

**FLUCTUATIONS DES VITESSES ET BIAIS SPATIAL
DANS LE TOURBILLON MARGINAL**

¹Annaïg LE GUEN, ²Xavier VIOT, ¹Jean-Yves BILLARD, ^{2,1}Daniel H. FRUMAN

¹Laboratoire d'Hydrodynamique de
l'Ecole Navale
Lanvéoc-Poulmic
29240 BREST-NAVAL

²Groupe Phénomènes d'Interface
E.N.S.T.A
91120 PALAISEAU

RESUME

La valeur de la pression au centre d'un tourbillon marginal dépend essentiellement du profil des vitesses tangentielles ; en première approximation, elle peut être déterminée par intégration de la composante radiale de l'équation de quantité de mouvement, en supposant négligeable la contribution de la vitesse radiale. Une connaissance précise des vitesses tangentielles est nécessaire afin de minimiser l'erreur commise lors du calcul de la valeur de la pression. Or, dans le cas où les vitesses sont mesurées par vélocimétrie laser, la dimension du volume de mesure associée à la pente locale des profils de vitesses, donne lieu à un résultat biaisé. De plus, l'excursion spatiale ("wandering") du tourbillon introduit un biais de même nature. Dans la suite, ces deux notions sont regroupées sous l'appellation de "biais spatial". Les effets de ce biais sont directement visibles sur les histogrammes des vitesses instantanées et ont pour conséquences : a) une sous-estimation de la vitesse moyenne (moment d'ordre un de la distribution) ; b) une augmentation de la turbulence apparente (moment d'ordre deux) ; c) une modification des moments d'ordre supérieur et des moments croisés.

Le but de cette étude est de développer une procédure permettant de modéliser le biais expérimental puis d'en déduire les histogrammes de vitesses et, par comparaison avec ceux issus de l'expérience, de déterminer un jeu de paramètres caractérisant le tourbillon non biaisé. Cette démarche permet, en outre, l'interprétation des mesures des fluctuations des vitesses et l'estimation de la turbulence au sein du cœur du tourbillon marginal.

SUMMARY

The pressure coefficient on the axis of a tip vortex is essentially associated to the tangential velocities since, as a first order approximation, it can be obtained by integrating the radial component of the momentum equation, assuming that the radial velocity component can be neglected. Therefore, a precise knowledge of the tangential velocities is needed. However, if measurements are conducted using Laser-Doppler-Anemometry, the finite dimension of the measuring volume and the local slope of the velocity profiles contribute to a bias intensified by the vortex wandering. This bias affects the histogram of velocities and leads to : a) an underevaluation of the mean velocity ; b) an apparent velocity fluctuation ; c) a modification of the higher order moments. Moreover, since the axial velocities are also affected by the spatial bias, the cross product of the velocity fluctuations is also modified.

The objective of this paper is to develop a procedure allowing to build up the histogram of velocities and, by comparing it to those issued from the experiments, to determine the parameters of the non biased velocity profiles. Thus, the velocity fluctuations and the turbulence within the vortex core can be interpreted.

NOMENCLATURE

a	rayon du cœur du tourbillon	[m]
r	distance à l'axe du tourbillon	[m]
C_p	coefficient de pression	
D	distribution gaussienne de probabilité	
D_p	distribution pondérée de probabilité	
p_∞	pression de l'écoulement non perturbé	[Pa]
p_v	pression de vapeur saturante	[Pa]
V_∞	vitesse de l'écoulement non perturbé	[m/s]
V_t	vitesse tangentielle	[m/s]
σ_i	nombre critique de cavitation	
Γ	intensité locale du tourbillon	[m ² /s]
ρ	masse volumique de l'eau	[kg/m ³]

1. INTRODUCTION

Le tourbillon marginal résulte du contournement de l'extrémité d'une aile d'envergure finie sous l'action de la différence de pression entre l'intrados (en surpression) et l'extrados (en dépression) de celle-ci. La mise en rotation du fluide conduit à une diminution de la pression dans son centre qui peut être estimée, en supposant que les vitesses radiales sont négligeables, par la composante radiale de l'équation de quantité de mouvement, donnée par,

$$p_\infty - p_0 = \rho \int_0^\infty \frac{V_t^2}{r} dr \quad [1]$$

où p_∞ et p_0 sont respectivement les pressions dans l'écoulement non perturbé et au centre du tourbillon, V_t est la vitesse tangentielle mesurée à la distance r de l'axe du tourbillon. On définit le coefficient de pression sur l'axe du tourbillon par

$$C_{p_0} = \frac{p_0 - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} = -2 \int_0^\infty \left(\frac{V_t}{V_\infty} \right)^2 \frac{dr}{r} \quad [2]$$

