

6e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

24, 25, 26 février 1997 - Nantes

ETUDE DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN NAVIRE PLANANT

E. FONTAINE *, R. COINTE †

* Ecole Centrale de Nantes, B.P. 92101, 44321 Nantes Cedex 3

† Ministère de l'Environnement, 20 av. de Ségur, Paris 07 SP.

Résumé

L'écoulement potentiel à surface libre autour d'une coque planante en V est étudié. Lorsque la forme de la carène est allongée et plate, la méthode des développements asymptotiques raccordés permet d'obtenir une solution composite mettant en évidence un jet. Le domaine de validité et la précision de la solution sont examinés en comparant les résultats obtenus à ceux d'expériences. L'utilisation de cette solution pour la détermination de la résistance de jet est discutée. Finalement, la solution analytique décrivant l'écoulement dans le jet est utilisée pour développer un traitement numérique permettant la simulation non-linéaire du jet.

Summary

The free-surface potential flow around a V shaped planing hull is studied. When the ship is flat, the method of matched asymptotic expansions provide a composite solution including a jet. The domain of validity and the accuracy of the solution are examined by comparing the results obtained to experiments. The use of this solution for the jet resistance problem is discussed. Finally, the analytical solution describing the jet has been used to derive a numerical treatment used to model the non-linear evolution of the jet.

2 Approche asymptotique

2.1 Ecoulement proche

On commence par étudier l'écoulement au voisinage de la carène. L'hypothèse de navire allongé doit permettre de réduire d'une dimension l'équation de Laplace qui devra être vérifiée, en première approximation, dans chaque plan transverse de l'écoulement (tranche $x = cste$). Dans une tranche, si l'on néglige la gravité, l'analyse dimensionnelle permet de conclure que l'échelle de longueur caractéristique de la solution doit être proportionnelle à la distance x de la section au nez de l'étrave. Afin de pouvoir linéariser les conditions de surface libre, on est amené à choisir cette échelle de longueur très supérieure à l'immersion locale $\tan \delta x$ de la carène. Le navire étant supposé plat ($\delta \ll \alpha \ll 1$), l'échelle de longueur appropriée est la largeur du navire ¹ $\tan \alpha x$. L'échelle de vitesse du problème est obtenue à partir de la condition de glissement qui conduit à une vitesse normale dans le plan transverse d'ordre $O(U\delta)$ sur la carène. Les variables adimensionnelles suivantes sont donc définies :

$$\hat{x} = \frac{x}{L}, \quad \hat{y} = \frac{y}{\alpha x}, \quad \hat{z} = \frac{z}{\alpha x}, \quad \hat{\varphi} = \frac{\varphi}{U\delta\alpha x} \quad (5)$$

Pour alléger les notations, les tangentes des angles sont remplacées par les angles eux-mêmes, puisqu'il s'agit de petites quantités. Par ailleurs, on introduit dès à présent le petit paramètre de perturbation qui est l'angle de relevé de varangue, θ , défini par $\tan \theta = \tan \delta / \tan \alpha$ et le nombre de Froude de l'écoulement $F_L = U/\sqrt{gL}$.

2.1.1 Ecoulement auto-semblable :

Compte tenu du choix des nouvelles variables, l'équation de Laplace que doit vérifier $\hat{\varphi}$ s'écrit :

$$\hat{\varphi}_{\hat{y}\hat{y}} + \hat{\varphi}_{\hat{z}\hat{z}} = -\alpha^2(2\hat{x}\hat{\varphi}_{\hat{x}} + \hat{x}^2\hat{\varphi}_{\hat{x}\hat{x}} - 2\hat{x}\hat{y}\hat{\varphi}_{\hat{y}\hat{x}} - 2\hat{x}\hat{z}\hat{\varphi}_{\hat{z}\hat{x}} + 2\hat{y}\hat{z}\hat{\varphi}_{\hat{y}\hat{z}} + \hat{y}^2\hat{\varphi}_{\hat{y}\hat{y}} + \hat{z}^2\hat{\varphi}_{\hat{z}\hat{z}}) \quad (6)$$

Les conditions aux limites sont ² :

