

6e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

24, 25, 26 février 1997 - Nantes

**Application de la méthode des singularités de Kelvin
aux calculs d'écoulements stationnaires
autour de voiliers.**

**Barbara Ponizy, Michel Guilbaud (CEAT)
Malick Ba (ENSMA)
LEA, URA CNRS 191
43, Route de l'Aérodrome, 86036 Poitiers Cédex**

Résumé

Ce présent travail concerne une méthode de calcul d'écoulements non symétriques autour de corps perçant la surface libre. La méthode est basée sur les singularités de Kelvin satisfaisant la condition linéaire de Kelvin sur la surface libre non perturbée. La formulation du problème contient une condition non linéaire au bord de fuite, ainsi qu'une intégrale sur la ligne de flottaison dont l'influence sur les résultats est vérifiée numériquement. Plusieurs applications, permettant d'examiner les possibilités de la méthode, sont présentées.

Summary

The present study develops a computational method for the non-symmetrical (lifting) flow around a surface piercing body. The method uses Kelvin singularities satisfying the Kelvin linear boundary condition on the undisturbed free-surface. A non linear condition is applied at the trailing edge for lifting flows and the method of resolution deals with a water line integral, the influence of which on the results being numerically checked. Various applications enable to examine the ability of the method.

1. Introduction

Pour traiter numériquement le problème de résistance de vagues, on utilise le plus souvent des méthodes basées sur les singularités de Rankine plus simples du point de vue numérique. Une autre alternative consiste à utiliser les singularités de Kelvin, satisfaisant une condition linéarisée de surface libre. La faible popularité de ces dernières méthodes est due à la forme très complexe de la fonction de Green correspondante, qui nécessite un temps de calcul très élevé; mais récemment les progrès très rapide des ordinateurs ont rendu possible l'utilisation de ces singularités de Kelvin. Elles présentent certains avantages importants par rapport aux singularités de Rankine. D'abord la condition de radiation, qu'il faut introduire pour que la solution du problème soit bien conforme à la réalité physique, est satisfaite automatiquement par les singularités de Kelvin tandis que cette condition doit être simulée numériquement dans l'approche utilisant les sources de Rankine. Ensuite, les singularités doivent être distribuées sur le corps et sur une portion de la surface libre à définir dans le cas des sources de Rankine tandis que les sources de Kelvin ne sont distribuées que sur le corps lui-même, ce qui réduit le nombre d'inconnues et permet d'éviter tous les problèmes liés au maillage de la surface libre. L'autre problème qui est éliminé en utilisant les singularités de Kelvin est celui de la réflexion de vagues sur les bords de la surface libre discrétisée. La portion de la surface libre, qui doit être discrétisée quand on utilise les singularités de Rankine, est toujours limitée et la réflexion de vagues sur les bords du domaine de calcul peut créer des problèmes numériques importants; pour obtenir une solution lointaine plus correcte, on introduit un amortissement numérique qui influence aussi la solution.

Les avantages des singularités de Kelvin ont suscité l'intérêt que portent depuis quelques années des chercheurs à des méthodes simples et rapides d'évaluation et d'intégration de cette fonction de Green, (Newman (1987), Telste et Noblesse (1988), Hendrix et al (1992), Ponizy et al(1994)). Nous avons mis au point et testé une méthode d'évaluation et d'intégration de la fonction de Green du problème de résistance de vagues (ainsi que son gradient), ce qui a permis de réduire d'une manière considérable son temps de calcul et par conséquent de rendre possible l'application de la méthode basée sur les singularités de Kelvin au cas des voiliers (Ponizy (1996)). La méthode est basée sur une représentation de la fonction de Green par la somme d'un terme de vagues, qui est oscillant et dominant loin de la singularité, et d'un terme local qui est non oscillant et qui disparaît à l'infini. Le terme local est évalué par interpolation linéaire à partir de tables et ensuite les intégrales de surfaces sont calculées par une méthode de type Gauss. Les intégrales du terme de vagues sont évaluées en permutant l'ordre d'intégration et en calculant analytiquement les intégrales de surfaces.

Une formulation intégrale du problème a été obtenue à partir de la seconde formule de Green, et le système d'équations a été complété par une condition non linéaire au bord de fuite des parties portantes de la carène, permettant d'assurer l'égalité de la pression entre l'extrados et l'intrados. La formulation intégrale contient une intégrale sur la ligne de flottaison, dont l'influence sur les résultats dans la plupart des cas s'est révélée très importante.

2. Equation intégrale du problème.

Cette étude concerne l'évaluation numérique de l'écoulement stationnaire et irrotatio-

nel d'un fluide parfait incompressible autour d'un corps portant, perçant la surface libre. Le fluide est supposé borné uniquement par la surface libre. Le corps avance en eau calme avec une vitesse parallèle à l'axe $0\vec{x}$ mais de sens opposé. On cherche la solution dans un repère lié au corps où l'axe vertical $0\vec{z}$ est dirigé vers le haut et le plan $z = 0$ est confondu avec la surface libre non perturbée. Les variables adimensionnelles sont définies par rapport à une longueur de référence L et à la vitesse du fluide à l'infini \vec{U} ; le nombre de Froude est défini par $F = U/\sqrt{gL}$.

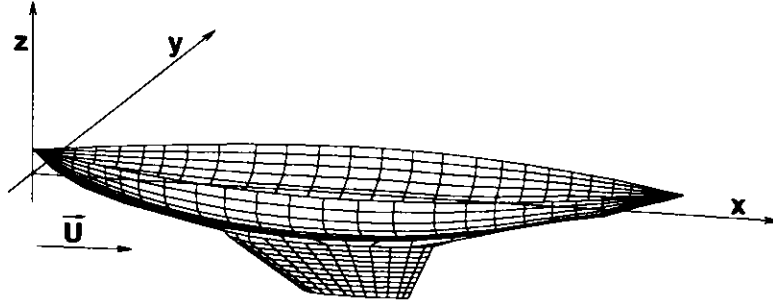


FIG. 1 - Schéma de l'écoulement.

