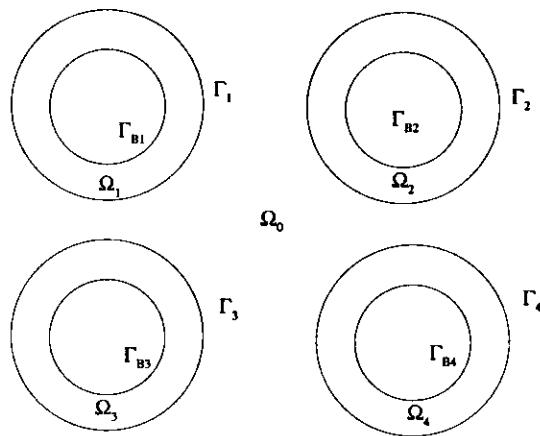


Figure 1: Configuration de $N_c = 4$ cylindres; Ω_0 est le domaine extérieur, $\Omega_i, \Gamma_i, \Gamma_{B_i}; i \in [1, 4]$ sont respectivement les domaines intérieurs, leurs frontières externes et les parois des corps

Exchange développée par Mas-Gallic (1987) ou une méthode similaire développée par Graziani (1998). Mais ce type de traitement de la diffusion pose problème à proximité des parois. En tout état de cause, ces méthodes sont très demandeuses en temps de calcul à proximité des frontières surtout pour des écoulements à très grand nombre de Reynolds. Elles évitent néanmoins l'utilisation de méthodes eulériennes qui diffusent artificiellement la vorticité.

On a ici choisi une formulation mixte Euler-Lagrange. Une méthode eulérienne est utilisée dans les domaines intérieurs et une lagrangienne dans le domaine extérieur. Les équations de Navier-Stokes sont r solv es par volumes finis en formulation de vorticité et fonction de courant dans les sous-domaines annulaires. Une méthode de vortex discrets est employée dans le domaine extérieur. Cette formulation offre en outre l'avantage d'autoriser de grands déplacements des corps sans distorsions de maillages eulériens. Cottet (1991) a développé une technique similaire avec un recouvrement important des domaines. Cela a l'avantage de permettre une bonne transmission de la vorticité entre chaque domaine et confère une bonne stabilité aux calculs. Par ailleurs, il limite le nombre de particules présentes dans l'écoulement en utilisant une technique de remaillage. Shen & Huberson (1993) et Chou (1994) ont utilisé une méthode sans recouvrement de domaine et sans remaillage. Une technique proche de celle utilisée par Cottet a été choisie pour ses avantages.

Pour modéliser des écoulements aux grands nombres de Reynolds, des modèles de turbulence ont été implémentés. Comme la simulation des grandes échelles est très demandeuse en temps de calcul, les équations de Navier-Stokes moyenn es au sens de Reynolds sont r solv es avec des modèles au premier ordre à deux équations. Le modèle $k - \omega$ a notamment été utilisé sous sa forme initiale développée par Wilcox (1985) ainsi que les versions de Menter (Baseline (BSL) et Shear Stress Transport (SST); 1992,1996) qui sont des versions mixtes $k - \omega$ et $k - \epsilon$.

2 La méthode numérique

Dans les domaines intérieurs, les équations de Navier-Stokes sont r solv es en formulation de vorticité et fonction de courant à l'aide d'une méthode de volumes finis. Dans le domaine extérieur, les équations de Navier-Stokes sont r solv es en deux étapes par séparation des opérateurs de diffusion et de convection. La convection est traitée soit par une méthode de vortex rapide (Greengard & Rokhlin 1987) soit par la méthode Vortex-In-Cell. Une technique de développements en multip les a été développée afin de prendre en compte la présence des corps dans l'écoulement pour le calcul d'une fonction de courant globale utilisée comme condition aux limites des sous-domaines ainsi que pour la

convection des particules.

2.1 La méthode utilisée dans les domaines intérieurs

2.1.1 Les équations du problème

Pour résoudre les équations de Navier-Stokes, on utilise une formulation en vorticité et fonction de courant parce que cette formulation est moins coûteuse que la formulation en vitesse pression en deux dimensions. De manière classique, on a:

$$\begin{aligned}\zeta_{,t} + \text{rot}(\psi \mathbf{k}) \cdot \text{grad} \zeta &= \nu \Delta \zeta \\ \Delta \psi &= -\zeta \\ \mathbf{V} &= \text{rot}(\psi \mathbf{k})\end{aligned}\quad (1)$$

où ζ , ψ , \mathbf{V} , ν , \mathbf{k} représentent respectivement la vorticité, la fonction de courant, la vitesse, la viscosité cinématique et le vecteur normal au plan de l'écoulement.

2.1.2 Les conditions aux limites pour la fonction de courant

Sur les frontières des domaines intérieurs (Γ_{B_i} , Γ_i , $i \in [1, N_c]$), on applique les conditions aux limites Dirichlet+Neumann suivantes pour la fonction de courant:

$$\begin{cases} \psi_{\Gamma_{B_i}} = C_i & \text{pour un corps fixe} \\ \text{ou} \\ \psi_{\Gamma_{B_i}} = \Im(\alpha_i Z) + C_i, \forall Z \in \Gamma_{B_i} & \text{pour un corps mobile} \end{cases}$$

$$\text{rot}(\psi_{\Gamma_{B_i}} \mathbf{k}) = \mathbf{V}_{\Gamma_{B_i}}, i \in [1, N_c] \quad (2)$$

C_i est une constante qui est obtenue par la fonction de courant globale, il en est de même des conditions aux limites sur les frontières extérieures des domaines intérieurs, c'est-à-dire pour ψ_{Γ_i} et \mathbf{V}_{Γ_i} . Un système de coordonnées exponentielles et polaires (ξ, θ) est choisi pour concentrer les points dans la couche limite. La fonction complexe qui transforme le plan cartésien est:

$$x + i.y = (e^{\xi - \xi_0} - a)e^{i\theta} \quad (3)$$

i représente ici le nombre imaginaire pur unitaire, $a \in]-1, \infty[$ est le facteur de raffinement et ξ_0 assure que pour $\xi = 0$ et $\theta = 0$., on a $x = 1$. Les équations de transport de la vorticité et de Poisson pour la fonction de courant sont alors r solv es de manière découplée.

2.1.3 Les conditions aux limites pour la vorticité

Il n'y a pas de conditions aux limites naturelles pour la vorticité. Pour réobtenir des conditions aux limites, on peut utiliser des formules d'intégration sur tout le domaine (conditions globales); ou, on peut utiliser des développements de Taylor en conjonction avec l'équation de Poisson pour ψ exprimée sur la paroi (conditions locales). On n'utilise ici que des conditions dites locales. On utilise alors indifféremment la formule de Woods précise à l'ordre 2 ou d'autres conditions similaires si elles améliorent la stabilité tout en conservant la précision à l'ordre 2. Il est apparu que la condition la plus stable est la suivante:

$$\begin{aligned}\zeta_{\Gamma_B} &= e^{2\xi_0} \frac{16\psi_{\Gamma_B}/5 - \psi_2 - \psi_3}{5\Delta\xi^2} \\ &+ \frac{-\psi_4 - \psi_5 + 4\psi_6/5 + 6\psi_{\Gamma_B,\xi}}{5\Delta\xi^2} - a\psi_{\Gamma_B,\xi}\end{aligned}\quad (4)$$

ψ_{Γ_B} , ψ_2 , ψ_3 , ... sont la valeur de la fonction de courant respectivement sur le corps, sur le deuxième point dans la direction radiale, sur le troisième... La condition de Mukhopadhyay's (1993) est également

très stable et précise au second ordre quand au respect de la condition de non-glissement. Mais, elle présente l'inconvénient de ne pas satisfaire correctement l'équation de Poisson sur les points adjacents à la paroi. Sur la frontière extérieure, la vorticité est directement obtenue à partir de celle du domaine extérieur de manière explicite. Un noyau de remaillage du troisième ordre est utilisé pour assigner la vorticité de Ω_0 dans Ω_i , $i \in [1, N_c]$ (cf. paragraphe 2.4).

