

6e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

24, 25, 26 février 1997 - Nantes

MESURE DE HOULE PAR UNE OU DEUX SONDÉS MOBILES

J. BROSSARD

A. HEMON

E. RIVOALEN

**Laboratoire de Mécanique, Université du Havre
25, rue P Lebon - BP 540 - 76058 LE HAVRE (France) CEDEX**

Résumé

Nous décrivons une méthode d'investigation de la houle régulière dans un canal à houle ou un bassin d'essai des carènes par une ou deux sondes mobiles. Cette méthode repose sur une discrimination complète des modes spatio-temporels suivant leur nombre d'onde. La méthode ne présuppose aucune équation de dispersion, mais au contraire, elle permet la mesure de celle-ci. Elle conduit à associer à chaque mode un coefficient de réflexion propre, particulièrement intéressant pour analyser le comportement d'ouvrages côtiers ou de structures off-shore.

Summary

This paper describes a method of complete spatio-temporal measurement of a set of regular waves propagating in a flume or a towing tank and of the related well-defined coefficients of reflection. Only a one-point probe, moving at a constant velocity is required for this measurement. A highly accurate technique is also described, using two one-point probes moving at the same velocity by in the opposite directions. The use of the one-probe method for a towing tank, where the platform gives the motion, is straightforward. The two-probes method has a great interest for coastal engineering laboratory developments.

1 - INTRODUCTION

Nous nous intéressons à la mesure d'une houle régulière dans un canal à houle ou dans un bassin d'essai des carènes. Dans un canal à houle, les ingénieurs en génie côtier cherchent le plus souvent à mesurer des coefficients de réflexion et de transmission d'ouvrages de protection ou de structures off-shore. Dans un bassin de traction, le problème posé est de déterminer le champ de houle auquel est soumis un modèle de navire muni d'une vitesse d'avance.

Une houle peut être vue comme un système d'ondes de gravité plus ou moins complexe dont nous cherchons la signature dans la déformation de la surface libre. On se limite ici à des houles régulières. Il est alors naturel de décomposer la déformation de la surface libre en une somme de modes (sinusoïdes spatio-temporelles). Chacun de ces modes est caractérisé par :

- sa fréquence (variation temporelle), réel positif
- son vecteur d'onde (variation spatiale) qui, dans le cas d'une propagation unidirectionnelle, se réduit à un nombre d'onde, scalaire positif ou négatif selon le sens de propagation.
- son amplitude, réel positif (demi-hauteur crête-creux)
- une phase, scalaire.

Fréquence et nombre d'onde sont reliés par l'équation de dispersion des ondes (ici de gravité) dans le milieu.

La mesure de la houle créée est nécessaire, car l'excitation imposée au batteur ne se transmet pas de façon linéaire à la surface libre. On est amené actuellement à tenir compte de ces effets non linéaires pour les études de génie côtier et océanique, ainsi que pour les essais de tenue à la mer de navires. Mais ce raffinement est le plus souvent réalisé par des modèles théoriques, et non par des mesures.

En effet la mesure est rendue délicate par la difficulté à discriminer différents modes de même fréquence. Ainsi les méthodes utilisant une ou plusieurs sondes fixes ne permettent pas de résoudre complètement le problème, même en supposant connue l'équation de dispersion (MANSARD et MILES).

Nous avons développé une nouvelle technique de mesure basée sur la mesure par une sonde mobile. Elle repose sur une description spatio-temporelle de la surface libre, discriminant les modes selon leur nombre d'onde. Elle détermine les caractéristiques de chacun d'eux, et donc permet d'estimer les coefficients de réflexion (BROSSARD et HEMON). La connaissance de l'équation de dispersion des ondes n'est pas nécessaire pour cette analyse. Cette méthode, rappelée ici, est intéressante en bassin d'essais des carènes, pour la mesure du champ incident sur le modèle de navire. Pour ces applications, le déplacement de la plate-forme fournit naturellement le mouvement de la sonde. En fait, une telle sonde est utilisée actuellement de façon systématique pour les essais de tenue à la mer. La méthode développée ci-après peut donc être utilisée sur les enregistrements tels qu'ils sont réalisés actuellement.

Elle permet en particulier :

- de mesurer l'amplitude des modes de Stokes de houles régulières ;
- d'analyser globalement le système d'onde créé entre un générateur de houle et un absorbeur ;
- de faire le bilan énergétique du fonctionnement d'un ouvrage de génie côtier, par la mesure de l'énergie réfléchie sous forme d'onde ;
- de connaître précisément le champ de vague incident sur un corps flottant.

On présente également une extension de cette méthode à une sonde. Cette extension, qui utilise deux sondes mobiles (mais avec des vitesses opposées) permet une mesure plus précise des coefficients de réflexion. La contrainte du mouvement des sondes dans des sens opposés semble conduire à limiter son usage aux petits bassins de génie côtier.

Afin de présenter simplement le principe de la méthode, nous allons dans un premier temps rappeler brièvement le principe des méthodes à sonde(s) fixe(s) pour la mesure du coefficient de réflexion dans un canal à houle (section 2). On décrira ensuite, dans le cas où un seul mode (sans harmonique) est présent, la méthode de mesure par une sonde mobile (section 3), puis à deux sondes mobiles (section 4). Nous traiterons ensuite le problème associé à la présence d'harmoniques (section 5). Nous présenterons enfin des résultats expérimentaux (section 6), ayant valeur de test concernant l'étude d'un caisson Jarlan, structure de protection côtière ou dispositif amortisseur de houle en bassin.