Si l'aile est immergée dans un liquide et si la pression p_0 devient égale ou inférieure à la pression de vapeur saturante, on doit s'attendre à ce qu'un changement de phase liquide/vapeur y prenne place, ceci constitue le phénomène de Cavitation de Tourbillon Marginal (CTM). L'apparition de la cavitation, sous forme d'inclusions gazeuses isolées, se produira là où il y a égalité entre le nombre de cavitation donné par

$$\sigma_i = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} \quad [3]$$

et l'opposé du coefficient de pression minimum :

$$\sigma_i = -Cp_{\min} \quad [4]$$

La grande sensibilité des structures tourbillonnaires à toutes perturbations rend impossible la mesure directe de la pression. En effet, dans le cas du tourbillon marginal, les dimensions des instruments de mesure intrusifs (tubes de Pitot) sont généralement beaucoup trop importantes par rapport à l'échelle du cœur du tourbillon, où les gradients de vitesse et de pression sont les plus intenses. En conséquence, la mesure des vitesses tangentielles par une méthode non intrusive, anémométrie laser, et le subséquent calcul des pressions au moyen de [3] est la démarche la plus adaptée. La connaissance de l'évolution des vitesses tangentielles permet alors d'estimer celle du coefficient de pression le long du tourbillon marginal et, pourvu que la définition spatiale soit suffisante, la position et la valeur de son minimum. C'est cette démarche qui a été adoptée par les participants au Programme Scientifique de l'Action Concertée Cavitation¹. Elle a permis de montrer que le minimum se produit à une très courte distance de l'extrémité de l'aile [Fruman, 1994], de l'ordre d'un dixième de la corde à l'emplanture pour les cas des ailes de forme en plan elliptiques, et que les coefficients de pression minimaux sont tout à fait comparables aux nombres de cavitation critiques de disparition.

La technique de mesure de vitesse par anémométrie laser entraîne des erreurs d'interprétation liées à la dimension finie du volume de mesure. A cet effet, purement expérimental, s'ajoutent les excursions du centre du tourbillon qui peuvent aussi être comparables ou supérieures à la dimension du cœur visqueux. Ces deux phénomènes ont d'autant plus d'influence que les pentes locales des profils de vitesses sont grandes. Par exemple, la vitesse tangentielle maximale dans le cœur d'un tourbillon marginal peut être de l'ordre de 10 m.s^{-1} et se produire à une distance de l'ordre de 1 mm du centre, ce qui conduit à un gradient de vitesses de $10^4 \text{ m.s}^{-1}/\text{m}$. Puisque la longueur du volume de mesure peut être de l'ordre du millimètre, ordre de grandeur du rayon du cœur de tourbillon, on conçoit aisément que la vitesse mesurée puisse être affectée d'une erreur systématique que nous avons qualifiée de "biais spatial".

La mise au point d'une technique d'analyse est nécessaire afin de pouvoir restituer, à partir de l'information brute issue de l'anémomètre – histogramme, vitesse moyenne, moments d'ordre supérieur (RMS, skewness et flatness²) et moments croisés (si disponibles) – le véritable profil de vitesses, les fluctuations de vitesses propres (turbulence) et celles, apparentes, dues au biais spatial. Une première tentative a été réalisée par Fruman *et al.* (1994) où, en portant les fluctuations des vitesses tangentielles en fonction des fluctuations des vitesses axiales, les auteurs ont constaté l'existence de deux zones : une avec une pente pratiquement uniforme caractéristique d'une turbulence homogène, et l'autre avec une pente beaucoup plus élevée, caractéristique des excursions spatiales. Un tel comportement a pu être modélisé en calculant les valeurs RMS des deux composantes de vitesses sur une étendue égale à la somme des dimensions supposées du volume de mesure et de l'excursion spatiale locale. L'analyse a été étendue aux moments d'ordre supérieur – skewness, et

¹ L'ACC, Action Concertée Cavitation, regroupe le Bassin d'Essai des Carènes, l'Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées, l'Ecole Navale, l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, et l'Institut de Mécanique de Grenoble.

² $\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}$; $\text{Sk} = \frac{1}{\text{RMS}^3 * N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^3$; $\text{Fl} = \frac{1}{\text{RMS}^4 * N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^4$.

moments croisés – par Fruman et Billard (1996) dans l'étude de l'effet d'une injection de solution de polymère à l'extrémité d'un plan porteur. Grâce à cette approche, les auteurs ont pu montrer que l'injection de polymère conduit à une diminution appréciable de la turbulence.

En dépit de l'intérêt de ces résultats, l'information première, contenue dans l'histogramme des vitesses instantanées, n'a fait l'objet ni d'une analyse ni d'une modélisation systématique. Or, cet histogramme subit lourdement les conséquences :

- des très fortes pentes des profils de vitesses ;
- du changement de signe des vitesses tangentielles.

Dans le premier cas, le pic des vitesses, c'est-à-dire la classe de vitesses la plus sollicitée, est très différent de la vitesse moyenne, et, dans le deuxième cas, on obtient, lorsque le volume de mesure traverse le cœur visqueux, des histogrammes présentant une forme caractéristique à deux pics de vitesses, l'un positif et l'autre négatif .