2.1.4 La résolution des équations de Poisson et de transport de la vorticité

L'équation de Poisson est discr tisi e à l'aide de formules de différences finies hermitiennes dans la direction radiale et par transformées de Fourier dans la direction angulaire. Cette technique permet d'obtenir une précision à l'ordre 4 qui améliore la stabilité de la résolution de l'équation de transport de la vorticité.

L'équation de transport est résolue par une méthode de volumes finis. Une technique ADI (Alternate Directions Implicit) est utilisée pour l'avancement en temps. Les flux convectifs sont approximés soit par un schéma QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) précis au second ordre soit par différents schémas TVD (Total Variation Diminishing). Ces derniers sont globalement précis au second ordre ou troisième ordre mais d g n rent au premier à proximité d'extrema de la vorticité. Ces schémas ont l'avantage d'éviter les oscillations non physiques. Les schémas QUICK et TVD donnent des résultats identiques à faibles nombres de Reynolds. Aux grands nombres de Reynolds, les schémas TVD améliorent sensiblement la stabilité numérique et rendent plus stable la résolution des équations de transport des grandeurs turbulentes.

2.2 La méthode utilisée dans le domaine extérieur

Dans le domaine extérieur, on utilise une méthode lagrangienne. Le champ de vorticité est représenté par un set de vortex discrets. Pour résoudre l'équation de transport, on utilise une technique de séparation des opérateurs de diffusion et de convection. L'étape de convection consiste à faire évoluer les particules avec la vitesse locale. La diffusion des particules est obtenue en utilisant la méthode PSE (Particle Strength Exchange).

L'étape de convection

Les particules sont convectées en utilisant un schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 2:

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \frac{\Delta t}{2} [3\mathbf{V}^n(\mathbf{X}^n) - \mathbf{V}^{n-1}(\mathbf{X}^{n-1})] \quad (5)$$

où \mathbf{X}^n , \mathbf{V}^n , Δt sont respectivement la position des particules, la vitesse au pas de temps n , et le pas de temps.

L'étape de diffusion

Pour diffuser les particules, on utilise la méthode PSE et le noyau de diffusion utilisé est le suivant (cf. Ould Salihi 1998):

$$\sigma_4(r) = 6 \frac{3 - r^2}{(1 + r^2)^4} \quad (6)$$

On a alors:

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{\nu}{\epsilon^4} \sum_{j \in \mathbf{J}} x_g(\Gamma_j - \Gamma_i) \sigma_4 \left(\frac{X_j - X_i}{\epsilon} \right), \forall i \in \mathbf{J} \quad (7)$$

\mathbf{J} , Γ_j , x_g , X_j , ϵ représentent respectivement l'ensemble des particules, l'intensité et la position de la particule j , la taille de la maille et un réel permettant de fixer la surface de diffusion en deux dimensions. Cette formulation présente l'avantage d'être à décroissance rapide. On obtient donc un temps de calcul proportionnel au nombre de particules présentes dans l'écoulement.

N_G N_v	2	3	4	5	6
512	0.05				
1024	0.13	0.14			
2048	0.38	0.27	0.5	2.25	
4096	1.4	0.85	0.65	2.25	8.5
8192	5.5	3.2	1.3	2.25	8.6
16384	22.4	13.65	4.05	3.1	9.
32768			15.2	6.2	9.65
65536	425.			18.	13.35
131072					25.95

Tableau 1: temps CPU en fonction du nombre de vortex et de grilles pour la méthode FAVM

2.3 Le calcul de la fonction de courant globale

On cherche la fonction de courant qui prend en compte l'écoulement uniforme, l'écoulement induit par la vorticité et la présence des corps dans l'écoulement (fixes ou mobiles). Cette fonction de courant peut être exprimée comme la somme de ces trois contributions par linéarité de l'équation de Poisson.

$$\psi = \psi_{PF} + \psi_\zeta + \psi_B \quad (8)$$

- $\psi_{PF}(Z) = \Im(CZ)$ est la fonction de courant correspondant à l'écoulement de fluide parfait uniforme. C est un nombre complexe qui définit l'intensité et la direction du courant.
- ψ_ζ est la fonction de courant induite par la vorticité contenue dans tous les domaines fluides, c'est-à-dire la vorticité contenue dans le domaine extérieur $\Omega_0 \setminus \cup_{i \in [1, N_c]} \Omega_i$ et dans les domaines intérieurs Ω_i , $i \in [1, N_c]$. Elle est calculée indifféremment par deux méthodes. On utilise soit la méthode Vortex-In-Cell (voir Smith & Stansby 1988) soit la méthode de Vortex Rapide développée par Greengard & Rokhlin (1987).

La méthode de vortex rapide (Fast Adaptive Vortex method (FAVM)) développée par Greengard & Rokhlin (1987) a été adaptée puisqu'il n'est pas nécessaire de calculer la vitesse des vortex dans les domaines intérieurs, et qu'en revanche il faut calculer la fonction de courant sur les corps et les frontières du domaine intérieur. Cette méthode consiste à représenter la vorticité contenue dans chaque cellule d'une grille fine par une série de multip les. Ces séries sont ensuite transférées sur des grilles de plus en plus grossières. Finalement, l'influence de la vorticité vient directement de la loi de Biot-Savart pour les particules les plus proches et sous la forme d'une série pour toutes les autres particules. Le nombre de grilles est choisi de telle manière que le temps de calcul soit le plus faible. Pour notre algorithme, on obtient la loi suivante:

$$N_G = \text{Log}_4(N_v) - 2 \quad (9)$$

où N_G est le nombre de grilles et N_v le nombre de vortex. Sur une machine DEC-alpha ayant une rapidité de 180 Mflops, le tableau 1 donne le temps de calcul en fonction de N_G et N_v .