2 - LES METHODES DE MESURE PAR SONDES FIXES

Soit un canal à houle dans lequel les conditions de propagation des ondes sont uniformes, en particulier la profondeur d'eau h . On suppose ce domaine limité, d'une part par un générateur de houle (bateur), d'autre part par un ouvrage partiellement réfléchissant, même faiblement comme une plage d'amortissement. On choisit arbitrairement le sens des x croissants comme celui de la propagation de l'onde incidente issue du bateur. La déformation de la surface libre est la superposition d'un mode incident de pulsation ω^{inc} , de nombre d'onde $k^{inc} > 0$, d'amplitude a^{inc} , et de phase φ^{inc} et d'un mode réfléchi de pulsation ω^{ref} , de nombre d'onde $k^{ref} < 0$, d'amplitude a^{ref} , et de phase φ^{ref} . La linéarité de la réflexion impose :

$$\omega^{ref} = \omega^{inc} = \omega \text{ et } k^{ref} = -k^{inc} = -k$$

D'où l'équation d'évolution de la surface libre :

$$\eta(x,t) = \left\{ a^{inc} e^{i(\omega t - kx + \varphi^{inc})} + a^{ref} e^{i(\omega t + kx + \varphi^{ref})} \right\} \quad (1)$$

Cette expression permet de définir le coefficient de réflexion par :

$$R = \frac{a^{ref}}{a^{inc}} \quad (2)$$

2.1 Mesure par une seule sonde fixe

Supposons une sonde mesurant l'élévation de la surface libre en une position fixée, par exemple en $x = 0$; de l'équation (1) on déduit le signal mesuré :

$$s(t) = \left\{ a^{inc} e^{i(\omega t + \varphi^{inc})} + a^{ref} e^{i(\omega t + \varphi^{ref})} \right\} \quad (3)$$

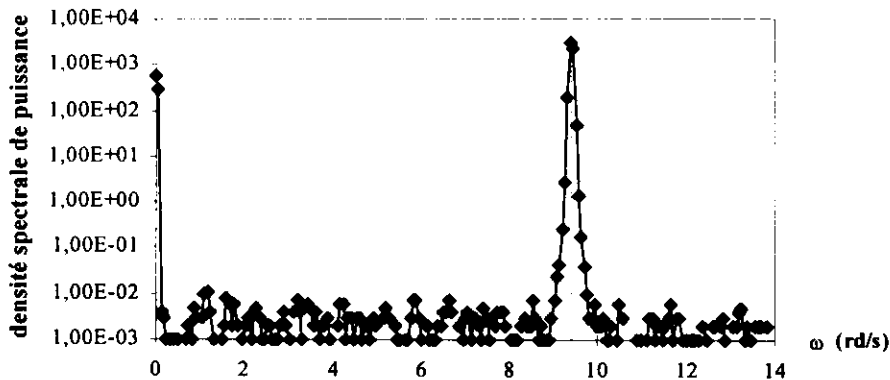


figure 1 - mesure avec une sonde fixe pour la configuration définie au § 6.1

L'analyse spectrale du signal donne un seul pic (figure 1) à la pulsation ω , sans qu'il soit possible de discriminer l'onde incidente de l'onde réfléchie.

Le nombre d'onde k ne peut être déterminé par la mesure, car il n'apparaît pas dans le signal décrit par l'équation (3). On ne peut que le déduire d'une équation de dispersion résultant d'une approche théorique. La plus courante est de considérer le fluide non visqueux et de linéariser la surface libre. On aboutit alors à l'équation de dispersion bien connue:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (4)$$

2.2 Méthode des ventres et des noeuds

La relation (1) peut se mettre sous la forme :

$$\eta(x, t) = \sqrt{a^{inc^2} + a^{ref^2} + 2a^{inc}a^{ref} \cos(2kx + \varphi^{ref} - \varphi^{inc})} \cdot \left\{ e^{i\omega t} \right\} \quad (5)$$

Donc l'amplitude de la variation temporelle n'est pas uniforme mais varie en fonction de x entre les valeurs : $a_{max} = a^{inc} + a^{ref}$ (correspondant à un ventre d'oscillation) et $a_{min} = a^{inc} - a^{ref}$ (correspondant à un noeud d'oscillation) avec une périodicité spatiale de $\pi/k = L/2$ où L est la longueur d'onde du mode considéré.

En déplaçant une sonde pour repérer un maximum et un minimum d'oscillation on détermine a_{max} et a_{min} . On en déduit le coefficient de réflexion :

$$R = \frac{a_{max} - a_{min}}{a_{max} + a_{min}}$$

Cette méthode purement spatiale n'est en principe pas applicable lorsque d'autres modes sont présents et son utilisation est fastidieuse, surtout sur les grandes installations. C'est pourquoi la mesure de houles aléatoires a conduit à développer des méthodes à sondes multiples, que l'on va maintenant décrire brièvement.

2.3 Méthode de mesure avec deux sondes fixes

L'objectif recherché est de discriminer les parties incidentes et réfléchies pour chaque mode. Considérons, ici, le cas où un seul mode est présent. Si l'oscillation de la surface libre est mesurée en deux positions distantes de d nous obtenons pour la pulsation ω les deux signaux suivants :

$$s_1 = \left\{ a^{inc} e^{i(\omega t + \varphi^{inc})} + a^{ref} e^{i(\omega t + \varphi^{ref})} \right\}$$

$$s_2 = \left\{ a^{inc} e^{i(\omega t - kd + \varphi^{inc})} + a^{ref} e^{i(\omega t + kd + \varphi^{ref})} \right\}$$

De ces deux signaux on déduit la pulsation ω , le nombre d'onde k par l'équation de dispersion (4), les deux amplitudes a^{inc} et a^{ref} et la différence de phase $\Delta\varphi = \varphi^{inc} - \varphi^{ref}$ (GODA et SUZUKI - 1976). Cette méthode souffre des limitations suivantes:

- il y a une indétermination lorsque d est voisin de $\pi/k = L/2$;
- elle nécessite le recours à une équation de dispersion théorique ;
- elle nécessite de négliger certaines harmoniques, les modes liés (modes de Stokes), sur lesquels on va revenir ci-après.

La recherche d'une bonne précision nécessite l'utilisation d'un nombre de sondes supérieur à deux, et un dépouillement par une méthode des moindres carrés (MANSARD et FUNKE -1980; MANSARD et MILES - 1995). Beaucoup de laboratoires utilisent actuellement cette technique. Six sondes ou plus sont utilisées pour améliorer la précision. Les développements actuels portent à la fois sur l'analyse des modes liés et sur le couplage de modes.

