

Effet du désordre sur le couplage d'oscillateurs immergés avec une houle partiellement stationnaire: une simulation de laboratoire

Max Belzons

Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels
CNRS - UMR 139 Université de Provence
Technopôle de Château-Gombert,
5, rue Enrico Fermi
13453 Marseille cedex 13

Résumé

On présente les résultats d'une étude sur le couplage d'oscillateurs immergés avec une houle partiellement stationnaire. Lors des expériences conduites dans un canal de laboratoire, on a déterminé l'enveloppe de l'onde, en amont, au-dessus et en aval du système formé de 5 oscillateurs identiques, soit régulièrement espacés de d_B , soit présentant un désordre d'espacement autour de la valeur moyenne d_B . Dans le cas ordonné on observe les deux premières résonances de Bragg correspondant à la valeur de d_B . La mise en désordre de ces 5 oscillateurs conduit à une altération de ces bandes interdites associée à un net accroissement du coefficient de réflexion du système dans la bande passante. Une simulation numérique linéaire potentielle, confirme ces résultats ainsi que l'importance du couplage onde-oscillateur pour le pouvoir réflecteur du système. Une extension de cette étude pourrait conduire à mettre en évidence une localisation résonnante des ondes de gravité par des oscillateurs.

Summary

The results of a study on the coupling of a partially standing wave with submerged oscillators are presented. The experiments were conducted in a laboratory wave tank and the surface elevation was measured up-wave, above, and down wave of a system formed with 5 identical oscillators whose spacing was either regular of value d_B , or randomly distributed about the mean value d_B . The two first Bragg resonances corresponding to d_B were observed with the ordered system. Spacing disorder was found to alter the forbidden bands and to increase the reflection coefficient of the system in the passing band as well. These experimental findings are in agreement with a linear and potential numerical modelling, which also confirmed the role of the wave-oscillator coupling on the reflection coefficient of the system. Extending this study could allow the observation of the resonant localization of gravity wave by oscillators.

1) Introduction

L'objectif de cette étude est de simuler l'interaction d'un ensemble d'oscillateurs avec une houle partiellement stationnaire, afin de tester son efficacité en tant que réflecteur, tout en examinant le rôle d'un désordre d'espacement des oscillateurs sur cette réflexion. Réalisée avec un nombre suffisant d'oscillateurs en désordre, cette étude pourrait mettre en évidence un phénomène de **localisation** de l'onde de gravité. Dans le cas d'obstacles immergés fixes constituant un système périodique, ou d'une variation sinusoidale de la profondeur d'eau, on s'attend à un accroissement de la réflexion pour des ondes en résonance de Bragg avec les obstacles ou avec le fond (1). Dans une modélisation approchée, on considère que de petits obstacles identiques régulièrement espacés de Λ , ou de faibles ondulations d'un fond sinusoidal de longueur d'onde Λ , constituent autant de réflecteurs ordonnés pour l'onde incidente de nombre d'onde k . Par suite on observera une forte réflexion quand les ondes partiellement réfléchies sont en interférences constructives, soit pour $k = nK/2$, où $K = 2\pi/\Lambda$, n entier >0 . La relation de dispersion en profondeur constante donnera ensuite la valeur approchée de la fréquence f_n correspondante. Le coefficient de réflexion $R(f)$ de l'onde présentera un maximum, dont la hauteur et la largeur dépendent du nombre de réflecteurs partiels, pour la fréquence f_n : centre de la n ème bande interdite. Au contraire, $R(f)$ sera faible pour des fréquences éloignées de f_n , situées dans les bandes passantes (2), (3). Par comparaison avec le cas ordonné, la mise en désordre d'un nombre suffisant de réflecteurs partiels doit conduire à un renforcement global de la réflexion de l'onde, particulièrement visible dans les bandes passantes, et qui est un des aspects du phénomène de localisation. La localisation des ondes de gravité a été mise en évidence et largement étudiée dans notre laboratoire dans le cas d'obstacles **fixes** constituant le fond (4); elle a aussi été envisagée (5) dans le cas de réflecteurs partiels capables de résonner avec l'onde (acoustique, de gravité,...) qui les excite. Ce type de localisation, qui doit être particulièrement efficace dans la région de la fréquence de résonance de l'oscillateur avec l'onde, est qualifiée alors de **localisation résonnante**. Les résultats expérimentaux et numériques présentés, montrent qu'un ensemble d'oscillateurs tel que celui étudié ici semble être le bon candidat pour l'observation de cette localisation résonnante, ce qui à notre connaissance n'a jamais été réalisé dans le contexte des ondes de gravité.

2) Description de l'expérimentation

Les expériences ont été conduites dans un canal à houle de 5 m de long, 0.39 m de large, pour une profondeur d'eau maximale de 15 cm. A une extrémité du canal, un batteur mû par un moteur linéaire alimenté par un générateur de fonctions, peut produire des houles diverses et en particulier monochromatiques, de fréquence f comprise entre 0.7 et 5 Hz. A l'autre extrémité du canal, une plage inclinée et munie de fibres absorbantes, réfléchit l'onde incidente, avec un coefficient de réflexion ajustable en module (R_p) et en phase (Φ_p); on obtient ainsi une onde partiellement stationnaire dont le contenu harmonique peut être déterminé à partir de l'analyse de l'enveloppe de la vague acquise le long du canal grâce à un capteur ultra sonore piloté par un micro ordinateur. Chacun des 5 oscillateurs formant le système étudié était constitué par un cylindre de PVC creux, d'un diamètre D de 1.9 cm, de 38.3 cm de long, bouché aux deux extrémités. Chaque cylindre était muni de 2 fines tiges en PVC qui lui permettaient d'osciller librement sous l'action de l'onde, avec son axe comme génératrice d'un cylindre transversal au canal, de rayon $l = 7.3$ cm, centré au fond. La hauteur d'eau h était de 10 cm de sorte que chaque oscillateur, de masse 40 g, de densité 0.369, restait totalement immergé (Fig 1).

