

Structure du spectre des ondes de surface non-linéaires en régime d'équilibre dynamique avec le vent

V. Pavlov & A. Ouahsine

L. M. L. - URA CNRS 1441, Bd Paul Langevin, 59655 Villeneuve d'Ascq FRANCE

Résumé

Un modèle de génération des ondes de surface basé sur l'idée de mécanisme de résonance (de Cherenkov) est discuté. Il s'agit de quantifier la densité spectrale $S(k)$, de déterminer les facteurs générateurs d'ondes de surface et de trouver le lien qui peut exister entre la structure du spectre $S(k)$ et la structure de l'écoulement au-dessus de la surface libre. Cette étude tient compte (i) de la source d'énergie, (ii) du transfert nonlinéaire d'énergie dans l'espace k du à l'interaction onde-onde et (iii) de la dissipation visqueuse d'ondes. On présente des résultats numériques des particularités de la répartition de la densité spectrale des ondes de surfaces, obtenus en considérant l'hypothèse que des tourbillons en mouvement, intenses et distribués aléatoirement à l'interface air-mer sont responsables dans la formation de ces ondes. Ces résultats sont comparés aux données expérimentales.

Summary

A model of wind-generated surface waves based on the idea of the resonance mechanism (Cherenkov), is presented. Analytical approach is used to estimate the structure of the wave spectrum $S(k)$, to determine the factors that generate the surface waves and to find the relationship that exists between the spectrum structure and the flow below the sea-surface. This study includes the following process: (i) the spectral input (ii) the transfert of energy du to the wave-wave interaction (iii) the viscous dissipation of the surface waves. We presente the numerical investigations in order to show the characteristics of the surface waves density, when considering that there exist a strong atmospheric eddies distributed randomly and moving with the mean flow, which are responsible of the formation of waves. These results were compared with the measurement results.

1 Introduction

En physique des océans, la compréhension des phénomènes liés à la propagation et à la génération des ondes de surface est d'une grande importance dans la description des phénomènes au voisinage de l'interface air-mer (voir, par exemple, [3], [23]).

Notons à ce propos que le problème de génération d'ondes de surface par les écoulements atmosphérique et océanique est un des plus intéressants problèmes dans la physique des océans. La description théorique de l'interaction air-mer est depuis longtemps un sujet de recherche ponctué de réussites et d'échecs. L'abondante littérature spécialisée existante en témoigne (voir les références des ouvrages et articles [3], [11], [12], [7], [18], [22], [18]).

L'étude des ondes de vent, et spécialement des ondes courtes¹, est importante pour diverses raisons.

Premièrement, ces ondes affectent le flux d'énergie, de moment, de masse et de chaleur à travers la surface de la mer.

Deuxièmement, la compréhension de la dynamique des ondes courtes est un aspect important de l'interprétation des images de la gamme des micro-ondes électromagnétiques. La qualité de cette interprétation présente un intérêt particulier pour identifier les processus prédominants qui agissent sur ce système dynamique [1]. Elle dépend de notre compréhension des facteurs physiques et hydrodynamiques qui peuvent affecter l'état de l'interface air-mer. En outre, les méthodes d'observations par satellite dépendent des caractéristiques de la réflexion d'ondes électromagnétiques à la surface dans les bandes, où les micro-ondes ont des longueurs d'ondes comparables à l'échelle caractéristique des ondes courtes. Le progrès dans la détection du spectre d'ondes de surface $S(\mathbf{k})$ par satellite a accru l'intérêt pour la dynamique des ondes gravité - capillaires puisqu'elles sont responsables de la réflexion inverse des signaux radar.

La question comment l'écoulement, qui souffle au voisinage de la surface de l'eau, génère des ondes de surface reste un problème central dans la recherche sur les ondes de vent, malgré la grande quantité de travaux théoriques et expérimentaux durant les dernières décennies. Divers mécanismes ont été proposés pour expliquer le phénomène de la génération d'ondes, mais toutes ces théories ne décrivent cependant pas de manière satisfaisante le stade initiale de génération d'ondes.

Nous appliquons l'idée du mécanisme de résonance (de Cherenkov)² au cas de la

¹Ici nous utilisons le terme d'ondes courtes de surface pour faire référence à des ondes de surface capillaires et gravité-capillaires ayant des longueurs d'onde dans la gamme du millimètre à plusieurs centimètres. Parmi de paramètres fondamentaux notons celui de la rugosité de la surface marine exposé au vent. Ce paramètre caractérise la modification de la structure de la turbulence dans les couches limites dans l'air et dans l'eau, l'efficacité du transfert de moment, d'énergie, *etc.*, à travers l'interface et le développement des ondes de vent. L'état de surface, en se modifiant, agit indirectement sur les paramètres internes de l'écoulement, tels, par exemple, comme le paramètre de rugosité z_0 , conditionnent la redistribution des vitesses dans l'écoulement et donc modifie l'efficacité du transfert d'énergie du vent aux ondes.

²En électrodynamique [5], si une charge (où une autre source qui n'a pas d'oscillations propres) se déplace à vitesse constante \mathbf{V} , plus grande que la vitesse de phase c_{ph} de la lumière dans un milieu transparent, tel que $c_{ph} = c/n(\omega)$, $n(\omega)$ étant l'indice de réfraction pour la pulsation ω , il y a alors émission d'ondes électromagnétiques. L'angle θ d'émission (i.e. l'angle entre \mathbf{V} et le vecteur d'onde \mathbf{k}) est déterminé par la relation classique: $\cos \theta = c/n(\omega)|\mathbf{V}|$. Cette dernière condition est simplement une condition cinématique qui signifie [5], [21], qu'une onde (de toute nature, de pulsation ω et de longueur d'onde $2\pi/k$, avec des vitesses de phase c_{ph}) émise le long d'une trajectoire de la source est

génération d'ondes de surface par un ensemble d'irrégularités localisées (turbillons, rafales, etc) existantes dans l'écoulement rotationnel de l'air au voisinage de l'interface air-mer (voir en détails [20]). Notons que le processus de rayonnement de Cherenkov joue un rôle important dans la physique moderne. Le plus important n'est peut-être pas l'effet lui-même, mais les *concepts* et *analogies* qui lui sont liés.