- sur le corps $\hat{z} = \theta(\hat{y} - 1)$:

$$\hat{\varphi}_{\hat{z}} + 1 = -\alpha^2\theta(\hat{\varphi} + \hat{x}\hat{\varphi}_{\hat{x}} - \hat{y}\hat{\varphi}_{\hat{y}} - \hat{z}\hat{\varphi}_{\hat{z}}) + \theta\hat{\varphi}_{\hat{y}} \quad (7)$$

- sur la surface libre $S(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) = 0$:

$$\begin{aligned} \hat{x}S_{\hat{x}} - \hat{y}S_{\hat{y}} - \hat{z}S_{\hat{z}} &= \alpha\theta^2[\hat{x}S_{\hat{x}} - \hat{y}S_{\hat{y}} - \hat{z}S_{\hat{z}}] \cdot [\hat{\varphi} + \hat{x}\hat{\varphi}_{\hat{x}} - \hat{y}\hat{\varphi}_{\hat{y}} - \hat{z}\hat{\varphi}_{\hat{z}}] \\ &\quad + \theta[S_{\hat{y}}\hat{\varphi}_{\hat{y}} + S_{\hat{z}}\hat{\varphi}_{\hat{z}}] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{\varphi} + \hat{x}\hat{\varphi}_{\hat{x}} - \hat{y}\hat{\varphi}_{\hat{y}} - \hat{z}\hat{\varphi}_{\hat{z}} &= -\frac{1}{\delta F_L^2}\hat{x}\hat{z} - \frac{1}{2}\theta [(\hat{\varphi}_{\hat{y}})^2 + (\hat{\varphi}_{\hat{z}})^2] \\ &\quad - \frac{1}{2}\alpha^2\theta(\hat{\varphi} - \hat{x}\hat{\varphi}_{\hat{x}} - \hat{y}\hat{\varphi}_{\hat{y}} - \hat{z}\hat{\varphi}_{\hat{z}})^2 \end{aligned} \quad (9)$$

- sur l'axe de symétrie $\hat{y} = 0, \quad \hat{z} < -\theta$: $\hat{\varphi}_{\hat{y}} = 0$

Les équations ci-dessus sont celles du problème exact. Des approximations vont maintenant être introduites. A l'exception du terme $\hat{x}\hat{z}/\delta F_L^2$, la variable \hat{x} n'intervient que sous la forme d'un facteur multiplicatif devant les dérivées $\hat{\varphi}_{\hat{x}}$ et $\hat{\eta}_{\hat{x}}$. Ainsi, lorsque les effets de la gravité peuvent être négligés, on peut rechercher une solution indépendante de \hat{x} ; le problème admet une solution auto-semblable. Dans la suite, on recherche une approximation de cette solution, valide lorsque le navire est allongé et plat ($\delta \ll \alpha \ll 1$).

¹ou plus exactement la demi-largeur mouillée à la flottaison.

²le problème étant symétrique, seul le demi-plan \hat{y} positif est considéré.

soit encore :

$$(\lambda - 1)^2 + 2 \int_1^\infty \hat{\eta}_1 d\hat{y} = 1 \quad (19)$$

La résolution de cette équation conduit à $\lambda = \pi/2$. Si pour cette valeur de λ , la surface libre intersecte le navire, la solution est néanmoins singulière à l'intersection : la vitesse du fluide et la pente de la surface libre y sont infinies.

2.2 Zone de formation du jet

La singularité à l'intersection de la solution de champ proche traduit un changement de la nature de l'écoulement. Une solution non-linéaire décrivant la formation d'un jet peut être obtenue en étudiant localement le problème dans un domaine d'ordre $O(\theta^2)$ (voir fig. 2), c'est-à-dire en définissant les nouvelles variables :

$$\theta^2 y^* = \hat{y} - \lambda, \quad \theta^2 z^* = \hat{z} - \theta(\lambda - 1), \quad \theta \varphi^* = \hat{\varphi} \quad (20)$$