- ψ_B prend en compte la présence des corps dans l'écoulement en imposant à la fonction de courant globale de respecter la condition d'imperméabilité des corps fixes ou mobiles (cf.  quation 2). On cherche ψ_B sous la forme d'un développement en multip les de la forme:

$$\psi_B(Z) = \Im \left(\sum_{j=1}^{N_c} \sum_{n=1}^{\infty} a_{jn} \left[\frac{R_j}{Z_j} \right]^n \right) \quad (10)$$

Z_j correspond à Z dans le repère du j^{eme} corps et R_j est son rayon. Les coefficients a_{jn} sont les inconnues à déterminer. Pour obtenir ces coefficients, il s'agit de transformer au préalable ψ_{PF} et ψ_ζ sous la forme de développements en multipôles et de séries entières. Les coefficients a_{jn} sont alors déterminés en satisfaisant les équations suivantes sur les corps.

$$\psi_{PF}(Z) + \psi_\zeta(Z) + \psi_B(Z) = f_i(Z) \quad (11)$$

où:

$$\begin{cases} f_i(Z) = C_i & \text{cylindre fixe} \\ f_i(Z) = \alpha_i Z + C_i & \text{cylindre mobile} \\ \forall Z \in \Gamma_{B_i}, & \forall i \in [1, N_c] \end{cases} \quad (12)$$

2.4 La méthode de recouvrement de domaines

La méthode de recouvrement permet le transfert de la vorticité entre les domaines intérieurs et le domaine extérieur dans une zone tampon. Dans cette zone, on redistribue la vorticité lagrangienne sur les deux derniers rangs de mailles de chaque domaine intérieur annulaire et inversement la vorticité des domaines intérieurs sur un jeu de particules régulier. Cela nécessite au préalable de remailler le champ extérieur, c'est-à-dire de r interpoler le champ de particules sur une grille cartésienne (cela a aussi l'avantage de limiter le nombre de particules dans l'écoulement). Pour effectuer ces remaillages, on utilise un noyau précis à l'ordre 3. Cela consiste à redistribuer une particule sur les 16 noeuds les plus proches de la grille de r interpolation. La fraction de circulation redistribuée sur chaque noeud est fonction de la distance x du noeud à la particule. Le noyau utilisé est défini par Ould Salihi (1998), dans le cas d'une grille de r interpolation de maille unitaire:

$$M'_4(x) = \begin{cases} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2} & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{-x^3 + 5x^2 - 8x + 4}{2} & \text{si } 1 < x < 2 \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad (13)$$

2.5 Modélisation de la turbulence

Les équations de Navier-Stokes moyenn es au sens de Reynolds, en effectuant l'approximation de Boussinesq, sont r crites sous la forme suivante en formulation de vorticité et fonction de courant:

$$\zeta_{,t} = -U_j \zeta_{,j} + (\nu_e \zeta)_{,jj} + S_\zeta \quad (14)$$

où ν_e est la viscosité effective et est la somme de la viscosité turbulente ν_t et de la viscosité cinématique ν .

Sugavanam & Wu (1980) ont obtenu cette forme de l'équation de transport qui fait apparaître un terme de diffusion turbulente ainsi qu'un terme source (S_ζ) qui était négligé.

$$S_\zeta = 2(\nu_{e,x^2} U_{x,y} - \nu_{e,y^2} U_{y,x} + \nu_{e,xy} (U_{y,y} - U_{x,x})) \quad (15)$$

Ce terme a été inclus dans les calculs mais son influence reste toutefois très limitée sur le champ moyen devant la prépondérance du terme de diffusion turbulente.

Pour éviter le choix d'une longueur d'échelle comme c'est le cas pour les modèles à zéro ou une équation, on choisit un modèle à deux équations. Le modèle $k - \omega$ standard tel qu'il est défini par Wilcox (1988), a été choisi avec deux de ses variantes proposées par Menter (1993).

Le modèle $k - \omega$ standard présente un meilleur comportement que le modèle $k - \epsilon$ en conditions de gradient de pression adverse et s'intègre plus facilement jusqu'à la paroi. Ce modèle consiste à résoudre une équation de transport pour l'énergie cinétique de la turbulence k ainsi qu'une équation de transport pour son taux de dissipation par unité d'énergie cinétique de la turbulence ω .

Mais ce modèle présente l'inconvénient d'une dépendance en fonction de la condition aux limites appliquée sur ω sur la frontière extérieure du domaine de calcul. Menter (1993) a modifié ce modèle

afin qu'il devienne insensible à cette condition aux limites sur ω . La version BSL (Baseline) du modèle de Menter passe progressivement du modèle $k-\omega$ standard au modèle $k-\epsilon$. Ce dernier modèle devient ainsi insensible à la condition aux limites appliquée sur ω . Ce modèle a ensuite été modifié en prenant en compte l'hypothèse de Bradshaw comme cela est effectué dans le modèle de Johnson & King (1985) (cf. Wilcox 1988 pp. 65-67).

3 Résultats et discussion

Après quelques tests de validation pour les méthodes eulérienne et lagrangienne, des résultats turbulents sont présentés dans le cas d'un seul corps puis des résultats dans le cas de vibrations induites par les vortex et finalement des résultats laminaires dans des configurations multicorps.

3.1 Validation du modèle numérique

Des résultats à faibles nombres de Reynolds permettent de valider la technique de résolution des équations de Navier-Stokes, ainsi que les méthodes de calcul des coefficients d'efforts. Ainsi, on peut intégrer directement le tenseur des contraintes de Cauchy, ou utiliser une formulation globale du calcul des efforts en utilisant la formule de Napolitano & Quartapelle (1983). Cette formulation globale a été étendue au calcul de la pression pariétale et au calcul des efforts dans le cas de l'écoulement autour de plusieurs cylindres.

Le premier test est la comparaison de la valeur du nombre de Strouhal dans le cas de l'écoulement uniforme autour d'un cylindre. Aux faibles nombres de Reynolds, l'écoulement reste parfaitement bidimensionnel et laminaire. Lorsque sa valeur dépasse 180, les comparaisons avec les expériences deviennent plus difficiles puisque des instabilités tridimensionnelles apparaissent et plusieurs régimes peuvent être obtenus expérimentalement (voir Williamson 1991). On effectue des comparaisons avec différentes méthodes numériques ainsi qu'avec les résultats expérimentaux de Williamson (1991). Les caractéristiques du calcul sont un pas de temps adimensionnel $\Delta t^* = U\Delta t/D = 0.005$ et la frontière extérieure placée à $100R$. Le maillage utilisé est de 100 points dans la direction radiale et 128 points dans la direction angulaire. Le facteur de resserrement a est compris entre -0.83 pour $Re = 50$ et -0.92 pour $Re = 200$. Les calculs ont été effectués jusqu'à ce que l'écoulement soit devenu périodique, moment à partir duquel le nombre de Strouhal devient constant. Sa valeur est reportée sur la figure 2. Les différences d'évaluation numérique du nombre de Strouhal sont de 15%. On constate un bon accord avec les résultats expérimentaux de Williamson ainsi que ceux d'autres méthodes numériques.

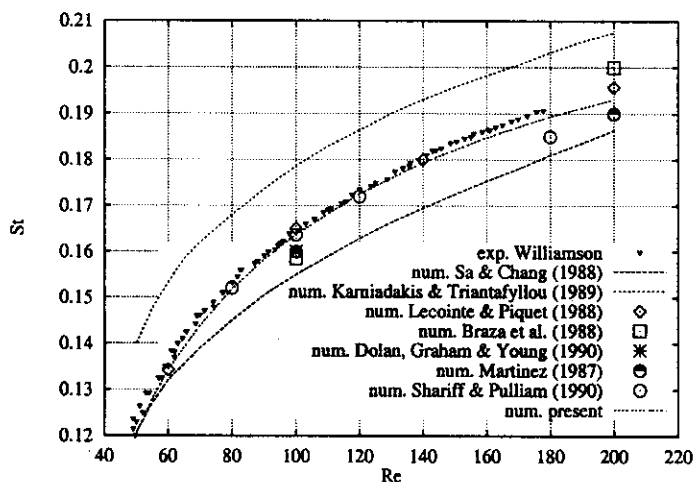


Figure 2: Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds

Des comparaisons ont été effectuées dans le cas de l'écoulement impulsif autour d'un cylindre pour un nombre de Reynolds modérément élevé de 9500. En effet, expérimentalement, l'écoulement reste laminaire et bidimensionnel dans les premiers instants. Pour ce cas, 150 points ont été utilisés dans la direction radiale et 512 points dans la direction angulaire. Le facteur de resserrement a vaut -0.987 . Le pas de temps adimensionnel vaut 0.0025 . Koumoutsakos (1995) a utilisé plus de 10^6 particules pour représenter les premiers instants de l'écoulement avec une méthode lagrangienne et Anderson *et al.* (1993), Wu *et al.* (1976) et Chang (1991) ont utilisé des méthodes de différences finies avec (2046×256) , (512×300) , (256×200) points de maillages respectivement. La présente méthode reproduit bien le coefficient de traînée (cf. Fig. 3). On peut notamment observer le plateau qui se développe pour $t \in [0.9 : 1.2]$ et qui est dû à l'apparition de vortex secondaires et tertiaires après la séparation.