L'objectif de cette contribution est de proposer une méthodologie permettant de construire des histogrammes théoriques à partir :

- d'une distribution de vitesses tangentielles supposée non biaisée ;
- d'une étendue du biais spatial (ℓ) ;
- d'une loi de probabilité de présence de particules affectées d'une certaine vitesse dans ℓ .

En comparant ces histogrammes théoriques aux histogrammes expérimentaux, on est en mesure de déterminer la valeur du biais spatial et des paramètres de la loi de densité de probabilité. Une fois ces paramètres déterminés, on peut procéder à l'analyse des moments d'ordre supérieur. Quelques exemples d'application sont fournis.

2. MODELISATION DU PROCESSUS DE MESURE

En anémométrie laser, le système acquiert la vitesse instantanée d'une série de particules qui se présentent successivement dans un volume de mesure de dimension finie. La vitesse moyenne, associée à la position du volume de mesure, est déterminée en réalisant la moyenne temporelle (moment d'ordre un) des vitesses instantanées acquises. Le moment d'ordre deux est alors représentatif des fluctuations temporelles de la vitesse. Cette description suppose que le champ de vitesse est stationnaire et que la vitesse ne subit pas de variation sensible à l'échelle du volume de mesure (absence de gradient de vitesse). Dans le cas où ces conditions ne sont pas remplies, l'instationarité de l'écoulement ou/et le gradient de vitesse introduisent des variations temporelles ou/et spatiales de la vitesse (biais) qui modifient, lors du traitement, le moment d'ordre deux de la distribution mesurée. Le travail présenté ici a pour but de proposer une méthode permettant d'estimer la valeur de ce biais pour un écoulement à fort gradient de vitesse.

2.1 Vitesses tangentielles

On assimile le profil de vitesses tangentielles, V_t , à celui de Lamb (1932),

$$V_t = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{1.255 r^2}{a^2}\right) \right] \quad [5]$$

où Γ est l'intensité locale du tourbillon, a est le rayon du cœur visqueux, pris égal à celui où se produit le maximum de la vitesse, et r est la distance au centre.

2.2 Construction d'un histogramme théorique

Pour construire un histogramme théorique, on pose les hypothèses suivantes :

A) à toute vitesse ponctuelle, x , est associée une distribution gaussienne de probabilité, $D(x)$, dont l'écart-type, σ , n'est fonction que de la turbulence locale (histogramme monopic),

$$D(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad [6]$$

où m est la moyenne de la distribution,

B) l'amplitude de la gaussienne est modulée par la vitesse.

En effet, plus les vitesses sont grandes, plus la chance de trouver des particules advectées à ces vitesses est grande. Au contraire, si la vitesse est nulle, il n'y a aucune raison de trouver des particules transitant dans le volume de mesure. On pondère donc l'expression [6] en la multipliant par la variable x à une puissance α .

$$D_p(x) = \frac{x^\alpha}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad [7]$$

C) l'histogramme final est la somme des histogrammes monopic pondérés élémentaires sur une largeur, ℓ , égale à la dimension du volume de mesure plus l'excursion du centre du tourbillon, Figure 1.