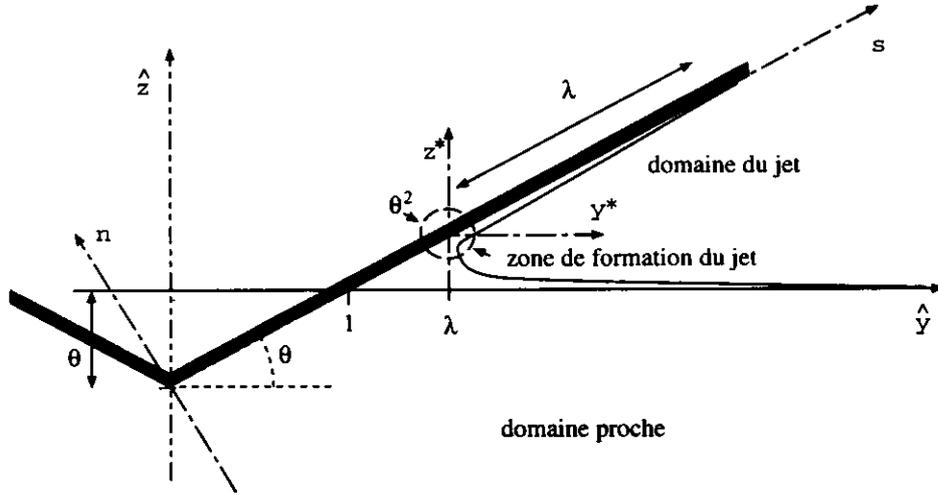


Figure 2: Illustration des différents domaines intervenant dans la solution composite.

On suppose alors le développement asymptotique suivant :

$$\varphi^* = \varphi_1^* + \lambda y^* + o(1) \quad (21)$$

Le potentiel φ_1^* satisfait, au premier ordre, à l'équation de Laplace (en fonction des variables y^* et z^*) avec comme conditions aux limites sur la carène $\varphi_{1z^*}^* = 0$ ($z^* = 0$) et sur la surface libre ($S^*(y^*, z^*) = 0$) :

$$\varphi_{1y^*}^* S_{y^*}^* + \varphi_{1z^*}^* S_{z^*}^* = 0 \quad (22)$$

$$\varphi_{1y^*}^{*2} + \varphi_{1z^*}^{*2} = \lambda^2 \quad (23)$$

La vitesse normale est nulle sur l'axe y^* qui délimite la frontière entre le corps et le fluide; la vitesse est tangentielle à la surface libre et son module est constant sur cette surface. Les autres conditions aux limites disparaissent dans la zone de formation du jet ; elles sont remplacées par une condition de raccord avec la solution de champ proche.

Il s'agit d'un problème de jet classique qui peut être résolu en utilisant la méthode de Schwarz-Christophel. La solution prévoit la formation, le long de la carène, d'un jet dont l'épaisseur et la vitesse sont constantes. Elle dépend de deux paramètres : l'épaisseur e_j^* du jet et la position y_s^* du point de stagnation. Le raccordement de cette solution à la solution de champ proche

3 Validité de la solution asymptotique

3.1 Caractère bidimensionnel de l'écoulement

On constate que, à cet ordre, la solution asymptotique décrivant l'écoulement autour d'une coque planante en V plat est identique à celle décrivant l'écoulement bidimensionnel instationnaire généré lors de l'impact à vitesse verticale constante V d'un dièdre plat (voir Cointe, 1987). Il suffit d'effectuer le changement de variables $t = x/U$ et $V = \delta U$. Cette similitude entre le problème de l'impact et celui de l'écoulement autour d'un navire planant est bien illustrée par les expériences de Kikuhara (1960).