Le but de ce travail, est de quantifier la densité spectrale $S(\mathbf{k})$, de déterminer les facteurs générateurs d'ondes de surfaces, ainsi que le lien qui peut exister entre la structure du spectre $S(\mathbf{k})$ et la structure de l'écoulement au-dessus de la surface libre. Dans le processus considéré, cette étude tient compte (i) de la source d'énergie, (ii) du transfert nonlinéaire d'énergie dans l'espace \mathbf{k} du a l'interaction onde-onde et (iii) de la dissipation visqueuse d'ondes. On présente quelques résultats numériques préliminaires des particularités de la répartition de la densité spectrale des ondes de surfaces générées par l'écoulement. Ces résultats sont obtenus en considérant l'hypothèse que des tourbillons localisés, intenses et distribués aléatoirement près de la surface libre, sont responsables en premier plan dans la formation de ces ondes [20]. Ensuite, ces résultats sont comparés aux données expérimentales.

2 Formulation du problème

L'état d'une surface excitée en équilibre dynamique, est caractérisé par le spectre définie par l'expression

$$\langle \eta^2(x, t) \rangle = \int d\mathbf{k} S(\mathbf{k}). \quad (1)$$

Nous prenons comme équation de base, l'équation d'évolution de la densité spectrale $S(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$ prise sous la forme bien connue

$$\frac{DS(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{Dt} = (\partial_t + \nabla_{\perp} \omega(\mathbf{x}) + \mathbf{c}_{gr} \cdot \nabla_{\perp}) S(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) = Q[S] \quad (2)$$

où $\mathbf{c}_{gr} = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k})$ désigne la vitesse du groupe; $\omega(\mathbf{x}) = \omega_{\mathbf{k}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}(\mathbf{r})$ est la pulsation; $\omega_{\mathbf{k}} = (gk + \sigma k^3)^{1/2} \tanh^{1/2} kH$, où g est l'accélération de la pesanteur, σ désigne le coefficient de la tension superficielle, k est le nombre d'onde horizontal et H est la profondeur du bassin étudié. Dans cette présente étude, nous négligeons le terme convectif dans l'expression de dispersion $\omega = \omega(\mathbf{x})$ et posons $\omega \sim \omega_{\mathbf{k}}$. La fonctionnelle $Q[S]$ décrivant les termes sources peut être développée formellement en série par rapport à S : $Q[S] \simeq Q^0[S] + Q^1[S] + Q^2[S] + \dots$. Cette série est représentée donc par une combinaison: de termes décrivant une source d'énergie: $Q^0[S]$; de termes décrivant des effets dissipatifs: $Q^1[S]$; de termes caractérisant le transfert nonlinéaire de l'énergie dans l'espace des nombres d'ondes, qui résulte de l'interaction onde-onde: $Q^2[S] + \dots$ ([6]-[8], [11]-[13], [25]). A ce stade d'analyse, le problème majeur qui se pose, est de modéliser chacun des termes ci-dessus pour satisfaire le problème physique. Cette modélisation propose la structure suivante:

(i) La forme de l'expression du terme-source (i.e., $Q^0[S]$) peut être trouvée dans le cadre de l'analyse dimensionnelle (voir par exemple l'argumentation dans [20])

$$W(\mathbf{k}) = W_0 V^{*3} (\rho_{12}^2 \exp(-2kz_*) \theta(z_*) + \exp(2kz_*) \theta(-z_*)) k^2 l_x l_y F_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}^{-2} k^{-3} \cos \phi \theta[\cos \phi], \quad (3)$$

en phase avec toute autre onde sur la surface conique correspondante.

où z_* vérifie l'équation

$$\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}(z_*) = 0. \quad (4)$$

Cette expression de $W(\mathbf{k})$ a été obtenue dans le cadre du modèle qui suit.

Il faut noter qu'il y a un grand nombre d'observations montrant que les vents soufflant sur le sol ou sur l'eau ne sont pas constitués de courants stationnaires et uniformes mais plutôt de séries irrégulières de rafales transportant des remous et des tourbillons distribués de manière désordonnée. On considère le milieu comme un milieu permettant d'utiliser l'hypothèse d'incompressibilité et les propriétés qui en découlent. On suppose que le courant stationnaire non-homogène proche de la surface libre de l'océan contient des hétérogénéités locales intenses - "rafales". Considérées comme "figées", ces hétérogénéités intenses se déplacent à la vitesse caractéristique du flux atmosphérique. La vitesse de convection d'une rafale solitaire localisée à une certaine hauteur de la surface est déterminée par le profil principal des vitesses. Dès que ces tourbillons (avec des vitesses qui atteignent des grandes valeurs locales) sont localisés notamment près de la surface de l'océan, ils seront considérés comme des sources spontanées d'ondes de surface ([19], [20]). Formellement, on considère les vitesses atmosphériques du courant comme une somme de composantes moyenne et fluctuante intense. En principe, des remous atmosphériques où des fluctuations de vitesse aléatoire localisées sont générés par la vitesse principale du vent, et en même temps ils se développent, interagissent et décroissent. Ici, pour des pulsations irrégulières nous supposons la validité de l'hypothèse des tourbillons mobiles figés (pour plus de détails sur les définitions correspondantes voir, par exemple, [17]).

Dans (3) ρ_1, ρ_2 désignent les densités de l'air et de l'eau respectivement, $\rho_{12} = \rho_1/\rho_2 \ll 1$. La fonction $F_{\mathbf{k}}$ caractérise la structure individuelle des tourbillons (voir [20]) qui existent dans l'écoulement moyen. On suppose que $l_x l_y F_{\mathbf{k}} \simeq z_0^2 / (1 + \alpha_1 k^2 z_0^2 \cos^2 \phi)^n$. Nous avons pris une hypothèse simple où les échelles caractéristiques des tourbillons sont déterminées par l'épaisseur de la couche limite z_0 . La distribution de la vitesse de l'écoulement du fluide est $V(z)$, c'est la vitesse moyenne du vent qui peut être estimée suivant des profils qu'on choisira.

(ii) Le terme décrivant les effets de dissipation est pris sous la forme: $Q^1[S] = 2\gamma_{\mathbf{k}} S(\mathbf{k})$.

