

6e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

24, 25, 26 février 1997 - Nantes

L'influence d'un courant sur les surélévations de la surface libre autour d'un corps flottant

Š. MALENICA & X.B. CHEN
Bureau Veritas - CRD
92565 Rueil Malmaison - Cédex

Résumé

Le but de ce papier est d'attirer l'attention sur l'importance des effets du courant sur l'élévation de la surface libre autour d'un corps flottant. Trois exemples types ont été choisis : un cylindre tronqué, un groupe de quatre cylindres et un FPSO (Floating Production Storage Off-loading). Les calculs numériques sont basés sur la méthode des singularités (sources seules) avec la fonction de Green qui satisfait la condition linéaire de la surface libre. La comparaison entre deux types de la fonction de Green (séculaire et non-séculaire) est également présentée.

Abstract

The purpose of this paper is to draw attention on the importance of the effects of current on the free surface elevation in the vicinity of floating bodies. Three typical examples have been chosen : a truncated cylinder, an array of four cylinders and a FPSO (Floating Production Storage Off-loading). The numerical computations are based upon source method using the Green function which satisfies the linear condition on the free surface. The comparison between two types of the Green function (secular and non-secular) is also presented.

1 Introduction

Le problème que nous nous proposons de traiter ici est celui de l'interaction d'une houle plane progressive avec un corps flottant en présence d'un courant uniforme. Une attention spéciale est donnée à l'étude des surélévations de la surface libre autour du corps et tout particulièrement à la partie due à la présence du courant. En effet, il semblerait que même un faible courant peut entraîner une modification sensible de l'élévation de surface libre. Malheureusement, les études numériques démontrant clairement ce phénomène sont pratiquement inexistantes, à cause de la complexité du modèle mathématique. La fonction de Green associée au problème est, en effet, beaucoup plus compliquée par rapport à celle du problème sans la présence du courant. C'est pour cela que certaines simplifications ont été proposées dont la plus importante était l'introduction d'une nouvelle perturbation par rapport au paramètre de vitesse d'avance ($\tau = U\omega/g$) [3, 7]. Malheureusement, la solution issue de cette perturbation est séculaire c.à.d. elle a un comportement non-physique $G \sim O(\sqrt{r})$ pour $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$. La fonction de Green ainsi obtenue devient inutilisable dès qu'on s'éloigne du corps et les élévations calculées au voisinage du corps sont douteuses. Ce n'est que récemment [6] qu'une nouvelle formulation simple de la fonction de Green uniformément valide a été obtenue à l'aide de la méthode dite de Fourier-Kochin. Ultérieurement [5], ces résultats ont été confirmés par un calcul indépendant basé sur la méthode des échelles multiples où l'expression dans le cas de la profondeur finie a été également présenté. Un résultat intéressant de cette dernière étude est que les deux solutions pour le potentiel (séculaire et non-séculaire) devraient être identiques sur le corps, mais qu'elles diffèrent dès qu'on s'éloigne du corps. Un des objectifs de la présente étude était aussi de vérifier numériquement ce résultat. Même si ce résultat est confirmé, il est clair que c'est la méthode non-séculaire qui doit être utilisée en pratique car les surélévations de la surface libre autour d'un corps flottant ne sont pas seulement importantes sur le corps mais aussi dans son voisinage, comme dans le cas des plateformes multicolonne (TLP, Semi-Sub, ...). De toute façon, il a été montré dans [6, 5] que les modifications nécessaires pour transformer une solution séculaire en une solution non-séculaire sont très simples.

2 Interaction houle - courant - corps flottant

Le problème d'interaction d'une houle et du corps flottant en présence d'un courant, est complètement équivalent au problème d'interaction de la houle et du corps flottant avançant avec une petite vitesse d'avance U . Pour cette raison les deux notions seront quelquefois échangées dans le texte qui suit.

La difficulté principale du problème de diffraction-radiation avec petite vitesse d'avance réside dans la condition de la surface libre pour le potentiel instationnaire ϕ laquelle, dans le domaine fréquentiel, devient :

$$\{-\omega^2\phi + g\frac{\partial\phi}{\partial z} + 2iU\omega\frac{\partial\phi}{\partial x} - 2iU\omega\nabla_0\phi\nabla_0\bar{\phi} + iU\omega\phi\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial z^2} = 0\}_{z=0} \quad (1)$$

où ω est la fréquence de rencontre $\omega = \omega_0 - \nu_0 U \cos \beta$, avec ω_0 la fréquence fondamentale de la houle incidente, ν_0 le nombre d'onde correspondant ($\nu_0 = \omega_0^2/g$) et β l'angle d'incidence défini comme l'angle entre la direction de propagation de la houle incidente et l'axe x positif. Le potentiel $\bar{\phi}$ est le potentiel stationnaire qui, sous l'hypothèse de la petite vitesse d'avance, peut être pris comme le potentiel de double modèle.

Il est bien évident que, par rapport au problème sans vitesse d'avance (où seulement les deux premiers termes de l'équation sont présents), cette condition aux limites est considérablement plus compliquée. Pour résoudre le problème aux limites défini par cette condition sur la surface libre, par l'équation de Laplace dans le fluide, la condition de glissement sur les surfaces rigides

et la condition de radiation pour $r \rightarrow \infty$, on procède de la façon expliquée dans [1]. Le potentiel total est d'abord décomposé en trois parties : potentiel incident ϕ_I , potentiel de diffraction ϕ_D et six potentiels de radiation ϕ_j :

$$\phi = \phi_I + \phi_D - i\omega \sum_{j=1}^6 \xi_j \phi_j \quad (2)$$

ce qui donne les conditions sur la surface libre et la surface du corps suivantes :

$$\{-\omega^2 \phi_D + g \frac{\partial \phi_D}{\partial z} + 2iU\omega \frac{\partial \phi_D}{\partial x} - 2iU\omega \nabla_0(\phi_I + \phi_D) \nabla_0 \bar{\phi} + i\omega U(\phi_I + \phi_D) \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial z^2} = 0\}_{z=0} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{\partial \phi_D}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I}{\partial n} \right\}_{\mathbf{x} \in S_B} \quad (4)$$

$$\{-\omega^2 \phi_j + g \frac{\partial \phi_j}{\partial z} + 2iU\omega \frac{\partial \phi_j}{\partial x} - 2iU\omega \nabla_0 \phi_j \nabla_0 \bar{\phi} + i\omega U \phi_j \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial z^2} = 0\}_{z=0} \quad (5)$$

$$\left\{ \frac{\partial \phi_j}{\partial n} = n_j + \frac{iU}{\omega} m_j \right\}_{\mathbf{x} \in S_B} \quad (6)$$

Le potentiel incident ϕ_I est une donnée du problème et habituellement s'écrit sous la forme :

$$\phi_I = -\frac{igA}{\omega_0} e^{\nu_0 z} e^{i\nu_0(x \cos \beta + y \sin \beta)} \quad (7)$$

A étant l'amplitude de la houle.

