

6e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

24, 25, 26 février 1997 - Nantes

EVALUATION NUMERIQUE DE LA FONCTION DE GREEN DE LA TENUE A LA MER AVEC VITESSE D'AVANCE

A. BRUMENT, G. DELHOMMEAU

LMF-DHN, Ecole Centrale de Nantes - BP 92101 - 44321 Nantes Cedex 3

Tel : 02 43 37 16 25 , Fax : 02 40 37 25 23

Résumé

Nous présentons ici la mise en oeuvre d'une méthode utilisée pour la première fois par H. Iwashita et M. Ohkusu [2] pour calculer la fonction de Green de la tenue à la mer avec vitesse d'avance. Une intégrale simple, dont la forme préliminaire a été définie par M. Bessho [1], est intégrée le long de chemins sur lesquels les intégrands n'oscillent pas à l'aide de la méthode de Steepest Descent. Des précautions importantes sont à prendre pour ces intégrations pour tenir compte de la présence de discontinuités. Une fois ce problème résolu et ces chemins déterminés numériquement, l'intégration est aisée et rapide à effectuer.

Cette formulation a pour avantages une grande vitesse de calcul, un domaine de validité important et une adaptation plus particulière aux hautes vitesses ainsi qu'une maîtrise de la précision des calculs.

La nouvelle formulation validée est implémentée dans le logiciel de calcul de tenue à la mer Aquaplus. Les premiers résultats obtenus pour des cas pratiques sont concluants.

Summary

We present here a numerical scheme used for the first time by H. Iwashita et M. Ohkusu [2] in order to evaluate the Green function for a ship moving at forward speed in waves. A single integral expression, whose preliminary form was given by M. Bessho [1], is integrated along some paths on which integrand does not oscillate by the Steepest Descent Method. Some important cares had to be taken for the integrations on the Steepest Descent lines due to the presence of discontinuities. Once these paths are found numerically, the integration is straightforward and efficient in computing time.

The advantages of this formulation are a good speed for numerical treatment, a good range of validity, a more particular adaptation for high speed and the ability to obtain given accuracy.

This validated formulation is implemented in seakeeping code Aquaplus. The first results obtained in practical cases are conclusive.

1 - INTRODUCTION

Le problème que nous nous proposons de résoudre est celui de la tenue à la mer d'un navire animé d'une vitesse d'avance U et soumis à une houle telle que la fréquence des oscillations est la fréquence de rencontre ω_e .

Le fluide est supposé parfait et l'écoulement irrotationnel. On associe à ce fluide une condition de surface libre.

La résolution de ce problème en profondeur infinie est désormais bien maîtrisée à l'exception des $\tau = \omega_e U / g$ élevés.

Le problème au premier ordre peut être résolu par la méthode des singularités de Kelvin. Celle-ci fait intervenir l'évaluation d'une fonction de Green qui permet de prendre en compte la condition de surface libre linéarisée exacte dans le repère mobile. La carène du navire est discrétisée en facettes triangulaires ou quadrangulaires planes sur lesquelles sont réparties les singularités.

Le nombre d'appel de la fonction de Green est proportionnel au carré du nombre de facettes représentant la carène. La vitesse de calcul de la fonction de Green est donc primordiale pour le temps de résolution du problème, surtout lorsqu'on s'intéresse aux déformées de surface libre puisque c'est dans ce cas que la fonction de Green est la plus longue à calculer.

On propose donc ici une méthode originale développée initialement par H. Iwashita et M. Ohkusu [2][3] et basée sur les calculs de M. Bessho [1] qui utilise une intégrale simple pour le calcul de la fonction de Green.

La méthode de Steepest Descent permet d'optimiser les temps de calcul de cette intégrale et d'assurer une bonne précision lors des calculs en réduisant au minimum les phénomènes d'oscillations qui se manifestent plus particulièrement pour les τ élevés.

On utilise plus particulièrement l'algorithme adaptatif de Clenshaw-Curtis pour effectuer les intégrations car cet algorithme permet d'avoir une précision de calcul donnée et présente un excellent rapport précision/vitesse de calcul.

2 - FORMULATIONS

2.1 - Formulation classique

La fonction de Green $G(x, y, z; x', y', z') e^{-i\omega_e t}$ du problème de diffraction-radiation à la fréquence de rencontre ω_e , avec une vitesse d'avance $\vec{U} = U\vec{x}$, satisfait la condition de surface libre linéarisée:

$$U^2 \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + 2i\omega_e U G \frac{\partial G}{\partial x} - \omega_e^2 G^2 - 2\varepsilon' i \omega_e G + 2\varepsilon' U \frac{\partial G}{\partial x} + g \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z=0$$

où

ε' est la viscosité artificielle de Rayleigh permettant de prendre en compte la condition de radiation à l'infini

g est l'accélération de la pesanteur

Pour un point influencé situé en $M'(x', y', z')$ et un point influençant situé en $M(x, y, z)$, cette fonction s'écrit :

$$G(x, y, z, x', y', z') = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) - gT(x, x', y, y', z, z')$$

où

$$T(x, x', y, y', z, z') = -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{k \cdot \tilde{w}(\theta)} k dk}{(Uk \cos \theta - \omega)^2 - gk + i\epsilon(Uk \cos \theta - \omega)}$$

$$k = \omega_\epsilon^2 / g, \quad \tilde{w}(\theta) = z + z' + i(x - x') \cos \theta + i(y - y') \sin \theta, \quad \left. \frac{R_1}{R} \right\} = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z \pm z')^2}$$

2.2 - Formulation utilisée

M. Bessho [1] a réalisé une transformation de cette formule qui, après une étude des pôles de T et application du théorème des résidus, peut se ramener à une intégrale simple pour le terme T. On a finalement :

$$G(x, y, z, x', y', z') = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) - \frac{i}{2\pi} K_0 T(X, Y, Z)$$

avec

$$\left. \frac{R_1}{R} \right\} = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z \pm z')^2}, \quad X = K_0(x - x'), \quad Y = K_0|y - y'|, \quad Z = K_0(z + z'), \quad K_0 = \frac{g}{U^2}$$

où

$$T(X, Y, Z) = \int_{\theta^1}^{\theta^2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 + 4\tau \cos \theta}} \left[k_2 e^{k_2 w} - \text{sgnc } k_1 e^{k_1 w} \right]$$

avec

$$\theta^1 = \alpha - \pi, \quad \theta^2 = -\frac{\pi}{2} + \varphi - i\epsilon, \quad \theta \text{ variable complexe}$$

$$\text{sgnc} = \text{sign}(\cos(\text{Re}(\theta))), \quad \text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}, \quad \tau = \frac{U\omega_\epsilon}{g}, \quad \varphi = \arccos \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

$$\epsilon = \arg \text{sh} \frac{|Z|}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad \alpha = \begin{cases} \arccos \frac{1}{4\tau} & \text{si } 4\tau > 1 \\ -i \arg \text{ch} \frac{1}{4\tau} & \text{si } 4\tau < 1 \end{cases}, \quad w = Z + i(X \cos \theta + Y \sin \theta)$$

$$\left. \frac{k_1}{k_2} \right\} = \frac{1}{2\cos^2 \theta} (1 + 2\tau \cos \theta \pm \sqrt{1 + 4\tau \cos \theta})$$