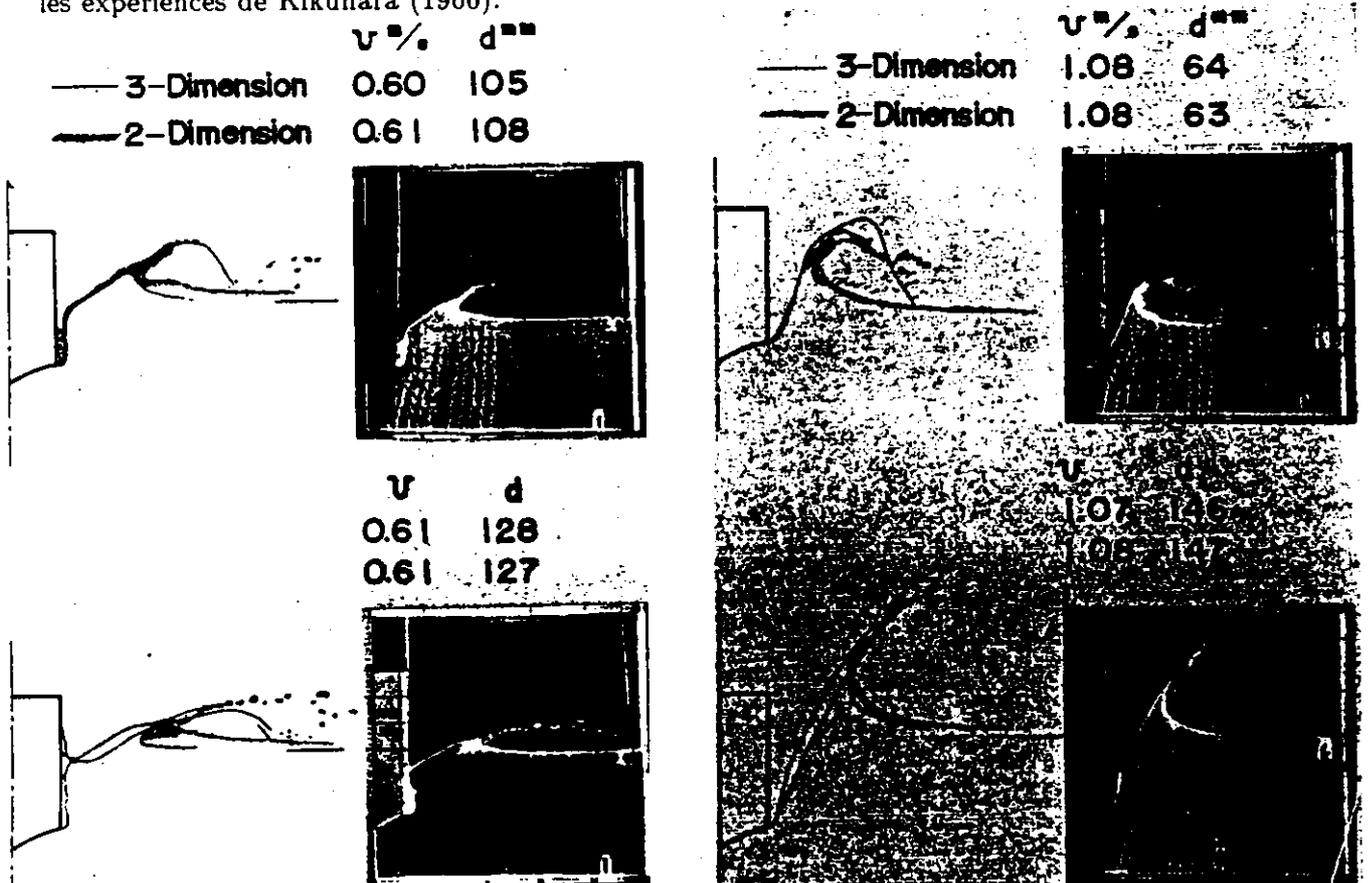


Figure 3: Comparaison des élévations autour d'un navire prismatique avec celles obtenues lors de l'impact d'un dièdre plan.

Sur la figure 3 sont représentées les déformées de surface libre mesurées lors de deux expériences différentes. Dans la première expérience (notée 3-Dimension), une carène prismatique est placée dans un écoulement uniforme, et on mesure la dénivellée de surface libre dans un plan transverse ($x = cste$). Dans la seconde expérience (notée 2-Dimension), une poutre pénètre à vitesse verticale constante la surface libre initialement au repos. Cette poutre est suffisamment longue de sorte que les effets de bords puissent être négligés; l'écoulement mesuré est alors bidimensionnel. La section de cette poutre, visible sur la figure, est telle que l'angle de relevé de varangue est le même pour les deux expériences. On vérifie bien que la déformée mesurée dans la tranche x près du navire est comparable à celle obtenue à l'instant $t = x/U$ lorsque la poutre vient heurter la surface libre avec la vitesse $V = \delta U$.

Cette similitude entre les deux problèmes n'est effective qu'au premier ordre. Au second ordre, des effets tridimensionnels apparaissent dans l'équation de Laplace. De ce fait, la solution asymptotique au second ordre dans le domaine proche pour le problème de l'impact bidimensionnel d'un dièdre plat (Fontaine et Cointe, 1992) n'est pas transposable au cas du navire planant. Ainsi, la solution obtenue ne satisfait l'équation de conservation de la masse qu'à l'ordre $\alpha \delta L^3$ et le volume du jet d'ordre $\delta^2 L^3$ n'est pas pris en compte.