Les problèmes aux limites pour chacun des potentiels ($\phi_D, \phi_j, j = 1, 6$) sont résolus de la même façon. Ils sont d'abord décomposés en une partie complètement linéaire ϕ_L et une partie qui tient compte de l'influence du potentiel stationnaire $\bar{\phi}$. On écrit $\phi = \phi_L + \tau \phi_N$ ($\tau = U\omega/g$) de façon à ce que les conditions sur la surface libre et sur le corps deviennent :

$$\{-\nu \phi_L + \frac{\partial \phi_L}{\partial z} + 2i\tau \frac{\partial \phi_L}{\partial x} = 0\}_{z=0} \quad (8)$$

$$\{-\nu \phi_N + \frac{\partial \phi_N}{\partial z} + 2i\tau \frac{\partial \phi_N}{\partial x} = Q\}_{z=0} \quad (9)$$

$$\left\{ \frac{\partial \phi_L}{\partial n} = V_{nL} \right\}_{\mathbf{x} \in S_B} \quad , \quad \left\{ \frac{\partial \phi_N}{\partial n} = V_{nN} \right\}_{\mathbf{x} \in S_B} \quad (10)$$

où :

$$Q = \begin{cases} 2i \nabla_0(\phi_I + \phi_{DL}) \nabla_0 \bar{\phi} + i(\phi_I + \phi_{DL}) \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial z^2} & \text{pour } \phi_D \\ 2i \nabla_0 \phi_{jL} \nabla_0 \bar{\phi} + i \phi_{jL} \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial z^2} & \text{pour } \phi_j \end{cases} \quad (11)$$

$$V_{nL} = \begin{cases} -\frac{\partial \phi_I}{\partial n} & \text{pour } \phi_D \\ n_j & \text{pour } \phi_j \end{cases} \quad , \quad V_{nN} = \begin{cases} 0 & \text{pour } \phi_D \\ \frac{i}{\nu} m_j & \text{pour } \phi_j \end{cases} \quad (12)$$

Les 14 problèmes aux limites ainsi obtenus sont résolus selon la méthode des sources en utilisant la fonction de Green $G(\mathbf{x}; \boldsymbol{\xi})$ qui satisfait la condition sur la surface libre suivante :

$$\{-\nu G + \frac{\partial G}{\partial z} + 2i\tau \frac{\partial G}{\partial x} = 0\}_{z=0} \quad (13)$$

L'application du théorème de Green à cette fonction et aux potentiels ϕ_L et ϕ_N , donne la représentation des potentiels sous la forme d'une distribution mixte des singularités (sources et doublets) sur la surface du corps. La représentation "sources seules" est obtenue en considérant le problème intérieur équivalent et en imposant la condition de continuité des potentiels à travers la surface du corps. En procédant de cette façon, les expressions pour le potentiel ϕ dans tout le domaine Ω du fluide sont obtenues sous la forme suivante :

$$\phi_L = \iint_{S_B} \sigma_L G \, dS \quad ; \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (14)$$

$$\phi_N = \iint_{S_B} \sigma_N G \, dS - \iint_{S_F} Q G \, dS \quad ; \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (15)$$

Après cela l'affichage de la condition aux limites sur le corps donne les équations intégrales à résoudre pour trouver les densités inconnues des sources σ_L et σ_N :

$$-\frac{1}{2}\sigma_L + \iint_{S_B} \sigma_L \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} \, dS = V_{nL} \quad ; \quad \mathbf{x} \in S_B \quad (16)$$

$$-\frac{1}{2}\sigma_N + \iint_{S_B} \sigma_N \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} \, dS = V_{nN} + \iint_{S_F} Q \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} \, dS \quad ; \quad \mathbf{x} \in S_B \quad (17)$$

Comme on peut le constater la représentation du potentiel ϕ_L est la même que dans le cas sans courant et c'est seulement la fonction de Green qui change. Dans le cas du potentiel ϕ_N , la situation est légèrement plus compliquée à cause de la présence d'une intégrale sur la surface libre, qui tient compte de l'influence du potentiel stationnaire $\bar{\phi}$. Le potentiel $\bar{\phi}$ étant très localisé (se comporte comme un dipôle loin du corps), ces intégrales sont calculées relativement facilement. Il est intéressant de noter que dans la formulation des sources seules il n'y a pas d'intégrale sur la ligne de flottaison ce qui ne serait pas le cas si on avait choisi la méthode des singularités mixtes (sources + doublets).

Après avoir trouvé les potentiels, les efforts sont calculés par l'intégration des pressions (obtenue par l'équation de Bernoulli) sur la surface du corps et l'équation d'équilibre dynamique donne ensuite les six mouvements ξ_j du corps. Une fois les mouvements calculés, l'élévation de la surface libre en n'importe quel point est obtenue par l'expression suivante :

$$\eta = \frac{i\omega}{g} [\phi + \tau \frac{i}{\nu} \nabla_0(\bar{\phi} - \mathbf{x}) \nabla_0 \phi] \quad (18)$$

où ϕ représente le potentiel total donné par (2).