(iii) Quant aux termes caractérisant les effets nonlinéaires que l'on représente par $Q^2[S] = N[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}]$, nous utilisons l'approximation proposée par Phillips (voir par exemple l'argumentation dans [23]):

$$N[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] = S(\mathbf{k}) \hat{N}[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] \sim S^3(\mathbf{k}). \quad (5)$$

A ce propos, faisons quelques remarques.

Pour illustrer le problème du choix de la structure du terme nonlinéaire, notons ici que l'intégrale de collisions, qui caractérise l'efficacité de l'interaction d'ondes de

surface, peut s'écrire (voir [23], [25])

$$\begin{aligned} \mathcal{N}[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] &\simeq \mathcal{N}^{(2)} + \mathcal{N}^{(3)} = \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \mathcal{Q}_{(2)}^2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \cdot \\ &\cdot [\delta^{(1)}(\omega + \omega_1 - \omega_2) \delta^{(2)}(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \{S_1 S - [S + S_1] S_2\} + \\ &+ 2 \delta^{(1)}(\omega - \omega_1 - \omega_2) \delta^{(2)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \{[S_1 + S_2] S - S_1 S_2\}] + \\ &+ \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 \mathcal{Q}_{(3)}^2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) \cdot \\ &\cdot \delta^{(2)}(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta^{(1)}(\omega + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \{[S + S_1] S_2 S_3 - [S_2 + S_3] S S_1\} = \\ &= - \left(\mathcal{A}_{\mathbf{k}}^{(2)}[S(\mathbf{k}')] + \mathcal{A}_{\mathbf{k}}^{(3)}[S(\mathbf{k}')] \right) S(\mathbf{k}) + \left(\mathcal{B}_{\mathbf{k}}^{(2)}[S(\mathbf{k}')] + \mathcal{B}_{\mathbf{k}}^{(3)}[S(\mathbf{k}')] \right), \quad (6) \end{aligned}$$

où $S_i \equiv S(\mathbf{k}_i)$, et les coefficients de couplage $\mathcal{Q}_{(n)}$ sont des fonctions homogènes des vecteurs d'ondes \mathbf{k}_m . Ici $\mathcal{A}_{\mathbf{k}}^{(2,3)}[S(\mathbf{k}')] > 0$, $\mathcal{B}_{\mathbf{k}}^{(2,3)}[S(\mathbf{k}')] > 0$. La fonction de Dirac filtre les composantes qui vérifient les conditions de résonance.

Ainsi, dans le cas générale, l'équation d'évolution pour le spectre d'onde peut s'écrire sous la forme

$$\frac{\mathcal{D}S(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\mathcal{D}t} = \left(W(\mathbf{k}) + \delta W^{(nonl)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] \right) - 2 \left(\gamma_{\mathbf{k}} + \delta \gamma^{(nonl)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] \right) S(\mathbf{k}), \quad (7)$$

où

$$\delta \gamma^{(nonl)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] = \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \mathcal{A}_{\mathbf{k}}^{(n)}[S(\mathbf{k}')], \quad \delta W^{(nonl)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] = \sum_{n=2}^{\infty} \mathcal{B}_{\mathbf{k}}^{(n)}[S(\mathbf{k}')] \quad (8)$$

A l'état d'équilibre, nous avons

$$\begin{aligned} W^{(eff)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] - 2\gamma^{(eff)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] S(\mathbf{k}) &\equiv \\ \equiv \left(W(\mathbf{k}) + \delta W^{(nonl)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] \right) - 2 \left(\gamma_{\mathbf{k}} + \delta \gamma^{(nonl)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')] \right) S(\mathbf{k}) &= 0. \quad (9) \end{aligned}$$

La proposition [23] est donc équivalente à celle d'une renormalisation du facteur $\gamma_{\mathbf{k}} \rightarrow \gamma^{(eff)}[\mathbf{k}; S(\mathbf{k}')]$.

Il est clair que dans des conditions d'un océan réel, quand les termes nonlinéaires dans l'équation (9) ne sont pas négligeables, tous les trois processus doivent être tenus en compte simultanément: (i) de l'apport d'énergie de l'écoulement atmosphérique par des mécanismes différents, (ii) de la perte d'énergie d'ondes (par exemple, par dissipation visqueuse ou par déferlement d'ondes), (iii) du transfert nonlinéaire d'énergie (ou de l'action) dans l'espace \mathbf{k} . L'équation (9) inclue la contribution de ces trois processus.

3 Modèle de base

De l'équation (7), on admet que l'état d'équilibre dynamique est atteint, lorsque tous les processus (i.e. processus de l'excitation, de la dissipation d'ondes et du transfert d'énergie) qui agissent sur l'interface air-mer, vérifient l'égalité suivante:

$$W(\mathbf{k}) - 2\gamma_{\mathbf{k}} S(\mathbf{k}) - N[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] = 0. \quad (10)$$

où l'on a: $\gamma_{\mathbf{k}} = \nu |\mathbf{k}|^2$, avec $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, et ν est la viscosité cinématique de l'eau. L'expression symbolique $N[S(\mathbf{k}), \mathbf{k}]$ représente les termes décrivant les effets nonlinéaires dans (9).

Dans notre modèle, nous avons trois processus physiques qui sont pertinents pour d'écrire un océan actif excité par le vent, qui s'auto-équilibrent. Ils sont de la forme (en termes d'action):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Divergence du flux spectral} = N'[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] = (2\pi)^2 \alpha c_{\mathbf{k}} \omega s^2(\mathbf{k}) c(\mathbf{k}), \\ \text{Dissipation} = 2\nu k^2 c_{\mathbf{k}} S(\mathbf{k}), \\ \text{Apport du vent} = W_0 c(\mathbf{k}) V^{*3} (\rho_{12}^2 \exp(-2kz_*) \theta(z_*) + \\ \exp(2kz_*) \theta(-z_*)) k^2 l_x l_y F_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}^{-2} k^{-3} \cos \phi \theta[\cos \phi], \end{array} \right. \quad (11)$$

où z_* est solution de l'équation $c_{\mathbf{k}} = V(z_*) \cos \phi$. Les fonctions $s(\mathbf{k})$, $c(\mathbf{k})$ sont définies par $s(\mathbf{k}) = |\mathbf{k}|^2 S(\mathbf{k})$, $c(\mathbf{k}) = |\mathbf{k}|^4 S(\mathbf{k})$. Pour des raisons d'analyse dimensionnelle, le paramètre α peut être pris de l'ordre de $10^{-1} \div 10^{+1}$. Notons que pour les ondes de gravitation on a $c_{\mathbf{k}}^{-2} k^{-1} \simeq g^{-1}$.