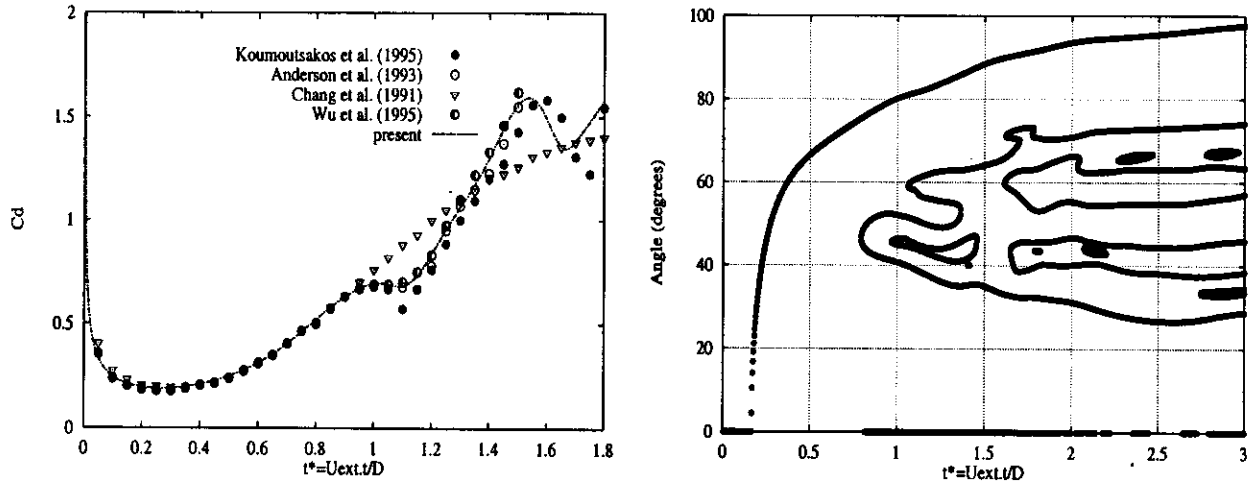


Figure 3: a) Coefficient de traînée dans le cas de l'écoulement impulsivement démarré, $Re = 9500$. Résultats numériques obtenus de Koumoutsakos (1995) b) position des points de séparation en fonction du temps adimensionnel

Des résultats sont présentés dans le cas d'un écoulement oscillant autour d'un cylindre circulaire pour une valeur du paramètre de Stokes $\beta = Re/K_c = 483$ et des valeurs du nombre de Keulegan-Carpenter entre 0.5 et 10. On compare sur les figures 4-a et 4-b le coefficient de masse ajoutée C_M

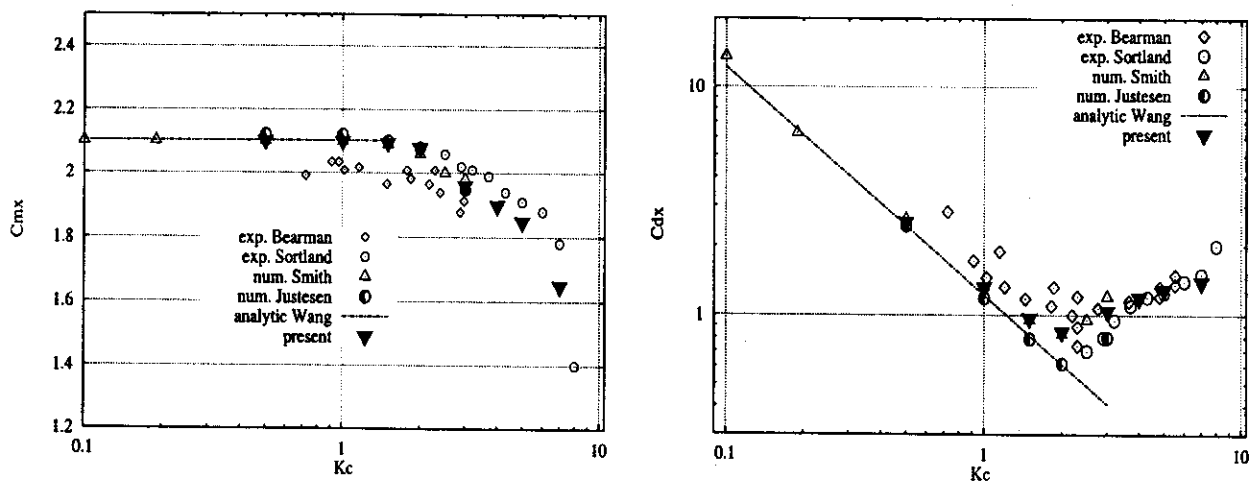


Figure 4: a) coefficient de masse ajoutée C_{M_x} et b) coefficient d'amortissement C_{D_x} en fonction du nombre de Keulegan-Carpenter K_c , pour $\beta = Re/K_c = 483$

et le coefficient d'amortissement C_D tels qu'ils sont définis par la formule standard de Morison (cf. Faltinsen 1990 pp.251).

$$F = \frac{\rho C_D D}{2} u|u| + \frac{\rho C_M \pi D^2}{4} \dot{u} \quad (16)$$

On constate un bon accord entre les coefficients numériques et expérimentaux. Et les résultats numériques convergent bien vers ceux obtenus par la théorie de Wang (1968) valable à faible K_c et grand β . Un minimum de 200 itérations temporelles par période a été fixé pour obtenir des résultats convergés.