2.1 Implémentation numérique

Certains aspects importants de la méthode (évaluation de la fonction de Green, évaluation des termes m_j et des dérivées secondes sur la surface libre, calcul des efforts, ...) ont été discutés

dans [1] et ne seront pas répétés ici. Un problème pratique qui se pose est celui du maillage de la surface libre pour le calcul des potentiels ϕ_N . Dans le but de simplifier l'utilisation du logiciel, cette tâche est rendue automatique pour les corps du type bateau. Une ellipse dont les dimensions dépendent de la longueur et de la largeur du corps est d'abord créée. L'espace entre le corps et l'ellipse est ensuite maillé avec les facettes quadrilatérales dont les dimensions dépendent du maillage original du corps. De cette façon les mêmes données géométriques peuvent être utilisées pour le calcul standard sans vitesse d'avance et celui avec vitesse d'avance. Un exemple de maillage est présenté sur la figure 1.

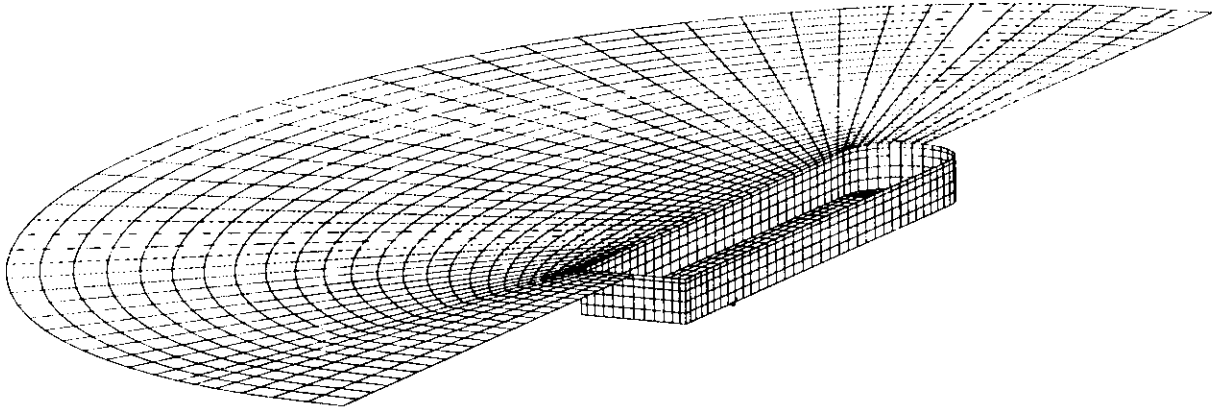


Figure 1: Maillage du corps et de la moitié de la surface libre pour un FPSO.

3 Résultats numériques et discussions

Nous présentons d'abord quelques résultats de validation de la méthode. Pour cela, on a choisi l'exemple d'un cylindre tronqué pour lequel existent les solutions analytiques [4] et aussi des nombreux résultats dans la littérature [7, 2]. La quantité la plus compliquée à calculer est l'amortissement de dérive qui est défini comme la dérivée par rapport à la vitesse d'avance de l'effort constant du deuxième ordre $B = \partial F_d / \partial U$. On est donc obligé de calculer les efforts de dérive F_d pour deux petites vitesses d'avance et de faire ensuite une différentiation numérique. Ce calcul est d'autant plus difficile quand le corps est libre à répondre à la houle au premier ordre. Sur la figure 2 on montre la comparaison de l'amortissement de dérive B_{xx} entre la solution analytique et le calcul numérique pour un cylindre tronqué fixe et sur la figure 2b la comparaison entre les résultats obtenus par une autre méthode [2] et notre calcul, pour un cylindre tronqué libre en cavalemt au premier ordre. Le rayon du cylindre est $a = 1m$ et le tirant d'eau $T = 3a$. Les calculs analytiques étant valables pour une profondeur finie, celle-ci est prise suffisamment grande $H = 15a$ pour que les effets de la profondeur n'affectent pas les résultats pour les fréquences considérées. La vitesse d'avance est $U = \pm 0.1566 m/s$ et l'angle de la houle incidente $\beta = 180^\circ$. On constate un accord très satisfaisant entre les différents résultats. Un autre exemple de comparaison avec les résultats analytiques est montré sur la figure 3. Il s'agit de l'amplitude de l'élévation de la surface libre pour un cylindre fixe. L'élévation présentée est l'élévation totale c.à.d. dans l'expression (18) c'est le potentiel $\phi = \phi_I + \phi_D$ qui a été pris. Les dimensions du cylindre restent les mêmes, la vitesse d'avance est $U = 0.1566 m/s$, la fréquence est $\omega_0 = 2.62 s^{-1}$ et l'angle d'incidence $\beta = 0$. Encore une fois l'accord entre les résultats est très bon. Il convient de noter que les deux solutions (séculaire et non-séculaire) qui ont été utilisées donnent les mêmes résultats, aussi bien pour l'amortissement de dérive que pour l'élévation de la surface libre sur le cylindre. Ce n'est pas le cas dès qu'on s'éloigne du cylindre et c'est

clairement visible sur les figures 4 et 5. Ces sont les parties réelles et imaginaires de l'élévation de la surface libre autour du cylindre qui sont présentées d'une façon globale (fig. 5) et sur la ligne $\theta = 0, \theta = \pi$ (fig. 4). Le cylindre est toujours le même, mais c'est seulement la partie de l'élévation de la surface libre provenant du potentiel de diffraction qui a été présentée [$\phi = \phi_D$ dans (18)]. La vitesse d'avance est $U = 0.313 \text{ m/s}$ et l'angle d'incidence $\beta = 0$. On voit bien que la solution séculaire devient rapidement fautive puisque elle croît et garde les mêmes longueurs d'ondes devant et derrière le cylindre. La solution non-séculaire par contre présente bien l'effet de Doppler et a un comportement physique attendu [$O(1/\sqrt{\tau})$] pour $\tau \rightarrow \infty$.