La solution de (15) (qui a la forme $S^3 + 3pS - 2q = 0$, puisqu'on a $N[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] \sim S^3(\mathbf{k})$) est donnée par

$$S(\mathbf{k}) = [q + (q^2 + p^3)^{1/2}]^{1/3} + [q - (q^2 + p^3)^{1/2}]^{1/3}, \quad (12)$$

avec $q = W(\mathbf{k})/2\alpha\omega_{\mathbf{k}}|\mathbf{k}|^8$, $p = 2\nu|\mathbf{k}|^2/3\alpha\omega_{\mathbf{k}}|\mathbf{k}|^8$.

4 Profil de la vitesse de l'écoulement

Les tests numériques ont montré que les résultats sont tributaires de la forme du profil de la vitesse de l'écoulement.

Nous procédons comme dans le cas d'une couche limite au voisinage d'une surface rigide, située dans le plan (x, y) . Rappelons quelques résultats bien connus. En admettant des conditions de stationnarité statistique, on obtient $\tau_{13} = -\rho_a \overline{u'w'} \cong \tau$, où τ est alors une constante. Ici ρ_a la densité de l'air, et u' et w' sont les composantes en x et en z des fluctuations de la vitesse turbulente, dont le produit est moyenné. On peut définir la vitesse de frottement par la relation $V^{*2} = -\overline{u'w'}$, d'où en termes de contrainte, on obtient le résultat bien connu $V^* = |(\tau_{zx}/\rho_a)^{1/2}|$. Le paramètre V^* est considéré constant. La contrainte peut être aussi reliée à la vitesse de l'écoulement à un certain niveau de référence (qui est pris habituellement à 10 m) par un coefficient de frottement C_D , défini par $\tau = \rho_a C_D V_{10}^2$, où $V_{10} \equiv V$ est la vitesse du vent mesurée à une altitude de 10 m au-dessus du niveau de la mer. Il a été observé expérimentalement que $C_D = (1,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$ (voir, par exemple, [4]). On peut ainsi en déduire la relation $V^{*2} = C_D V_{10}^2$. Cette relation sera utilisée par la suite avec $C_D \cong 1,5 \cdot 10^{-3}$ pour effectuer la conversion entre la vitesse de frottement V^* et la vitesse réelle du vent V prise donc au niveau de référence, $z = 10$ m. L'analyse simple [14] permet de trouver que, pour $z \gg z_0$, $\langle u \rangle \simeq (V^*/\kappa) \ln(z/z_0)$, i. e., le profil de vitesse du vent peut être choisi donc en profil logarithmique³.

³En principe, deux types de distributions peuvent être admise pour des écoulements le long d'une paroi (voir [2]). La première forme de distribution des vitesses est celle d'une loi *puissance* dépendant du nombre de Reynolds Re de l'écoulement. La seconde forme est celle d'une loi *logarithmique*, indépendante de Re mais dépend d'autres constantes. Il faut souligner que ni la loi puissance, ni la loi logarithmique ne doivent être prises comme de simples représentations de données empiriques, car celles-ci ont des fondations théoriques aussi rigoureuses l'une que l'autre, mais basées sur des approches

La quantité z_0 (appelée longueur de rugosité) spécifie l'influence de la surface sur l'écoulement moyen du vent. Comme établi par un certains nombre d'observateurs, [16], [24], la structure de la vitesse des écoulements au-dessus des surfaces mobiles est la même que pour une couche d'air au-dessus de la surface rigide, ayant un profil logarithmique identique, mais avec z_0 modifié: $z_0 \rightarrow z_0(V^*)$. Wu [24] a utilisé une modification suivante $z_0 \sim 10^{-5} V^2$.

Dans ce présent travail, le profil de la vitesse choisi pour les calculs numériques est similaire à celui utilisé, par exemple, par Miles ([15]):

$$V(z) = (V^*/\kappa) \ln(1 + z/z_0) \Theta(z). \quad (13)$$

Ici, V^* est la vitesse de frottement, $\Theta(z)$ est la fonction de Heaviside, κ est la constante de Von Karman supposée égale à 0,40 et z_0 est l'épaisseur caractéristique du profil du vent.

5 Résultats et Discussion

Les résultats numériques préliminaires de cette étude, ont été effectuées pour des valeurs des nombres d'ondes suivantes : $0 < k_x < 1500$ et $-400 < k_y < 400$. Ce domaine des nombres d'ondes est choisi pour des raisons physiques: (i) nous supposons qu'il n'y a pas d'ondes de surface pour des nombres d'ondes supérieurs à la valeur $k_{xmax} = 10^{+4}$ (i.e., nous posons que la longueur d'onde $\lambda < (1 \div 4) \cdot 10^{-3}m$), à cause de la dissipation (moléculaire, par exemple); (ii) les ondes générées par l'écoulement se propagent quasiment dans le sens de celui-ci. Il est évident que la valeur k_x est positive à cause de la condition de résonance qui doit être vérifiée. Les tests numériques ont été effectués avec le choix des paramètres suivants: $\alpha = 1$, $\alpha_1 = 1$, $n = 1$, $W_0 = 100$. En se servant des résultats expérimentaux [24], nous avons choisi la relation de dépendance entre z_0 et V^* , sous la forme suivante: $V^* = a_0(\nu^{(air)}/V^*) + a_2 V^{*2}$ avec $a_0 = 0,14$, $a_2 = 4 \cdot 10^{-2}$. La forme de cette expression de dépendance n'est pas fortuite. Le premier terme traduit l'effet de la viscosité moléculaire de l'air au voisinage de la surface libre non perturbée. Il caractérise l'épaisseur typique de la couche limite au voisinage d'une surface rigide. Le dernier terme en V^{*2} peut être interprété comme une conséquence de l'apparition des ondes de surface et de leurs influence sur la structure de la couche limite. Sur la Fig.1 est présentée $z_0(V^*)$.