Le potentiel des vitesses de perturbation ϕ satisfait l'équation de Laplace au sein du fluide, la condition de glissement sur le corps et la condition linéarisée de Kelvin sur la surface libre non perturbée:

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} + F^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = 0 \quad \text{sur } z = 0.$$

Ce potentiel peut être défini au point $M(x, y, z)$ sur le corps en fonction du potentiel et de sa dérivée première au point courant $M'(x', y', z')$ sur le corps S , sur le sillage S_w et sur la ligne de flottaison C :

$$\begin{aligned} \frac{\phi(M)}{2} = & - \int_S \phi(M') \frac{\partial G(M, M', F)}{\partial n_{M'}} dS_{M'} - \int_{S_w} \Delta\phi(M') \frac{\partial G(M, M', F)}{\partial n_{M'}} dS_{M'} \\ & + F^2 \int_C \left[G(M, M', F) \frac{\partial\phi(M')}{\partial x'} - \phi(M') \frac{\partial G(M, M', F)}{\partial x'} \right] dy' \\ & - \int_S G(M, M', F) n_x(M') dS_{M'} \end{aligned} \quad (1)$$

où $\vec{n} \equiv (n_x, n_y, n_z)$ est la normale extérieure à S et à S_w et $\Delta\phi$ est le saut du potentiel à travers le sillage des parties portantes. G est la fonction de Green correspondante dont la méthode d'évaluation et d'intégration sera brièvement présentée dans la section 5. Cette fonction satisfait la condition linéarisée de Kelvin, ce qui a permis de ramener une intégrale double sur la surface libre (domaine d'intégration infini) à une intégrale simple sur la ligne de flottaison (domaine d'intégration fini).

3. Condition sur le sillage et au bord de fuite.

Dans le cas de l'écoulement autour d'un voilier en dérapage, la formulation du problème doit être complétée par une condition sur le sillage, au bord de fuite de la carène.

Dans cette étude le sillage est représenté par une surface plane parallèle à la vitesse de l'écoulement non perturbé et s'étendant du bord de fuite vers l'infini aval. On suppose, que sur le sillage le saut du potentiel reste constant sur les lignes l parallèles à l'axe $0\vec{x}$ (soit à la direction de la vitesse \vec{U}):

$$\Delta\phi_{Sw} = \text{const.} \quad \text{sur} \quad l \parallel 0\vec{x} \quad (2)$$

La condition au bord de fuite exprime l'égalité de pression sur l'extrados et l'intrados. Ceci se traduit (équation de Bernoulli) par l'égalité des carrés des vitesses. En introduisant le potentiel des vitesses de perturbation, elle prend la forme:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}(B^+) - \frac{\partial\phi}{\partial x}(B^-) = \frac{1}{2}[(\overrightarrow{\text{grad}}\phi)^2(B^-) - (\overrightarrow{\text{grad}}\phi)^2(B^+)] \quad (3)$$

où B^+ et B^- sont deux points situés respectivement sur l'extrados et l'intrados du bord de fuite.

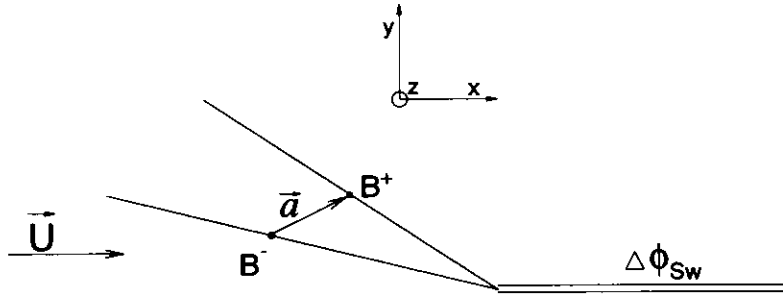


FIG. 2 - Schéma pour la condition au bord de fuite.

La condition (3) est non linéaire et implique par conséquent un processus itératif pour la résolution du problème posé. Ce processus converge très rapidement et sera présenté dans la section 7.

4. Intégrale sur la ligne de flottaison.

Dans le cas d'un corps coupant la surface libre, l'équation intégrale du problème (1) contient une intégrale sur la ligne de flottaison C de la surface libre non perturbée:

$$I_C = \int_C (G\phi_x - \phi G_x) dy \quad (4)$$

La dérivée du potentiel des vitesses de perturbation ϕ_x peut être représentée en fonction du gradient surfacique $\overrightarrow{\text{grad}}_S\phi$:

$$\phi_x = \left(\vec{n} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_x + (\overrightarrow{\text{grad}}_S\phi)_x = -n_x^2 + \frac{\partial\phi}{\partial s_1} \cdot t_{1x} + \frac{\partial\phi}{\partial s_2} \cdot t_{2x} \quad (5)$$

où s_1, s_2 sont deux abscisses curvilignes sur la surface, associées à deux directions quelconques déterminées par les vecteurs unitaires \vec{u}_1, \vec{u}_2 (s_1 peut être confondu avec la ligne de flottaison C). Les vecteurs \vec{t}_1 et \vec{t}_2 sont deux vecteurs de la surface S définis par:

$$\vec{t}_1 = \frac{\vec{u}_1 - (\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2) \cdot \vec{u}_2}{1 - (\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2)^2}, \quad \vec{t}_2 = \frac{\vec{u}_2 - (\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2) \cdot \vec{u}_1}{1 - (\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2)^2} \quad (6)$$

Dans le cas où la composante n_x de la normale à la ligne de flottaison est nulle (c'est le cas d'une aile cylindrique), la dérivée ϕ_x prend une forme plus simple :

$$\phi_x = n_x \frac{\partial \phi}{\partial n} + t_x \frac{\partial \phi}{\partial c} = -n_x^2 + t_x \frac{\partial \phi}{\partial c} \quad (7)$$

où $\vec{t}(t_x, t_y, t_z)$ est la tangente à la ligne de flottaison et $\partial \phi / \partial c$ est la dérivée de ϕ le long de la ligne de flottaison. Finalement, l'intégrale sur la ligne de flottaison, dans ce cas simplifié, s'écrit :

$$I_C = - \int_C n_x^2 t_y G \, dc + \int_C t_x \frac{\partial \phi}{\partial c} t_y G \, dc - \int_C \phi t_y G_x \, dc \quad (8)$$

5. Evaluation de la fonction de Green.

Pour évaluer la fonction de Green, ainsi que son gradient, nous avons utilisé sa représentation par la somme de trois termes :

$$4 \pi G(\vec{x}, \vec{x}', F) = S(\vec{x}, \vec{x}') - 4[N(\vec{X}) + H(X) W(\vec{X})] / F^2 \quad (9)$$

où $\vec{X} \equiv (x - x', y - y', z + z') / F^2 \equiv (X, Y, Z)$ et $H(X)$ est la fonction de Heaviside (égale à 1 si $X \geq 0$ et nulle pour $X < 0$).