Nous présentons maintenant quelques résultats pour le cas du FPSO. Les figures 6 et 7 illustrent l'élévation totale (incidence + diffraction + radiation) de la surface libre le long d'un FPSO libre, au premier ordre, en pilonnement et en tangage, avançant avec une vitesse $U = 1.2 \text{ m/s}$ dans une houle de fréquence $\omega_0 = 0.45 \text{ rad/s}$. FPSO (fig. 1) est composé d'un parallélépipède (longueur $L = 257.5 \text{ m}$, largeur $B = 51 \text{ m}$, hauteur $T = 20 \text{ m}$) et d'une moitié du cylindre à une extrémité. Encore une fois, on remarque l'accord entre la solution séculaire et non-séculaire sur le corps ce qui prouve le résultat proposé dans [5]. Les petites différences en certains points peuvent être attribuées aux effets d'ordre $O(\tau^2)$ qui ne sont pas pris en compte de la même façon dans les deux solutions. Comme dans le cas du cylindre, les deux solutions diffèrent rapidement quand on s'éloigne du corps ce qui est visible sur la fig. 8 où la contribution de la houle incidente a été enlevée pour la clarté.

Finalement sur la figure 9 nous présentons les résultats pour un groupe de cylindres. Il s'agit d'un groupe de quatre cylindres de rayon $a = 1 \text{ m}$ placés sur les coins d'un carré de côté $7a$. Le tirant d'eau est $T = 3a$, la fréquence de la houle incidente $\omega_0 = 2.62 \text{ rad/s}$ et l'angle d'incidence $\beta = 135^\circ$. Le trait plein représente les résultats pour $U = 0$, le trait discontinu (— —) les résultats pour la vitesse $U = -0.1566 \text{ m/s}$ calculés par la méthode non-séculaire, les cercles (●) les résultats pour la vitesse $U = -0.1566 \text{ m/s}$ calculés par la méthode séculaire, le trait pointillé (···) les résultats pour la vitesse $U = +0.1566 \text{ m/s}$ calculés par la méthode non-séculaire et les carrés (■) les résultats pour la vitesse $U = +0.1566 \text{ m/s}$ calculés par la méthode séculaire. L'origine étant choisi à la côte (0,0) le cylindre 1 désigne le cylindre placé au point (3.5, 3.5), le cylindre 2 celui en (-3.5, 3.5), le cylindre 3 celui en (-3.5, -3.5) et le cylindre 4 celui en (3.5, -3.5). On peut voir que les remarques faites dans les deux cas précédents restent valables ici aussi.

4 Conclusions

Plutôt que de faire une étude précise sur un type particulier du corps flottant, le but de la présente étude était d'attirer l'attention sur les effets du courant sur les élévations de la surface libre autour d'un corps flottant quelconque soumis à une houle incidente régulière. A titre d'exemple, trois cas d'application-type ont été choisis et il a été montré que, dans tous les cas, même un faible courant peut changer considérablement les valeurs de l'élévation. Il est donc nécessaire d'en tenir compte dans les calculs pour les ouvrages situés dans les zones de courants importants.

Un deuxième résultat intéressant de cette étude, est celui d'égalité des solutions séculaire et non-séculaire sur la surface du corps à l'ordre $O(\tau)$. C'est un résultat qui justifie en quelque sorte l'utilisation de la formulation séculaire pour le calcul des efforts, mais non pas pour le calcul des surélévations qui sont importantes non seulement sur le corps mais aussi dans son voisinage (le cas des TLP ou des plateformes semi-submersibles). Pour cela, et du fait que les résultats peuvent également être affectés par les effets d'ordre $O(\tau^2)$, il est préférable d'utiliser la formulation non-séculaire, d'autant plus qu'il a été démontré dans [6, 5] que le passage d'une solution séculaire à une solution non-séculaire peut être obtenue d'une façon très simple.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Mr. Petitjean F. pour son aide appréciable pendant la rédaction de ce papier. Le présent travail fait partie du projet CEP&M Hydro-Structure dont les partenaires sont Bureau Veritas, Principia R.D. et Caltec.

References

- [1] CHEN X.B. & MALENICA Š., 1996. : "Nonlinear effects of the local steady flow on wave diffraction-radiation at low forward speed", Int. Offshore and Polar Engg. Conf., Los Angeles, USA.
- [2] FALTINSEN O.M., 1990. : "Sea Loads on Ships and Offshore Structures", Cambridge University Press.
- [3] HUIJSMANS R.H.M. & HERMANS A.J., 1985. : "A fast algorithm for computation of 3-D ship motions at moderate forward speed", Proc. 4th Int. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Washington.
- [4] MALENICA Š. & ETIENNE S., 1995. : "A propos des méthodes semi-analytiques pour les différents problèmes de diffraction-radiation par un cylindre tronqué", Actes des 5èmes Journées de l'hydrodynamique, Rouen.
- [5] MALENICA Š., 1996. : "Some aspects of the water wave diffraction-radiation at small forward speed", soumis pour publication.
- [6] NOBLESSE F. & CHEN X.B., 1995. : "Decomposition of free surface effects into wave and near-field components", Ship Technology Res., Vol. 42/4.
- [7] NOSSEN J., GRUE J. & PALM E., 1991. : "Wave forces on three dimensional floating bodies with small forward speed", J.Fluid Mech., Vol.227, pp. 135-160.

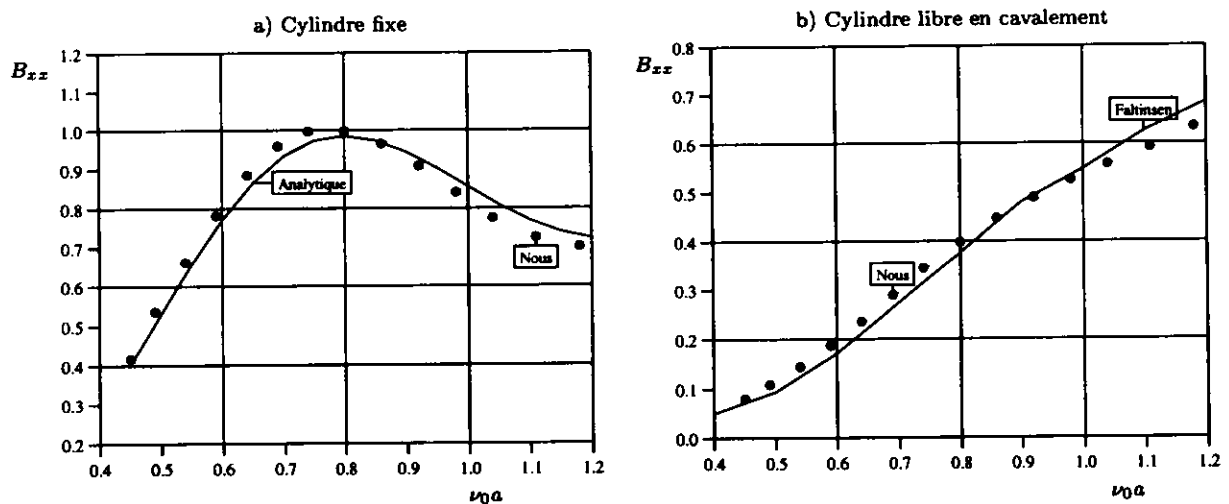


Figure 2: Amortissement de dérive B_{xx} pour un cylindre tronqué.