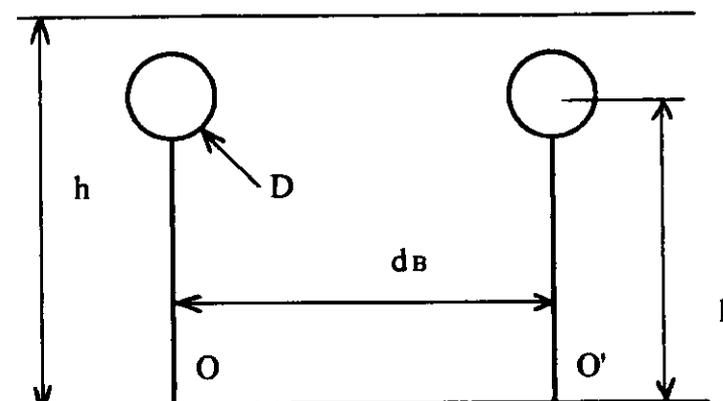


Figure 1: Schéma de 2 oscillateurs successifs au repos et distants de d_B (arrangement régulier), vus de profil. O et O' sont les points de pivotement des tiges au fond.

3) Le modèle numérique

La modélisation est classique et suppose l'écoulement potentiel en régime linéaire. Pour chaque oscillateur il y a donc additivité du potentiel émis du fait de son mouvement et du potentiel qu'il diffracterait s'il était fixe et soumis à un champ incident (en amont et en aval) donné (6). Par ailleurs chaque oscillateur est représenté par un tube de section carrée de mêmes volume et masse que le cylindre, et son mouvement, de faible amplitude, est réduit à sa seule composante horizontale. Ces hypothèses rendent alors possible la description des potentiels émis et diffracté, à partir de modes propagatifs et de modes évanescents déjà largement utilisée pour des obstacles fixes (7). En outre on suppose les oscillateurs suffisamment éloignés les uns des autres pour qu'ils ne soient couplés que par les modes propagatifs. On calcule tout d'abord le potentiel résultant pour le dernier oscillateur avec un potentiel incident unité et compte tenu de la réflexion de la plage. Ensuite, pour chacun des $N-1$ autres oscillateurs, arguant de la linéarité du modèle, le calcul se fait en 2 étapes:

a) on calcule le potentiel résultant avec un potentiel incident unité et compte tenu de la réflexion induite par l'oscillateur suivant.

b) on refait le calcul avec la même réflexion, mais en prenant un potentiel incident d'une amplitude telle que le potentiel transmis, et donc incident sur l'oscillateur suivant, ait la valeur requise en amplitude et en phase.

On connaît finalement le champ hydrodynamique en tout point pour un potentiel incident donné et pour la valeur expérimentale de la réflexion de la plage. On en déduit en particulier l'amplitude $A(x)$ de l'enveloppe de la vague le long du canal, et les coefficients de transmission et de réflexion. Les tests à effectuer sont d'une part la conservation de l'énergie, d'autre part la continuité des champs, en particulier entre chaque oscillateur. Pour décrire le comportement hydrodynamique du même ensemble d'oscillateurs fixés, il suffit de faire le calcul en prenant une masse infinie.

4) Résultats et discussion

L'étude expérimentale a consisté à déterminer la courbe enveloppe $A(x)$ de l'onde de gravité en interaction avec le système constitué des 5 oscillateurs identiques, soit régulièrement espacés de d_B , soit présentant un désordre d'espacement avec la dispersion σ_B autour de la valeur moyenne d_B ; l'analyse de Fourier de cette enveloppe permettant ensuite de déterminer le

coefficient de réflexion $R(f)$ du système pour le fondamental et éventuellement pour les harmoniques. La connaissance des valeurs expérimentales de R_p et Φ_p qui seront utilisées dans la modélisation, a nécessité une étude analogue, mais sans aucun oscillateur. L'étude préalable du comportement d'un seul oscillateur a permis d'arrêter le choix de l'espacement moyen d_b et du domaine de fréquence. Le choix pour d_b consiste à avoir la fréquence de résonance f_0 de l'oscillateur vers le milieu de la 1^o bande passante du système régulier, ce qui doit conduire à la meilleure visibilité de l'effet de mise en désordre des oscillateurs. Le domaine de fréquence est limité à basse fréquence par l'hypothèse d'un découplage des oscillateurs par les modes évanescents, et à haute fréquence par la dissipation.

Le coefficient de réflexion expérimental $R(f)$ de l'oscillateur isolé est très fortement oscillant par suite des rapides variations de Φ_p avec la fréquence, et il est assez correctement décrit par la modélisation numérique, tout au-moins au-dessus de 2.2 Hz (Fig.2). Malgré ces fortes oscillations et le faible nombre de points expérimentaux on peut, en s'aidant des résultats numériques, estimer que la courbe enveloppe de $R(f)$ présente un très large maximum entre 2.4 et 2.5 Hz. Dans le cas d'une onde purement progressive ($R_p = 0$), le calcul montre que l'oscillateur modèle présente une résonance très peu marquée vers $f_0 = 3.5$ Hz, difficilement accessible à l'expérience à cause de la dissipation. Par suite de ces observations on a choisi $d_b = 18.3$ cm, ce qui en eau de profondeur 10 cm met les oscillateurs régulièrement espacés en résonance de Bragg avec l'onde pour les valeurs approchées de la fréquence: 2.00 Hz, 2.92 Hz, 3.58 Hz, 4.13 Hz, 4.62 Hz,... Le domaine de fréquence ayant été fixé de 1.4 à 3.1 Hz, on a donc accès aux deux premières bandes interdites et à la 1^o bande passante.