3.2 Résultats turbulents monodomaine

Les résultats sont montrés pour des valeurs du nombre de Reynolds comprises entre $[5000, 10^6]$. Dans tous les cas, on utilise 256 points dans la direction angulaire et 150 points dans la direction radiale sauf précision explicite. La figure 5 montre le profil de vitesse radiale moyenne sur le demi-

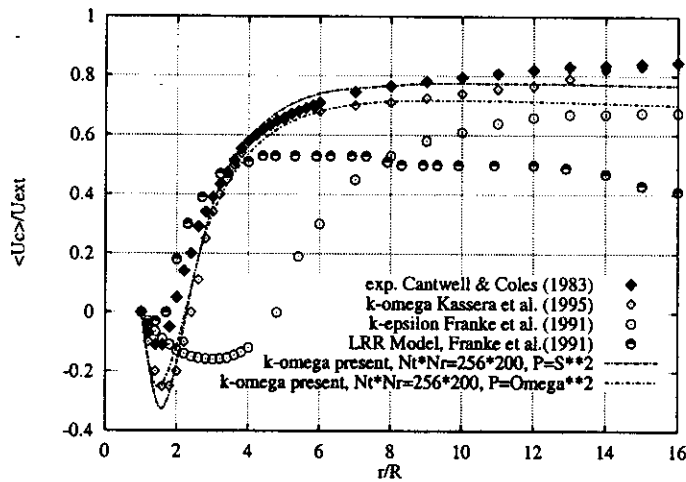


Figure 5: profil de vitesse moyenne sur le demi-axe aval central pour $R_e = 140000$

axe aval dans le cas de l'écoulement uniforme autour d'un cylindre circulaire pour $R_e = 140000$. On y compare les résultats expérimentaux de Cantwell & Coles (1983) ainsi que d'autres résultats numériques obtenus dans Kassera & Stromheier (1997). La présente méthode utilisant le modèle $k - \omega$ donne des résultats comparables à ceux de Kassera. Deux formulations du terme de production sont utilisées, la formulation conventionnelle et la formulation préconisée par Menter où le terme de production est égal à la vorticité au carré. Cette dernière formulation permet de retarder la chute du coefficient de traînée en fonction du Reynolds. Les expériences prédisent un coefficient de traînée égal à 1.1 pour $R_e = 140000$ et en accord avec les résultats, la chute du C_d est alors prédite à $R_e = 3.10^5$. En prenant la formulation classique, le coefficient de traînée chute à 0.9 puis à 0.5 à 2.10^5 . Les modèles $k - \epsilon$ et le modèle LRR (Launder Reece Rodi) du second ordre échouent à représenter correctement le profil, mais aucun détail d'implémentation n'est donné. Néanmoins, le modèle $k - \epsilon$ a tendance à sous-estimer l'oscillation du sillage voire à annuler l'allée alternée. C'est-à-dire qu'il ne prédit pas de grosses structures lâchées alternativement dans l'écoulement moyen.

Des résultats pour des valeurs modérément élevées du nombre de Reynolds, de 10^4 à 2.10^4 , ont été obtenus dans le cas de la superposition des écoulements uniforme en x et oscillant dans la direction transverse. L'objectif est d'obtenir des résultats de comparaison pour aborder l'étude des vibrations induites par les vortex (VIV). Les figures 6 et 7 montrent les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement pour deux valeurs de l'amplitude du mouvement oscillant ($A_y/D = 0.25$ et 0.75) en fonction de la vitesse réduite notée $U_\infty/(fD)$. U_∞ est la vitesse du courant uniforme, D le diamètre

du cylindre et f la fréquence du mouvement oscillant forcé transverse. On note que pour $A_y/D = 0.75$, le coefficient d'amortissement n'est jamais négatif, ce qui est le cas également pour les résultats numériques obtenus par Dalheim (1997). Si le cylindre était libre d'osciller, ses amplitudes d'oscillation ne pourraient pas dépasser 0.75 diamètre. Toutefois les essais expérimentaux prédisent toujours un coefficient d'amortissement négatif pour une certaine gamme de vitesse réduite. Il est donc nécessaire d'effectuer des calculs plus fins pour éclaircir ce point.

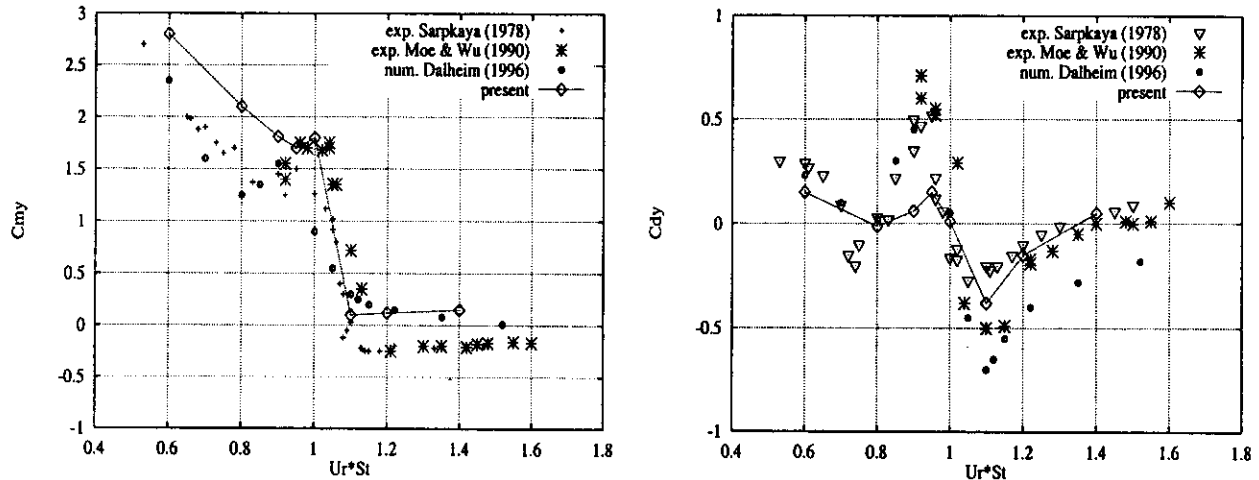


Figure 6: a) Coefficient de masse ajoutée transverse C_{my} et b) coefficient d'amortissement transverse C_{dy} en écoulement uniforme+oscillant $A_y/D=0.25$

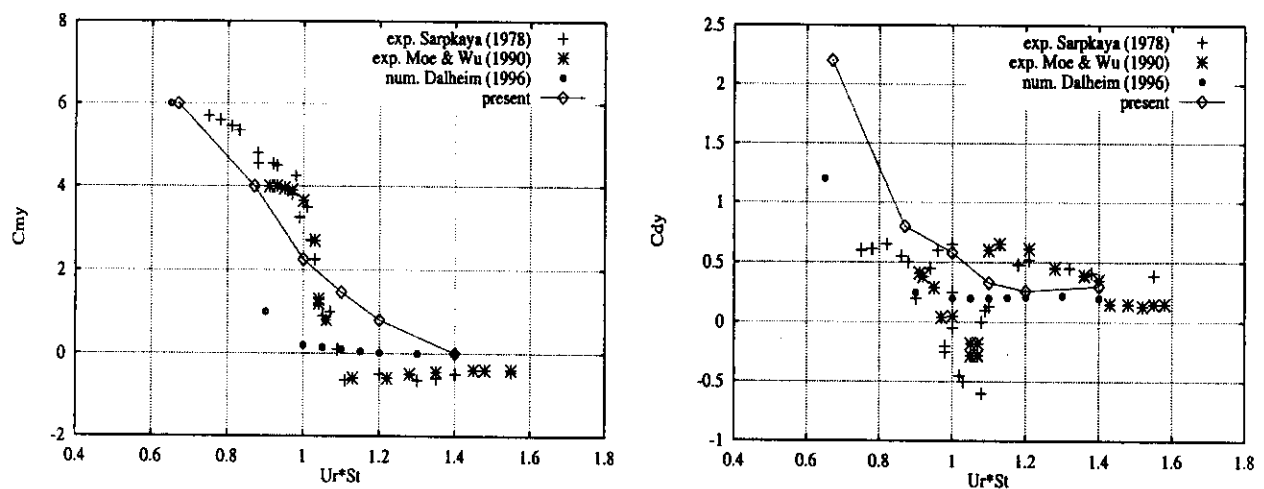


Figure 7: a) Coefficient de masse ajoutée transverse C_{my} et b) coefficient d'amortissement transverse C_{dy} en écoulement uniforme+oscillant $A_y/D=0.75$

3.3 Modélisation des vibrations induites par les vortex

Des simulations de vibrations induites ont été effectuées dans le cas d'un Reynolds faible ($Re < 150$). Les résultats expérimentaux d'Anagnostopoulos & Bearman (1992) sont la base des comparaisons. La masse réduite $m/(\rho D^2)$ de la structure dans l'eau est de 148 ce qui indique une réponse structurelle lente. m est la masse totale de la structure oscillante. L'amortissement structurel adimensionnel vaut 0.0012, ce qui a peu d'incidence sur les calculs. La fréquence naturelle d'oscillation du cylindre dans l'air vaut $f_n=7.016$ Hz.