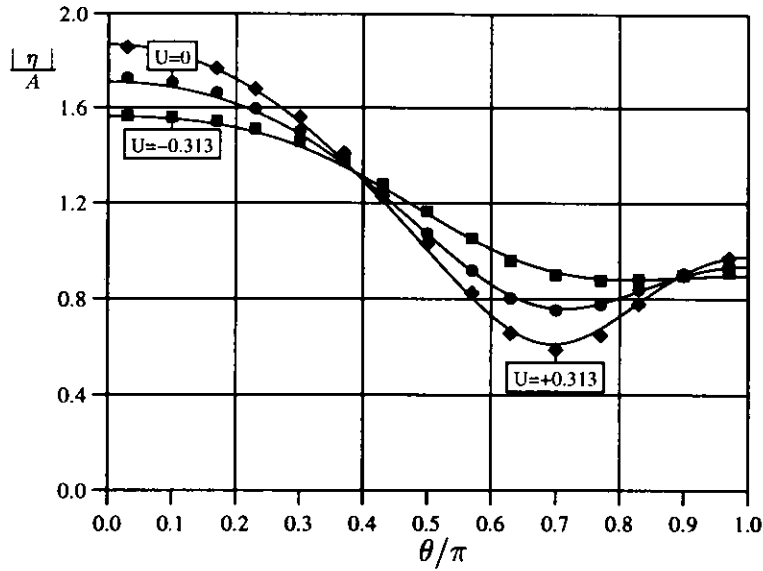


Figure 3: *Élévation de la surface libre autour d'un cylindre fixe (trait plein → analytique, symboles → numérique)*

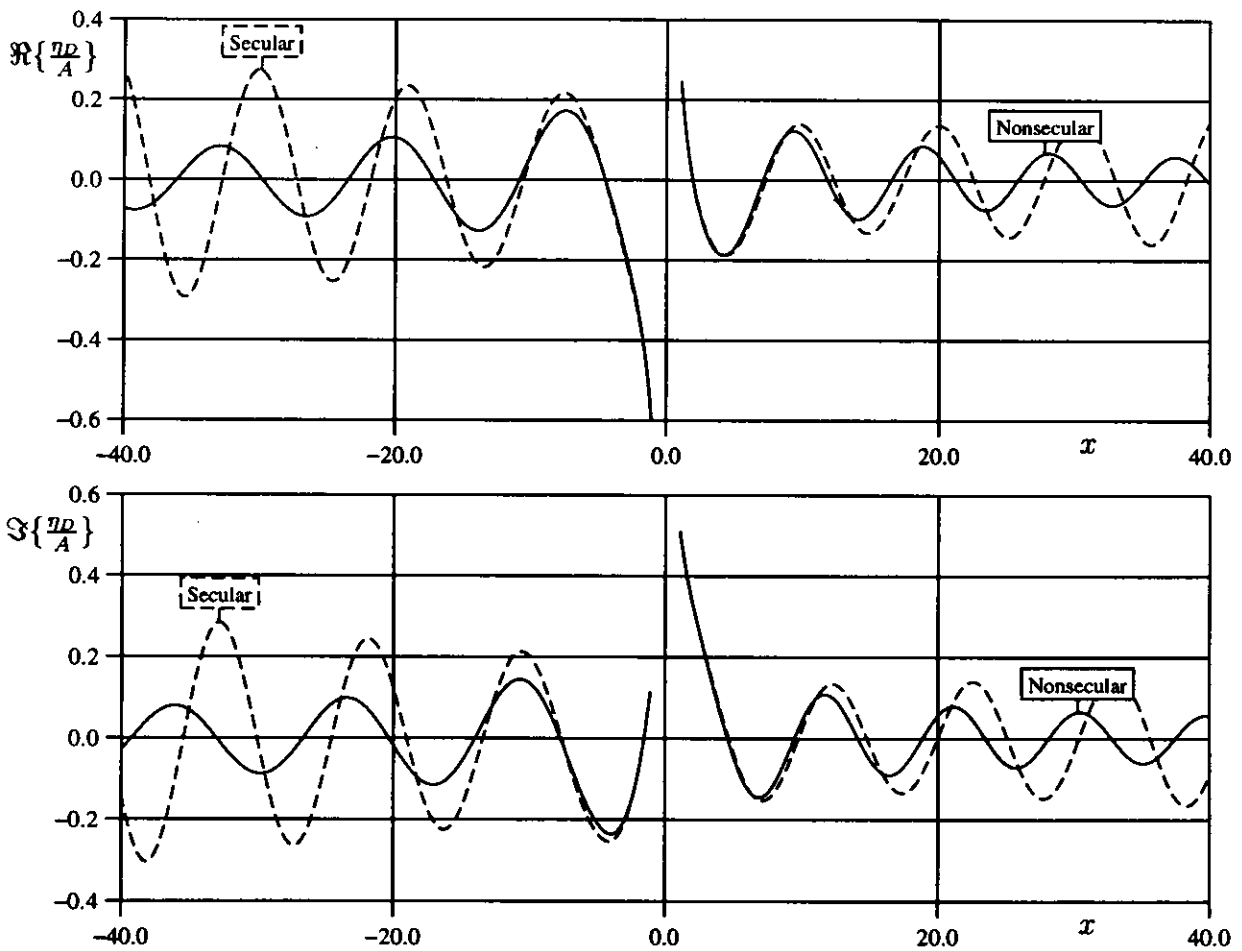
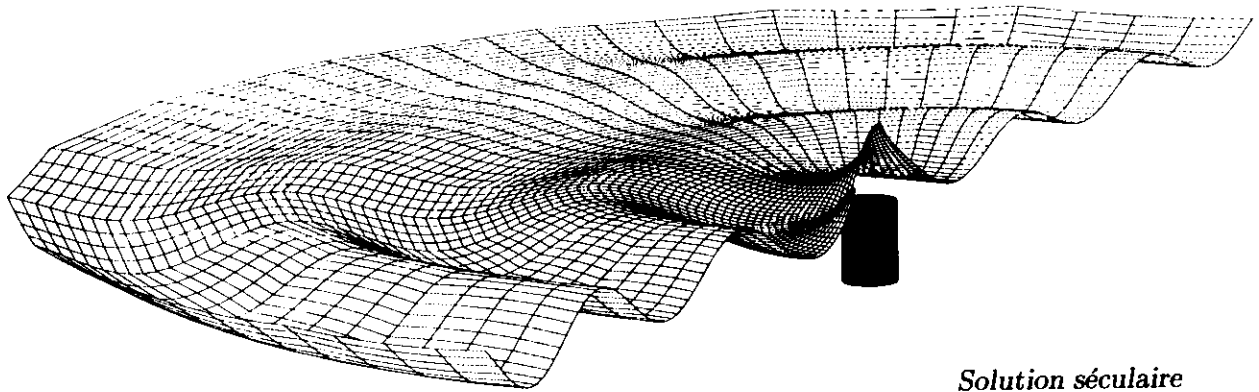
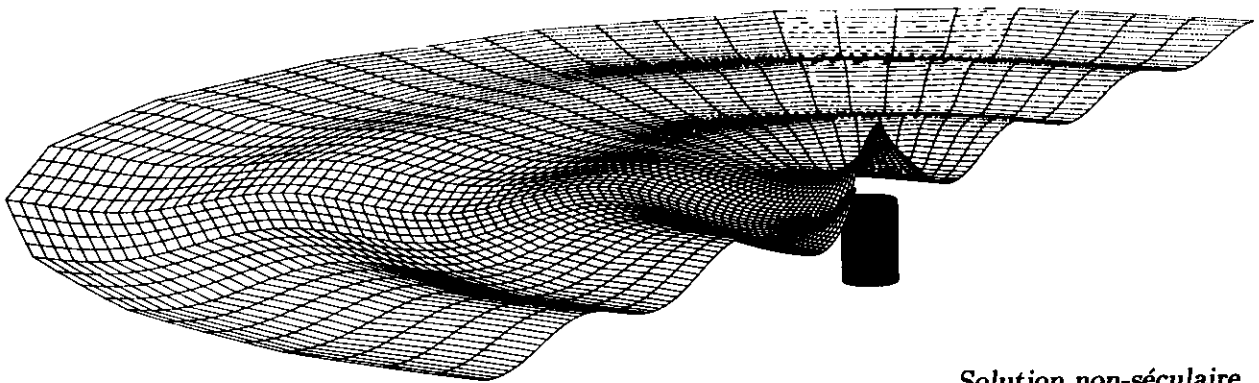