En ce qui concerne le gradient de G :

$$\nabla G(x, y, z, x', y', z') = \frac{1}{4\pi} \begin{bmatrix} \frac{(x-x')}{R_1^3} - \frac{(x-x')}{R^3} \\ \frac{(y-y')}{R_1^3} - \frac{(y-y')}{R^3} \\ \frac{(z+z')}{R_1^3} - \frac{(z-z')}{R^3} \end{bmatrix} - \frac{iK_0^2}{2\pi} \begin{bmatrix} 1 \\ \operatorname{sgn}(y-y') \\ 1 \end{bmatrix} \hat{T}(X, Y, Z)$$

avec

$$\hat{T}(X, Y, Z) = \int_{\theta^1}^{\theta^2} \begin{bmatrix} i \cos \theta \\ i \sin \theta \\ 1 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{\sqrt{1+4\tau \cos \theta}} \left[k_2^2 e^{k_2 w} - \operatorname{sgn} c k_1^2 e^{k_1 w} \right] + \hat{T}_0(X, Y, Z)$$

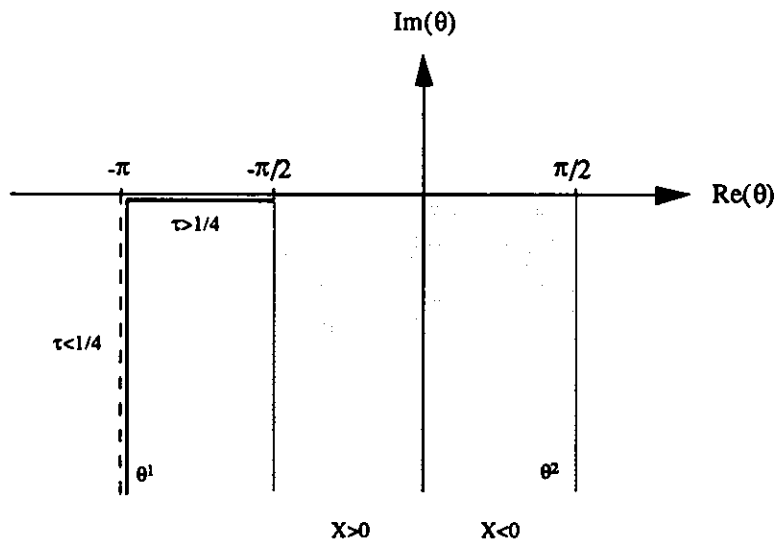
$$\hat{T}_0(X, Y, Z) = - \left[\frac{Y \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + iX|Z|}{Y^2 + Z^2} \right]^2 \begin{bmatrix} \frac{-Y}{X^2 + Y^2} + i \frac{X|Z|}{(X^2 + Y^2) \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \\ \frac{X}{X^2 + Y^2} + i \frac{Y|Z|}{(X^2 + Y^2) \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \\ i \frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \end{bmatrix}$$

3 - MISE EN APPLICATION

Les termes en k_1 et k_2 de T et son gradient ont un comportement différent lors des intégrations et sont donc calculés séparément comme indiqué ci-dessous.

3.1 - Séparation des termes en k_1 et k_2

L'intégration se fait dans l'espace complexe suivant :



La borne inférieure θ^1 dépend uniquement du paramètre τ et se situe le long de la ligne joignant $-\pi/2$ à $-\pi - i\infty$ et passant par $-\pi$.

La borne supérieure θ^2 dépend des paramètres de position X, Y, Z et de K_0 et se situe dans la demi bande grisée ci-dessus.

Le chemin d'intégration liant θ^1 à θ^2 est divisé en plusieurs parties, selon les quadrants traversés afin d'intégrer avec *sgnc* constant pour permettre le changement de variable nécessaire à la création des espaces d'intégrations avec la méthode de Steepest Descent.

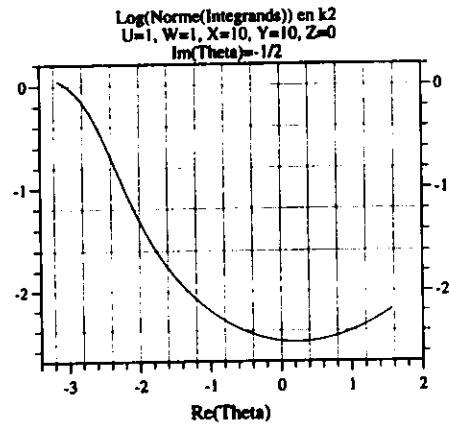
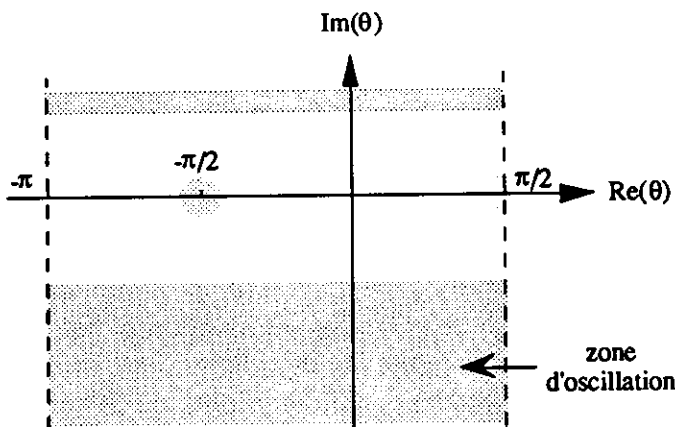
Les intégrands présentent de très fortes oscillations et amplitudes pour $\text{Im}(\theta)$ grand et pour θ au voisinage de $\pm\pi/2$.