3 - MESURE DU MODE FONDAMENTAL PAR UNE SONDE MOBILE

Le principe de la méthode que nous présentons est de séparer le mode incident et le mode réfléchi en provoquant un décalage Doppler en déplaçant la sonde de mesure.

On considère une sonde dont la position suit la loi temporelle : $x = Vt$ (position initiale $x = 0$) et un sens de déplacement de la sonde suivant le sens de propagation de l'onde incidente, soit $V > 0$.

Si la déformée de surface libre est régie par l'équation (1), le signal enregistré par cette sonde s'écrit :

$$s(t) = \left\{ a^{inc} e^{i[(\omega - kV)t + \varphi^{inc}]} + a^{ref} e^{i[(\omega + kV)t + \varphi^{ref}]} \right\} \quad (6)$$

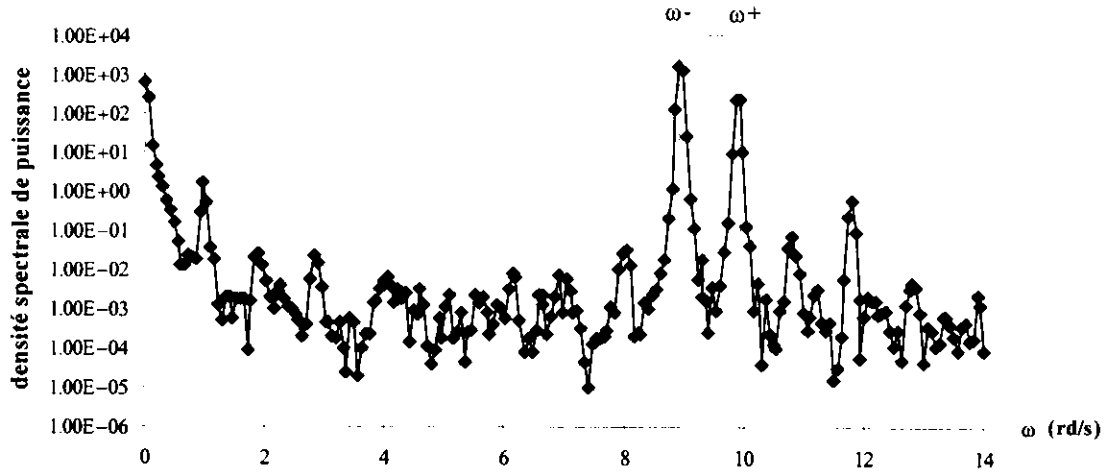


figure 2 - mesure avec une sonde mobile pour la configuration définie au § 6.1

L'autospectre $S(\omega)$ du signal (6) présente (cf. fig. 2) deux pics aux pulsations :

$$\begin{aligned}\omega^- &= \omega - kV \\ \omega^+ &= \omega + kV\end{aligned}\quad (7)$$

correspondants respectivement au mode incident ($k^{\text{inc}} = k$), qui sera « vu » avec une fréquence plus faible, et au mode réfléchi ($k^{\text{ref}} = -k$), qui sera « vu » avec une fréquence plus élevée. Ainsi, les deux modes ont des signatures séparées.

Coefficient de réflexion : la puissance de chaque pic de l'autospectre est:

$$P(\omega^+) = \frac{(a^{\text{ref}})^2}{2} \quad \text{et} \quad P(\omega^-) = \frac{(a^{\text{inc}})^2}{2} \quad (8)$$

Ces puissances sont obtenues par intégration de chaque pic du spectre sur l'intervalle de fréquence où la densité spectrale a une valeur significative.

Si le mode réfléchi n'a pas d'amplitude significative, le spectre ne donnera qu'un seul pic à la pulsation ω^- .

La puissance de chaque mode étant connue, le coefficient de réflexion défini par l'équation (2) est estimé par :

$$R = \sqrt{\frac{P(\omega^+)}{P(\omega^-)}}$$

Equation de dispersion : si le mode réfléchi est d'amplitude significative, il n'est pas nécessaire de connaître précisément la pulsation d'excitation du batteur, qui peut être déduite de la pulsation des pics, d'après (7) :

$$\omega = \frac{\omega^+ + \omega^-}{2} \quad (9)$$

Connaissant ω , on en déduit le nombre d'onde :

$$k = \frac{\omega^+ - \omega}{V} \quad (10)$$

Un balayage de la fréquence du batteur permet donc d'explorer point par point l'équation de dispersion du milieu. La méthode ne nécessite pas d'équation de dispersion théorique, mais permet au contraire de mesurer celle-ci.

Limitation de la méthode : par rapport aux méthodes classiques cette méthode améliore sensiblement la mesure de propagation de la surface libre. Cependant, un aspect du traitement de l'autospectre peut apparaître comme point faible : le calcul de la puissance associée à chaque pic contient un certain arbitraire, portant sur la gamme de fréquence considérée pour l'intégration de la densité spectrale.

Cette intégration peut être faite en tenant compte de la « fenêtre d'observation », c'est-à-dire l'observation pendant un temps fini, et de l'échantillonnage. (RAJONA et al.) par exemple proposent une telle méthode, qui

délivre directement l'amplitude de la sinusoïde associée à un pic. Mais même dans ce cas un arbitraire demeure sur la définition de la largeur du domaine d'intégration du pic.

La méthode à deux sondes mobiles décrite ci-après résout ce problème : il ne sera plus nécessaire d'intégrer les densités spectrales.

4 - MESURE DU MODE FONDAMENTAL PAR DEUX SONDES MOBILES

Considérons le même canal que précédemment, et la même houle constituée d'un mode incident et d'un mode réfléchi (équation 1). Soient deux sondes S1 et S2 se déplaçant (à partir des positions initiales respectives x_{01} et x_{02}) le long du canal à la même vitesse V mais dans des sens opposés, leur position à t est :

$$\begin{aligned}x_1 &= x_{01} + Vt \\x_2 &= x_{02} - Vt\end{aligned}$$

Les deux signaux enregistrés sont :

$$\begin{aligned}s_1(t) &= \left\{ a^{inc} e^{i[(\omega - kV)t - kx_{01} + \varphi^{inc}]} + a^{ref} e^{i[(\omega + kV)t + kx_{01} + \varphi^{ref}]} \right\} \\s_2(t) &= \left\{ a^{inc} e^{i[(\omega + kV)t - kx_{02} + \varphi^{inc}]} + a^{ref} e^{i[(\omega - kV)t + kx_{02} + \varphi^{ref}]} \right\}\end{aligned}\quad (11)$$

L'autospectre du premier signal présente deux pics, l'un à la pulsation $\omega^- = \omega - kV$ correspondant au mode incident, et l'autre à la pulsation $\omega^+ = \omega + kV$ correspondant au mode réfléchi. Ces deux pics apparaissent également sur le deuxième signal, mais avec des décalages en fréquence inversés (figure 3).