Dans le cadre de cette théorie, l'angle β est donné par :

$$\beta = \tan^{-1}\left(\lambda \frac{\tan \delta}{\tan \theta}\right) \quad (33)$$

Les figures 6 et 7 montrent l'évolution de l'angle β et de l'épaisseur du jet (équation (24)) en fonction de la forme de la carène. Ces résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux de Savitsky (1964) et Brown (1971).

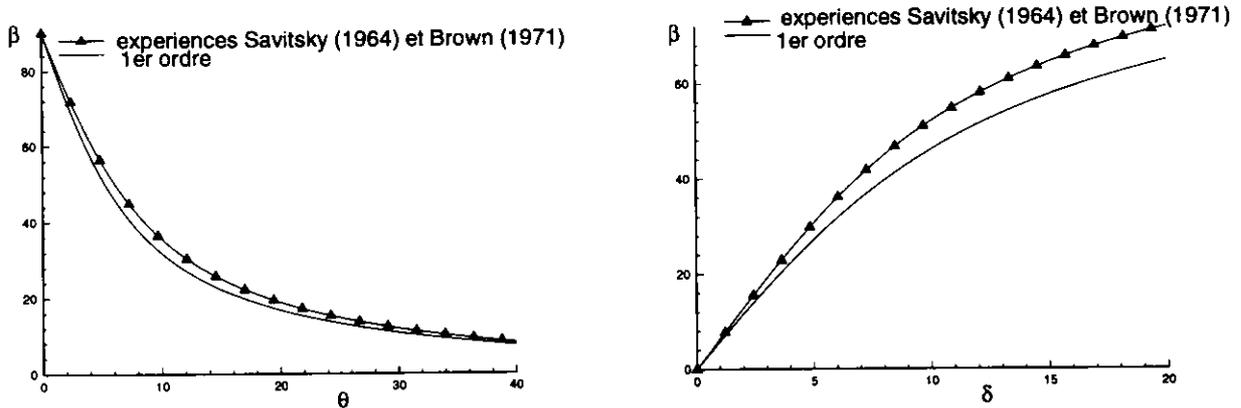


Figure 6: Angle entre la ligne de stagnation et l'axe de la carène : $\beta = f(\theta)$ pour $\delta = 4^\circ$, et $\beta = f(\delta)$ pour $\theta = 15^\circ$.

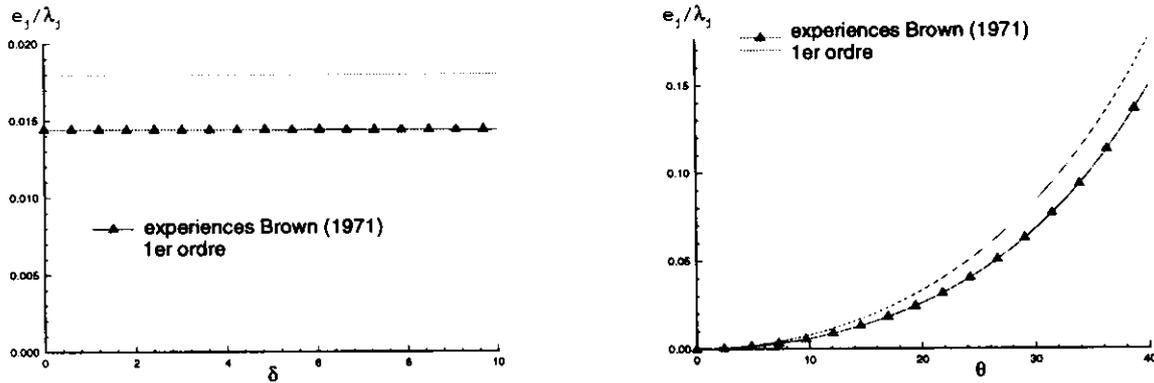


Figure 7: Epaisseur relative du jet : $e_j/\lambda_j = f(\delta)$ pour $\theta = 15^\circ$, et $e_j/\lambda_j = f(\theta)$ pour $\delta = 4^\circ$.