Au voisinage de $\pm\pi/2$, on montre, en posant $u = \cos(\theta)$, que les intégrands en k_1 et k_2 sont respectivement équivalents à $1/2u^2 \exp(Z/2u^2 + iX/2u)$ et à $\tau/u \exp(Z\tau/u + iX)$ quand u tend vers 0. Au voisinage de $\pm\pi/2$, les intégrands tendent donc vers l'infini en oscillant très rapidement.

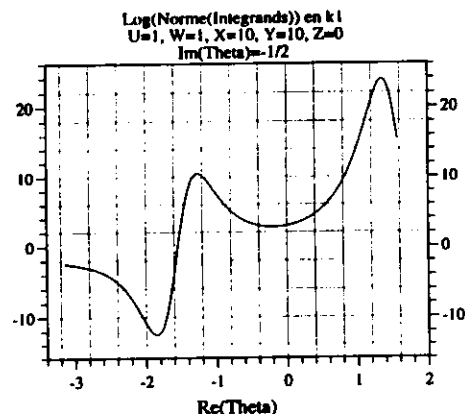
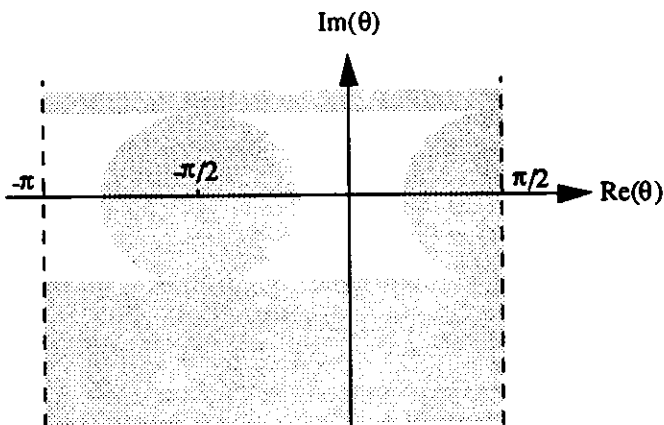
Pour $\text{Im}(\theta)$ grand, $\cos(\theta) \cong e^{i\text{Im}(\theta)} (\cos(\text{Re}(\theta)) - \sin(\text{Re}(\theta))) / 2$ et les termes $e^{k_1 w}$ ont la forme $\exp\left[f\left(e^{i\text{Im}(\theta)} (\cos(\text{Re}(\theta)) - \sin(\text{Re}(\theta))) / 2\right)\right]$. Les intégrands oscillent donc fortement à cause des termes en $\exp(k_1 w)$ avec une grande amplitude.

- Les termes en k_2 sont directement intégrés selon la variable θ moyennant les seules précautions d'éviter un très proche voisinage de $\pm\pi/2$ et un éloignement excessif de l'axe réel.

Pour éviter ces zones, on choisit de prendre des chemins d'intégration le plus près possible de l'axe réel en déformant légèrement ceux-ci pour éviter $\pm\pi/2$. Cette situation est représentée ci-dessous accompagnée d'un exemple montrant l'évolution des intégrands le long d'un segment traversant le domaine d'intégration :



- Pour les termes en k_1 , ces oscillations sont beaucoup plus prononcées et sont présentes dans un voisinage plus vaste de $\pm\pi/2$, empêchant ainsi toute intégration directe rapide.



Les zones grisées représentent les zones où les intégrations sont très longues à effectuer et donc à éviter si on veut avoir des temps de calculs raisonnables.

3.2 - Traitement des termes en k_1 par lignes de Steepest Descent

Pour les termes en k_1 , on applique, dans le voisinage de $\theta = \pm \pi / 2$ et pour chaque quadrant, le changement de variable $M = k_1 \operatorname{sgnc} \cos \theta$.

Les intégrands pour G et son gradient prennent alors la forme :

$$I(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} \left[\frac{1}{i \operatorname{sgnc} \frac{im}{\sqrt{(m-\tau)^4 - m^2}} (m-\tau)^2} \right] \frac{e^{\phi(M)}}{\sqrt{1 - \left[\frac{m}{(m-\tau)^2} \right]^2}} dM$$

avec

$$\Phi(M) = (m - \tau)^2 Z + i \left[mX + \operatorname{sgnc} \sqrt{(m - \tau)^4 - m^2} Y \right], \operatorname{sgnc} = \operatorname{sign}(\sin(\operatorname{Re}(\theta)))$$

$$m = \operatorname{sgnc} M, \beta = \operatorname{sgnc} (k_1 \cos \theta)_{\theta=\theta'} , \infty \leftarrow \operatorname{sgnc} (k_1 \cos \theta)_{\theta=\pm\pi/2}$$

L'intégration est menée, pour les quatre composantes simultanément, sur une ligne de Steepest Descent, c'est dire sur une ligne telle que $\operatorname{Re}(\phi(M))$ décroissant et $\operatorname{Im}(\phi(M))$ constant.

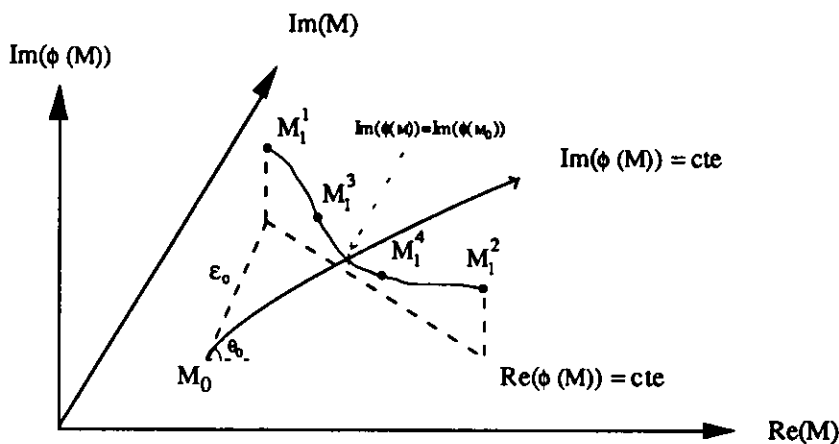
L'intérêt d'intégrer sur une ligne de Steepest Descent est la non oscillation des intégrands et leur stricte décroissance permettant ainsi une bonne maîtrise de la précision.

Cette ligne de longueur infinie est tronquée quand $\exp(\operatorname{Re}(\phi))$ est suffisamment petit.