Analyse individuelle "mono-sonde" : sur chacun de ces signaux peut être réalisée indépendamment une analyse « mono-sonde » telle qu'elle a été définie dans la section précédente, à partir des autospectres $S_{11}(\omega)$ et $S_{22}(\omega)$. Cette analyse conduit d'ores et déjà à deux estimations du coefficient de réflexion et de l'équation de dispersion.

Coefficient de réflexion : il est possible en outre de réaliser une analyse couplée par l'expression de l'interspectre $S_{12}(\omega)$. Le principe de cette analyse est qu'à la fréquence du pic du mode incident sur s_1 , on observe sur s_2 le pic du mode réfléchi.

L'interspectre permet ainsi d'exprimer avec une meilleure précision le coefficient de réflexion :

$$R = \frac{|S_{12}(\omega^-)|}{S_{11}(\omega^-)} = \frac{S_{11}(\omega^+)}{|S_{12}(\omega^+)|} \quad \text{ou} \quad R = \frac{S_{22}(\omega^-)}{|S_{12}(\omega^-)|} = \frac{|S_{12}(\omega^+)|}{S_{22}(\omega^+)}$$

Ces expressions conduisent à quatre estimations indépendantes, permettant un recoupement.

Mesure de la phase : de (11) on déduit que l'argument de l'interspectre a pour valeur :

$$\begin{aligned}\text{- à la pulsation } \omega^- : & \quad \phi_{12}(\omega^-) = (kx_{02} + \varphi^{ref}) - (-kx_{01} + \varphi^{inc}) = k(x_{01} + x_{02}) + \varphi^{ref} - \varphi^{inc} \\ \text{- à la pulsation } \omega^+ : & \quad \phi_{12}(\omega^+) = (-kx_{02} + \varphi^{inc}) - (kx_{01} + \varphi^{ref}) = -k(x_{01} + x_{02}) - \varphi^{ref} + \varphi^{inc}\end{aligned}$$

Chacune de ces équations permet de déterminer $\Delta\varphi = \varphi^{ref} - \varphi^{inc}$, qui caractérise également la réflexion. On peut également déduire ce déphasage de la demi-différence de ces équations :

$$\varphi^{inc} - \varphi^{ref} = \frac{\phi_{12}(\omega^+) - \phi_{12}(\omega^-)}{2} + (x_{01} + x_{02}) \frac{\omega^+ - \omega^-}{2V} \quad (12)$$

On peut vérifier par ailleurs que :

$$\phi_{12}(\omega^-) + \phi_{12}(\omega^+) = 0 \quad (13)$$

Mesure de l'équation de dispersion : comme pour une sonde mobile on peut déterminer :

$$\begin{aligned}\text{- la pulsation de la houle :} & \quad \omega = \frac{\omega^+ + \omega^-}{2} \\ \text{- et connaissant } V, \text{ le nombre d'onde :} & \quad k = \frac{\omega^+ - \omega^-}{2V}\end{aligned}$$