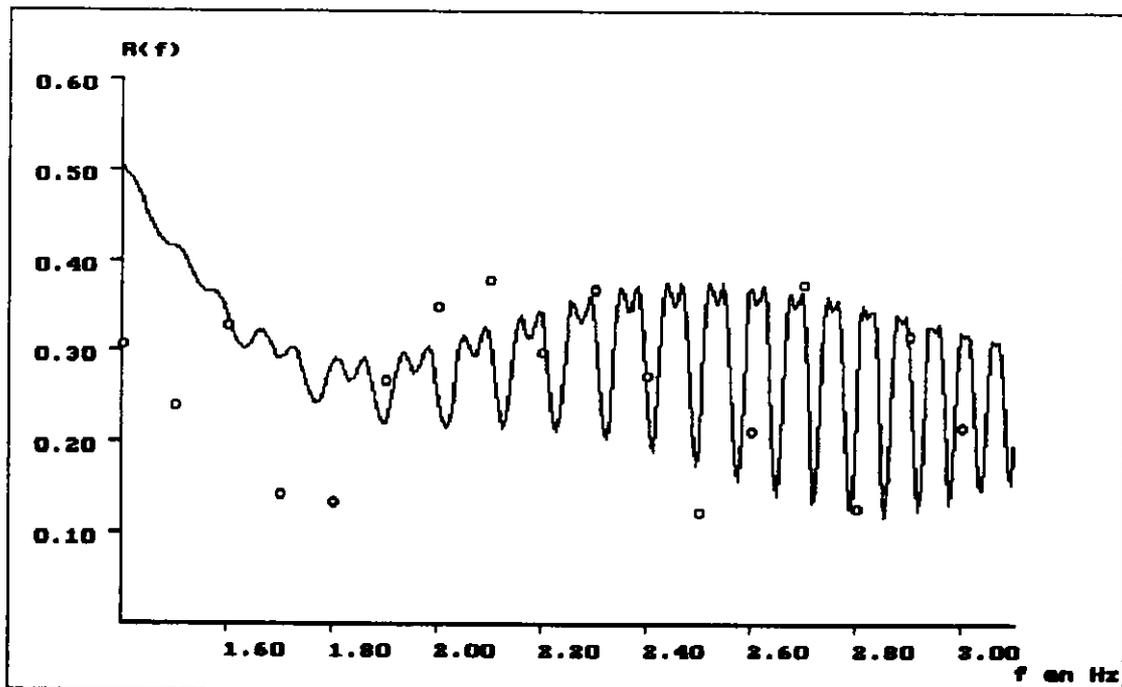


Figure 2: Coefficient de réflexion $R(f)$ en fonction de la fréquence f pour un seul oscillateur: expérience (o) et calcul (trait continu).

On a ensuite réalisé l'étude expérimentale du système formé des 5 oscillateurs libres pour une onde incidente de fréquence comprise entre 1.4 et 3.1 Hz et une amplitude comprise entre 2 et 4 mm; cette amplitude est suffisamment faible pour que le régime reste essentiellement linéaire ce qui rend significative la confrontation de ces résultats expérimentaux avec leur modélisation numérique dans laquelle les valeurs expérimentales de R_p et Φ_p ,

éventuellement interpolées par une fonction continue, sont introduites. L'amplitude $A(x)$ de l'onde résultante a été mesurée en fonction de la distance x au 1^o oscillateur, en amont, au-dessus et en aval du système, pour les mêmes fréquences dans les cas ordonné et désordonné, puis la valeur du coefficient de réflexion $R(f)$ pour le fondamental en a été déduite pour chaque fréquence. Dans les deux systèmes ordonné et désordonné, le 1^o oscillateur était à l'abscisse $x = 0$ et le dernier à l'abscisse $x = 73.2$ cm (longueur du système). Après des essais préliminaires sur la visibilité de l'effet du désordre, on a retenu la valeur $\sigma_B = 3.1$ cm comme dispersion du système désordonné. Sur les graphes expérimentaux et théoriques de $A(x)$, la position moyenne du centre de chaque oscillateur est représentée par une ligne verticale en trait pointillé; par ailleurs l'amplitude de l'onde incidente a une valeur normalisée.

La figure 3a représente l'enregistrement expérimental de l'enveloppe $A(x)$ dans le cas du système ordonné, pour une onde de fréquence $f = 2.55$ Hz et donc située vers le centre de la 1^o bande passante. En comparant l'amplitude totale (\bullet) à celle du fondamental (\circ) et à celle du 1^o harmonique (\square), on constate que les non linéarités sont très faibles, mais que la dissipation traduite par la nette décroissance de la valeur médiane de $A(x)$, est déjà importante à cette fréquence. La simulation numérique correspondante, représentée sur la figure 3b, est en assez bon accord avec l'expérience si l'on tient compte de l'incertitude expérimentale sur la valeur de Φ_p introduite dans le modèle. En effet, à la dissipation près, elle restitue assez bien l'allure générale du champ de vague pour le fondamental; on observe cependant un désaccord de phase en amont, qui semble être associé à une anomalie sur les oscillateurs 1 et 3 qui n'est pas restituée par le modèle. Pour ce système ordonné, les résultats expérimentaux du coefficient de réflexion $R(f)$ du fondamental, sont représentés sur la figure 4, pour une fréquence f comprise entre 1.4 et 3.1 Hz. Bien qu'en-dessous de 2.3 Hz, $R(f)$ soit rapidement variable avec la fréquence, il présente un maximum vers 2.0 Hz qui correspond donc à la 1^o résonance de Bragg. Le 2^o maximum, un peu plus faible que le précédent, qui est observé vers 2.9 Hz, peut ensuite être identifié à la 2^o bande interdite; la région intermédiaire de plus faibles valeurs de $R(f)$ restituant la 1^o bande passante. Les résultats de la simulation numérique correspondante, représentés en trait continu sur la même figure, rendent compte assez correctement de ce comportement global, en particulier pour ce qui concerne les deux bandes interdites, bien que la seconde soit légèrement décalée vers les basses fréquences par rapport à l'expérience. Les fortes variations de $R(f)$, particulièrement importantes dans la bande passante, traduisent celles de Φ_p ; dans l'expérience elles sont d'autant plus atténuées par la dissipation que la fréquence est plus élevée. La forte amplitude de la 2^o résonance de Bragg est assez remarquable; dans la simulation numérique elle est nettement plus importante que celle de la 1^o et elle est du même ordre de grandeur dans l'expérience, malgré la dissipation.