Elle est discrétisée par une série de segments sur lesquels l'intégration est effectuée par la méthode adaptative de Clenshaw-Curtis détaillée en 3.3.

Le traitement des intégrales de type $I(\beta)$ nécessite donc deux étapes :

- la détermination numérique des lignes, discrétisées en segments élémentaires, par le procédé suivant : on démarre la ligne à partir d'un point de la ligne M_0 déjà déterminé, on se déplace d'une distance élémentaire tangentiellment à la ligne et à $\operatorname{Re}(\phi(M))$ constant, on cherche le point M_1 suivant en minimisant $\operatorname{Im}[\phi(M_1^j) - \phi(M_0)]$. Ce procédé est répété de proche en proche jusqu'à la troncature de l'intégration.



- les intégrations sur ces segments.

3.3 - Algorithme de Clenshaw Curtis

La méthode numérique d'intégration utilisée est la méthode de Clenshaw-Curtis qui permet de maîtriser la précision des calculs.

Le principe de la méthode est basé sur le fait que si on décompose une fonction complexe de variable complexe $f(z)$ en somme de polynômes de Chebyshev, on peut approximer facilement l'intégrale $\int_a^b f(z)dz$. On suppose que $f(z)$ peut s'écrire :

$$f(z) = F(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1T_1(t) + a_2T_2(t) + \dots + \frac{1}{2}a_nT_n(t)$$

avec $T_r(t) = \cos(r \text{ arc cos } t)$, $t = \frac{2z - (b+a)}{b-a}$

Les coefficients a_r sont définis par :

$$a_r = \frac{F_0}{2} + \sum_{s=1}^{n-1} F_s \cos\left(\frac{\pi r s}{n}\right) + \frac{F_n}{2} \cos\left(\frac{\pi r}{n}\right), \quad F_s = F\left(\cos\left(\frac{\pi s}{n}\right)\right) = f\left(\cos\left(\frac{\pi s}{n}\right)\frac{a-b}{2} + \frac{a+b}{2}\right)$$

Et finalement on a

$$\int_a^b f(z)dz = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^1 F(t)dt = 2(b_1 + b_3 + b_5 + \dots)$$

avec

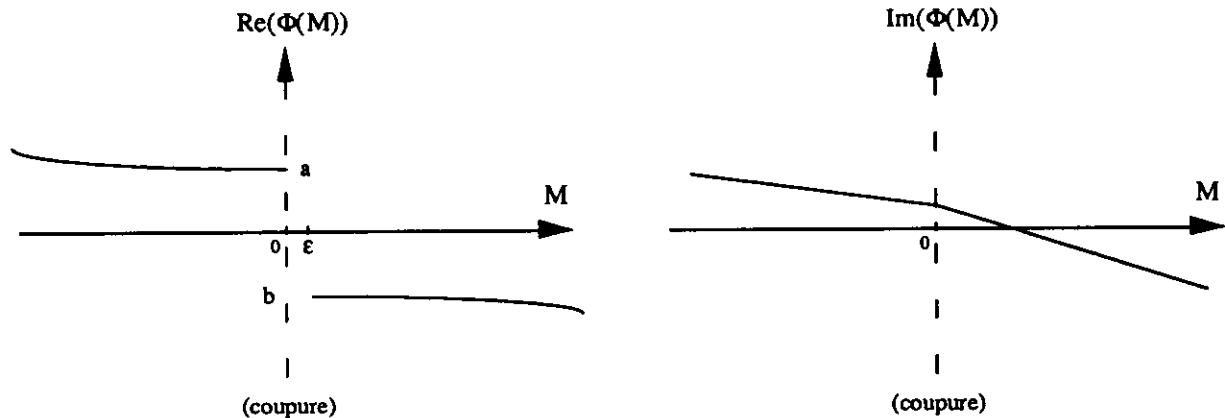
$$b_r = \frac{a_{r-1} - a_{r+1}}{2r} \quad (r = 1, 2, 3, \dots)$$

La suite des b_n est strictement décroissante, on peut donc tronquer la sommation des b_i quand le dernier b_i calculé est inférieur à une tolérance ϵ .

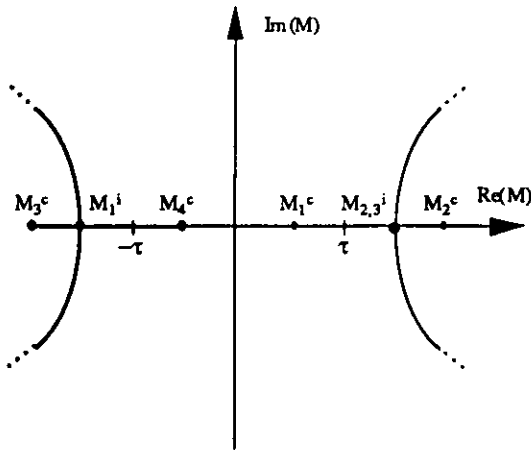
3.4 - Problèmes liés aux intégrations dans l'espace M

3.4.1 - Problèmes analytiques

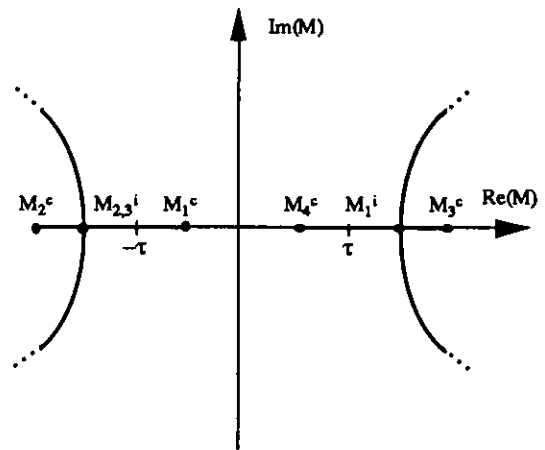
$\Phi(M)$ et le dénominateur de $I(\beta)$ sont générateurs de discontinuités avec le terme $\sqrt{(m-\tau)^4 - m^2} = \sqrt{(1 - (m(m-\tau)^{-1})^2)(m-\tau)^4}$, les discontinuités correspondent au changement de signe de la partie imaginaire de $(m-\tau)^4 - m^2$ et présentent les caractéristiques suivantes :