La décomposition (9) est importante du point de vue du calcul numérique de la fonction de Green, car les trois termes présents ont un caractère différent et peuvent être évalués séparément. Le terme S , qui représente la somme de la source de Rankine et de son image par rapport à la surface libre, a été largement étudié dans les méthodes de singularités de Rankine et ne pose pas de problèmes numériques.

Le terme non oscillatoire N , représentant les perturbations locales qui disparaissent à l'infini, est défini par :

$$N(\vec{X}) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \Im m [\exp(A) E_1(A)] \, dt \quad (10)$$

où $A = [Z(1 - t^2)^{1/2} + Y t + i|X|] \sqrt{1 - t^2}$ et $E_1(Z) = \int_Z^\infty \frac{\exp(-t)}{t} dt$ est l'exponentielle intégrale complexe.

Le terme de vagues W est oscillant et dominant loin de la singularité. Il est défini par la relation suivante :

$$W(\vec{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Im m \exp[Z(1 + t^2) + i(X + Yt) \sqrt{1 + t^2}] \, dt \quad (11)$$

Du point de vue du temps de calcul, il est plus important d'avoir une méthode simple et efficace pour la détermination du terme local, qui est représenté par une intégrale double

et dont le calcul est plus long (par rapport au calcul de l'intégrale simple représentant le terme de vagues). Nous avons mis au point une méthode simple et rapide du calcul du terme local N et de son gradient, basée sur l'interpolation linéaire à partir de tables. Cette méthode utilise une transformation de variables (proposée par Hendrix et Noblesse (1992)) qui permet de transformer le domaine tridimensionnel infini en un cube unitaire. En plus on introduit des fonctions transformées qui sont régulières partout (le gradient du terme local est singulier à l'origine). La transformation de fonctions et l'introduction de variables définies dans un domaine borné réduit le problème d'approximation de fonctions singulières définies dans un domaine infini à celui d'approximation de fonctions régulières (à variation lente) dans un domaine limité. Cet algorithme permet de diminuer de 100 à 500 fois le temps de calcul de N par rapport à l'intégration numérique de l'expression (10), en conservant une bonne précision (cf Ponizy et al (1994)).

Quant au terme de vagues W , il contient un nombre infini d'oscillations et il ne peut pas être facilement approximé numériquement. Pour accélérer l'évaluation de ce terme, Baar et Price (1988) ont élaboré un algorithme se basant sur des représentations de W sous forme de série convergente ou série asymptotique obtenues par Bessho (1964). En examinant ces deux représentations de W nous avons trouvé qu'il reste toujours une partie du domaine de calcul où l'approximation par séries ne donne pas une bonne précision, surtout pour des petites valeurs de la variable Z (cf figure 3). Nous avons donc adopté une méthode inspirée par le travail de Hendrix et Noblesse (1992) qui au lieu d'évaluer le terme W (ils ne traitent qu'un écoulement symétrique), cherchent une approximation de l'intégrale de W sur une facette du corps. Nous avons étendu cet algorithme au cas portant (l'écoulement n'étant plus symétrique) où il faut évaluer W ainsi que son gradient $\vec{grad}W$. Le temps d'évaluation des intégrales des termes W et $\vec{grad}W$ par cette dernière méthode (appelée méthode 2) est légèrement supérieur (environ 30%) par rapport au calcul par les séries et intégration d'espace de type Gauss (méthode 1), mais elle assure une bonne précision dans tout le domaine de calcul. La table 1 montre l'avan-

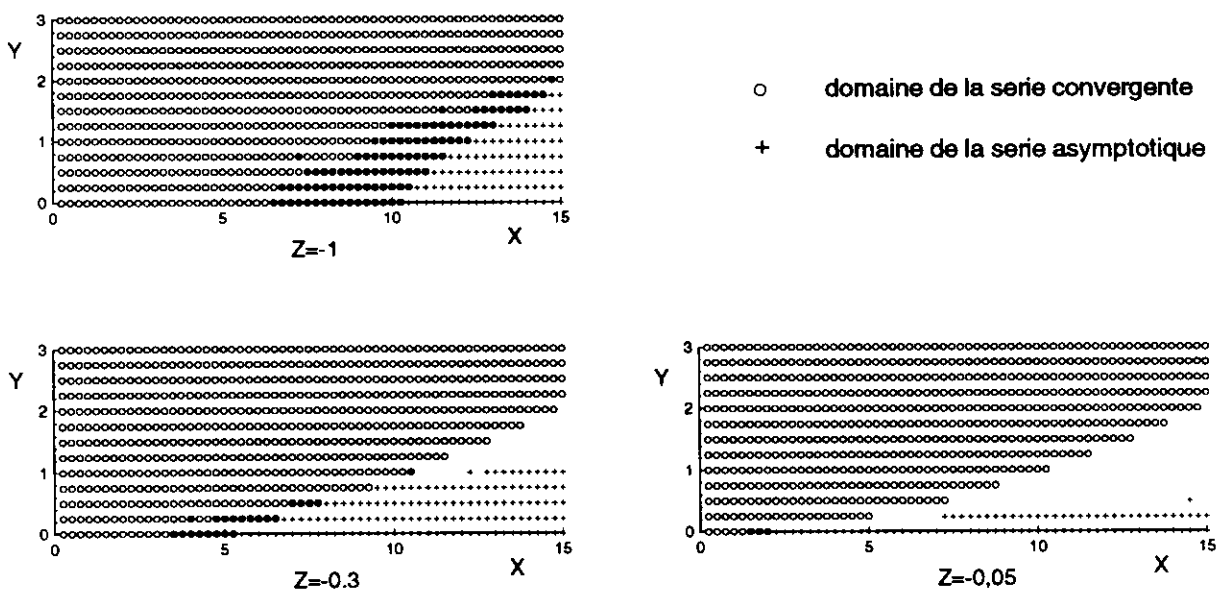


FIG. 3 – Domaines où les formules approximatives d'évaluation de W donnent une erreur relative inférieure à 10^{-5} .