Figure 4: *Partie réelle et partie imaginaire de l'élévation de la surface libre autour d'un cylindre fixe pour $\theta = 0, \theta = \pi$ et $-40. \leq r \leq 40.$*



Solution séculaire



Solution non-séculaire

Figure 5: *Partie imaginaire de l'élévation de la surface libre autour d'un cylindre fixe.*

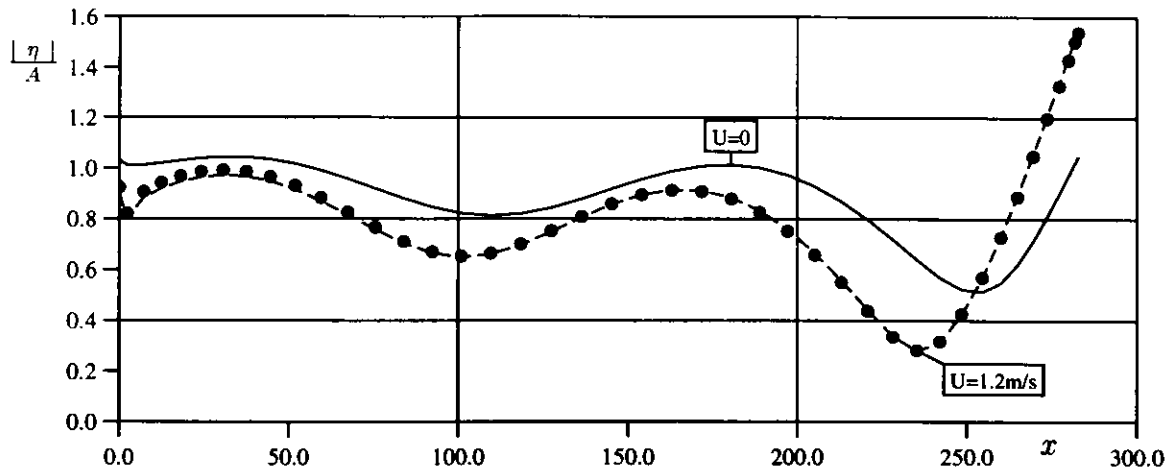


Figure 6: Amplitude de l'élévation de la surface libre le long du FPSO (• solution séculaire, - solution non-séculaire). L'incidence de la houle est $\beta = 180^\circ$.