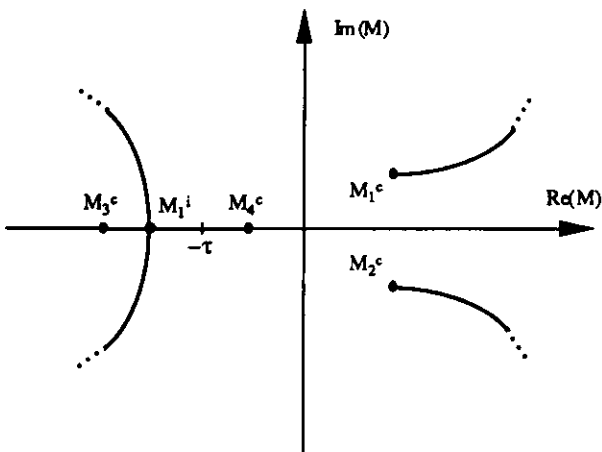
La localisation et la forme des discontinuités dépendent de τ et sgnc :



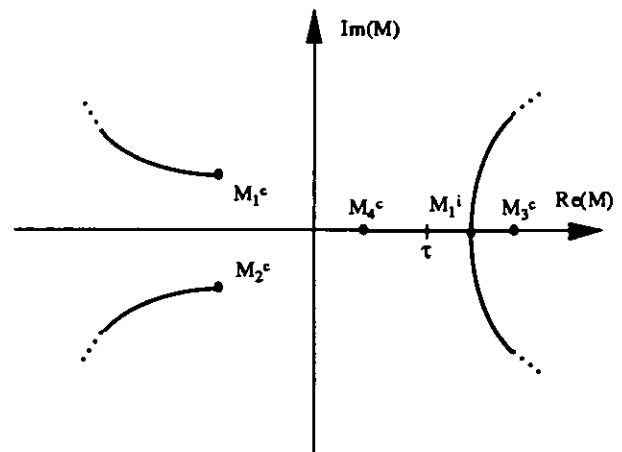
Cas $\tau < 1/4$, $\text{sgnc} = -1$



Cas $\tau < 1/4$, $\text{sgnc} = 1$



Cas $\tau > 1/4$, $\text{sgnc} = -1$



Cas $\tau > 1/4$, $\text{sgnc} = 1$

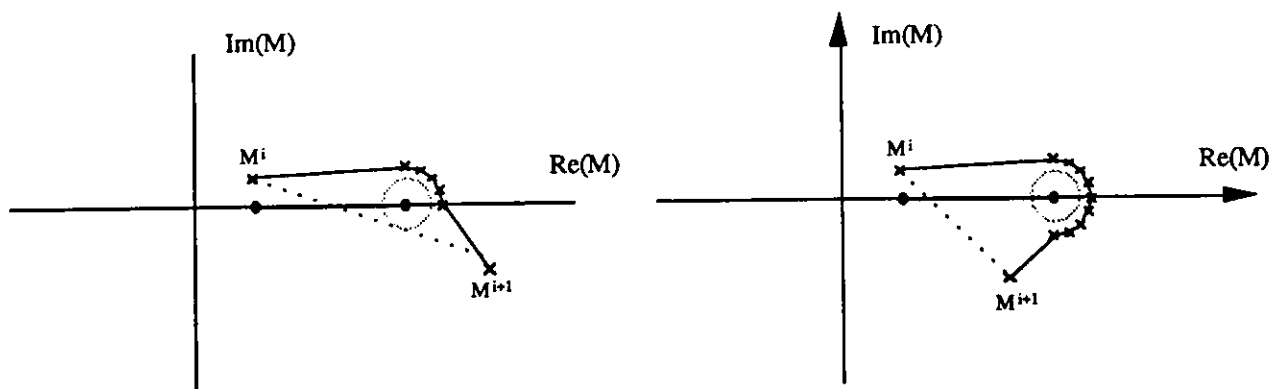
avec

$$M_{1,2}^c = \text{sgnc} \left[\tau + \frac{1}{2} (-1 \pm \sqrt{1-4\tau}) \right] \quad M_{3,4}^c = \text{sgnc} \left[\tau + \frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{1+4\tau}) \right]$$

$$M_1^i = \text{sgnc} \left(\tau + \chi^{1/3} + \frac{1}{6\chi^{1/3}} \right) \quad M_{2,3}^i = \text{sgnc} \left(\tau - \frac{\chi^{1/3}}{2} - \frac{1}{12\chi^{1/3}} \pm \frac{i\sqrt{3}}{2} \left(\chi^{1/3} - \frac{1}{6\chi^{1/3}} \right) \right)$$

$$\chi = \text{sgnc} \left(-\frac{\tau}{2} \left(3\tau^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{3\tau^3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{36} \sqrt{27\tau^2 - 2} \right)$$

• Les discontinuités de longueur finie sur l'axe réel sont évitées par des contournements du type :

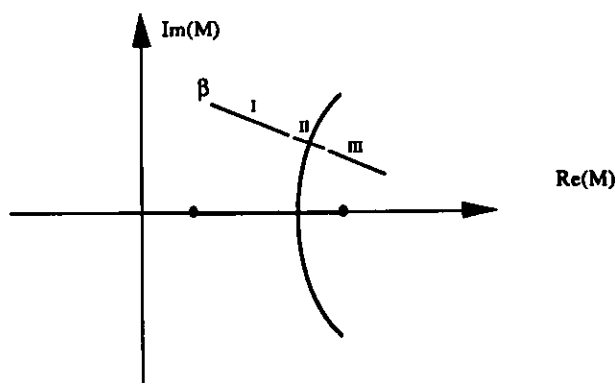


Ce contournement a été choisi pour minimiser la déviation par rapport à l'intégration à phase constante.