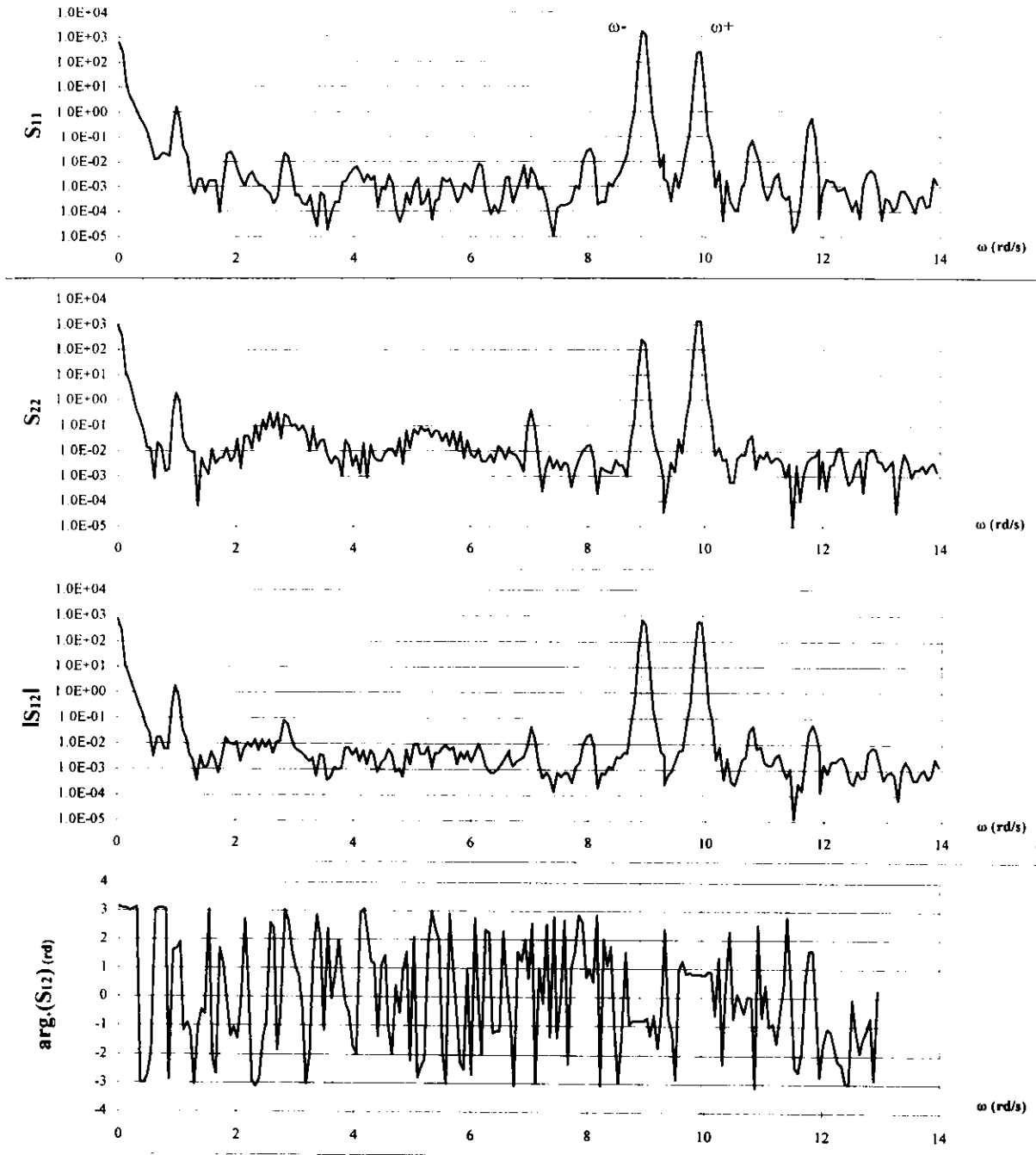


Figure 3 - mesure avec deux sondes mobiles pour la configuration définie au § 6.1

5 - MESURE D'UN ENSEMBLE DE MODES (FONDAMENTAL + HARMONIQUES)

Dans un canal ou un bassin de traction les conditions aux limites (bateur, fond, surface libre) sont telles qu'il y a toujours des harmoniques dans la houle générée. Lorsque l'on veut étudier le comportement d'un ouvrage ou d'une carène il devient nécessaire de connaître les conditions expérimentales réelles par une mesure, avec la plus grande précision possible, de ces harmoniques.

Mais il convient de préciser ce qu'on entend par harmoniques. La correspondance pulsation-nombre d'onde n'est pas univoque : pour un $m^{\text{ième}}$ harmonique de pulsation $m\omega$ associé à un fondamental de pulsation ω , on peut avoir plusieurs modes de nombre d'onde différent.

5.1 Description de la surface libre

Modes libres : les harmoniques libres sont ceux produits, en général, par le batteur. Ils correspondent à sa cinématique imparfaite et à son fonctionnement non linéaire. De la même façon, ces harmoniques peuvent être produites par un comportement non linéaire d'une structure soumise à une houle ou par une plage d'amortissement.

Ces harmoniques créés en frontière du domaine fluide ont leur pulsation imposée comme étant multiple de la pulsation du fondamental :

$$\omega_j = j\omega$$

Leur propagation dans le milieu suit la même équation de dispersion que le mode fondamental :

$$f(\omega_j, k_j) = 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots$$

Ces modes sont dits « libres », car ils se propagent indépendamment du fondamental. En particulier, leur célérité est différente de celle du fondamental. Quelque soit l'équation de dispersion, la célérité du $j^{\text{ème}}$ mode libre est :

$$C_j = \frac{\omega_j}{k_j} = \frac{j\omega}{k_j} \quad \text{où } k_j \text{ est le nombre d'onde du } j^{\text{ème}} \text{ mode libre.}$$

Modes liés : d'autre part, dans certaines conditions (en particulier faible valeur du rapport profondeur/longueur d'onde ou forte cambrure) la forme de la surface libre s'écarte sensiblement d'une sinusoïde. Il s'agit des harmoniques de Stokes. Restant périodiques, ces perturbations correspondent dans une transformation de Fourier spatiale, à des harmoniques du fondamental. Cette forme de surface libre restant invariante au cours de la propagation (déplacement en bloc), ces harmoniques se propagent donc à la même célérité que le fondamental auquel ils sont associés, d'où leur appellation de modes « liés ».

A un fondamental de pulsation ω et de nombre d'onde k on peut associer les harmoniques dont le $\ell^{\text{ème}}$ a un nombre d'onde k_ℓ . La célérité de ces modes est :

$$C_\ell = \frac{\omega_\ell}{k_\ell} = \frac{\omega}{k}$$

D'où $\omega_\ell = \ell\omega$. Cette perturbation existe pour chaque mode libre, puisque ces derniers se comportent comme le fondamental du point de vue propagation. Il est donc nécessaire d'utiliser un double indice. A un $j^{\text{ème}}$ mode libre (le fondamental est repéré par $j = 1$) est associé les modes liés repérés par l'indice ℓ . La pulsation d'un mode quelconque s'écrira $\omega_{j,\ell}$, son nombre d'onde $k_{j,\ell}$, sa phase $\phi_{j,\ell}$ et son amplitude $a_{j,\ell}$. L'évolution spatio-temporelle de la surface libre dans le cas d'une réflexion dans un canal à houle s'écrira donc plus complètement que dans l'équation (1), toujours en séparant les modes incidents et réfléchis :

$$\eta(x, t) = \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{j,\ell}^{\text{inc}} e^{i(\omega_{j,\ell}t - k_{j,\ell}x + \phi_{j,\ell}^{\text{inc}})} \right\} + \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{j,\ell}^{\text{ref}} e^{i(\omega_{j,\ell}t + k_{j,\ell}x + \phi_{j,\ell}^{\text{ref}})} \right\} \quad (14)$$

On a :

- un ensemble de modes libres (indice j dans la somme précédente avec $\ell = 1$) excités par le batteur ou par la structure, tels que :

$$\omega_{j,1} = j\omega_{1,1} \quad (15)$$

- une propagation de chacun de ces modes suivant l'équation de dispersion :

$$f(\omega_{j,1}, k_{j,1}) = 0 \quad (16)$$

- pour chacun de ces modes libres ($\ell = 1$), un ensemble de modes liés :

$$k_{j,\ell} = \ell k_{j,1} \quad (17)$$

- l'identité de vitesse de phase des modes liés et des modes libres auxquels ils sont associés :

$$\frac{\omega_{j,\ell}}{k_{j,\ell}} = \frac{\omega_{j,1}}{k_{j,1}} \quad (18)$$

- à partir des équations précédentes, la pulsation de chaque mode (j, ℓ) :

$$\omega_{j,\ell} = j\ell\omega_{1,1} \quad (19)$$

Dans le cas de l'approximation de faible amplitude et de profondeur constante finie on peut généraliser l'équation de dispersion (4) afin qu'elle traduise une relation valable pour tous les modes, libres ou liés.