On a fait une analyse similaire des résultats expérimentaux pour le cas du système constitué des 5 oscillateurs en désordre d'espacement de dispersion $\sigma_B = 3.1$ cm autour de la valeur moyenne $d_B = 18.3$ cm et avec la même longueur totale de 73.2 cm. La figure 5a représente l'amplitude expérimentale $A(x)$ de l'enveloppe de l'onde, en amont, au-dessus, et en aval du système pour la fréquence 2.55 Hz. On peut faire les mêmes observations que dans le cas ordonné pour ce qui concerne la dissipation et les non linéarités, et on ne remarque pas de différence appréciable d'allure de $A(x)$ entre les cas ordonné et désordonné; en particulier, les maximums locaux d'amplitude ne sont pas ici significatifs du désordre car ils peuvent selon la fréquence, s'observer aussi bien dans le cas ordonné que dans le cas désordonné. Par ailleurs on a pu observer que dans les deux cas, le taux d'harmonique 1 de l'onde réfléchie augmente assez fortement lorsque la fréquence diminue. On constate à nouveau qu'il y a un accord satisfaisant entre la simulation numérique (fig.5b) et les résultats expérimentaux pour le fondamental

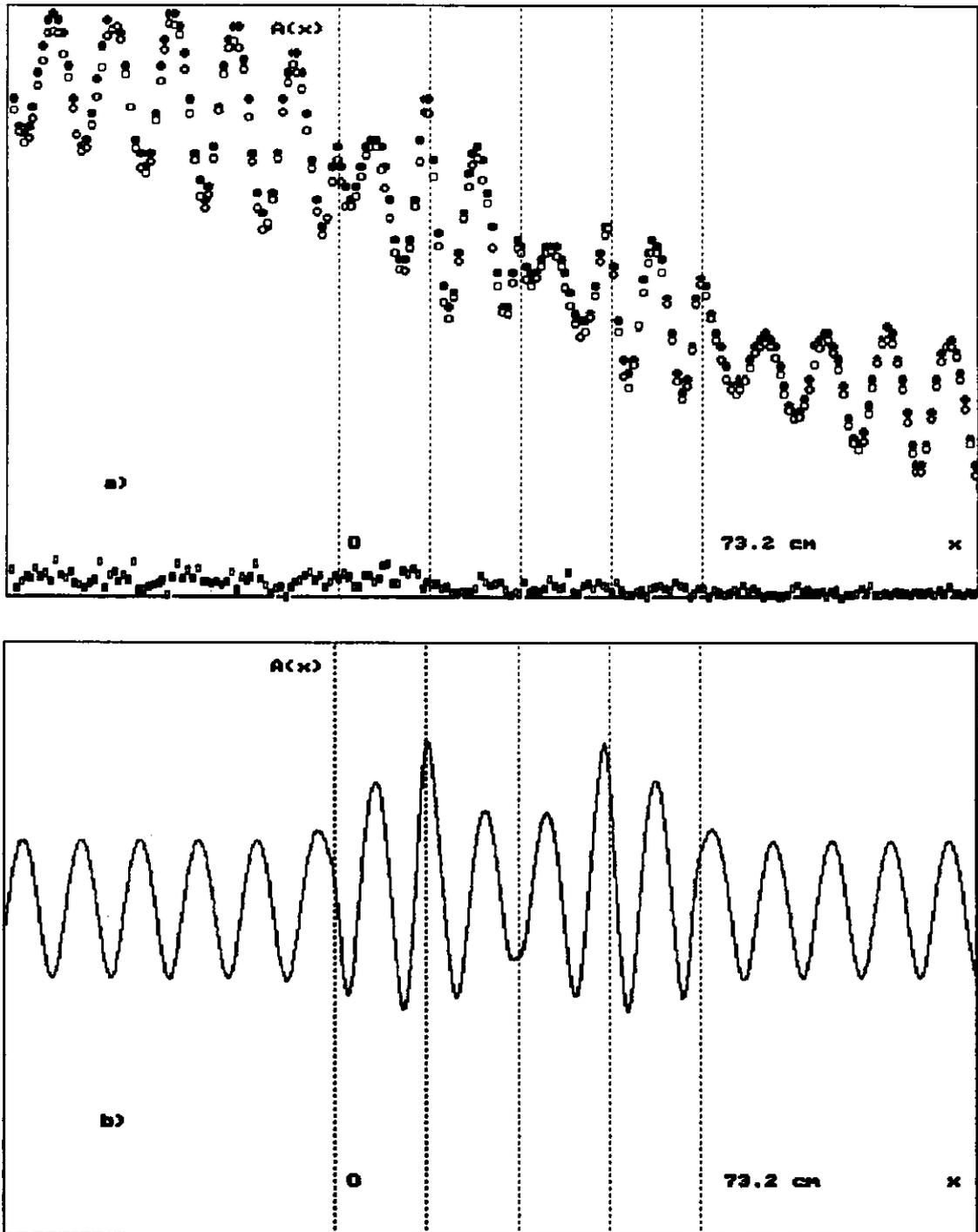


Figure 3: Amplitude $A(x)$ de la vague pour la fréquence 2.55 Hz, au-dessus des 5 oscillateurs en arrangement ordonné en fonction de la distance x au 1° .

a) expérience: amplitude totale (\bullet); amplitude du fondamental (\circ) et du 1° harmonique (\square).

b) calcul.

compte tenu de l'absence de dissipation et de non linéarités dans le modèle. Les résultats expérimentaux du coefficient de réflexion $R(f)$ du fondamental pour ce système désordonné, sont représentés sur la figure 6, pour une fréquence f comprise entre 1.4 et 3.1 Hz. En les comparant à ceux du cas ordonné, on remarque que le désordre tend d'une part à combler la bande passante, d'autre part à faire disparaître les bandes interdites, ce qui est particulièrement manifeste pour la seconde. Par contre, en-dessous de la 1^o bande interdite, le désordre n'affecte pas $R(f)$ de façon sensible. Les résultats de la simulation numérique, représentés en trait continu sur la figure 6, confirment ces observations.