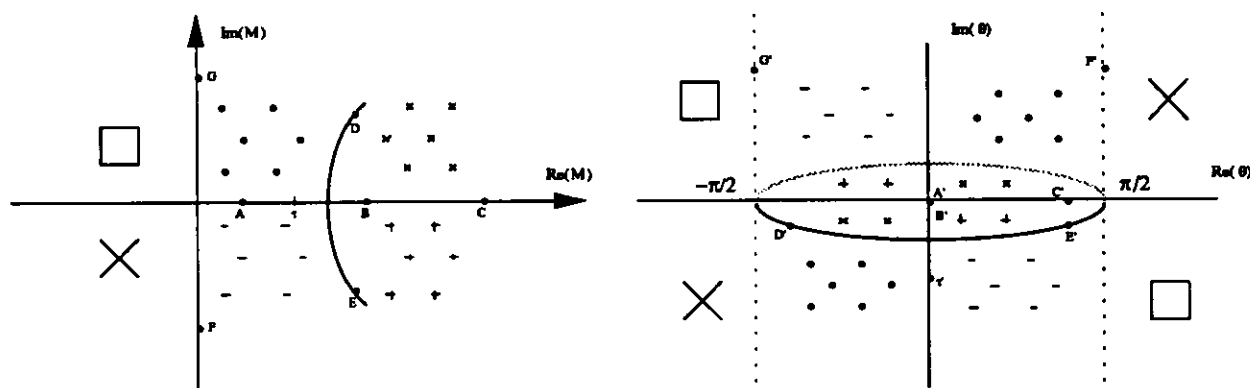
• Les discontinuités de longueur infinie et de forme courbe sont les ensembles de points $M=a + i b$ donnés par l'équation :

$$b = \pm \frac{\sqrt{2sgnc a^3 + 6sgnc a\tau^2 - 2\tau^3 - 6a^2\tau - sgnc a}}{\sqrt{2sgnc a - 2\tau}}$$

Pour gagner du temps de calcul, on a choisi de décomposer le chemin d'intégration en 3 parties plutôt que de déterminer l'intersection entre la ligne et la discontinuité et intégrer en 2 parties.



La deuxième partie est calculée dans l'espace θ sans problème : si on suit la correspondance ci-dessous entre l'espace θ et l'espace M , pour $sgnc=1$ par exemple, on voit bien que le point image de M_i dans l'espace θ reste éloigné des points $\pm \pi / 2$ pour $Im(M_i)$ raisonnable.



3.4.2 - Problèmes numériques

- lorsque la ligne passe dans un voisinage d'un point singulier de type $M_{i,i+1}^C$, on est obligé de déformer le chemin de Steepest Descent car ces points annulent le dénominateur de $I(\beta)$.

- lorsque le point de départ β se situe près d'une discontinuité, la discrétisation numérique s'avère très difficile car le franchissement des discontinuités de type marche perturbe suffisamment la recherche de proche en proche des segments constitutifs de la discrétisation pour que la ligne s'oriente sur une ligne de Steepest Ascent ($\text{Re}(\phi)$ croissant), on choisit alors un autre point β et l'intégration complémentaire liant les deux points β est intégrée en θ sans problème avec la précaution de garder le θ correspondant éloigné de $\pm\pi/2$. L'éloignement de $\pm\pi/2$ est assuré en prenant le second point β près de l'axe réel (voir graphe ci-dessus).

- lorsque $\text{Re}(\phi(\beta))$ est positif et grand, on a d'énormes variations d'ordre de grandeur des intégrands, et on n'arrive pas à obtenir une précision correcte. Dans ce cas, on choisit alors un autre point β tel que $\text{Re}(\phi(\beta))$ est plus petit.

Des tentatives pour normer les intégrands n'ont pas été couronnées de succès.

- La sommation des différents termes en k_1 , k_2 et T_0 destinés au calcul de G et de son gradient peut être imprécise quand l'ordre de grandeur des termes devient grand ou est différent. Ce phénomène ne peut être complètement éliminé dans le voisinage de l'axe $Y=Z=0$ comme indiqué ci-dessous.

4 - DOMAINE DE VALIDITE

Le programme fonctionne actuellement pour les paramètres adimensionnels suivants :

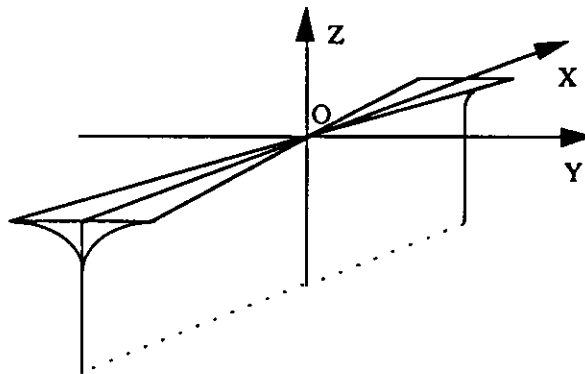
$$10^{-2} < \tau = U\omega_e / g < 10 \quad 5 \cdot 10^{-2} < F_r = U / \sqrt{gL} < \infty$$

$$-100 < X = (x - x') / F_r^2 L < 10 \quad 0 \leq Y = |y - y'| / F_r^2 L < 100$$

$$-100 < Z = (z + z') / F_r^2 L \leq 0$$

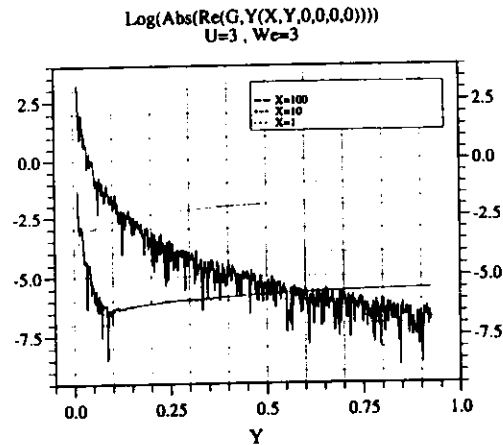
La longueur caractéristique L est prise égale à la longueur de la carène.

La fonction de Green n'est pas définie sur l'axe $Y=Z=0$ et il reste des difficultés autour de cet axe dans la région suivante :



Cette région est définie par $\left(Y = \pm \frac{X}{100} \cdot 0.5 \cdot (10^{-5})^{|Z|}, Y \neq 0 \right) \cup (Z > -10^{-2}, Y = 0)$ pour une précision sur le calcul de la fonction de Green supérieure à 10^{-8} par exemple.

Dans cette région, la précision sur le calcul des gradients de G n'est plus assurée comme on peut le voir sur la figure suivante et la précision se dégrade avec la diminution de la distance à l'axe $Y=Z=0$.



Il est illusoire de tenter de faire disparaître cette zone mais l'objectif est de la rendre aussi petite que possible afin de ne pas perturber les calculs et de d'utiliser des techniques d'interpolations.