Pour intégrer les mouvements de la structure soumise aux efforts hydrodynamiques, on utilise le schéma explicite de Runge-Kutta d'ordre 4 qui est suffisamment précis pour représenter le phénomène d'hystérésis attendu (voir Dalheim 1997).

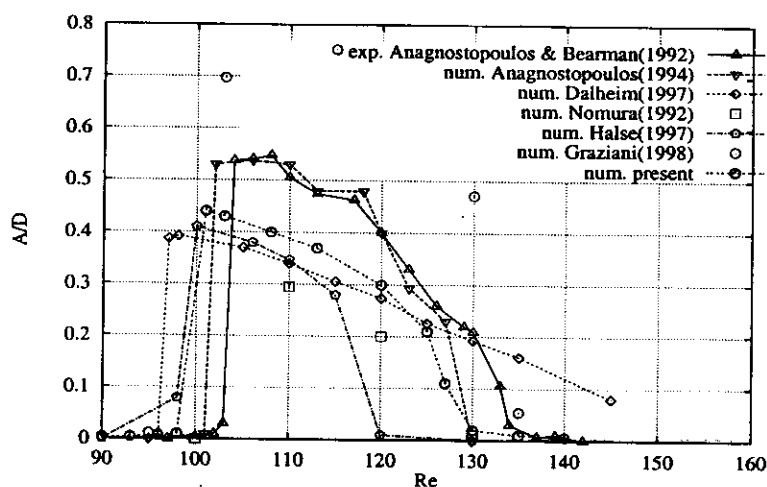


Figure 8: Amplitudes d'oscillation du cylindre en fonction de Re

La figure 8 montre l'amplitude d'oscillation du cylindre en fonction du nombre de Reynolds. De nombreux résultats numériques obtenus avec des méthodes eulériennes montrent une tendance à sous-estimer l'amplitude du mouvement transverse par rapport aux résultats de Anagnostopoulos et Bearman (1992). Ainsi, les résultats de Nomura (1992), de Dalheim et Meling (cf. Dalheim 1997), de Halse (1997) n'atteignent pas les amplitudes expérimentales. Les présents résultats s'en rapprochent davantage et ceux d'Anagnostopoulos (1994) sont comparables aux expériences grâce à un maillage optimisé pour lequel les noeuds sont concentrés dans le sillage. En revanche, les résultats obtenus par Graziani (1998) avec une méthode lagrangienne sont en opposition avec les autres résultats numériques puisque les amplitudes calculées sont largement surévaluées. Le sillage qu'il obtient est de type 2S, selon les descriptions de Williamson & Roshko (1988), cela correspond à deux vortex lâchés par cycle d'oscillation du cylindre. Or, toutes les autres méthodes numériques obtiennent une configuration de type 2P, deux paires de vortex lâchées par cycle d'oscillation du cylindre. Selon Williamson & Roshko (1988), pour les vitesses réduites de lock-in, le sillage se présente avec une configuration de type 2P en mouvement forcé. Cela renforce les méthodes qui sous-estiment l'amplitude puisqu'elles obtiennent un sillage apparenté au sillage expérimental.

3.4 Résultats multicorps

Les figures 9 à 13 montrent les résultats relatifs à l'écoulement impulsif autour de deux et trois cylindres côte-à-côte que l'on compare avec les expériences de Sumner *et al.* (1997). Pour être en accord avec leurs conditions d'expérience, une rampe d'accélération est simulée. Une erreur semble s'être glissée dans la description des expériences notamment un facteur 2 sur la rampe est nécessaire pour être en accord avec leurs résultats puisque sinon l'écoulement serait uniformément accéléré pour la plus grande partie des simulations. Ce qui n'est bien évidemment pas le cas.

Le couple de cylindres est caractérisé par un écartement centre-à-centre $T/D = 1.5$ et le nombre de Reynolds de l'écoulement basé sur le diamètre du cylindre vaut 2800. Dans le cas de trois cylindres l'écartement centre-à-centre vaut $T/D = 1.5$ et le nombre de Reynolds 2000.

Pour les calculs numériques les plus précis, on a utilisé des domaines annulaires constitués de 50 points dans la direction radiale et de 128 points dans la direction angulaire. La taille de la cellule de remaillage dans le domaine extérieur est d'environ 0.06 diamètre. Le pas de temps adimensionnel est

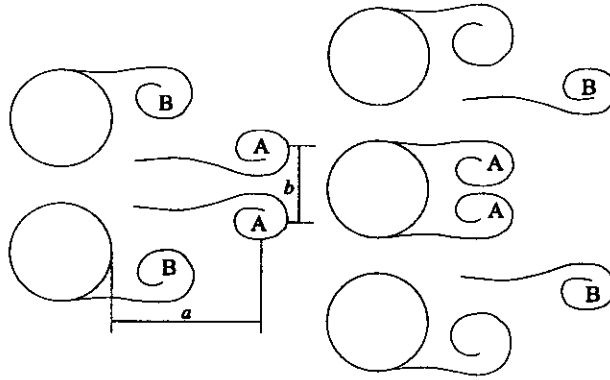


Figure 9: Description des vortex de type A et B et des distances entre vortex a et b

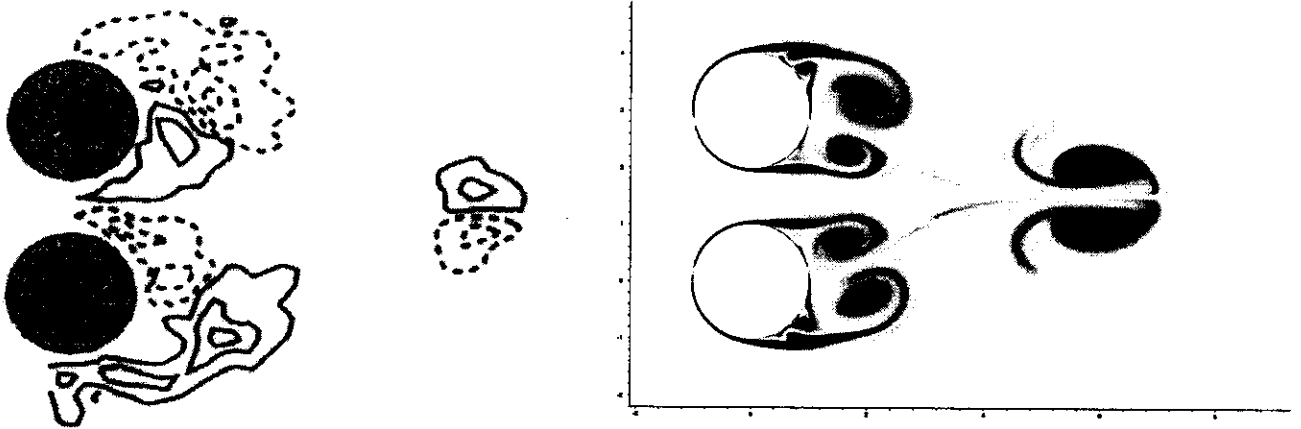


Figure 10: Comparaisons des résultats expérimentaux de Sumner *et al.* (1997) et numériques pour $t^* = U_\infty t/D = 4.1$