Des équations (15) à (19) on déduit : $\omega_{j,\ell}^2 = \ell g k_{j,\ell} \tanh(hk_{j,\ell} / \ell)$.

Si, avec les sondes mobiles, cette équation n'est pas nécessaire pour déterminer les nombres d'onde, elle est cependant intéressante pour indexer les pics en correspondance dans les spectres mesurés.

Famille de coefficients de réflexion : pour le mode (j,ℓ) , les amplitudes $a_{j,\ell}^{inc}$ et $a_{j,\ell}^{ref}$ permettent d'associer à ce

$$\text{mode un coefficient de réflexion : } r_{j,\ell} = \frac{a_{j,\ell}^{ref}}{a_{j,\ell}^{inc}} \quad (20)$$

L'ensemble des coefficients de réflexion $r_{j,\ell}$ se substitue au coefficient R défini précédemment (équation 2). Remarquons que cet ensemble permet d'appréhender les effets non linéaires de réflexion. En particulier ce jeu de coefficients permet de quantifier le transfert d'énergie du fondamental aux harmoniques qui peut conduire, pour ces harmoniques, à un coefficient de réflexion supérieur à 1 !

5.2 Analyse par sonde(s) mobile(s)

Une seule sonde mobile : dans le cas où une seule sonde est utilisée, on obtient le signal :

$$s_1(t) = \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{j,\ell}^{inc} e^{i[(\omega_{j,\ell} - k_{j,\ell}V)t - kx_{01} + \varphi_{j,\ell}^{inc}]} \right\} + \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{j,\ell}^{ref} e^{i[(\omega_{j,\ell} + k_{j,\ell}V)t + kx_{01} + \varphi_{j,\ell}^{ref}]} \right\}$$

L'autospectre $S_{11}(\omega)$ de ce signal présente des pics aux pulsations $\omega_{j,\ell}^- = (\omega_{j,\ell} - k_{j,\ell}V)$ et $\omega_{j,\ell}^+ = (\omega_{j,\ell} + k_{j,\ell}V)$ si l'amplitude des modes correspondants est significative.

La pulsation $\omega_{j,\ell}$ peut être déduite du fondamental (équation 19) ou de $\omega_{j,\ell} = \frac{\omega_{j,\ell}^+ + \omega_{j,\ell}^-}{2}$ si la réflexion du mode est suffisante.

$$\text{Connaissant } \omega_{j,\ell}, \text{ on en déduit le nombre d'onde : } k_{j,\ell} = \frac{\omega_{j,\ell}^+ - \omega_{j,\ell}^-}{V}$$

Pour chacun des deux pics associés au mode (j,ℓ) on peut calculer par intégration une puissance $P_{j,\ell}^+$ ou $P_{j,\ell}^-$ et en

$$\text{déduire le coefficient de réflexion : } r_{j,\ell} = \sqrt{\frac{P_{j,\ell}^-}{P_{j,\ell}^+}}$$

Deux sondes mobiles : le signal $s_1(t)$ précédent est alors complété par celui de la deuxième sonde :

$$s_2(t) = \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{j,\ell}^{inc} e^{i[(\omega_{j,\ell} + k_{j,\ell}V)t - kx_{02} + \varphi_{j,\ell}^{inc}]} \right\} + \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{j,\ell}^{ref} e^{i[(\omega_{j,\ell} - k_{j,\ell}V)t + kx_{02} + \varphi_{j,\ell}^{ref}]} \right\}$$

Ces signaux peuvent être analysés séparément comme ci-dessus. Mais l'analyse croisée utilisée pour les modes fondamentaux peut être étendue aux différents modes (j,ℓ) . Ainsi, le coefficient de réflexion s'exprime par :

$$r_{j,\ell} = \frac{|S_{12}(\omega_{j,\ell}^-)|}{|S_{11}(\omega_{j,\ell}^-)|} = \frac{|S_{11}(\omega_{j,\ell}^+)|}{|S_{12}(\omega_{j,\ell}^+)|} \quad (21)$$

$$\text{ou encore par : } r_{j,\ell} = \frac{|S_{22}(\omega_{j,\ell}^-)|}{|S_{12}(\omega_{j,\ell}^-)|} = \frac{|S_{12}(\omega_{j,\ell}^+)|}{|S_{22}(\omega_{j,\ell}^+)|} \quad (22)$$

Cette mesure à deux sondes donne accès au déphasage $\Delta\varphi_{j,\ell} = \varphi_{j,\ell}^{inc} - \varphi_{j,\ell}^{ref}$ associé à la réflexion. En effet il peut être déduit de l'argument de l'interspectre à la pulsation $\omega_{j,\ell}^-$:

$$\phi_{12}(\omega_{j,\ell}^-) = k_{j,\ell}(x_{01} + x_{02}) + \varphi_{j,\ell}^{ref} - \varphi_{j,\ell}^{inc}$$

Comme à la pulsation $\omega_{j,\ell}^+$ on a de façon analogue :

$$\phi_{12}(\omega_{j,\ell}^+) = -k_{j,\ell}(x_{01} + x_{02}) - \varphi_{j,\ell}^{ref} + \varphi_{j,\ell}^{inc}$$

on peut également estimer ce déphasage par :

$$\Delta\varphi_{j,\ell} = \varphi_{j,\ell}^{inc} - \varphi_{j,\ell}^{ref} = \frac{\phi_{12}(\omega_{j,\ell}^+) - \phi_{12}(\omega_{j,\ell}^-)}{2} + (x_{01} + x_{02}) \frac{\omega_{j,\ell}^+ - \omega_{j,\ell}^-}{2V} \quad (23)$$

6 - ILLUSTRATION DES METHODES SUR UN OUVRAGE DE GENIE COTIER

Pour illustration, nous présentons l'analyse du comportement d'un caisson JARLAN, ouvrage utilisé pour la protection côtière ou comme amortisseur dans les bassins à houle. Une telle structure est constituée d'une paroi verticale opaque et d'une paroi verticale perforée située à une certaine distance d de la précédente. L'efficacité de l'ouvrage est fonction du rapport d /longueur d'onde du fondamental de la houle incidente.