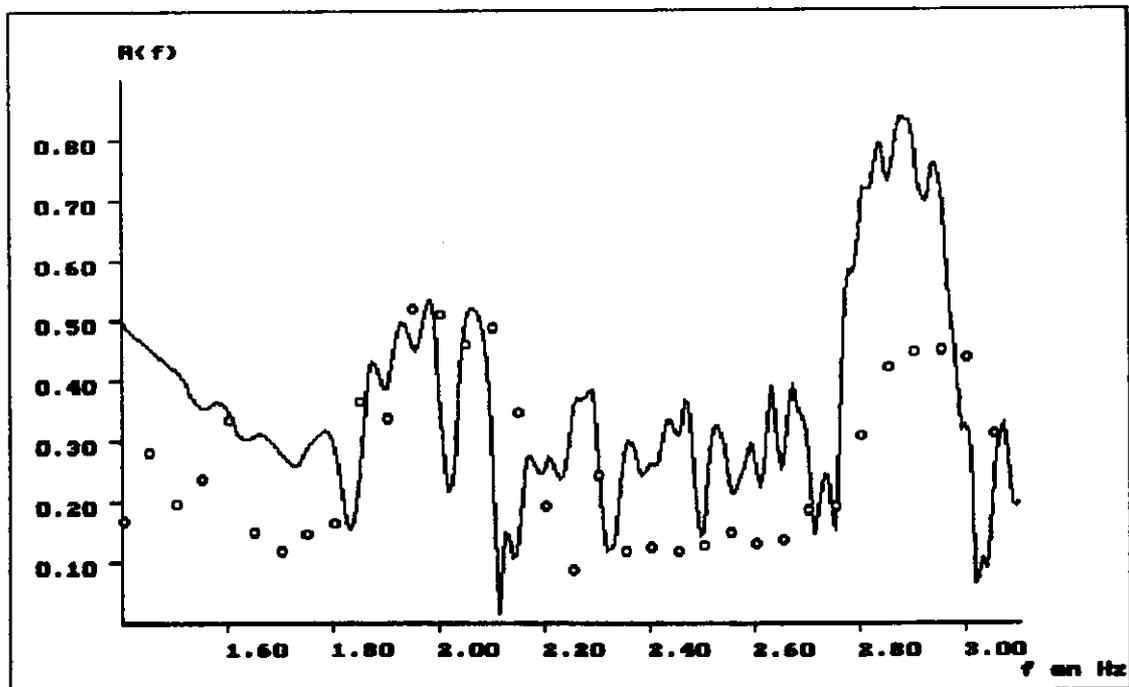


Figure 4: Coefficient de réflexion $R(f)$ en fonction de la fréquence f pour les 5 oscillateurs en arrangement ordonné: expérience (o) et calcul (trait continu).

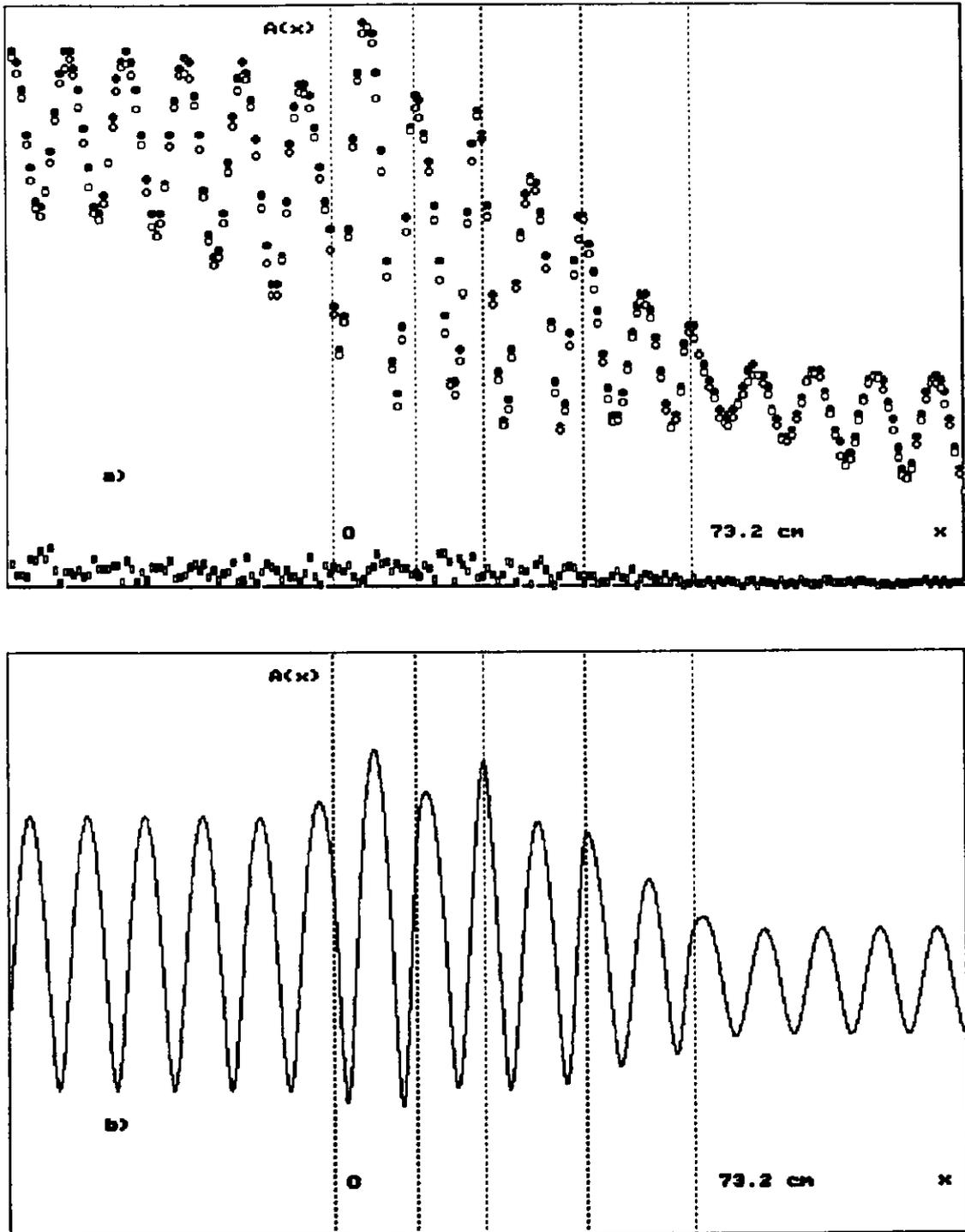


Figure 5: Amplitude $A(x)$ de la vague pour la fréquence 2.55 Hz, au-dessus des 5 oscillateurs en arrangement désordonné en fonction de la distance x au 1° .

a) expérience: amplitude totale (\bullet); amplitude du fondamental (\circ) et du 1° harmonique (\square).

b) calcul.