tage de la méthode 2 (dans ces deux méthodes le terme N est calculé à partir des tables et intégré par une méthode de type Gauss) constaté sur le cas d'un ellipsoïde immergée (rapport des axes $a/b=5$, immersion $h=0,5c$, $c = \sqrt{a^2 - b^2}$). On voit que les valeurs du coefficient de résistance de vagues $C_w = R/(\pi\rho g c^3)$ obtenues par la méthode 2 convergent plus rapidement vers la solution semi-analytique de Farell (1973) et que le temps de calcul n'augmente pas beaucoup par rapport à la méthode 1.

| nombre de Froude | Farell | 288 facettes | | 1008 facettes | | temps 1008 f. | |
|------------------|--------|--------------|--------|---------------|--------|---------------|--------|
| | | méth.1 | méth.2 | méth.1 | méth.2 | méth.1 | méth.2 |
| 0,28 | 2,3 | 1,12 | 2,19 | 2,05 | 2,31 | 0,6h | 0,8h |

Table 1 Ellipsoïde immergée; coefficient de résistance de vagues $C_w \times 10^6$ ($a/b=5$, $h=0,5c$).

6. Discrétisation numérique.

La forme discrétisée de l'équation intégrale (1) est obtenue en représentant le corps par nf facettes de surface ΔS_j , le sillage par nb bandes S_k et la ligne de flottaison par nc segments de longueur ΔC_m . Ensuite on suppose que le potentiel ϕ est constant sur chaque facette et sur chaque segment, et que le saut du potentiel $\Delta\phi$ est constant sur chaque bande du sillage. En introduisant l'intégrale de ligne sous forme (8) (pour simplifier l'écriture), on obtient la forme discrétisée suivante:

$$\sum_{j=1}^{nf} D_{ij} \phi_j + \sum_{k=1}^{nb} V_{ik} \Delta\phi_k + \sum_{m=1}^{nc} T_{im} \phi_m + \sum_{m=1}^{nc} P_{im} \left. \frac{\partial\phi}{\partial c} \right|_m = B_i \quad (12)$$

avec

$$D_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial G(M_i, M_j)}{\partial n_{M_j}} dS + \frac{1}{2} \delta_{ij} \quad (13)$$

où $\delta_{ij} = 0$ quand $i \neq j$ et $\delta_{ij} = 1$ quand $i = j$,

$$V_{ik} = \int_{S_k} \frac{\partial G(M_i, M_k)}{\partial n_{M_k}} dS \quad (14)$$

$$T_{im} = F^2 t_y(M_m) \int_{C_m} \frac{\partial G(M_i, M_m)}{\partial x_{M_m}} dc \quad (15)$$

$$P_{im} = -F^2 t_x(M_m) t_y(M_m) \int_{C_i} G(M_i, M_m) dc \quad (16)$$

$$B_i = -F^2 \sum_{l=1}^{nc} n_x(M_l) t_y(M_l) \int_{C_m} G(M_i, M_m) dc - \sum_{j=1}^{nf} n_x(M_j) \int_{S_j} G(M_i, M_j) dS \quad (17)$$

En ce qui concerne les inconnues ϕ_m du potentiel sur les segments de la ligne de flottaison, on suppose qu'elles sont égales aux valeurs du potentiel ϕ_j sur la première bande du corps en dessous de la surface libre.

La résolution du système d'équations (12) complétée par la condition non linéaire au bord de fuite (3) permet, après deux ou trois itérations, d'évaluer la distribution du potentiel des vitesses de perturbation ϕ sur le corps. Ensuite, par différences finies, on

peut obtenir la répartition de pression et par conséquent par intégration les efforts exercés sur le corps.

7. Applications.

La méthode présentée ci-dessus a été d'abord utilisée pour calculer l'écoulement autour d'un corps portant le plus simple, c'est-à-dire autour d'une aile en incidence coupant la surface libre. On a pu constater que la condition non linéaire (3) permet d'obtenir après trois itérations un écart maximal de pression au bord de fuite de 10^{-3} et qu'ensuite la diminution de cet écart n'influence que très peu les efforts. La table 2 présente la convergence des coefficients de traînée C_x et de force latérale C_y avec les itérations ainsi que le saut maximal de pression au bord de fuite Δp calculés dans le cas d'une aile RAE dans un écoulement uniforme à une incidence de 5° .

| itération | $C_x \cdot 10^3$ | C_y | Δp_{max} |
|-----------|------------------|-------|---------------------|
| 1 | 8,38 | 0,415 | $6,6 \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 7,36 | 0,388 | $5,7 \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | 7,27 | 0,386 | $5,5 \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | 7,26 | 0,386 | $5,0 \cdot 10^{-5}$ |
| 5 | 7,26 | 0,386 | $5,0 \cdot 10^{-6}$ |

Table 2 Efforts et saut de pression en fonction du nombre d'itérations.

Des tests numériques ont aussi été effectués sur le cas d'une aile pour examiner l'influence de l'intégrale de ligne dans la formulation intégrale du problème. Cette influence est représentée par une erreur relative ε sur l'effort C , définie comme:

$$\varepsilon = \left| \frac{C_{\text{sans int. de ligne}} - C_{\text{avec int. de ligne}}}{C_{\text{avec int. de ligne}}} \right| \cdot 100\% \quad (18)$$

On constate (figure 4) qu'avec l'augmentation de l'allongement λ , l'intégrale de ligne influence de moins en moins les efforts et qu'à partir d'une valeur de λ (qui dépend de l'épaisseur relative t/c) cette intégrale peut être négligée dans le calcul de la force latérale (erreur ε_y), mais elle a toujours une influence dans le calcul de la traînée (ε_x). Avec la diminution de l'allongement, l'influence de l'intégrale de ligne augmente et elle ne peut pas être négligée dans la formulation du problème. La figure 5 présente une analyse comme ci-dessus mais en fonction de l'épaisseur relative t/c du profil. Elle montre qu'avec l'augmentation de l'épaisseur du profil, l'influence de l'intégrale de ligne augmente et que dans le cas testé ($\lambda=2$ et $\lambda=3$) elle ne peut être négligée que dans le calcul de la force latérale et pour les épaisseurs très faibles (inférieures à 0,1).