6.1 Configuration expérimentale

Le canal à houle utilisé pour cette étude a une longueur de 9,5 m et une largeur de 0,3 m. Il est équipé d'un générateur à houle de type volet. La houle générée est régulière. La structure Jarlan est placée à une distance de 7,15 m du batteur. La paroi perforée de la structure a une porosité géométrique de 0,23. La profondeur d'eau uniforme est $h = 0,2$ m. La pulsation d'excitation est de l'ordre de $\omega = 9,4$ rd/s ($f = 1,5$ Hz).

La mesure de surface libre est effectuée par deux sondes résistives. Ces sondes sont fixées sur des chariots guidés par des rails situés au-dessus du canal, les déplacements des sondes sont de l'ordre de 5 m. Un moteur permet de mouvoir les deux sondes simultanément dans les sens opposés grâce à une courroie crantée à la vitesse $V = 0,114$ m/s. Le nombre d'échantillons pour chaque signal est 4096 et la fréquence d'échantillonnage est de 100 Hz.

Nous présentons, figure 4, les spectres obtenus pour une distance entre les deux parois du Jarlan de $d = 0,184$ m. Sur cette figure, nous avons limité la plage en fréquence pour ne faire apparaître que les modes fondamentaux et les premiers harmoniques.

6.2 Analyse des modes fondamentaux

Analyse mono-sonde : sur l'autospectre $S_{11}(\omega)$ apparaît clairement le mode fondamental incident à la pulsation $\omega_{1,1}^- = 8,29$ rd/s et le mode fondamental réfléchi à $\omega_{1,1}^+ = 10,43$ rd/s. Ces raies apparaissent symétriquement sur $S_{22}(\omega)$. Par intégration de ces densités spectrales, on peut en déduire pour chaque sonde une estimation du coefficient de réflexion de ce mode :

- pour la sonde 1 : $r_{11} = 0,38$

- pour la sonde 2 : $r_{11} = 0,28$

De l'équation (9), on déduit une valeur précise de la pulsation du mode fondamental excité dans le canal : $\omega_{1,1} = 9,36$ rd/s ($f_{1,1} = 1,49$ Hz) ; d'où par l'équation (10) : $k_{1,1} = 9,38$ m⁻¹.

Analyse deux sondes : on peut vérifier que les valeurs de pulsation pour lesquelles l'interspectre a des valeurs significatives sont très voisines des précédentes.

Il est commode pour la détermination des coefficients de réflexion de tracer la fonction :

$$r(\omega) = \frac{S_{12}(\omega)}{S_{11}(\omega)}$$

Cette fonction est représentée figure 4 en échelle logarithmique. On a directement (équation 21) :

- à la pulsation $\omega_{1,1}^-$: $r_{1,1} = r(\omega_{1,1}^-) = 0,333$

- à la pulsation $\omega_{1,1}^+$: $r_{1,1} = 1/r(\omega_{1,1}^+) = 1/2,98 = 0,336$

Les arguments de l'interspectre pour les pulsations $\omega_{1,1}^-$ et $\omega_{1,1}^+$, sont $\phi_{12}(\omega_{1,1}^-) = -2,19$ rd et $\phi_{12}(\omega_{1,1}^+) = 2,13$ rd. De la relation (23) on déduit la différence de phase entre les modes incident et réfléchi dans le canal soit : $\phi_{1,1}^{inc} - \phi_{1,1}^{ref} = 0,23$ rd.

La détermination de ce déphasage est importante pour localiser les zones de forte agitation sur le fond et les zones de stagnation permettant ainsi d'évaluer les risques d'affouillement, particulièrement près de l'ouvrage.

Nous pouvons aussi remarquer que la condition (13) est assez bien vérifiée puisque nous trouvons $\phi_{12}(\omega_{1,1}^-) + \phi_{12}(\omega_{1,1}^+) = -0,06$ rd $\cong 0$.