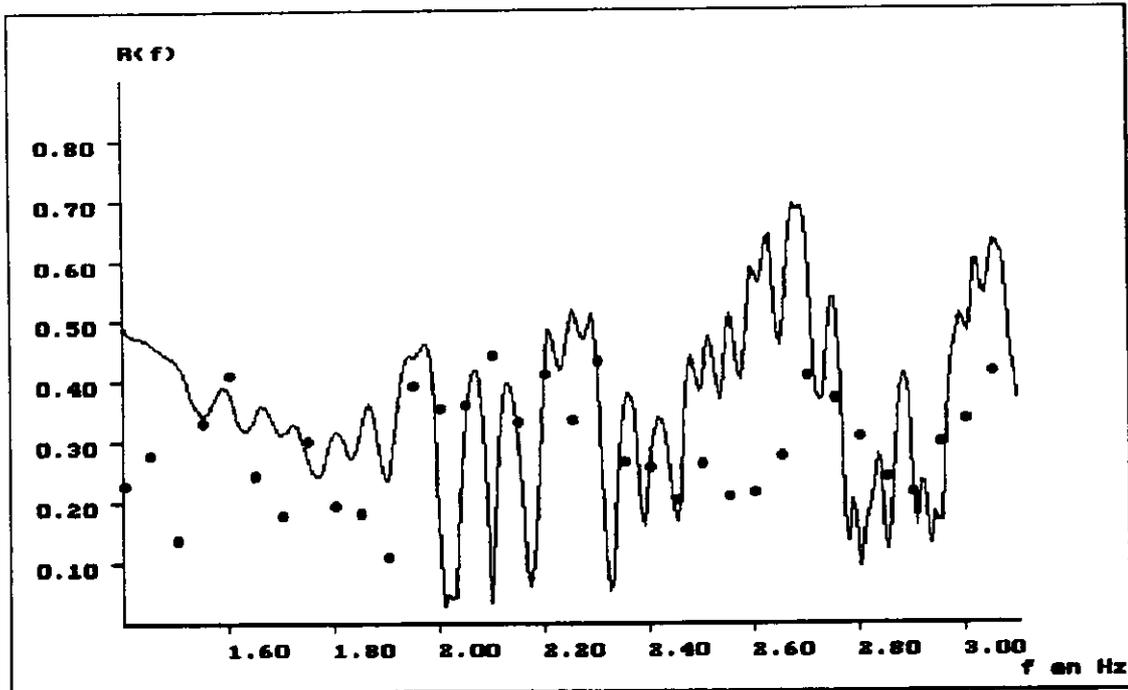


Figure 6: Coefficient de réflexion $R(f)$ en fonction de la fréquence f pour les 5 oscillateurs en arrangement ordonné: expérience (\bullet) et calcul (trait continu).

5) Conclusions

L'étude expérimentale du coefficient de réflexion $R(f)$ du système régulier montre qu'il est possible de mettre en évidence les deux 1^o résonances de Bragg avec seulement 5 oscillateurs. Chacune de ces deux bandes interdites est pratiquement centrée sur sa valeur théorique et il est remarquable que malgré la dissipation, la 2^o soit de la même importance que la 1^o. Ceci semble être dû au couplage de l'oscillateur avec l'onde dont la résonance se situe entre 2.5 et 3.5 Hz. Afin de vérifier cette hypothèse nous avons, dans une expérience annexe, déterminé le coefficient de réflexion $R(f)$ du système entre 1.4 et 2.4 Hz après avoir fixé les oscillateurs à leur position d'équilibre. Les résultats expérimentaux présentés sur la figure 7, montrent la quasi disparition de la 1^o bande interdite et un comportement très oscillant de $R(f)$ qui doit être associé aux fortes non linéarités et vorticité alors observées au niveau des obstacles sur l'enveloppe $A(x)$; la simulation numérique correspondante, réalisée entre 1.4 et 3.1 Hz, confirme la très faible visibilité des bandes interdites.

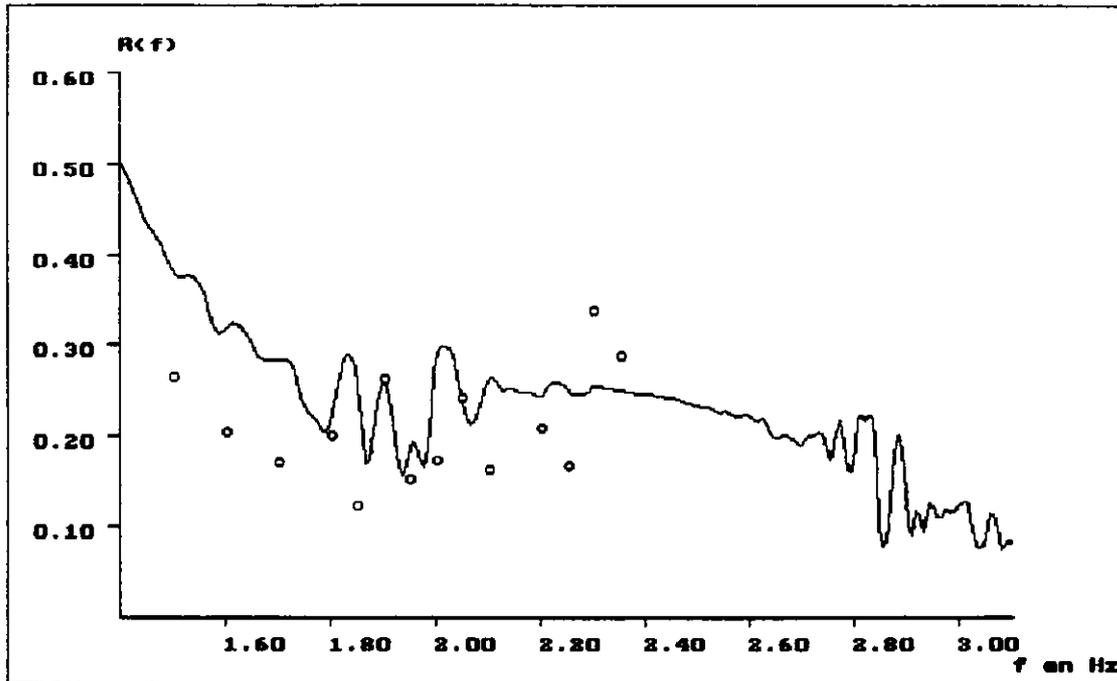


Figure 7: Coefficient de réflexion $R(f)$ en fonction de la fréquence f pour les 5 oscillateurs fixés en arrangement ordonné: expérience (o) et calcul (trait continu).