Sur la Fig.2-a est présenté l'allure du terme source $W(\mathbf{k})$, pour $k_y = 0$. Elle montre la localisation du maximum de l'apport de l'énergie de l'écoulement aux ondes de surface. La position de ce maximum dépend de la vitesse de frottement V^* , et se situe, par exemple, au voisinage des nombres d'ondes k_{max} entre 100(rad/m) et 120(rad/m) pour des vitesses V^* qui varient entre 0.035(m/s) et 0.045(m/s). A cette énergie apportée par le vent on associe un spectre d'énergie $S(\mathbf{k})$ (Fig.2-b), calculée de (12) avec prise en compte des termes nonlinéaires (transfert de l'énergie au spectre, déferlement des ondes,

fondamentalement différentes. La question est alors de savoir laquelle de ces deux conceptions est la plus correcte dans le cas particulier qui nous interesse.

Outre la complexité des écoulements, liée au nombre de paramètres intervenant dans la description de ce processus, la difficulté d'obtention des mesures, leur fiabilité et leur précision, font apparaître des résultats accreditant aussi bien l'une ou l'autre approche. Cependant nous avons adopté l'approche la plus couramment admise, c'est-à-dire celle en loi logarithmique.

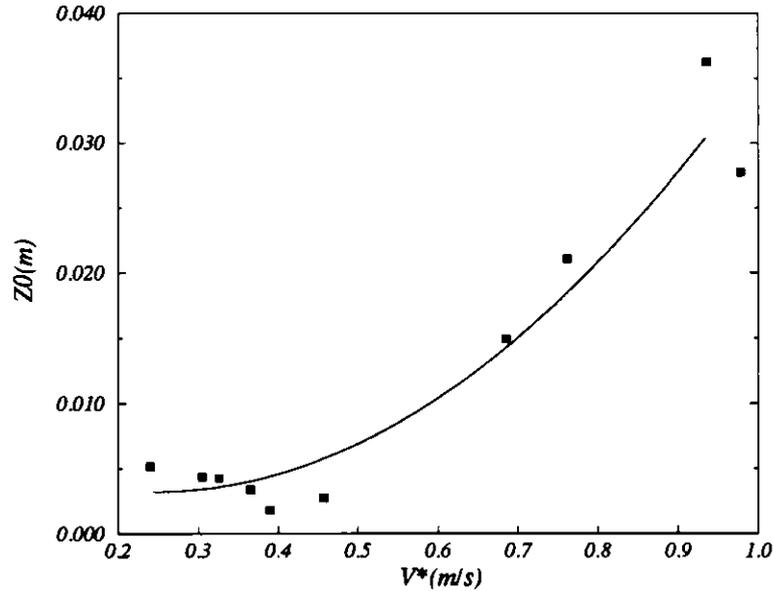


Figure 1: Relation entre l'épaisseur de la couche limite z_0 et la vitesse de frottement V^* .

etc.). L'allure de $S(\mathbf{k})$ montre que toute l'énergie est concentrée quasiment au voisinage d'un nombre d'onde correspondant au maximum du spectre. Elle montre également, que la variation de la position de \mathbf{k} correspondant au maximum d'énergie, en fonction de V^* , est moins évidente pour des vitesses voisines. L'analyse de Fig.2-a et Fig.2-b, montre que pour une énergie fournie par le vent répartie sur un intervalle des nombres d'ondes suffisamment grand, correspond un spectre d'énergie $S(\mathbf{k})$ concentrée dans un intervalle des nombres d'ondes \mathbf{k} plus petit. Pour différentes valeurs de la vitesse de frottement V^* , les nombres d'ondes qui correspondent aux $W_{max}(\mathbf{k})$ et $S_{max}(\mathbf{k})$ ne sont pas confondues. Notons que la structure de $S(\mathbf{k})$ dépend sensiblement (i) des particularités de l'apport en énergie du vent existant au voisinage de l'interface océan-atmosphère; (ii) de la dissipation de l'énergie d'ondes due aux interactions ondes-ondes. Dans le domaine des nombres d'ondes élevés, $k > k_m$, $S(\mathbf{k})|_{\phi=0}$ peut être considéré comme quasi-proportionnelle au nombre d'onde k à la puissance négative: $S(\mathbf{k})|_{\phi=0} \sim k^{-s(V^*)}$, $s(V^*) > 0$.

Sur les figures Fig.2-c et Fig.2-d sont illustrées les allures des distributions spectrale de la pente $k^2 S(\mathbf{k})$ et de la courbure $k^4 S(\mathbf{k})$ de la surface perturbée, respectivement. La courbure correspond à la saturation du Spectre d'énergie, dont la variation devient moins sensible pour de grandes valeurs de la vitesse moyenne (voir par exemple [1]). Dans notre cas, il y'a saturation du spectre pour des vitesses de l'écoulement allant de 7 à 8(m/s)(Fig.3).

Sur la Fig.4 sont présentés les résultats de mesures expérimentales [9] de $\langle \eta^2 \rangle$ et ceux des calculs de notre modèle. Elle montre la dépendance qui existe entre la hauteur caractéristique $h_c = 4\sqrt{\langle \eta^2 \rangle}$ et la vitesse de frottement V^* .

Sur la Fig.5 est présentée la densité de pente caractéristique, définie par l'expression suivante: $P_c = \sqrt{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle}$. L'analyse des courbes de H_c (Fig.4) et de P_c (Fig.5), montre

qu'il existe deux zones marquées par un saut au voisinage de la vitesse de l'écoulement V comprise entre 3 à 5 m/s. La comparaison entre les résultats de calcul et des mesures (voir [9]), montre qu'il existe une concordance entre ces résultats notamment dans la zone des ondes de gravité. Néanmoins, nous avons constaté qu'un écart entre nos résultats et ceux des mesures pour des petites vitesses de frottement (de l'ordre de $0.02(m/s)$ à $0.04(m/s)$), existe. Cet écart dans la zone des ondes capillaires peut avoir plusieurs origines. Vu la petitesse des vitesses et des longueurs d'ondes ($V < 10^{-4} \div 10^{-3} m/s, \lambda < (1 \div 4) \cdot 10^{-3} m$), cet écart peut être associé à des bruits parasites (dues aux vibrations du dispositif expérimental), qui peuvent exister lors des mesures. Ces perturbations pourront être prises en compte en effectuant la correction suivante: $h_c \rightarrow h_c = 4\sqrt{\langle \eta^2 \rangle + S_0}$, avec $S_0 \sim 10^{-4}(mm^2)$.