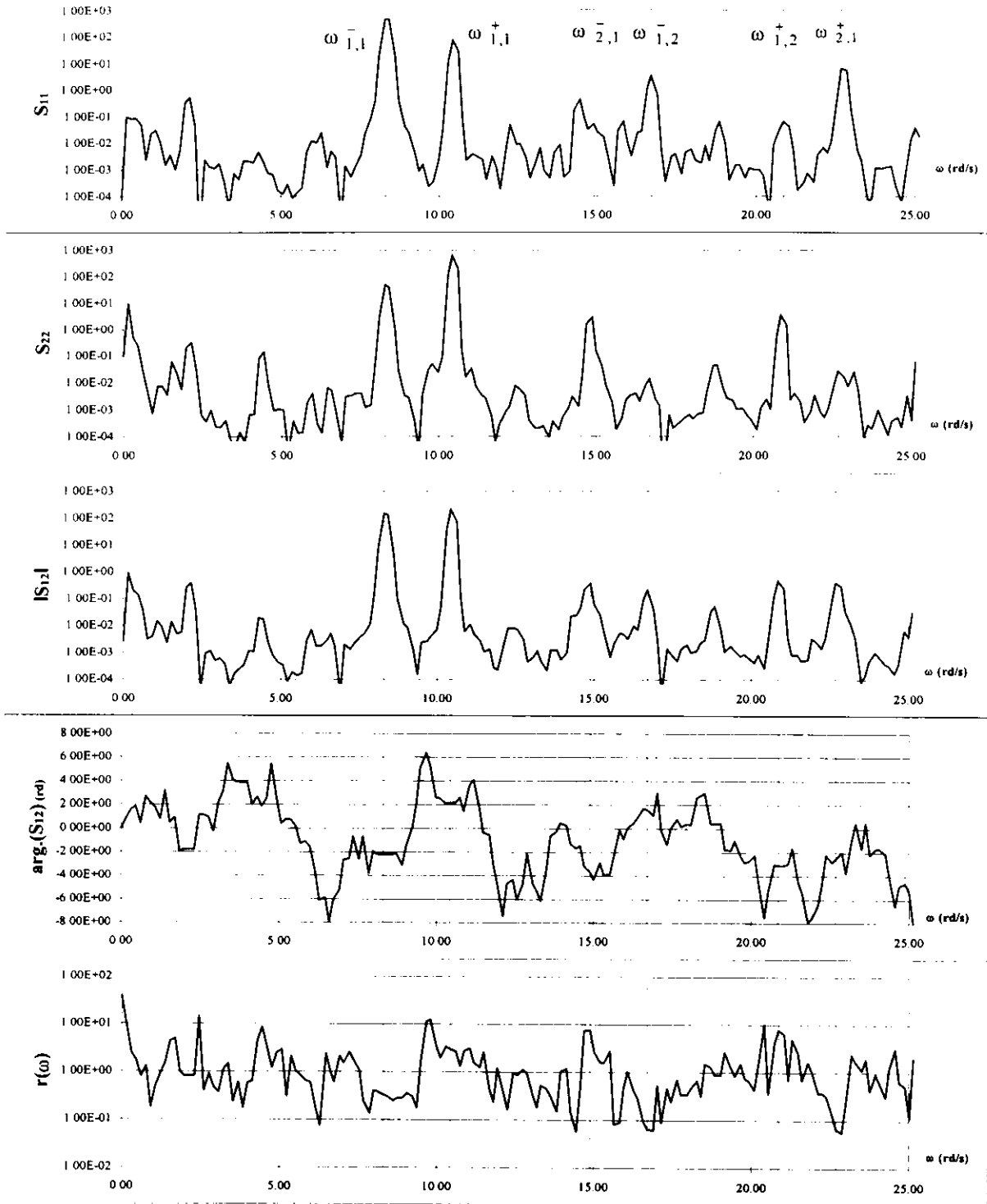


Figure 4 - spectres obtenus avec deux sondes mobiles pour le caisson Jarlan

6.3 Analyse des premiers harmoniques

Le premier harmonique libre (mode 2,1) incident apparaît sur le premier signal à une pulsation $\omega_{2,1}^- = 14,89 \text{ rd/s}$ et sur le deuxième signal à la pulsation $\omega_{2,1}^+ = 22,68 \text{ rd/s}$ soit une pulsation $\omega_{2,1}$ double du fondamental. Le nombre d'onde correspondant est alors $k_{2,1} = 34,17 \text{ m}^{-1}$. L'examen des amplitudes permet de constater que l'harmonique issu du caisson est très sensiblement plus important que l'harmonique incident. Cela prouve qu'une partie non négligeable de l'énergie incidente est transférée du fondamental aux harmoniques.

Le premier harmonique lié (mode 1,2) incident apparaît à la pulsation $\omega_{1,2}^- = 16,71 \text{ rd/s}$ sur le premier signal et à $\omega_{1,2}^+ = 20,86 \text{ rd/s}$ sur le deuxième, le nombre d'onde associé est alors $k_{1,2} = 18,20 \text{ m}^{-1}$. Cette valeur est à comparer à la valeur théorique $2k_{1,1} = 18,76 \text{ m}^{-1}$ ce qui donne un écart sur les longueurs d'onde de l'ordre de 3%.

7 - CONCLUSION

La méthode de mesure de déformation de surface libre par sonde évite l'utilisation a priori d'une relation de dispersion pour déterminer le nombre d'onde à partir de la pulsation. Cette méthode permet aussi une mesure complète des harmoniques par la discrimination des modes libres et des modes liés.

L'exemple présenté à propos d'une étude sur le caisson Jarlan montre que les coefficients de réflexion peuvent être estimés avec précision. On dispose ainsi d'une méthode opérationnelle pour cette mesure. Cela est d'un grand intérêt pour l'analyse fine du comportement non linéaire d'ouvrages soumis à la houle.

Un bilan précis des transferts d'énergie entre les différents modes est réalisable. Il permet d'évaluer l'énergie dissipée par la structure réfléchissante, ce qui renseigne sur son fonctionnement.

La formulation de la déformation de la surface libre que nous avons choisie pour présenter la méthode ne prend pas en compte les composantes issues de couplage entre les différents modes. Cependant, cette technique de mesure est générale au sens où elle ne préjuge pas de l'équation de dispersion de chaque mode. Elle peut donc être étendue directement pour traiter ces couplages.

BIBLIOGRAPHIE

- J. BROSSARD et A. HEMON - "*Analyse spectrale par effet Doppler de la propagation de la houle*" - C.R.Acad.Sci. Paris, série II b - 1995 - pp.171-176
- P. FRIGAARD, M. BRORSEN - "*A time-domain method for separating incident and reflected irregular waves*" - Coastal Engineering 24 - 1995 - pp.205-215
- Y. GODA and Y. SUZUKI - "*Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments*" - 15th Coastal Engineering Conference - Hawaii - 1976 - pp. 828-845
- S. A. HUGHES - "*Laboratory wave reflection analysis using co-located gages*" - Coastal Engineering 20 - 1993 - pp.223-247
- G. E. JARLAN - "*A perforated vertical wall breakwater*" - The Dock and Harbour Authority - 41 (488) - 1961 - pp.394-398
- E.P.D. MANSARD and E.R. FUNKE - "*The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method*" - 17th Coastal Engineering Conference - Sidney, Australia - 1980 - pp. 154-172
- E.P.D. MANSARD and M.D. MILES - "*Vers une simulation plus rapprochée des états de mer en laboratoire*" - 5^e journées de l'hydrodynamique - Rouen, France - 1995 - pp. 241-253
- R. RAJAONA, P. SULMONT et BARBARESCO - « *Comparaison de deux méthodes spectrales appliquées à l'analyse des forces de traînée sollicitant un cylindre vibrant dans un écoulement subcritique* » - ATMA 88