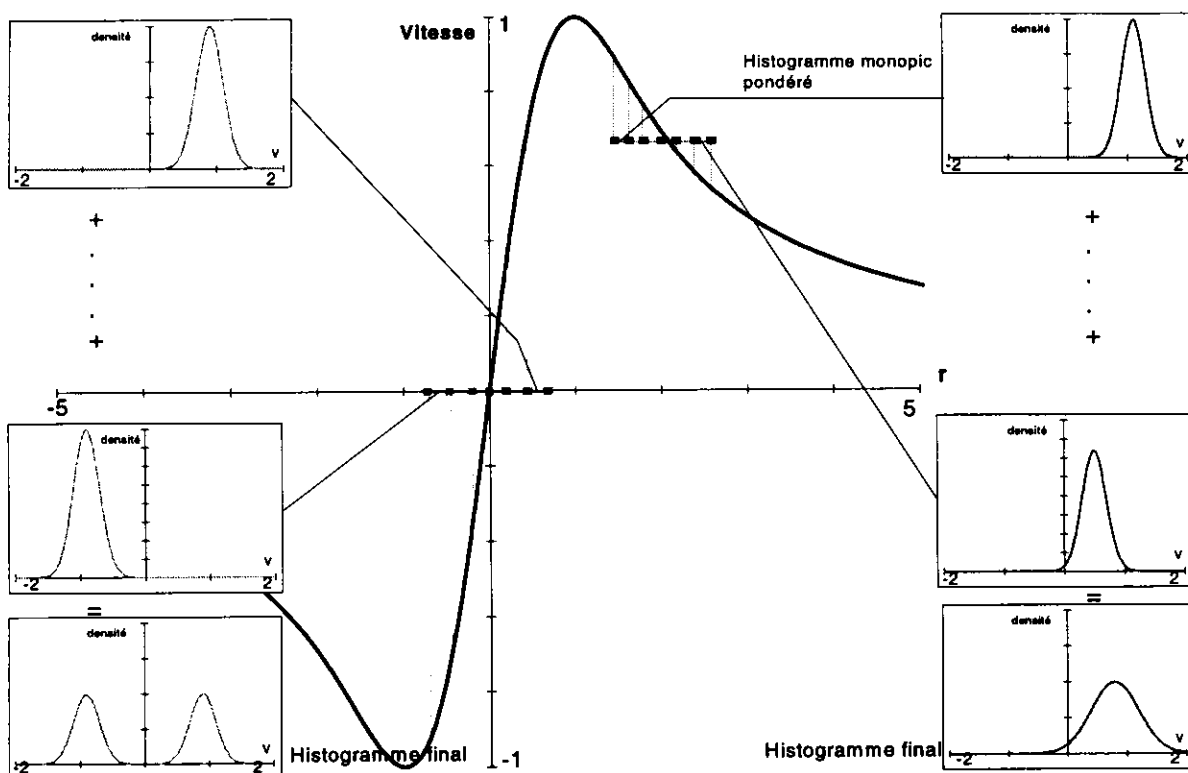


Figure 1 : Schématisation de la procédure de construction de l'histogramme théorique à partir des histogrammes monoprotic pondérés dans la longueur ℓ .

Le profil de vitesses tangentielle supposé vrai (non biaisé) est un profil de Lamb, placé au centre du tourbillon, conformément au choix de l'A.C.C. L'étendue du biais spatial est discrétisée en 200 intervalles ; au centre de chacun d'eux on peut alors calculer la vitesse, V_i , en utilisant l'expression [5], correspondant à m dans l'expression [6]. Cette vitesse est normalisée par rapport au maximum de [5] de sorte qu'elle est toujours comprise entre -1 et +1. L'indice i correspond à chacun des intervalles du biais spatial. Pour chaque valeur de i , on fait varier W_j , dans une plage comprise entre -2 et +2, pour encadrer les vitesses V_i , normées entre plus et moins un, en le divisant en 300 intervalles.

$$D_p(W_j) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(W_j - V_i)^2}{2\sigma^2}\right] * |W_j|^\alpha \quad [8]$$

L'histogramme final, sur l'étendue du biais spatial, est la somme, pour les indices i courants, des histogrammes monoprotic pondérés élémentaires, où chaque ordonnée est divisée par $\int_{-2}^2 \sum_{i=1}^{200} D_p(W) dW$. L'histogramme théorique est alors une densité de probabilité.

3. EXPERIENCES

3.1 Moyens expérimentaux

Les mesures des vitesses tangentielle, dans une zone comprise entre l'extrémité de

l'aile et une distance d'une corde maximale en aval, sont effectuées au tunnel de cavitation du Laboratoire d'Hydrodynamique de l'Ecole Navale. Cette installation, de 13 m de long, 8.5 m de haut et d'une capacité de 60 m³ d'eau, fournit un écoulement à faible taux de turbulence avec une vitesse moyenne régulière comprise entre 3 et 15 m/s. Les ailes, de section droite NACA 16020, de 120 mm de demi-envergure, et de 80 mm de corde maximale, c_{max} , ont une distribution elliptique de la corde locale en envergure, Figure 2. Le vélocimètre laser à deux composantes permet d'opérer avec un volume de mesure dont les dimensions sont approximativement 500 par 40 μm . Le signal brut obtenu par le vélocimètre est traité par deux BSA (Burst Spectrum Analyser), qui analysent une moyenne de 2000 acquisitions validées pour établir l'histogramme, la valeur moyenne de chaque composante de la vitesse, les moments d'ordre supérieur (RMS, skewness et flatness), et les moments croisés des fluctuations de vitesse.

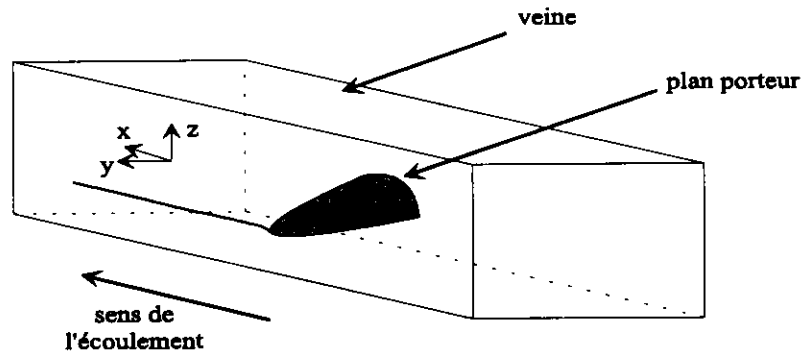


Figure 2 : Schéma montrant la position de l'aile dans la section d'essais du tunnel de cavitation avec le système de coordonnées.