Une origine physique de la non concordance de l'interprétation des mesures effectuées au laboratoire et dans un bassin océanique, peut être liée au traitement des termes nonlinéaires. En fait, l'effet de ces termes nonlinéaires se fait sentir pour des temps et des étendues spatiales suffisamment grands, et toute comparaison entre les mesures au laboratoire et les calculs, est à prendre avec prudence. Dans notre cas, les termes nonlinéaires sont importants ($N[S(\mathbf{k}); \mathbf{k}] \sim S^3(\mathbf{k})$) et peuvent correspondre à des situations de l'océan ouvert.

Il est nécessaire de souligner que le traitement numérique de P_c et H_c est un peu délicat car d'après (1), l'intégration du spectre d'énergie $S(\mathbf{k})$ sur un domaine où (k_x, k_y) varient de 0 à (k_{xmax}, k_{ymax}) présente des pics quand la vitesse de frottement devient grande. Ces pics, rendent l'estimation numérique de l'intégrale donnée dans (1) moins évidente. Ainsi, on rappelle que la forme de l'intégrand, en tenant compte de (3) et (15) avec $z_0 > 0$, est donné par:

$$W(\mathbf{k}) = W_0 V^{*3} \rho_{12}^2 \exp(-2kz_*) k^{-2} c_{\mathbf{k}}^{-2} \cos \phi \theta(z_*) \theta[\cos \phi], \quad (14)$$

où, d'après (13) et (4), $z_* = z_0 [\exp(c_{\mathbf{k}} \kappa / V^* \cos \phi) - 1]$, avec $c_{\mathbf{k}} = [(g/k + \sigma \mathbf{k}) th(\mathbf{k}h)]^{1/2}$ est la vitesse de phase. De cette dernière expression, on écrit explicitement:

$$\sqrt{\langle \eta^2 \rangle} = \int d\mathbf{k} f(\mathbf{k}, V^*, z_0) \exp(z_0 g(\mathbf{k}, V^*)) \quad (15)$$

Bien que les fonctions f et g sont des fonctions analytiques, la valeur de cette dernière intégrale, dépend du comportement asymptotique de la fonction g . Ainsi au fur et à mesure que la vitesse de frottement V^* augmente, l'épaisseur de la couche de frottement z_0 augmente, et donc g présente un maximum exprimé en exponentielle. D'autant plus, que pour de grandes valeurs de z_0 spécifiques du problème étudié, le voisinage de ce maximum influe clairement sur la valeur de l'intégrale. Donc les méthodes classiques d'intégration ne sont pas applicables pour ce genre de problème, et qu'une estimation asymptotique de cette intégrale s'impose.