La mise en désordre d'espacement avec la dispersion $\sigma_B = 3.1$ cm des 5 oscillateurs se manifeste par de profondes modifications des valeurs expérimentales de $R(f)$: fortes perturbations des deux bandes interdites et renforcement global de la réflexion dans la bande passante. Ces observations, qui sont bien confirmées par la simulation numérique, montrent donc que la mise en désordre d'un faible nombre d'oscillateurs peut avoir des effets très importants sur leur aptitude à réfléchir une onde incidente. Ceci confirme à nouveau l'efficacité du couplage onde-oscillateurs; toutefois des essais préliminaires ont montré qu'un désordre plus faible, correspondant à une dispersion de seulement $\sigma_B = 1.7$ cm, ne conduit pas à des effets expérimentalement observables.

Bien que procédant d'hypothèses très réductrices: écoulement potentiel et linéaire, absence de dissipation, modélisation rudimentaire des oscillateurs et de leur couplage avec l'onde, la modélisation numérique s'est avérée apte à rendre compte qualitativement des observations expérimentales, aussi bien dans le cas ordonné que dans le cas désordonné. Par suite on peut utiliser le modèle numérique pour simuler le comportement des oscillateurs dans des situations non immédiatement accessibles à l'expérience. Ainsi on a calculé le coefficient de réflexion $R(f)$ des 5 oscillateurs pour une onde purement progressive ($R_p = 0$) et de fréquence comprise entre 1 et 5 Hz. Cette simulation a été effectuée pour les arrangements ordonné (figure 8a) et désordonné (figure 8b) étudiés expérimentalement, mais seulement entre 1.4 et 3.1 Hz et avec $R_p \neq 0$. Dans le cas ordonné on peut observer les 5 1^o résonances de Bragg aux fréquences: 2.00, 2.88, 3.55, 4.08 et 4.59 Hz, soit pratiquement aux valeurs théoriques

calculées en eau de profondeur 10 cm. On remarquera que la courbe enveloppe de $R(f)$ est maximale vers 3.5 Hz, valeur très proche de la fréquence de résonance de l'oscillateur avec une onde purement progressive; par suite la résonance de Bragg la plus marquée est la 3^e, de fréquence 3.55 Hz. Cette modélisation rend bien compte de l'efficacité du couplage résonnant de l'oscillateur avec l'onde, ce que confirme l'examen du 2^o graphe de la figure 8a correspondant au cas des oscillateurs fixés, l'enveloppe de ce graphe ayant par ailleurs l'allure du coefficient de réflexion d'un seul oscillateur fixé. Dans le cas désordonné on retrouve la tendance au comblement des bandes passantes déjà observée expérimentalement, mais sur un domaine de fréquence moins étendu et avec l'inconvénient d'une réflexion par la plage dont la phase varie rapidement en fréquence. On a aussi réalisé la simulation numérique pour un arrangement désordonné différent du précédent, bien que de mêmes valeur moyenne et dispersion (figure 8c); on constate alors des différences notables en comparant les deux graphes correspondants de $R(f)$, ce qui met bien en évidence l'effet de faible taille du système sur le rôle du désordre.