L'application suivante a été effectuée sur la carène de Wigley. Sur la figure 6 sont tracées les valeurs du coefficient de résistance de vagues C_w calculées par la méthode présentée ici, comparées avec les résultats de Maisonneuve (1989) qui utilise une méthode de singularités de Rankine, avec les mesures concernant une maquette fixe de 4m de longueur publiées par Kajitani et al (1983) et avec une courbe représentant l'approximation de corps élancé. Cette dernière courbe est obtenue en calculant la résistance de vagues par la formule de Kochin avec le potentiel des vitesses de perturbation égale à zéro (c'est l'approche appelée approximation de corps élancé d'ordre zéro dans Noblesse (1983)). On constate que dans le cas de l'écoulement autour de la carène de Wigley, pour les nombres de Froude de 0,24 à 0,33, cette approche très simplifiée donne des valeurs de la résistance

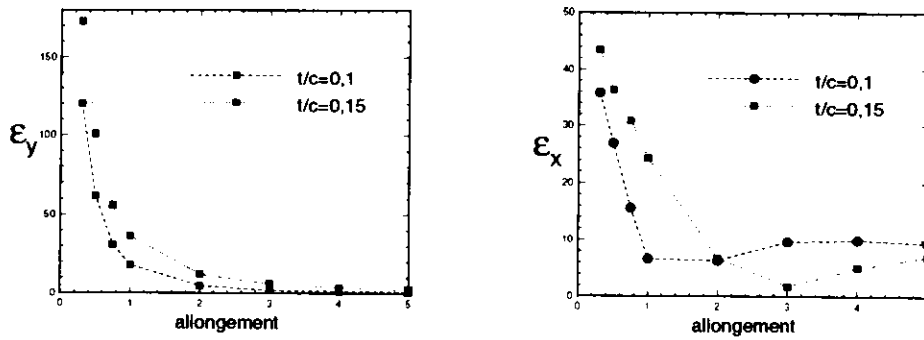


FIG. 4 – Erreur relative obtenue en négligeant l'intégrale de ligne en fonction de l'allongement, $F=0,5$, $\alpha = 8^\circ$.

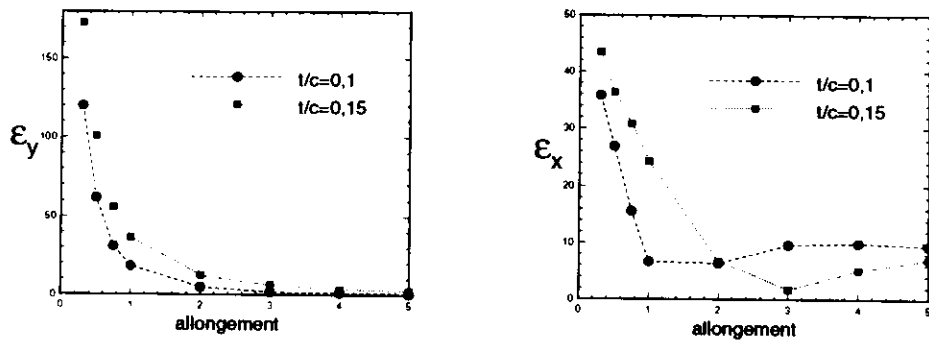


FIG. 5 – Erreur relative obtenue en négligeant l'intégrale de ligne en fonction de l'épaisseur, $F=0,5$, $\alpha = 8^\circ$.

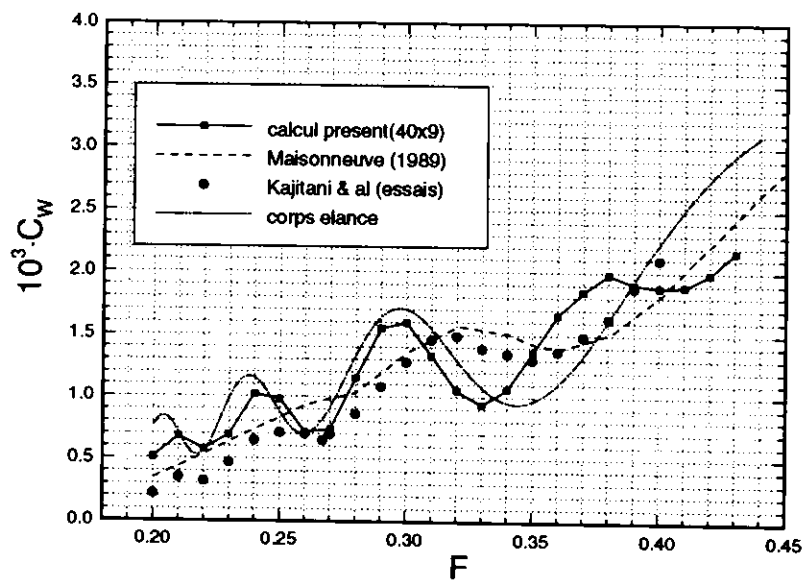


FIG. 6 – Carène de Wigley; coefficient de résistance de vagues.

de vagues qui sont en bon accord avec la méthode de singularités de Kelvin. En dehors de cet intervalle, la différence entre l'approximation de corps élancé et la méthode présentée ici augmente. En ce qui concerne la comparaison de nos résultats avec les essais, on constate que pour des nombres de Froude inférieurs à 0,3 les deux courbes ont la même allure, mais les valeurs calculées sont supérieures aux résultats expérimentaux.