5 Modélisation du jet

Le calcul de l'écoulement potentiel autour d'un corps élané perçant la surface libre à forts nombres de Froude peut être effectué dans le cadre d'une théorie des tranches instationnaire classiquement appelée "2D+1/2" ou "2D+t" (voir, par exemple, Fontaine, 1996). Le navire est alors assimilé à un corps bidimensionnel déformable qui génère des vagues non-linéaires divergentes. Cette approche permet de prendre en compte de manière rationnelle la forte vitesse d'avance et les non-linéarités des conditions de surface libre. Dans chaque tranche, le problème simplifié est résolu en utilisant une méthode intégrale mixte Euler-Lagrange.

Lorsque l'on simule l'écoulement autour d'une coque planante en V en utilisant cette méthode, on se trouve confronté à des difficultés numériques liées à la présence du jet qui se développe le long de la carène (voir fig. 8). L'épaisseur de l'extrémité du jet étant très faible par rapport à la taille d'une maille, la réalité physique de cette fine lame d'eau peut être mise en doute. Il semble que ces difficultés soient liées au traitement de l'intersection qui est, d'une manière générale, le point "dur" du problème potentiel, et par la même, celui de la méthode numérique. En présence d'un jet, ces difficultés sont aggravées, puisque les fortes non-linéarités de l'écoulement restent localisées près du corps, et donc de l'intersection.

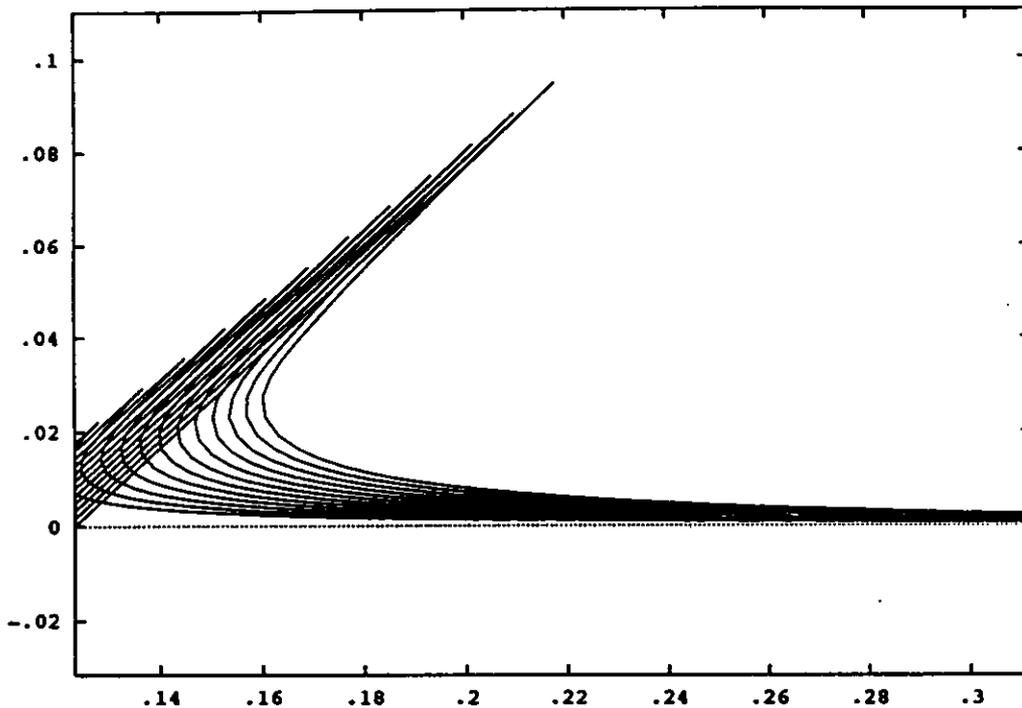


Figure 8: *Evolution de la solution sans troncature du jet.*

Récemment, Zhao et Faltinsen (1993) évitent ces difficultés en tronquant le jet à l'endroit où la surface libre se retourne. L'analyse asymptotique précédente conduit à la conclusion que l'écoulement dans le jet est régi en première approximation par les équations d'eau peu profonde, en absence de gravité (équations de Saint Venant). Dans le cas d'une paroi rectiligne, le fluide contenu dans le jet a un mouvement de corps solide. La solution asymptotique a servi de modèle pour développer un algorithme permettant la troncature du jet. Le jet est coupé perpendiculairement à la carène dans une région où son épaisseur est de l'ordre de grandeur de la taille des mailles. Un nouveau segment est alors introduit pour borner le domaine fluide. Sur ce segment, on impose à la dérivée normale du potentiel d'être constante, égale à la dérivée