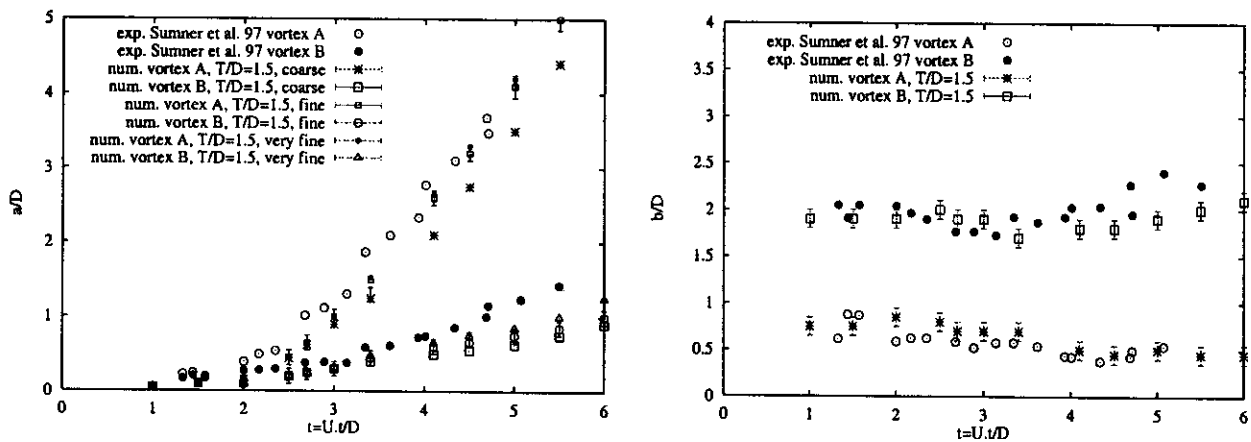


Figure 11: Positions des vortex dans le sillage en fonction de t^* . Comparaisons des résultats expérimentaux de Sumner *et al.* (1997) et numériques

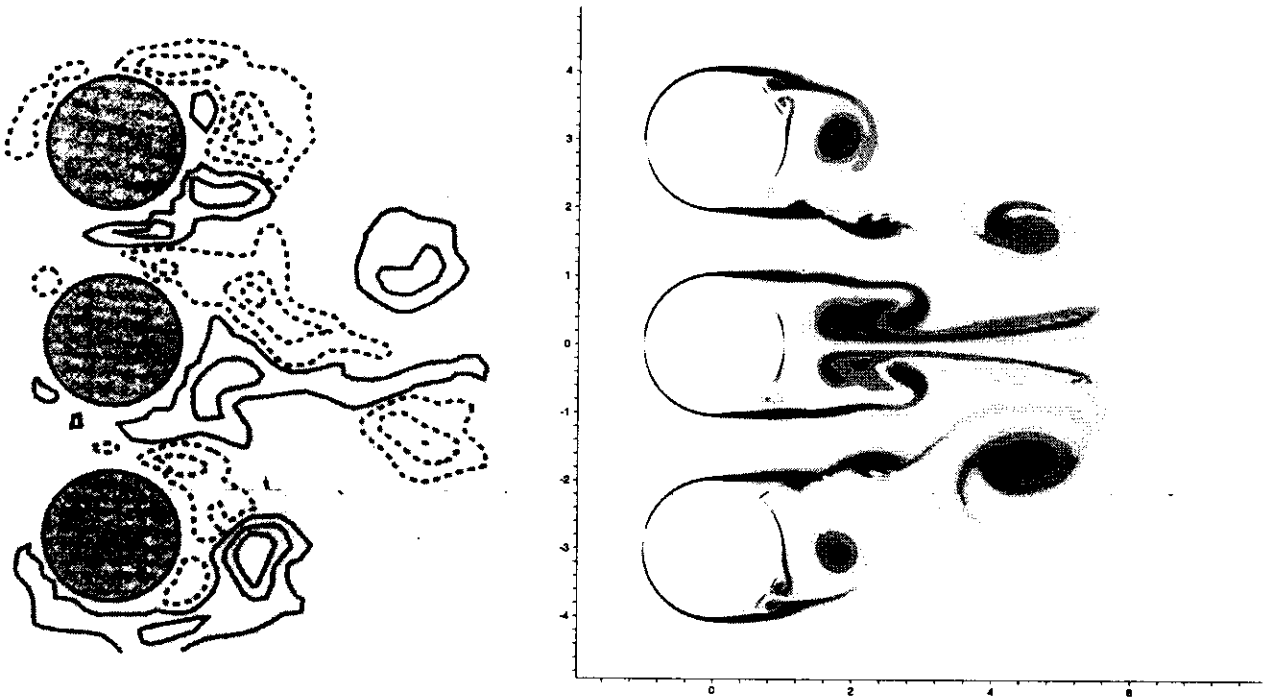


Figure 12: Comparaisons des résultats expérimentaux de Sumner *et al.* (1997) et numériques pour $t^* = U_\infty t/D = 3.7$

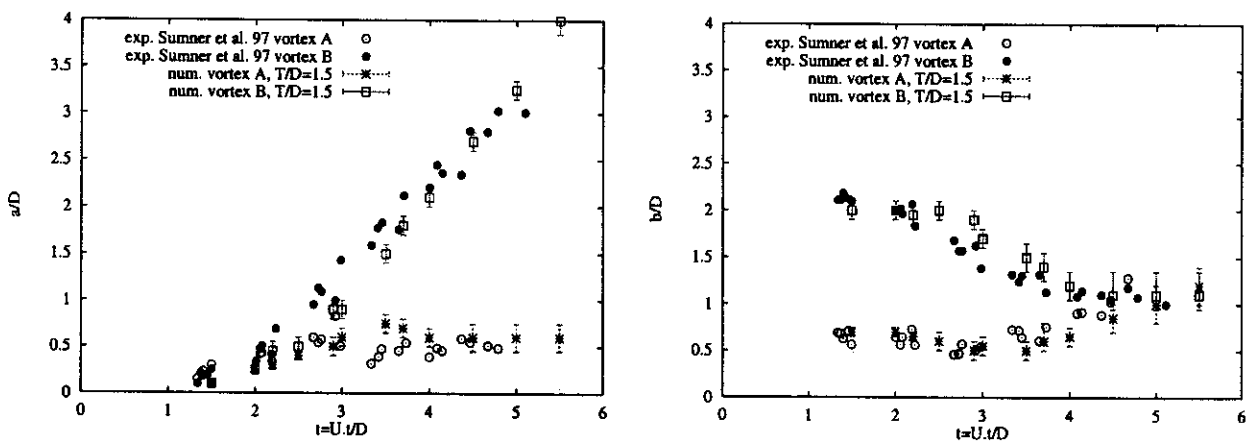


Figure 13: Positions des vortex dans le sillage en fonction de t^* . Comparaisons des résultats expérimentaux de Sumner *et al.* (1997) et numériques

de 0.01. Les figures 10 et 12 montrent un comportement qualitativement similaire entre les expériences et les présents résultats. Les figures 11 et 13 montrent que les positions des structures vorticales sont correctement prédites numériquement. Les barres verticales présentes sur les résultats numériques correspondent à l'erreur d'estimation sur la position du centre des vortex.