Enfin, la figure 7 présente la hauteur de vagues sur la carène de Wigley obtenue pour le nombre de Froude de 0,266. La solution obtenue est comparée à celle de Maisonneuve et aux résultats expérimentaux de Shearer (1965). On constate un bon accord, d'autant plus que toutes les méthodes linéaires sous-estiment la première vague à l'étrave des bateaux.

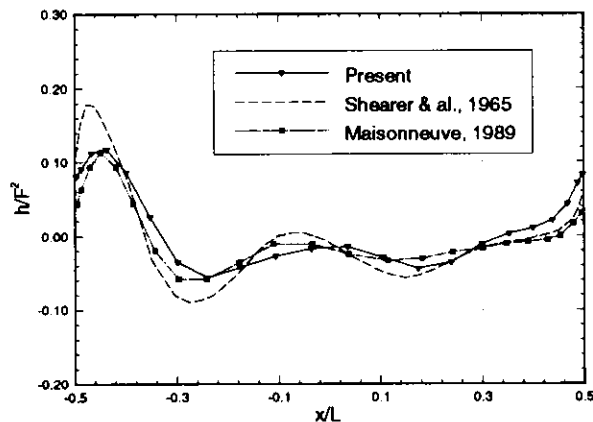


FIG. 7 – Hauteur de la surface libre le long de la carène de Wigley, $F=0,266$.

Sur la figure 8 est tracée la courbe de la résistance totale (résistance de frottement évaluée par la formule ITTC 57) calculée dans le cas de l'écoulement autour du kayak biplace bigak 9500 (longueur de 6,849m, largeur de 0,416m, tirant d'eau de 0,158m). On constate un bon accord des résultats de la méthode présentée ici avec les mesures effectuées au bassin d'essais des carènes (Darres (1996)).

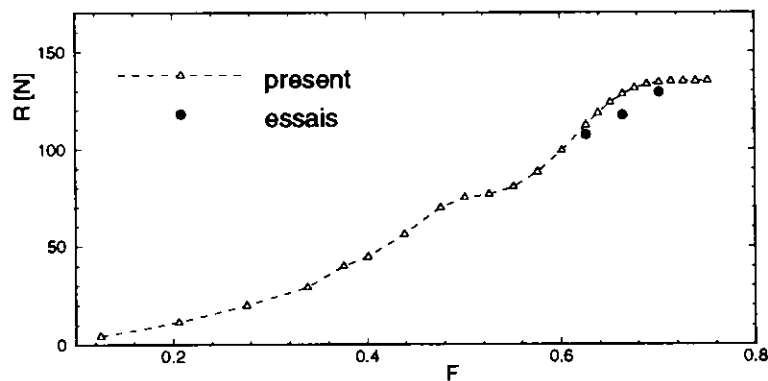


FIG. 8 – Kayak biplace bigak 9500; résistance totale (newtons).

La méthode de singularités de Kelvin a été aussi appliquée dans le calcul de la résistance de vagues pour deux modèles de carène définis par Gerritsma (1993) (figure 9). La

comparaison des résultats avec la formule donnée par Gerritsma (un polynôme obtenu à partir de résultats d'essais) indique un meilleur accord dans le cas de la carène plus plate (N°24). Ceci peut être dû au fait qu'une telle carène perturbe moins l'écoulement uniforme et par conséquent l'application de la condition non linéaire de Kelvin y est plus justifiée. On note cependant que nos calculs donnent des oscillations de la courbe de résistance contrairement à la formule empirique.

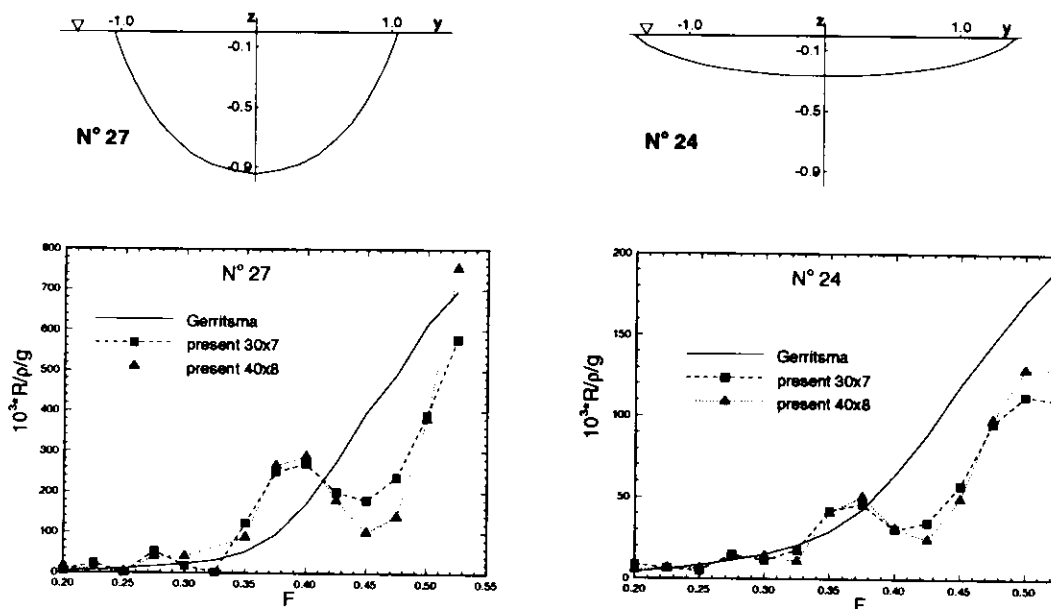


FIG. 9 - Carène; résistance de vagues.

La dernière application numérique a été effectuée sur le voilier Antiope 5,5m dont la longueur au niveau de la surface libre non perturbée est de 1,77m et le tirant d'eau de 1,414m. Les coefficients d'efforts ont été calculés par rapport à la surface mouillée $S_m = 14,97m^2$. Les résultats des calculs sont comparés aux mesures effectuées sur le modèle pleine échelle au HSMB (Hydrodynamics Ship Model Basin) et publiées par Kirkman et al (1974). Nous avons d'abord examiné l'influence de la représentation du sillage sur les efforts. Le sillage a été modélisé par une surface parallèle à la vitesse de l'écoulement non perturbé et s'appuyant sur le bord de fuite de la carène et de la quille:

- sillage complet (figure 10a) - condition au bord de fuite de la carène et de la quille
- sillage mixte (figure 10c) - condition qu'au bord de fuite de la quille, en supposant le saut $\Delta\phi$ derrière la carène égale au $\Delta\phi$ de la première bande de la quille ou seulement sur le bord de fuite de la quille:
- sillage quille (figure 10b).