• le cas $U=0$ peut se traiter analytiquement en prenant la forme $T(x-x', y-y', z+z')$ et en accord avec les calculs de M. bessho, on obtient :

$$T(x-x', y-y', z+z') = K \frac{e^{K(z+z')}}{2\pi g} \int_0^{-\arg \operatorname{sh}\left(\frac{z+z'}{R}\right)} e^{-KR \operatorname{sh}(\theta)} d\theta + K \frac{e^{K(z+z')}}{2ig} H_0^{(2)}(KR) \\ + K \frac{e^{K(z+z')}}{4g} [Y_0(KR) - iJ_0(KR)]$$

avec

$$K = \omega^2 / g \text{ et } R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

• le cas $\omega_e < 10^{-2}$ nécessite une écriture particulière déjà testée car les lignes de Steepest Descent tendent vers des demi droites verticales (partie réelle constante) quand ω_e tend vers 0, ce qui nécessite un traitement particulier pour la discrétisation des lignes de Steepest Descent et certaines parties des intégrations deviennent négligeables ou nulles (termes en k_2 nuls pour $\omega_e = 0$).

5 - RESULTATS

5.1 - Résultats numériques sur un caisson DNV

Le caisson DNV est une barge parallélépipédique de 90 mètres de long, 90 mètres de large et 40 mètres de profondeur.

Ce caisson DNV est placé dans un courant de 10 m/s et reçoit une houle de face de période 14 s, soit $\tau = 0.667$.

Les inerties suivantes sont prises pour le caisson :

$$I_{44} = 3.537 \cdot 10^{11} \text{ Kg.m}^2$$

$$I_{55} = 3.337 \cdot 10^{11} \text{ Kg.m}^2$$

$$I_{66} = 3.511 \cdot 10^{11} \text{ Kg.m}^2$$

Le point de calcul des efforts est le centre de gravité situé à $z = -10.62$ m.

Le maillage adopté pour la carène est un maillage $3 \times 3 \times 3$ soit 54 facettes pour un demi corps.

La surface libre est discrétisée par 625 facettes (25×25).

Les temps de calculs sur Vax 9420 pour le calcul des efforts appliqués et pour la déformée de surface libre sont donnés pour 3 versions différentes d'Aquaplus :

- le programme Aquaplus avec fréquence de rencontre.
- le programme Aquaplus incluant la fonction de Green du CEAT de Poitiers (intégrale double effectuée avec une méthode de Simpson Adaptative).
- le programme Aquaplus incluant la fonction de Green du LMF-DHN de Nantes (intégrale simple effectuée majoritairement selon des lignes de Steepest Descent).

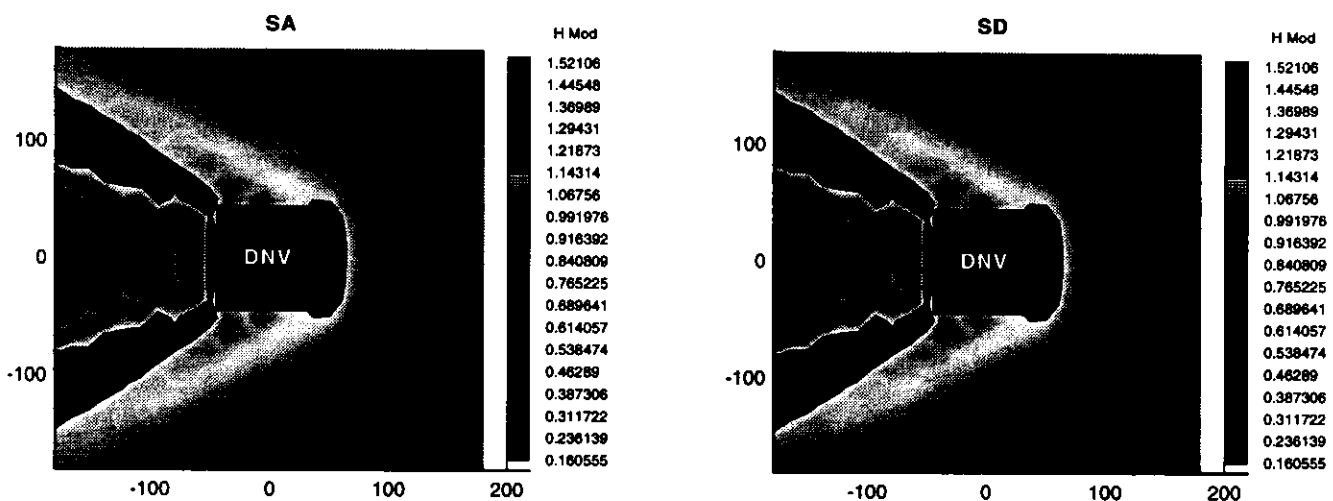
	Aquaplus	Aquaplus + SA	Aquaplus + SD
Calcul Efforts	4 s	41 mn 10 s	2 mn 10 s
Calcul Surface Libre	8 s	9 h 56 mn	26 mn 50 s

Le calcul de la surface libre est environ 13 fois moins rapide que le calcul des coefficients d'influence ce qui correspond environ au rapport des nombres de points de calcul ($625/54=11,57$).

Les efforts calculés sont les suivants :

	Aquaplus	Aquaplus + SA	Aquaplus + SD
F_x	$-5.68.10^5$	$-1.97.10^5$	$-1.97.10^5$
F_y	$2.65.10^{-2}$	$1.46.10^{-2}$	$3.79.10^{-2}$
F_z	$7.45.10^4$	$4.15.10^4$	$4.15.10^4$
M_x	$2.67.10^1$	$2.28.10^{-1}$	$-1.13.10^0$
M_y	$-1.08.10^7$	$-2.89.10^6$	$-2.89.10^6$
M_z	$-2.96.10^{-1}$	$-7.51.10^0$	$-2.46.10^0$

Les déformées de surface libre calculées avec les deux méthodes sont indiquées ci-dessous :