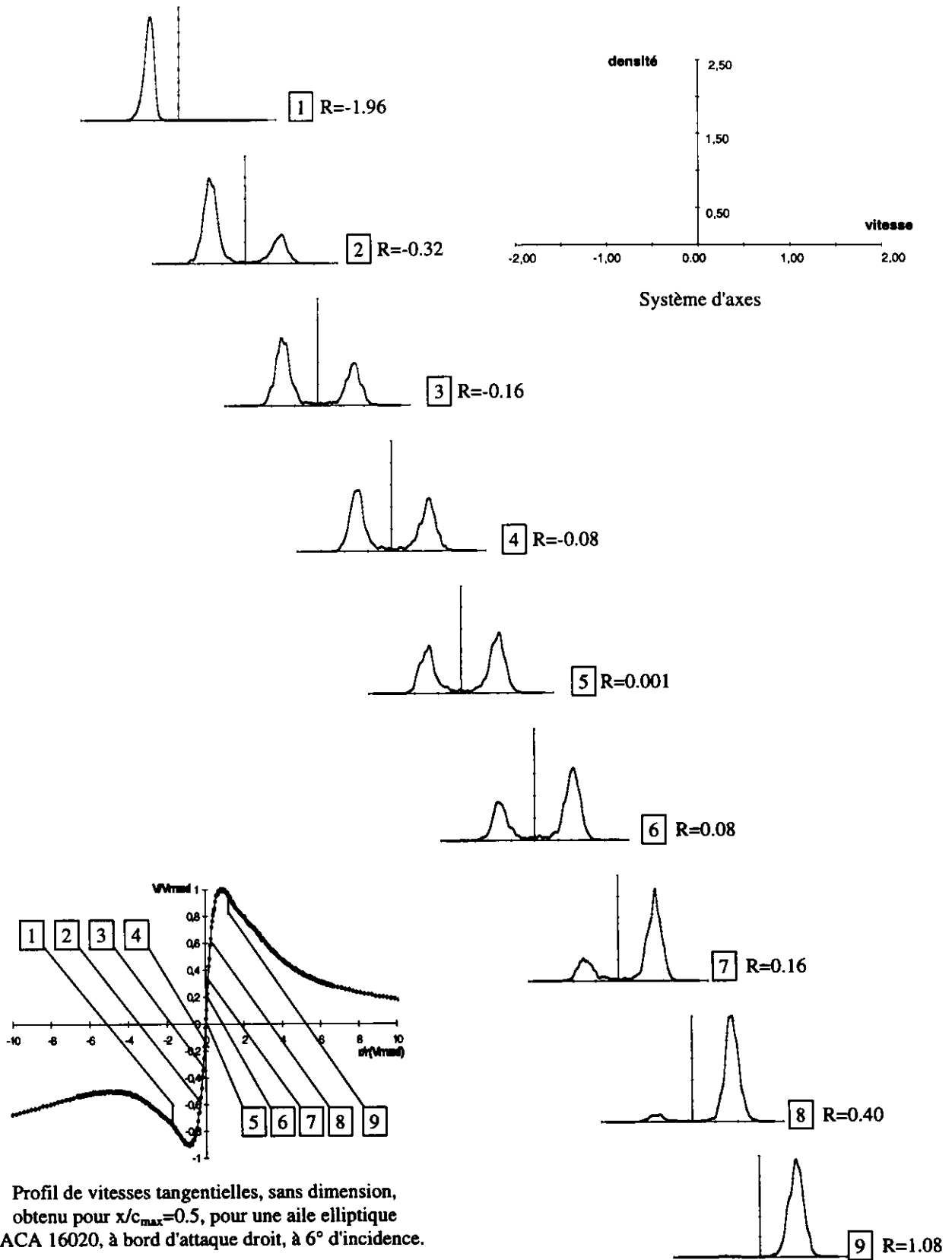
3.2 Données expérimentales

A titre d'exemple, la Figure 3 montre le profil de vitesses tangentielles obtenu à une distance égale à la moitié de la corde maximale (soit 4 cm) de l'extrémité de l'aile elliptique pour une vitesse de référence de 15 m/s et 6° d'incidence. Les histogrammes expérimentaux sont rapportés pour les positions radiales indiquées R. Les histogrammes évoluent d'une situation à un pic négatif pour $R=-1,96$ à une situation à un seul pic positif pour $R = 1,08$, en passant par une situation où deux pics coexistent pour les valeurs intermédiaires de R. Pour les histogrammes à deux pics symétriques (pour les valeurs de R proches de 0), les positions des maxima correspondent à des vitesses plus élevées que celles du profil de vitesses. Le Tableau 1 donne les vitesses des pics des histogrammes, V_{pic} , pour chacune des positions, R, du centre de l'étendue du biais spatial, et la vitesse moyenne, $\langle V \rangle$, mesurée en ce point. La vitesse du pic le plus haut est notée en caractère gras.