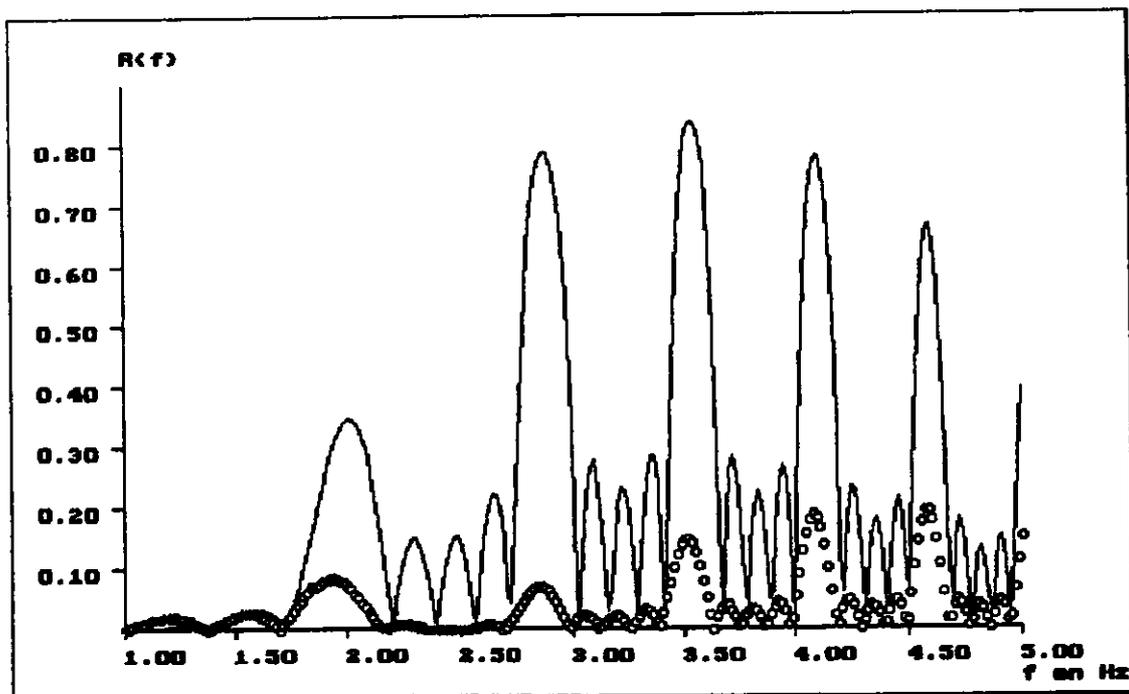
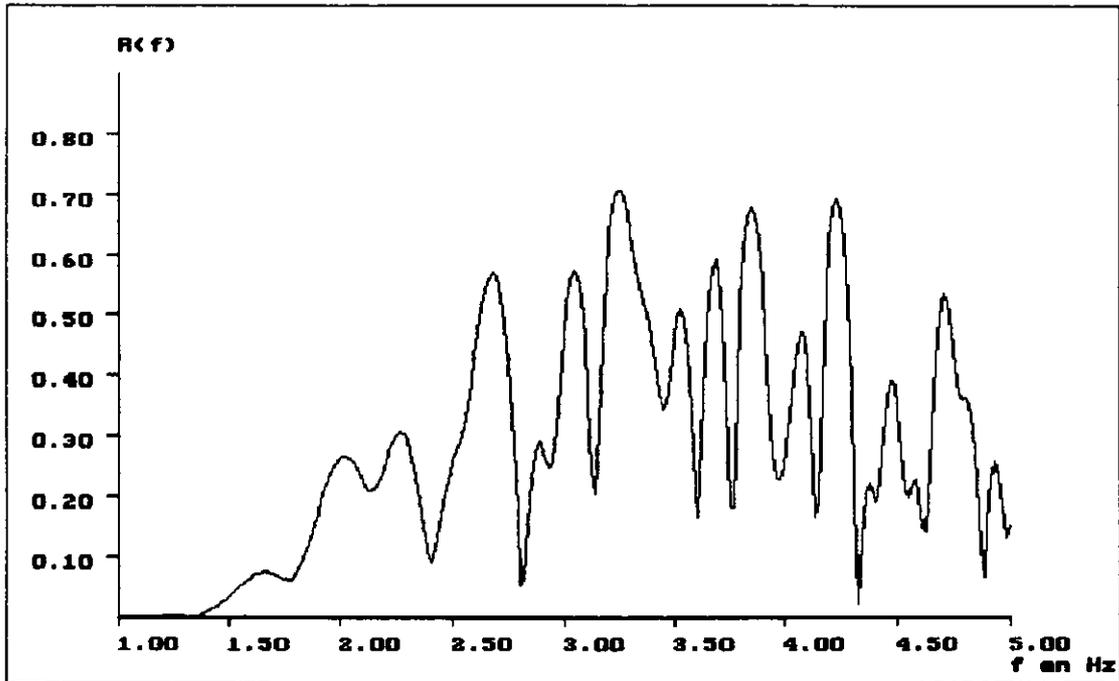
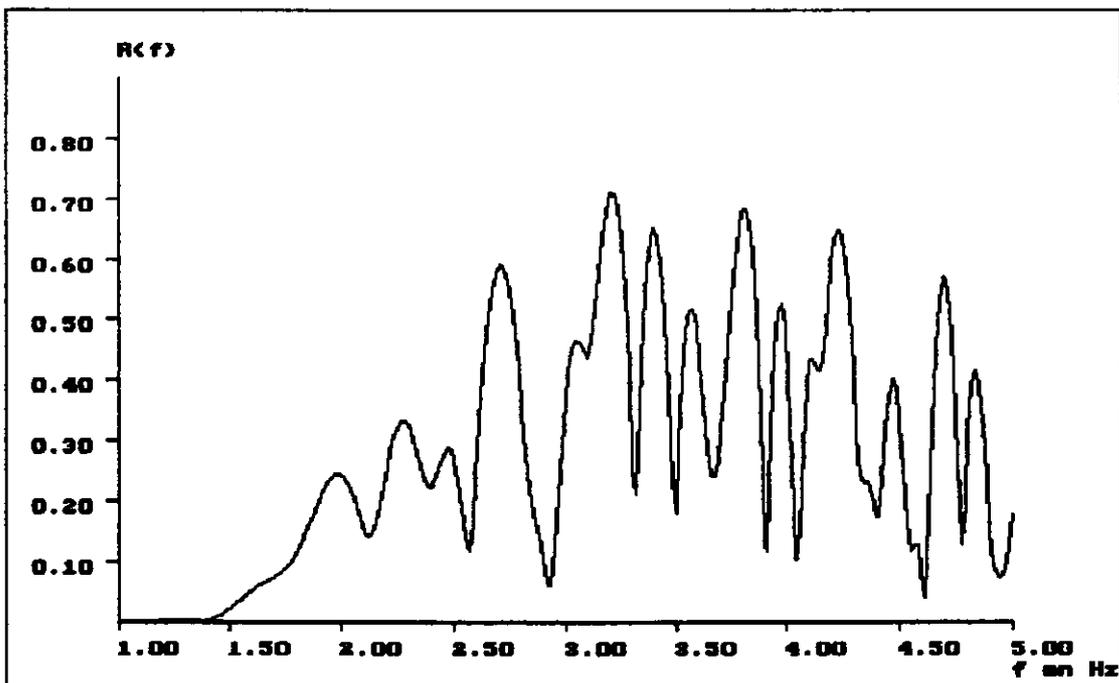


Figure 8: Coefficient de réflexion $R(f)$ en fonction de la fréquence f calculé pour les 5 oscillateurs avec $R_p = 0$.

a) arrangement ordonné étudié expérimentalement. Le graphe par points correspond au cas des oscillateurs maintenus fixés à leur position d'équilibre.



b) arrangement désordonné étudié expérimentalement; abscisses des oscillateurs: 0, 16.9, 30.8, 51.3 et 73.2 cm.



c) autre arrangement désordonné conservant mêmes espacement moyen et dispersion; abscisses des oscillateurs: 0, 13.9, 30.8, 52.7 et 73.2 cm.

Le système étudié ici semble donc bien adapté à l'étude de l'effet du désordre sur l'interaction résonnante onde de gravité-oscillateurs, toutefois les améliorations suivantes de la modélisation sont nécessaires pour une étude plus pertinente et tout d'abord en ce qui concerne le modèle physique:

-choix des paramètres de l'oscillateur pour qu'il ait une résonance plus marquée et à plus basse fréquence de façon à pouvoir travailler dans une région de plus faible dissipation; en plaçant en outre cette fréquence de résonance au centre de la bande passante du système ordonné, on doit pouvoir accroître la visibilité de l'effet du désordre.

-augmentation de la taille du système.

-diminution de la réflexion de la plage afin de clarifier l'interprétation des résultats expérimentaux et de simplifier leur simulation numérique.

En outre le modèle numérique devrait être plus proche de l'expérience tant en ce qui concerne la description du mouvement effectif de l'oscillateur que celle de son couplage avec l'onde dont les non linéarités seraient aussi à prendre en compte.

Une fois ces améliorations réalisées, le modèle numérique pourra alors être utilisé à la prospective sur une étude analogique de la localisation résonnante des ondes de gravité par des oscillateurs de ce type.

La présente étude suggère déjà que par un positionnement judicieux des éléments individuels d'un système linéaire réflecteur ou absorbeur de houle, on doit pouvoir mieux maîtriser sa réponse en fréquence. En outre elle pourrait initier un intérêt pour l'étude du couplage résonnant de structures flottantes (bouées, bateaux à l'ancre,...) avec une houle bidimensionnelle.