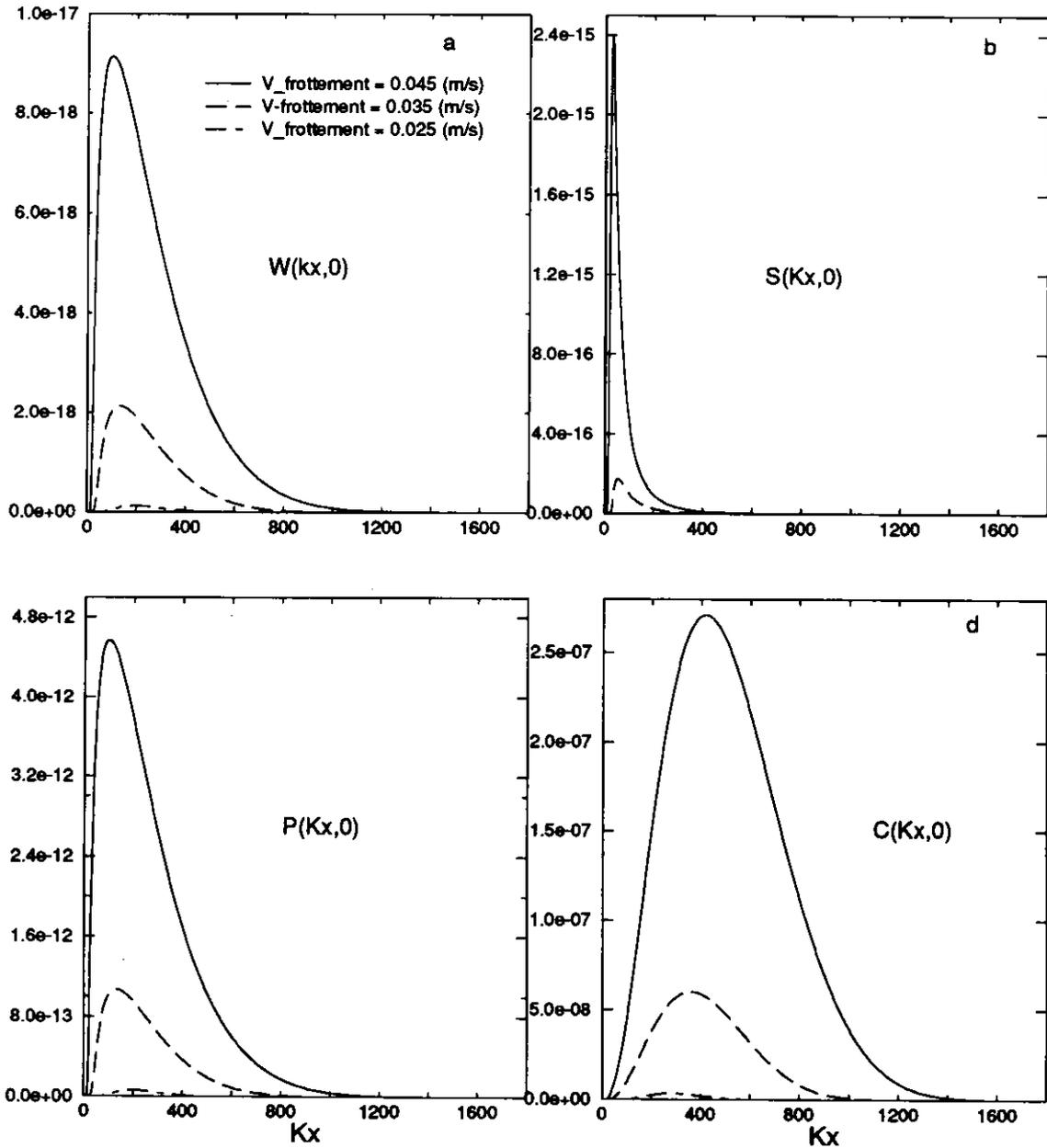


Figure 2: Allure de $W(k_x, 0)$, $S(k_x, 0)$, $P(k_x, 0)$, $C(k_x, 0)$, suivant les valeurs de la vitesse de frottement V^* . $W(k_x, 0)$ représente la source d'énergie, $S(k_x, 0)$ le spectre d'énergie, $P(k_x, 0)$ la distribution spectrale de la pente, $C(k_x, 0)$ la distribution spectrale de la courbure de la surface perturbée

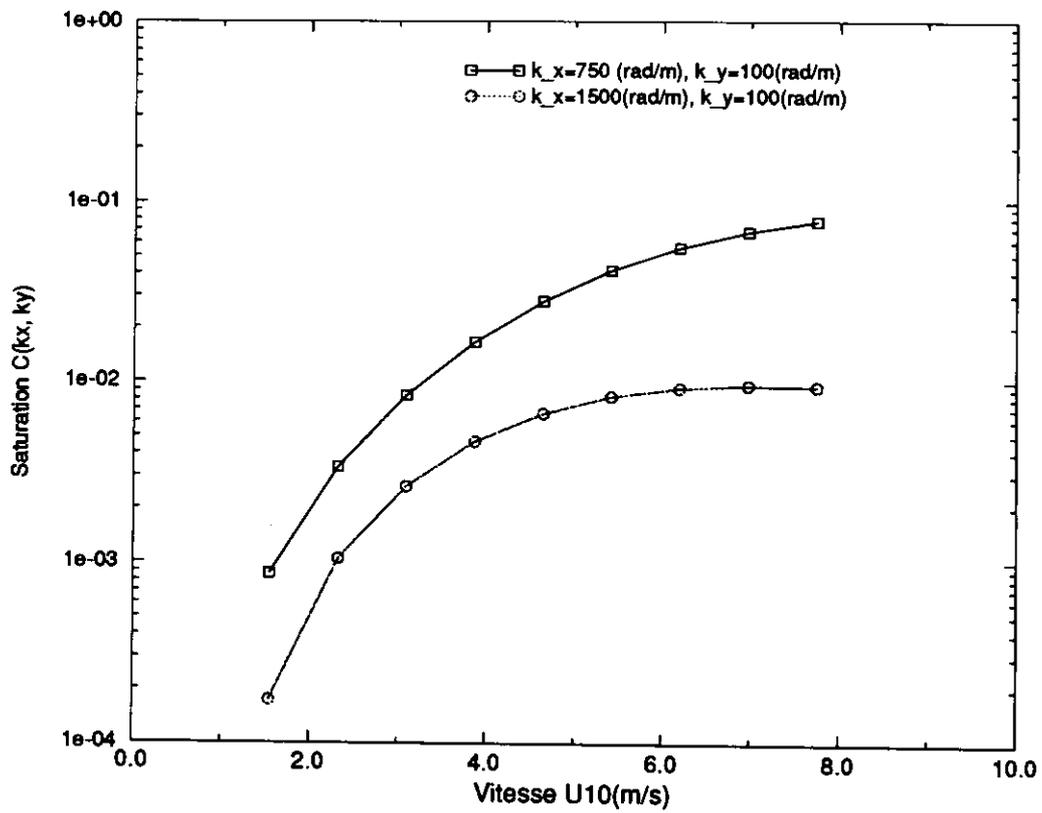


Figure 3: Saturation de la densité spectrale de la courbure de la surface excitée: $C(k_x, k_y)$, pour des valeurs de k_x et k_y fixées

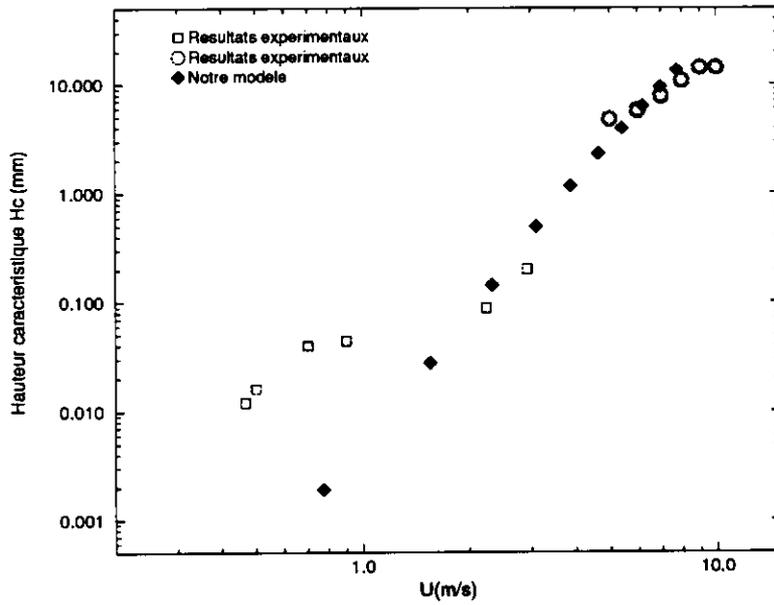


Figure 4: Comparaison entre les valeurs calculées et mesurées de la hauteur caractéristique H_c .