Tableau 1 : Valeurs des vitesses des pics et des vitesses moyennes mesurées pour chaque position du biais spatial relevées sur la Figure 3.

R	-1,96	-0,32	-0,16	-0,08	0,0001
V_{pic}	-0,66	-0,88	-0,83	-0,90	0,92
$\langle V \rangle$	-0,72	-0,50	-0,39	-0,21	0,22

R	0,08	0,16	0,40	1,08
V_{pic}	-0,81	0,93	0,90	1,00
$\langle V \rangle$	0,22	0,43	0,81	0,98



Profil de vitesses tangentielles, sans dimension, obtenu pour $x/c_{max}=0.5$, pour une aile elliptique NACA 16020, à bord d'attaque droit, à 6° d'incidence.

Figure 3 : Profil des vitesses tangentielles du tourbillon marginal et histogrammes expérimentaux pour différentes positions par rapport à l'axe du tourbillon.

4. RESULTATS

4.1 Simulation du profil de vitesses tangentielles

Pour simuler le profil de vitesses tangentielles non biaisé, on prend comme point de départ le profil de vitesses expérimental hors-sillage prolongé par son symétrique par rapport à l'origine. On aboutit à d'excellents ajustements en utilisant deux tourbillons de Lamb centrés,

$$V_t = \frac{\Gamma_1}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{1.255 r^2}{a_1^2}\right) \right] + \frac{\Gamma_2}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{1.255 r^2}{a_2^2}\right) \right] \quad [9]$$

où les paramètres d'ajustement Γ_i et a_i sont respectivement les intensités et les rayons des cœurs des tourbillons. La procédure d'ajustement mise en œuvre est la suivante : pour des positions suffisamment éloignées du cœur, le produit des vitesses expérimentales par la distance au centre du tourbillon permet d'évaluer la circulation totale, avec laquelle on initialise Γ_1 en supposant $\Gamma_2 = 0$. En utilisant un critère de moindres carrés, on itère sur la valeur de Γ_1 et a_1 jusqu'à l'obtention du meilleur ajustement. On procède alors à l'initialisation de Γ_2 et a_2 et, en utilisant le critère de minimisation de l'écart quadratique, on optimise leurs valeurs. Il faut noter que les écarts sont établis entre la valeur moyenne de la vitesse, calculée sur un intervalle égal au biais spatial, et la valeur expérimentale. A titre d'exemple, la Figure 4 montre un profil expérimental, un profil ajusté et le profil non biaisé qui sera utilisé dans l'estimation des histogrammes. Le Tableau 2 donne les valeurs de Γ_i et a_i pour le profil de vitesses non biaisé.

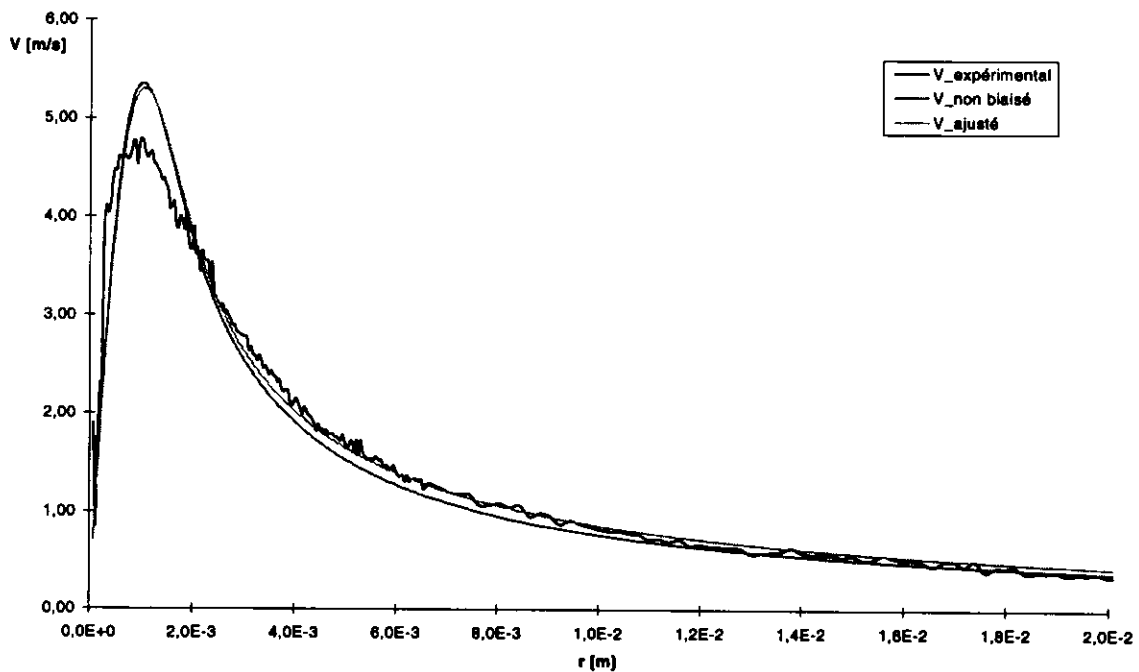


Figure 4 : Ajustement des vitesses tangentielles du tourbillon marginal à une distance $x/c_{\max}=0.5$ de l'extrémité d'une aile de section 16020, à bord d'attaque droit, 6° d'incidence et 15m/s de vitesse de référence.