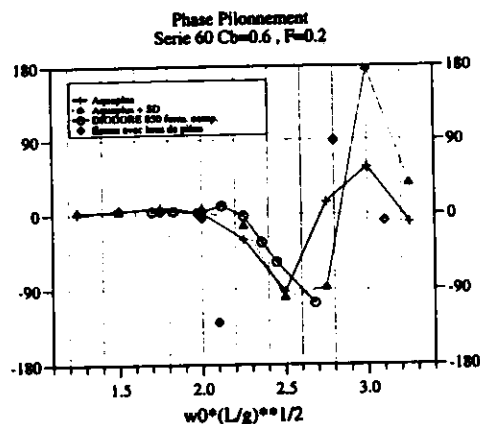
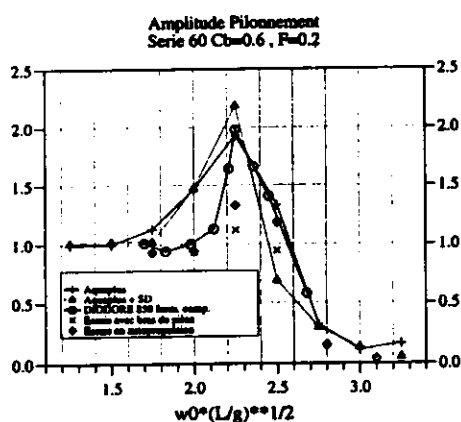
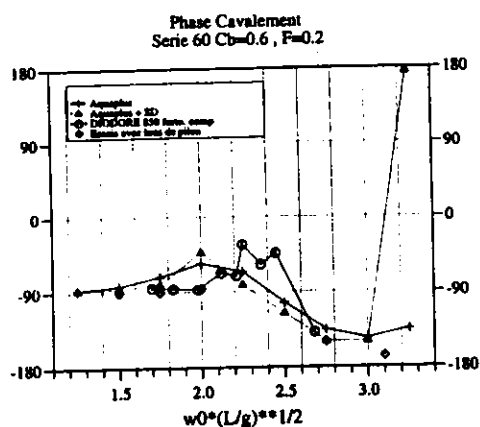
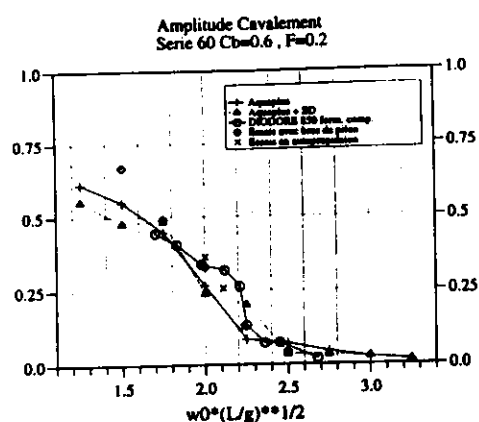
Pour cette carène simple, les résultats sont satisfaisants, tant au niveau de la vitesse des calculs que de la qualité des résultats.

5.2 - Résultats numériques sur une carène Serie 60, $CB=0.60$:

On a choisi une carène de type Serie 60 de 2.5 m de long, 0.25 m de large et 0.13 m de profondeur avec un C_b de 0.6, discrétisée par 99 facettes sur le demi-corps.

On présente les mouvements de cavement et de pilonnement pour :

- le programme Aquaplus original.
- le programme Aquaplus incluant la fonction de Green du LMF-DHN de Nantes (SD).
- le programme Diodore pour un même Serie 60 discrétisé par 850 facettes [7].
- des essais en bassin avec un bras de pilonnement [7].
- des essais en bassin avec autopropulsion [7].



Les premiers résultats obtenus sont qualitativement satisfaisants. Il semble cependant que la discrétisation que nous avons utilisée soit trop grossière pour obtenir un bon accord avec les résultats expérimentaux, comme le confirme la comparaison effectuée dans le rapport [7] entre le code DIODORE avec fréquence de rencontre et celui avec condition de surface libre complète pour une même discrétisation. De plus, il faut indiquer que l'intégrale de ligne des coefficients d'influence n'a pas pris en compte pour ces calculs. Ces premiers résultats restent donc à confirmer.

6 - CONCLUSION

La formulation utilisée a nécessité l'étude approfondie de nombreux problèmes analytiques et numériques :

- déterminations analytiques des discontinuités
- étude analytique pour la discrétisation des lignes de Steepest Descent
- choix des points β quand on est obligé de les déplacer
- adaptation spécifique pour garantir la robustesse de Clenshaw-Curtis avec des intégrands très variables en normes et oscillations pour les intégrations en θ
- problèmes de précisions lors de la réunion des différentes intégrations pour le calcul de T

Ces difficultés sont désormais en très grande partie levées et après un long travail de validation par comparaison d'une part avec des résultats connus (J.R. Hoff [4]) et d'autre part avec le programme du CEAT de Poitiers qui sert de référence, la formulation développée a commencé à être utilisée dans le programme Aquaplus avec pour avantages principaux :

- Une vitesse de traitement en moyenne 20 fois plus élevée que la formulation utilisant la méthode de Simpson Adaptative. Ce rapport peut varier de 5 à 50 suivant plus particulièrement la valeur de τ et s'accroît avec celle-ci.
- Une précision de calcul bien contrôlée dans la zone de validité de la méthode.
- De bons résultats au niveau des calculs en surface libre ($Z = 0$) tant en vitesse de calcul qu'au niveau de la qualité des résultats.

Les perspectives de développement ultérieures viendront essentiellement de la prise en compte de façon plus exacte de la résolution du problème de diffraction-radiation avec vitesse d'avance. Les intégrales de ligne des coefficients d'influence sont en cours d'introduction dans le code Aquaplus. La phase suivante sera la prise en compte du couplage avec les vitesses autour du double modèle dans la résolution du problème.

Une autre application de la formulation développée pourra être la résolution du problème de Neumann-Kelvin pour une carène avançant en eau calme à l'aide de singularités de Kelvin.

REFERENCES :

- [1] M. Bessho (1977), "On the fundamental Singularity in the Theory of Ship Motions in a Seaway", Memoirs of the Defense Academy, Japan, Vol. XVII, No. 3, pp. 95-105, 1977.
- [2] H. Iwashita, M. Ohkusu (1989), "Hydrodynamic Forces on a ship Moving at Forward Speed in Waves", J.S.N.A, Japan, Vol. 166, pp. 87-108, Dec. 1989.
- [3] H. Iwashita (1991), "Numerical Calculation of the Seakeeping based on the 3-D Green Function Method", Engineering Systems, Hiroshima University, 1-4-1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima, JAPAN, pp 1-17.
- [4] Jan Roger Hoff (1990), "Three-dimensional Green function of a vessel with forward speed in waves", Doctor Thesis, The Norwegian Institute of Technology, University of Trondheim, Norway.
- [5] G.X. Wu, R. Eatock Taylor (1987), "A Green's function form for ship motions at forward speed", International Shipbuilding Progress, Vol. 34, pp 189-195, 1987.
- [6] P. Guevel, J. Bougis (1982), "Ship Motions with forward speed in infinite depth", International Shipbuilding Progress, Vol. 29, pp 103-117, 1982
- [7] J.F. Le Guen (1994), "Tenue à la mer d'un navire du type série 60", rapport final DRET/92.1032 J, 1994.