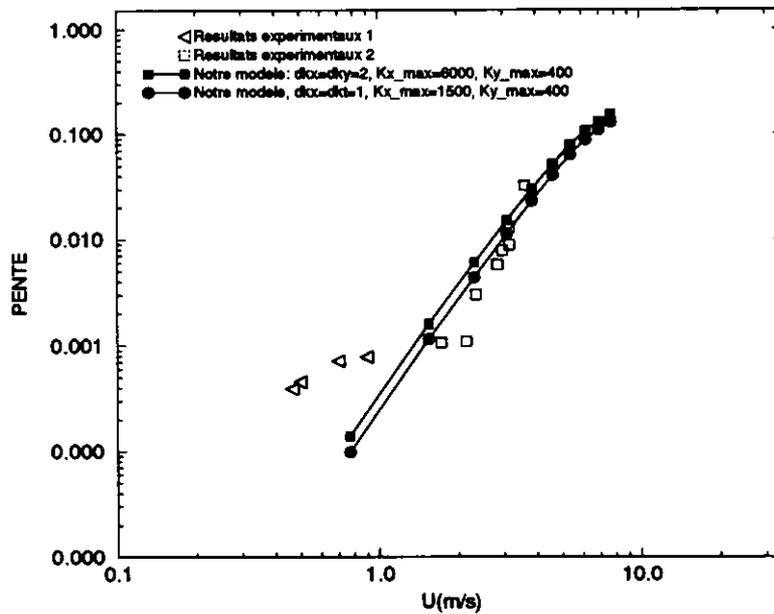


Figure 5: Comparaison entre les valeurs calculées et mesurées de la pente caractéristique P_c .

References

- [1] Apel, J. R. 1994 An improved model of the ocean surface wave vector spectrum and its effects on radar backscatter. *J. Geophys. Res.*, **90**, no. C8, 16.269-16.291.
- [2] Barenblatt, G.I. 1993 Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.*, **248**, 513-520.
- [3] Davidan, I.N., Lopatukhin, L.I. & Rogkov, V.A. 1985 *Wind Waves in the Ocean*. L.: Gidrometeoizdat, 256pp (in Russian).
- [4] Eifler, W. 1993 A hypothesis on momentum and heat transfer near the sea-atmosphere interface and a related simple model. *J. Marine Systems*, **4**, 133-153.
- [5] Ginzburg, V.L. 1979 *Theoretical Physics and Astrophysics*. Pergamon Press, Oxford - New York.
- [6] Goncharov, V.P. & Pavlov, V.I. 1993 *Problems of Hydrodynamics in Hamiltonian Description*. Ed. Moscow Univ., 197 pp (in Russian).
- [7] Hasselmann, K. 1962 On the nonlinear energy transfer in a gravity - wave spectrum. *J. Fluid Mech.*, **12**, 481-500.
- [8] Hasselmann, K. 1968 Weak interaction theory of ocean surface waves. In *Basic Developments in Fluid Mechanics* (Ed. M. Holt), **2**, NY: Academic, pp. 117-182.
- [9] Kahma, K., Donelan, M.A., 1988 A laboratory study of the minimum wind speed for wave generation. *J. Fluid Mech.*, **192**, 339-364.
- [10] Kawai, S. 1979 Generation of initial wavelets by instability of a coupled shear flow and their evolution to wind waves. *J. Fluid Mech.*, **93**, 661-703.
- [11] Kitaigorodskii, S.A. 1962 Applications of the theory of similarity to the analysis of wind - generated wave motion as a stochastic process. *Izv. Akad. Nauk USSR, Geophys. Ser.*, **1**, 105-117.
- [12] Kitaigorodskii, S.A. 1983 On the theory of equilibrium range in the spectrum of wind-generated gravity waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **13**, 816-827.
- [13] Krasil'nikov, V.A. & Pavlov, V.I. 1976 On nonlinear mechanism of build-up of equilibrium wave spectrum on the ocean surface. *Sov. Phys. - Atmosph. Phys. (USA)*, **12**, no.4, 424-432.
- [14] Landau, L.D. & Lifshitz, E.M. 1987 *Fluid Mechanics*, 2nd ed., rev., Pergamon Press, Oxford - New York.
- [15] Miles, J. 1996 Surface-wave generation: a viscoelastic model. *J. Fluid Mech.*, **322**, 131-145.
- [16] Mitsuyasu, H. & Honda, T. 1982 Wind-induced growth of water waves. *J. Fluid Mech.*, **123**, 425-442.

- [17] Monin, A.S. & Yaglom, A.M. 1967 *Statistical Fluid Mechanics*. vol.2. Moscow: Nauka (English Transl. MIT Press, Cambridge 1975), 769 pp.
- [18] Monin, A.S. & Krasitskii, V.P. 1985 *The phenomena on the Ocean's surface*. L.: Gidrometeoizdat (in Russian).
- [19] Pavlov, V.I. & Sukhorukov, A.I. 1984 Infrasound radiation into the atmosphere by an eddy inhomogeneity located near the ocean surface. *Sov. Phys. - Atmosph. Oceanic Phys. (USA)*, **20**, no.8, 674-678.
- [20] Pavlov, V. & Eifler, W. 1995a) Surface Wave Generation by Air Flow. *Report EUR 16350 EN*, Joint Research Centre, European Commission, Institute for Remote Sensing Application, 1-36; 1995b) Gravity-Capillary Wave Generation by Moving "Bursts" in Air Flow. *The XXI General Assembly of the International Association for the Physical Sciences of the Oceans (IAPSO)*, (5-12 August 1995, Hawaii, USA). The PS-10 Abstracts, p.187.
- [21] Pavlov, V.I. & Sukhorukov, A.I. 1985 Emmission of acoustic transition waves. *Sov. Phys. - Usp. (USA)*, **147** (9), 784-802.
- [22] Phillips, O.M. 1977 *The Dynamics of the Upper Ocean*. 2nd edn. Cambridge University Press, 336 p.
- [23] Phillips, O.M. 1985 Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wave-generated gravity waves. *J. Fluid Mech.*, **156**, 505-531.
- [24] Wu, J. 1968 Laboratory study of wind-wave interactions. *J. Fluid Mech.*, **34**, no. 1, 91-111.
- [25] Zakharov, V.E. & Filonenko N.N. 1966 The energy spectrum for random surface waves. *Sov. Phys. - Doklady (USA)*, **170**, 1292-1295.