4.2 Histogrammes théoriques

En analysant un grand nombre d'histogrammes pour des positions éloignées du centre du tourbillon marginal, on a pu établir qu'un écart-type égal à 0,15 est une estimation raisonnable de l'effet de la turbulence de l'écoulement non perturbé. L'étendue du biais spatial est prise égale à 1,5 fois la dimension du cœur visqueux du profil non biaisé et le facteur de pondération α est égal à 1,2, Tableau 2. Les histogrammes théoriques ont été déterminés pour le profil de vitesses non biaisé de la Figure 5.

Les histogrammes théoriques sont montrés sur la Figure 5 pour les neuf positions de la Figure 3. En comparant ces deux figures, on voit clairement que les histogrammes théoriques évoluent avec la distance au centre du tourbillon d'une manière qualitativement analogue à celle des histogrammes expérimentaux. En effet, on passe d'un histogramme à un pic d'allure gaussienne, à des histogrammes à deux pics. L'amplitude d'un pic augmente, pendant que celle de l'autre diminue, au fur et à mesure que l'étendue du biais spatial approche du centre du tourbillon. Au centre même, on atteint la situation d'équiprobabilité, puisqu'il y aura autant de chances de voir passer une particule à vitesse positive qu'une autre à vitesse négative. Cependant, puisque les pics des histogrammes expérimentaux sont plus marqués, on met en évidence que l'écart-type choisi pour la modélisation n'est pas tout à fait adapté.

Tableau 2 : Valeurs de paramètres utilisés dans la détermination des histogrammes théoriques

a_1	Γ_1	a_2	Γ_2	σ	α	$l/r(V_{\max})$
$1,02 \cdot 10^{-3}$	$4,81 \cdot 10^{-2}$	$5,95 \cdot 10^{-3}$	$6,23 \cdot 10^{-3}$	0,14	1,2	1,5

La comparaison entre les histogrammes expérimentaux présentés à la Figure 3 et théoriques présentés à la Figure 5 permet d'obtenir une estimation qualitative de l'ordre de grandeur du biais spatial, et, si l'on connaît la dimension du volume de mesure, celle de l'excursion du centre du tourbillon. Dans le cas présent, l'étendue du biais spatial est de 1,5 mm, le volume de mesure ayant une dimension de 0,5 mm, l'excursion du tourbillon a donc une valeur d'environ 1 mm.