Sur la figure 11 sont tracées les valeurs du coefficient de force latérale C_y et de traînée totale C_x (la traînée de frottement est évaluée par la formule ITTC 57) calculées pour ces trois modèles de sillage ($F=0$), ainsi que des valeurs expérimentales ($F=0,13$). Cette figure montre qu'une bonne représentation du sillage est nécessaire pour la précision du calcul des efforts. La formulation sillage mixte (fig. 10c) surestime la force latérale et celle du sillage quille (fig. 10b) sous-estime cette force, tandis que la formulation sillage complet (fig. 10a) donne des valeurs qui sont en bon accord avec les essais. Quant au calcul de la traînée, les représentations sillage quille et sillage complet donnent des valeurs assez proches des essais tandis que la représentation sillage mixte surestime cette effort.

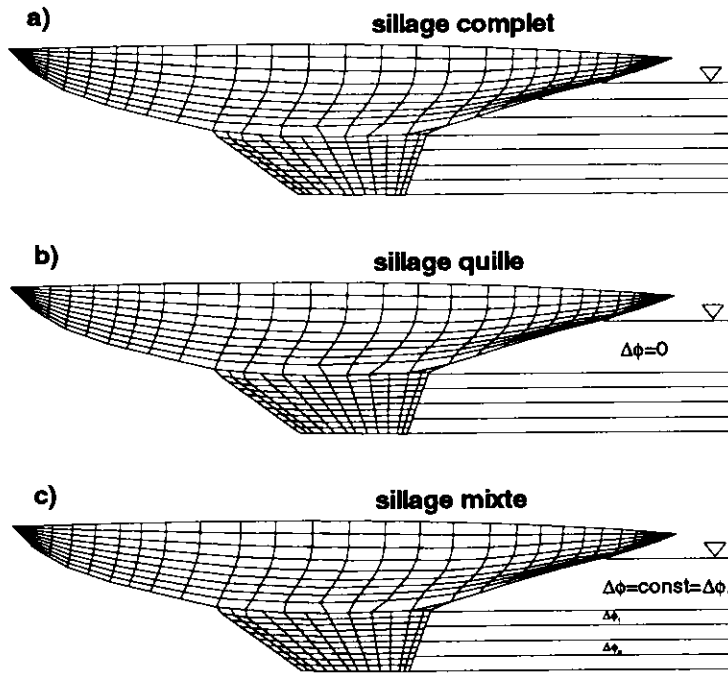


FIG. 10 - Trois modèles du sillage.

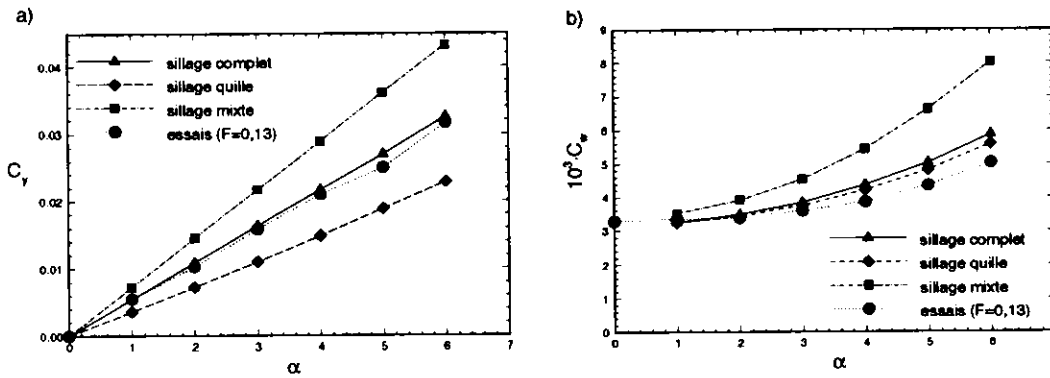


FIG. 11 - Voilier Antiope ($F=0$, 1500 facettes); coefficient de force latérale (a) et de traînée (b).

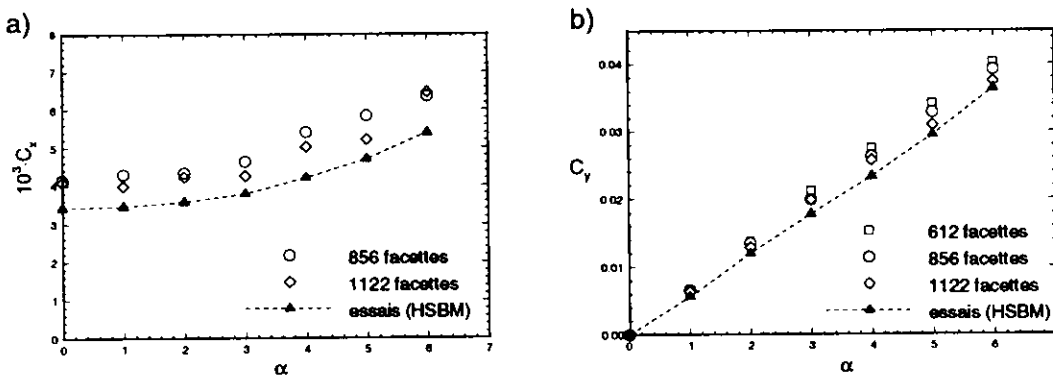


FIG. 12 - Voilier Antiope; coefficient de traînée C_x (figure a) et de force latérale C_y (figure b) en fonction de l'incidence, $F=0,25$.