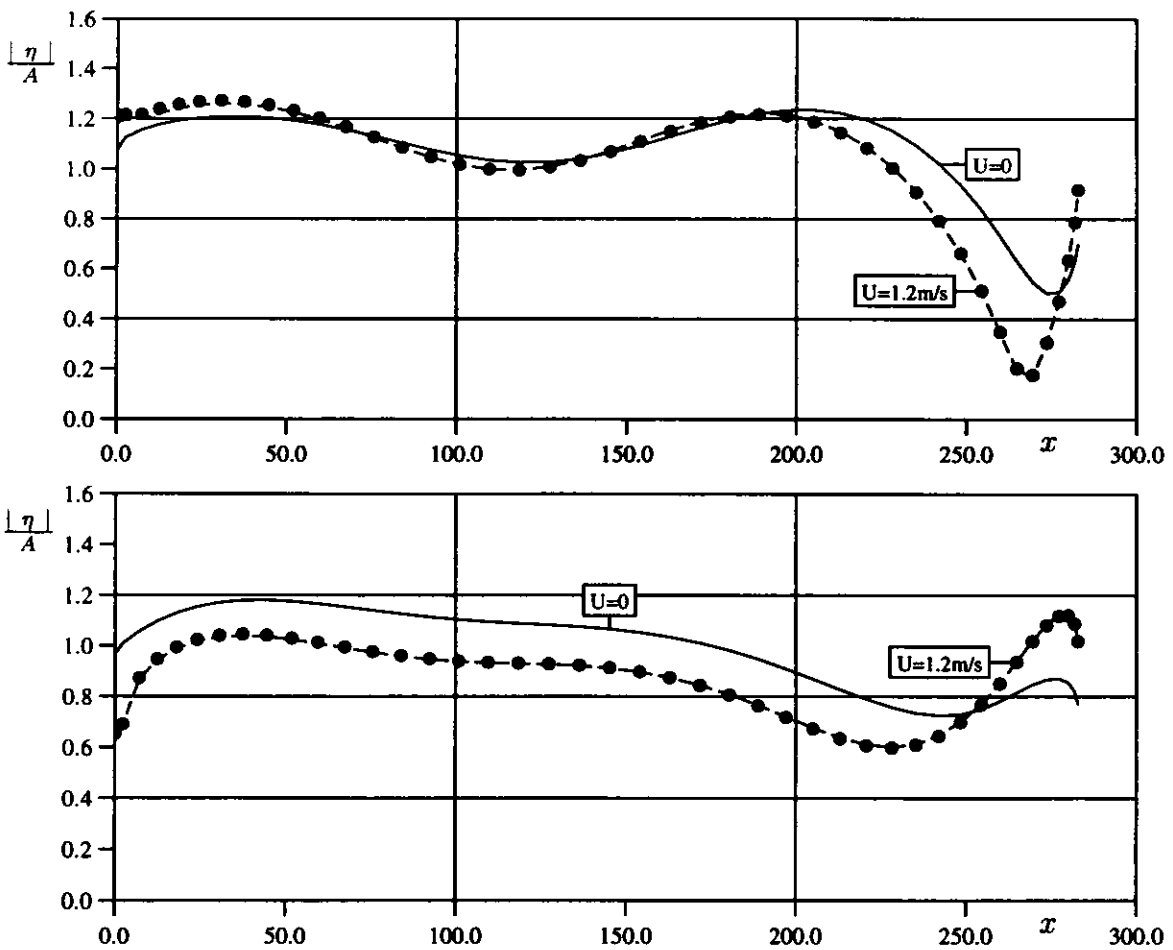


Figure 7: Amplitude de l'élévation de la surface libre le long du FPSO (• solution séculaire, - solution non-séculaire). L'incidence de la houle est $\beta = 135^\circ$. Haut $\rightarrow y > 0$, bas $\rightarrow y < 0$.

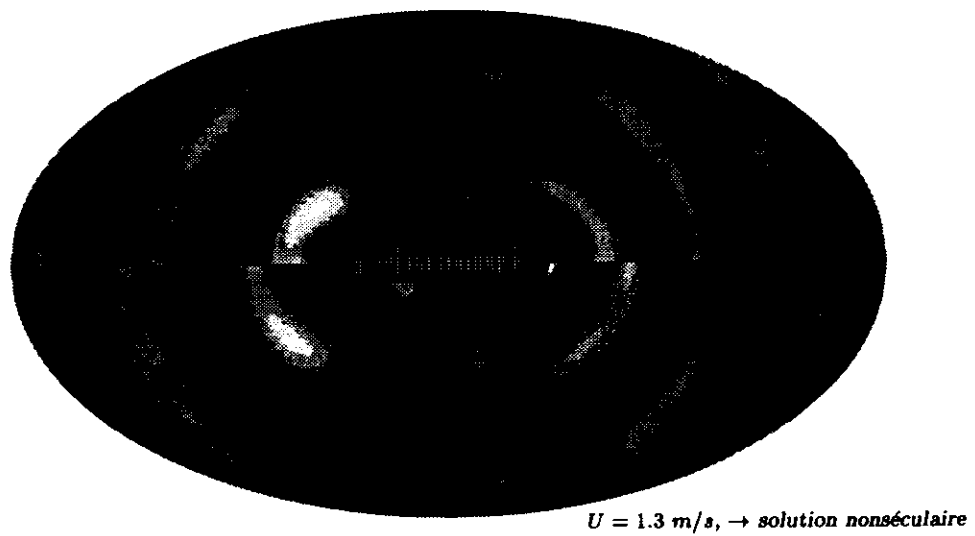
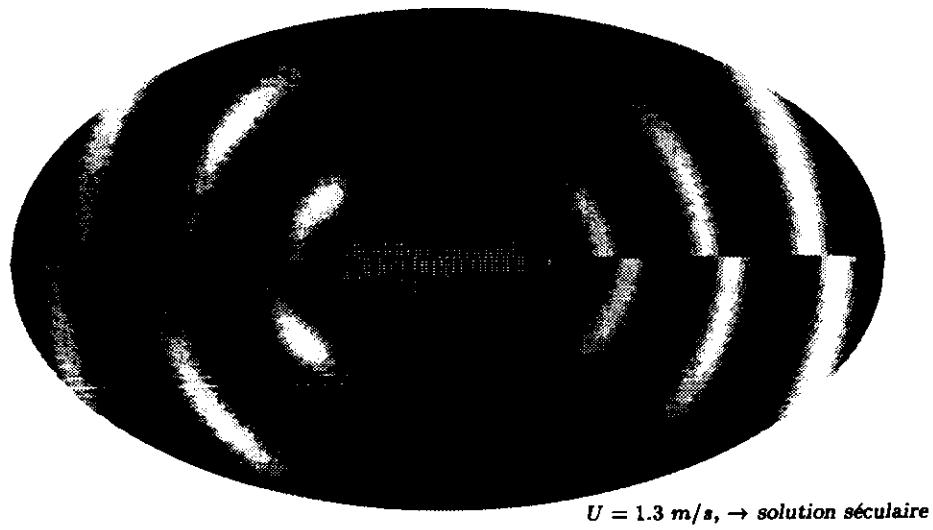
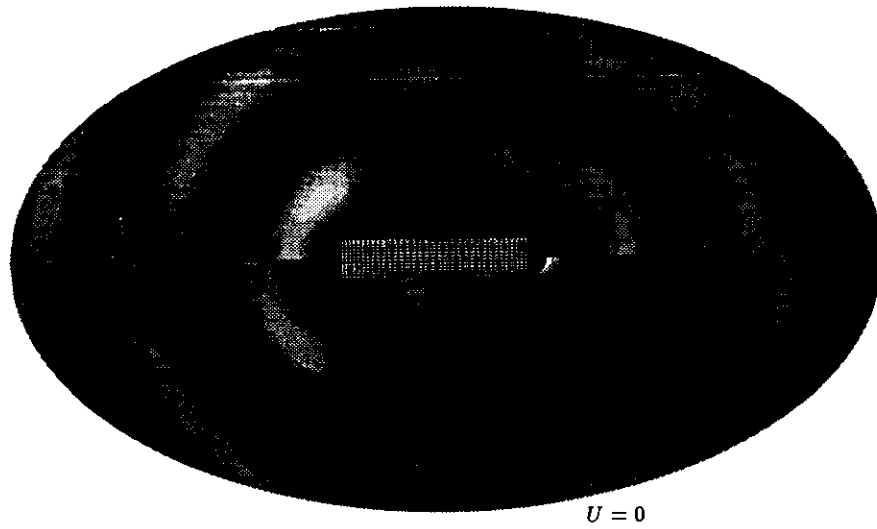