4 Conclusion

Une méthode numérique a été établie pour étudier les effets de masquage et de vibrations induites par les vortex dans un faisceau de risers flexibles sous l'hypothèse d'écoulement bidimensionnel. Cela se justifie pour des longueurs de corrélation de l'ordre du diamètre.

Une approche multidomaine a été choisie car elle autorise de grandes excursions des corps avant que ne se produisent des chocs. Cela est adapté aux déflexions importantes que peuvent subir les risers.

Le code de calcul a été validé pour le cas d'un corps fixe et en mouvement libre, pour l'écoulement autour d'un faisceau de cylindres fixes, mais aussi autour d'un corps fixe en régime turbulent par utilisation du modèle $k - \omega$.

Remerciements Ce travail est effectué dans le cadre d'une thèse financée par l'Institut Français du Pétrole.

Bibliographie

- Anagnostopoulos, P. & Bearman, P.W., 1992, "Response characteristics of a vortex excited cylinder at low reynolds numbers", *Journal of fluids and structures*, Vol. 6, pp. 39-50.
- Bouard, R., & Coutanceau, M., 1980, "The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for $40 < Re < 10^4$ ", *J. Fluid Mech.*, Vol. 101, part 3.
- Cantwell, B. & Coles, D., 1983, "An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder", *J. Fluid Mech.*, Vol. 136, pp. 321-374.
- Chang, K.S. & Song, C.J., 1990, "Interactive vortex shedding from a pair of circular cylinders in a transverse arrangement", *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 11, pp. 317-329
- Chou M.H., 1995, "Simulation of slightly viscous external flow by a grid-particle domain decomposition method", *Comp. & Fluids*, Vol. 24, pp. 333-347.
- Cottet G.H., 1991, "Particle-grid domain decomposition methods for the Navier-Stokes equations in exterior domains", *Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 28, pp. 103-117.
- Dalheim J.M., 1997, "Numerical prediction of vortex-induced vibration by the finite element method", *NTNU Trondheim*
- Faltinsen O.M., 1990, "Sea loads on ships and offshore structures", *Cambridge series*
- Graziani, G., Landrini, M. & Faltinsen, O.M., 1998, "Numerical solution of the flow past a freely oscillating body in waves and current", *Proc. Hydroelasticity in Marine Technology*, Fukuoka, Japan, 1998.
- Greengard, L. & Rokhlin, V., 1987, "A fast algorithm for Particle Simulations", *J. Comp. Phys.*, Vol. 73, pp. 325-348.
- Hayase, T., Humphrey, J.A.C. & Greif, R., 1992, "A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures", *J. Comp. Phys.*, Vol. 98, pp. 108-118.
- Kassera, V. & Stromheier, K., 1997, "Simulation of tube bundles vibrations induced by cross-flow", *J. Fluid & Struct.*, Vol. 11, pp. 909-928.
- Koumoutsakos, P. & Leonard, A., 1995, "High-resolution simulations of the flow around an impulsively started cylinder using a vortex method", *J. Fluid Mech.*, Vol. 296, pp. 1-38

- Krokstad, J.R., Solaas, F. & Dalheim, J., 1998, "A comparative study of Navier-Stokes codes applied on vortex induced vibrations", *Proc. Hydroelasticity in Marine Technology*, Fukuoka, Japan, 1998.
- Menter, F.R., 1992, "Improved Two-Equation $k - \omega$ Turbulence models for aerodynamic flows", *NASA Technical Memorandum* 103975
- Menter, F.R., 1996, "A comparison of some recent eddy-viscosity turbulence models", *Transactions of the ASME*, Vol.118, pp. 514-519
- Mittal, S., Kumar, V. & Raghuvanshi, A., 1997 "Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangement", *Int. J. Num. Methods in Fluids*, 1997, Vol. 25, pp. 1315-1344
- Mukhopadhyay, S. & Basu, B.C., 1994, "Second-order accurate no-slip conditions for solving problems of incompressible viscous flows", *J. Comp. Physics*, Vol. 111, pp. 53-61
- Napolitano, M. & Quartapelle, L., 1983, "Force and moment in incompressible flows", *AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 991-913
- Ogami, Y., 1991 "Viscous flow simulation using the discrete vortex model - the diffusion velocity method", *Computers & Fluids*, Vol. 19, pp. 433-441
- Sarpkaya, T., De Angelis, M. & Hanson, C., 1997, "Oscillating turbulent flow with or without a current about a circular cylinder", *JOMAE*, 1997, Vol. 119, pp. 1-6
- Schulz, W. & Kallinderis, Y., 1998, "Unsteady flow structure interaction for incompressible flows using deformable hybrid grids", *J. Comp. Phys.*, Vol. 143, pp. 569-597.
- Scolan, Y.M. & Faltinsen, O.M., 1993, "Numerical prediction of viscous flows around two bodies by a vortex method", *6th Proc. Num. Ship Hydrodynamics*, pp.439-453.
- Shen, W.Z. & Huberson, S., 1994, "Etude d'un problème d'interaction tourbillon-paroi par une méthode multi-domaine", *La Recherche Aérospatiale*, Vol. 1, pp. 53-66.
- Smith, P.A. & Stansby, P.K., 1988, "Impulsively started flow around a circular cylinder by the vortex method", *J. Fluid Mech.*, 1988, vol. 194, pp. 45-77.
- Stansby, P.K. & Dixon, A.G., 1983, "Simulation of flows around cylinders by a lagrangian vortex scheme", *Applied Ocean Research*, 1983, Vol. 5, pp. 167-178.
- Slaouti, A. & Stansby, P.K., 1992, "Flow around two circular cylinders by the random-vortex method", *J. Fluid & Struct.*, Vol. 6, pp. 641-670.
- Sugavanam, A. & Wu, J.C., 1980, "Numerical Study of Separated Turbulent Flow over Airfoils", *AIAA Journal*, Vol. 20, N4, pp. 464-470
- Sumner, D., Price, S.J. & Païdoussis, M.P., 1997, "Investigation of impulsively-started flow around side-by-side circular cylinders : Application of PIV", *J. Fluid & Struct.*, Vol. 11, pp. 597-615.
- Vada, T., "Recent advances in the computation of vortex induced vibrations the shielding effect", *Det Norske Veritas Research A.S.*, Norway.
- Wang C.Y., 1968, "On high-frequency oscillatory viscous flows", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 32, pp. 55-68
- Wilcox, D.C., 1995, "turbulence modeling for CFD", *DCW Industries, Inc. La cañada*, California.
- Williamson, C.H.K., 1991, "2D and 3D aspects of the wake of a cylinder, and their relation to wake computations", *Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 28, pp. 719-751.