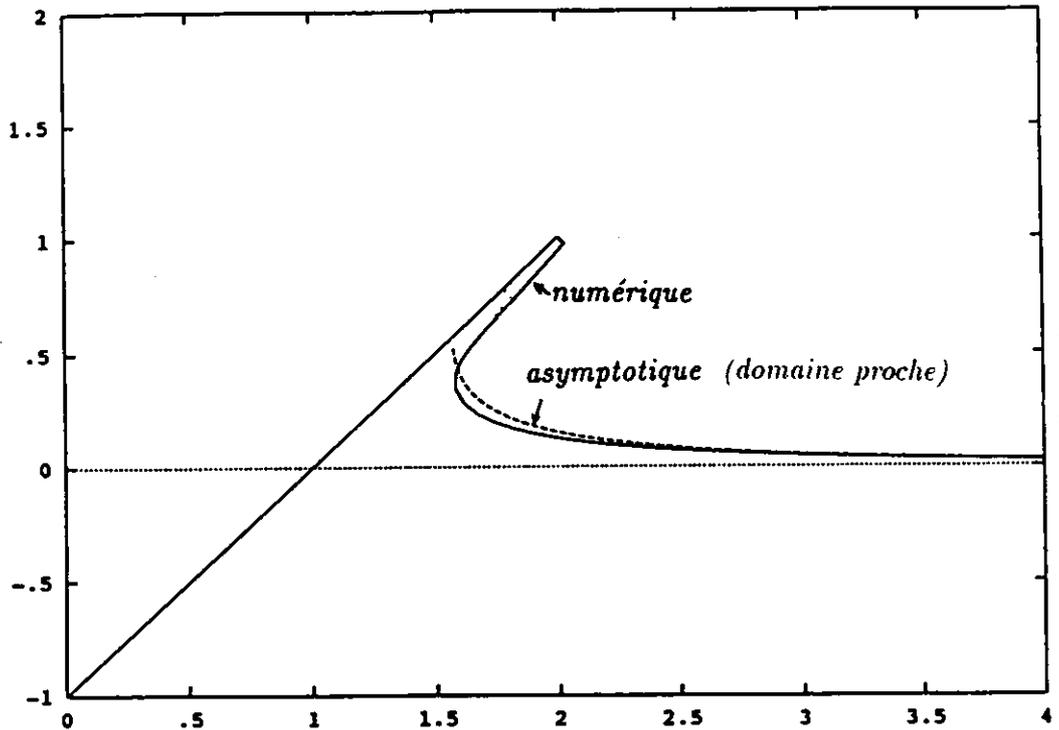


Figure 10: *Solution auto-semblable pour $\theta = 45^\circ$.*

Le présent travail de recherche a été effectué dans le cadre d'une thèse financée par la DRET du Ministère de la Défense que nous tenons à remercier pour son soutien.

References

- [1] BROWN, P.W. (1971) : *"An experimental and theoretical study of planing surface with trim flaps"*, Davidson Laboratory, Report No. 1463, Stevens Institute of Technologie, hoboken, N.J.
- [2] COINTE, R. (1987) : *"L'impact hydrodynamique en deux dimensions. Application à l'Impact de Vagues Deferlantes"*, 1^{ère} Journées de l'Hydrodynamique, Nantes.
- [3] COLE, S. (1988) : *"A simple example from flat-ship theory"*, J. Fluid Mech., vol. 189, pp. 301-310.
- [4] DOBROVOL'SKAYA, Z.N. (1969) : *"On some problems of similarity flow of fluid with a free surface"*, J. Fluid Mech. 36(4):805-829.
- [5] FONTAINE, E. (1996) : *"Simulation de l'écoulement potentiel engendré par un corps élané perçant la surface libre à forts nombres de Froude"*, Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [6] FONTAINE, E. & COINTE, R. (1992) : *"A second-order solution for the wedge entry with small deadrise angle"*, Seventh International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Val de Reuil.
- [7] FRAENKEL L.E. & McLEOD, J.B. (1996) : *"Some results for the Entry of a Blunt Wedge into Water"*, soumis pour publication.