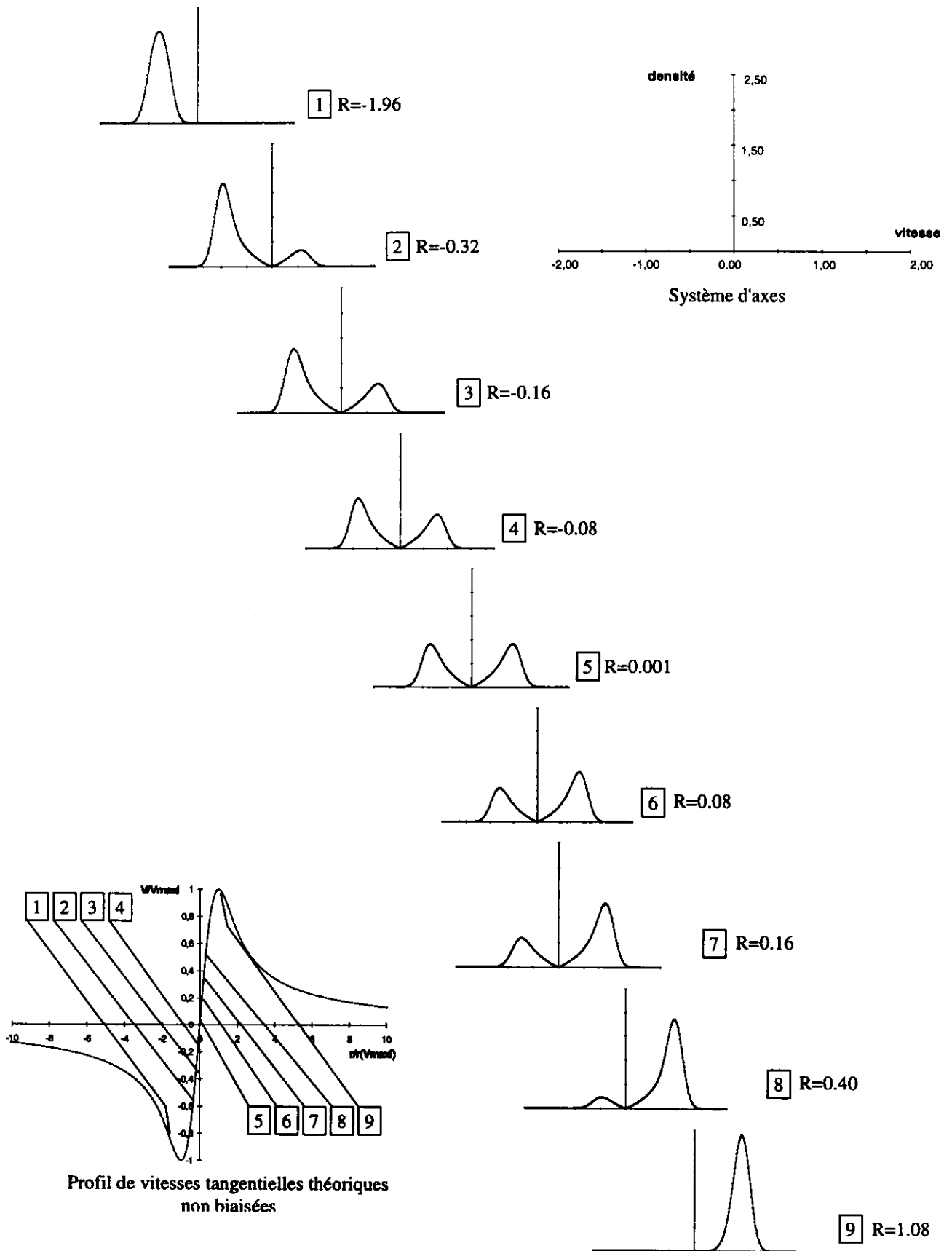


Figure 5 : Profil des vitesses tangentielles non biaisées du tourbillon marginal et histogrammes théoriques pour différentes positions par rapport à l'axe du tourbillon.

CONCLUSION

Une méthodologie permettant d'établir les histogrammes théoriques associés à un profil des vitesses tangentiels et à une étendue du biais spatial (somme de la dimension du volume de mesure de l'anémomètre laser et de l'amplitude du battement du tourbillon) est proposée. Elle consiste à associer à toute vitesse ponctuelle une distribution gaussienne de probabilité, dont l'écart-type n'est fonction que de la turbulence locale et dont l'amplitude est modulée par une puissance de la vitesse, constituant un histogramme monopie pondéré élémentaire. L'histogramme final est la somme de ces derniers sur l'étendue du biais spatial.

Elle a été appliquée à la reconstitution des histogrammes pour un profil de vitesses expérimental. Les résultats montrent que l'évolution des histogrammes théoriques en fonction de la distance au centre du tourbillon est qualitativement similaire à celle des histogrammes expérimentaux. La modification de l'écart-type, de la puissance de pondération de l'histogramme monopie pondéré élémentaire et de l'étendue du biais spatial devrait permettre d'arriver à des comparaisons quantitatives satisfaisantes. En tout état de cause, cette démarche a permis d'apporter une justification supplémentaire à l'interprétation intuitive des fluctuations des vitesses, constituées d'une contribution associée exclusivement au biais spatial et d'une contribution turbulente intrinsèque. Ces résultats sont essentiels, non seulement dans le cadre des travaux concernant la cavitation de tourbillon marginal, mais aussi pour la modélisation numérique de l'enroulement et la diffusion des tourbillons marginaux des plans porteurs.

Par ailleurs, la méthode décrite ici permet, dans toute étude d'écoulement présentant un fort gradient de vitesse, de déterminer de façon précise la part, dans les moments d'ordre supérieur et en particulier dans le moment d'ordre deux (turbulence), de la fluctuation de vitesse vraie et la part liée au biais spatial.

5. REMERCIEMENTS

Ce travail a été en partie financé par la Direction des Recherches et Etudes Techniques du Ministère de la Défense. Les auteurs tiennent à remercier particulièrement le Dr. Thierry Pichon pour la mise à leur disposition des résultats expérimentaux.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. H. FRUMAN, "Recent Progress in the understanding and prediction of tip vortex cavitation", Second International Symposium on Cavitation, Tokyo, Japan, April 5-7, 1994.
- [2] D. H. FRUMAN, J.-Y. BILLARD, "The Tip Vortex : Effect of a drag reduction agent on confined turbulence.", Symposium on Turbulence Modification and Drag Reduction, San Diego, 7-11 July, 1996.
- [3] D. H. FRUMAN, F. CASTRO, A. PAUCHET, T. PICHON, "On tip vortex turbulence, wandering and cavitation occurrence", Second International Symposium on Cavitation, Tokyo, Japan, April 5-7, 1994.
- [4] T. PICHON, "Contribution à l'étude de la cavitation de tourbillon marginal.", Thèse de l'Ecole Centrale de Nantes, 1995.