Figure 8: Partie réelle (haut) et partie imaginaire (bas) de l'élévation de la surface libre autour du FPSO. $\omega_0 = 0.6 \text{ rad/s}$ et $\beta = 180^\circ$.

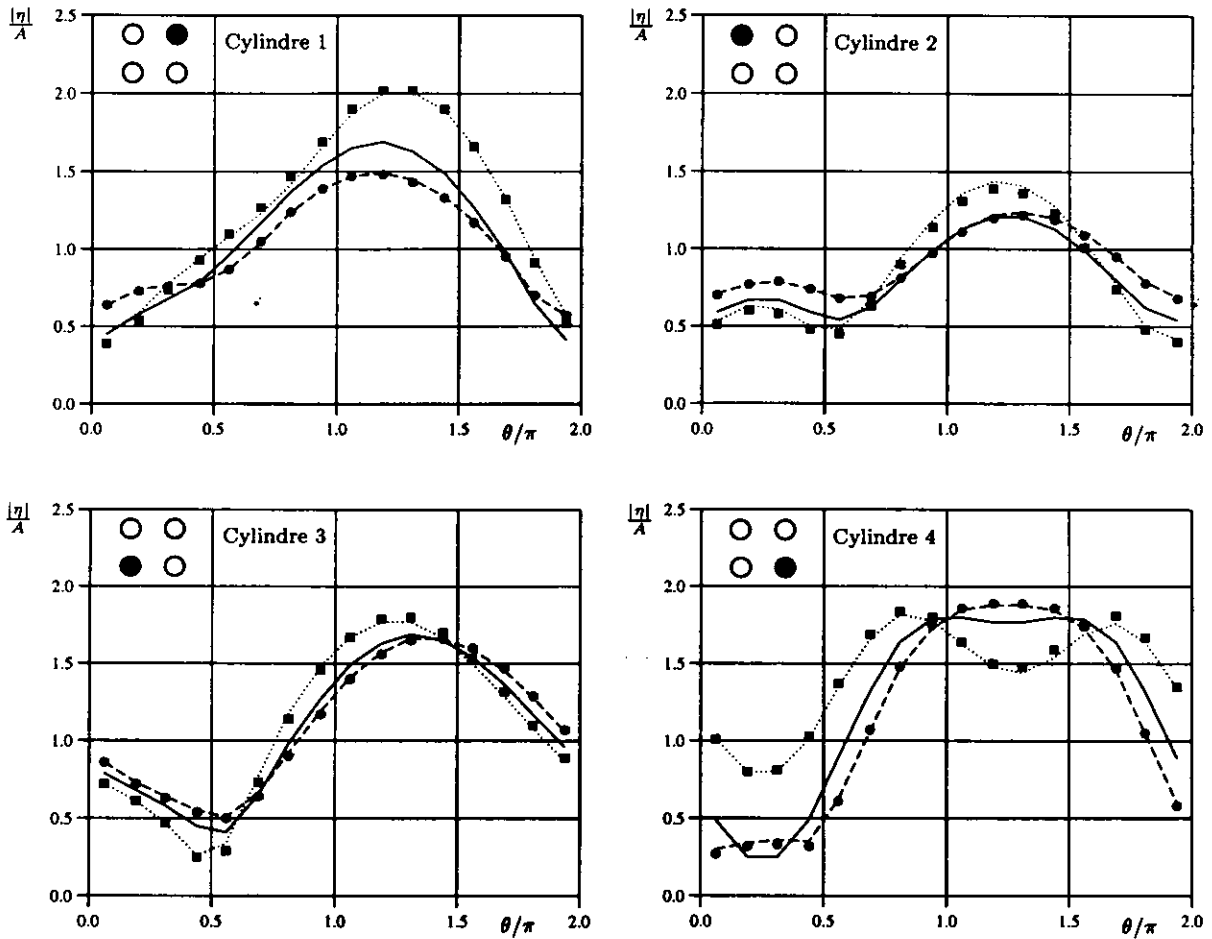


Figure 9: Amplitude de l'élévation de la surface libre pour un groupe de quatre cylindres tronqués.