La figure 12a) présente les courbes du coefficient de traînée totale calculées pour le nombre de Froude de 0,25. Nous avons utilisé pour ces calculs la formulation sillage complet. On constate que même pour le maillage de 1122 facettes l'erreur relative maximale est de 19% ($\alpha = 4^\circ$), mais que cette erreur dans le calcul de la force latérale n'est que de 9% ($\alpha = 4^\circ$) (cf figure 12b)). La comparaison de la traînée calculée à celle mesurée en bassin est assez délicate, car elle demande une bonne évaluation de la traînée d'origine visqueuse (pour le nombre de Froude de 0,25 et $\alpha = 0^\circ$, la résistance de vagues ne représente que 25% de la traînée totale). Ces comparaisons montrent une lente convergence de la traînée avec le nombre de facettes et indiquent qu'un maillage bien serré est nécessaire pour une bonne évaluation de cet effort. Par contre, on obtient une bonne approche de la force latérale pour des maillages beaucoup moins fins.

8. Conclusion.

On a développé une méthode de calcul de l'écoulement stationnaire autour d'une carène de navire avec ou sans dérapage se basant sur une méthode d'éléments de frontière et utilisant une fonction de Green satisfaisant la condition linéarisée de surface libre. Les méthodes d'intégration et d'évaluation de la fonction de Green (et de son gradient) ont permis de limiter le temps de calcul (7 heures CPU sur une station DEC3000-800S dans le cas du voiliers Antiope pour un maillage de 1122 facettes). Par ailleurs, on a pu calculer l'intégrale de ligne sans difficultés notoires.

Des tests numériques ont montré que l'intégrale de ligne ne peut être négligée que dans le cas d'un corps de grand allongement et de faible épaisseur. Pratiquement, elle ne peut pas être négligée dans le calcul d'une carène.

La formulation du problème présentée dans ce rapport permet de traiter un corps portant. En appliquant une condition de Kutta-Joukowski non linéaire, exprimant l'égalité de pression sur l'intrados et l'extrados du bord de fuite, on obtient après trois itérations un écart maximal de pression de 10^{-3} , et ensuite la diminution de cet écart n'influence que très peu les efforts (table 2). Les tests effectués sur le voilier Antiope ont démontré qu'une bonne représentation du sillage est nécessaire dans l'évaluation des efforts.

D'après les applications numériques présentées, on constate que la méthode des singularités de Kelvin permet de prévoir la force latérale avec les maillages généralement utilisés, mais qu'un calcul précis de la traînée exige des maillages beaucoup plus fins.

Un avantage important de la méthode basée sur la fonction de Green satisfaisant la condition linéarisée de Kelvin est qu'elle permet de déterminer la solution même très loin du corps. Comme en plus la condition linéaire de Kelvin est valide à une certaine distance de la carène, on peut envisager un couplage de cette méthode avec une méthode de calcul plus précise de l'écoulement au voisinage de la carène; par exemple une méthode de singularités de Rankine prenant en compte les effets non-linéaires ou avec une méthode prenant en compte encore d'autres effets locaux (écoulement visqueux, turbulent).

Remerciements.

Ce travail a été effectué dans le cadre de la thèse de B. Ponizy préparée avec une bourse de la Région Poitou-Charantes que nous remercions. Les auteurs remercient aussi la Fédération Française de Canoë-Kayak pour la communication des résultats des essais sur les kayaks.

Références.

- BAAR, J.J.M. & PRICE, W.G. 1988 *Evaluation of the wavelike disturbance in the Kelvin wave source potential*, Journal of Ship Research, 32, 1.
- BESSHO, M. 1964 *The fundamental function in the theory of the wavemaking resistance of ships*, Mem. Def. Acad. Japan 4, 99-119.
- DARRES, E. 1996 *Essais de remorquage en eau calme de trois formes*, Fédération Française de Canoë-Kayak, Bassin d'essais des carènes, Etude v2638, Pièce N°4.
- FARELL, C. 1973 *On the Wave Resistance of a Submerged Spheroid*, Journal of Ship Research, 17, 1.
- GERRITSMA, J., KEUNING, J.A. & VERSLUIS, A. 1993 *Sailing Yacht Performance in Calm Water and in Waves*, The Eleventh Chesapeake Sailing Yacht Symposium.
- HENDRIX, D. & NOBLESSE, F. 1992 *Recipes for computing the steady free-surface flow due to a source distribution*, Journal of Ship Research, 36,4.
- KAJITANI, H., MIYATA, H., IKEHATA, M., TANAKA, H., ADACHI, H., NAMIMATSU, M. & OGIWARA, S. 1983 *The Summary of the Cooperative Experiment on Wigley Parabolic Model in Japan*, Proc. of 2nd DTNSRDC workshop on Ship Wave-resistance Computations, Bethesda, USA.
- KIRKMAN, K.L. & PEDRICK, D.R. 1974 *Scale Effects in Sailing Yacht Hydrodynamic Testing*, Trans. SNAME, pp 77-125.
- MAISONNEUVE, J.J. 1989 *Résolution du problème de résistance de vagues de navires par une méthode de singularités de Rankine*, Thèse de Doctorat, E.N.S.M., Nantes.
- NEWMAN, J.N. 1987 *Evaluation of the wave resistance Green function: part 1 - the double integral*, Journal of Ship Research 31, 2.
- NOBLESSE, F. 1983 *A Slender-Ship Theory of Wave Resistance*, Journal of Ship Research, 27, 1.
- PONIZY, B. 1996 *Calcul rapide de l'écoulement non symétrique autour de navires à l'aide de singularités de Kelvin. Application au cas des voiliers*, Thèse de Doctorat, CEAT, Université de Poitiers.
- PONIZY, B., NOBLESSE, F., BA, M. & GUILBAUD, M. 1994 *Numerical evaluation of two free-surface Green functions*, Journal of Ship Research, 38, 4.
- SHEARER, J.R. & CROSS, J.J. 1965 *The experimental determination of the components of ship resistance for a mathematical model*, Quarterly Transactions, The Royal Institution of Naval Architects, vol.107.
- TELSTE, J.G. & NOBLESSE, F. 1988 *The nonoscillatory near-field term in the Green function for steady flow about a ship*, 17th Symposium on Naval Hydrodynamics, The Hague, 39-52.