

5^e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22, 23, 24 mars 1995 – ROUEN

**METHODE DE FOURIER-KOCHIN-LIGHTHILL
POUR LA DIFFRACTION-RADIATION
PAR UN NAVIRE OU UNE STRUCTURE OFFSHORE**

par

**Xiaobo Chen, Bureau Veritas - DTO, Paris La Défense, France
Chi Yang, George Mason University, Fairfax, VA, Etats-Unis
Francis Noblesse, David Taylor Model Basin, CDNSWC, Bethesda, MD, Etats-Unis**

Résumé

Nous résumons les aspects principaux et des résultats importants de la théorie de Fourier-Kochin-Lighthill, qui fournit une nouvelle base théorique pour la résolution du problème de la diffraction-radiation par un navire avançant dans une houle régulière. Cette théorie est basée sur une représentation de Fourier des effets de surface libre et sur une élaboration des études classiques de Kochin (1937, 1940) et Lighthill (1967). Une modification importante, notamment pour les calculs numériques, est apportée à la formulation de Fourier-Kochin sous la forme d'une nouvelle représentation mathématique de la fonction de spectre associée au noyau de l'équation intégrale. La représentation analytique des vagues lointaines générées dans un milieu dispersif, donnée par Lighthill, forme la base d'une décomposition des effets de surface libre en un champ de vagues et une perturbation locale. Cette extension de l'approximation de Lighthill à l'analyse de l'écoulement proche fournit une représentation analytique très bien adaptée au calcul. Deux aspects essentiels de la théorie de Fourier-Kochin-Lighthill sont illustrés dans le cadre de l'évaluation numérique des coefficients d'influence associés aux effets de surface libre. Enfin, la représentation de Fourier-Lighthill est appliquée à l'analyse de la fonction de Green associée à la diffraction-radiation à faible vitesse d'avance.

Summary

The Fourier-Kochin-Lighthill theory of wave diffraction-radiation by a ship advancing in regular waves is briefly summarized. The theory is based on a Fourier representation of free-surface effects and on extensions of classical studies by Kochin (1937, 1940) and Lighthill (1967). The Fourier-Kochin formulation is modified in a significant way via a new mathematical expression for the spectrum function associated with the kernel of the integral equation. The modification is found to be quite important for the numerical evaluation of influence coefficients associated with free-surface effects, which are critical elements in a numerical solution of an integral equation. Lighthill's analytical representation of far-field waves generated within a dispersive medium forms the basis of a decomposition of free-surface effects into a wave component and a local component. This near-field extension of Lighthill's far-field analysis yields a mathematical representation of free-surface effects which is very well suited for both analytical and numerical purposes. In particular, the Fourier-Lighthill representation, together with the Fourier-Kochin formulation, provide simple explicit analytical representations of the various wave systems generated by a ship advancing in waves. The Fourier-Lighthill representation can also be used for analyzing free-surface Green functions, and an application to the case of wave diffraction-radiation at small forward speed is indeed presented. This application yields a new expression that is valid in the far-field, unlike the expression used previously.

1. Introduction

Nous considérons l'écoulement potentiel dû à un navire avançant, à vitesse constante le long d'une trajectoire rectiligne, dans une houle régulière sur une mer de profondeur et d'étendue infinies. L'écoulement est défini par la superposition de l'écoulement permanent dû au navire avançant en mer calme, et de l'écoulement temporel harmonique associé à la houle incidente et aux champs de diffraction-radiation. Ces deux composantes sont analysées, de manière classique, dans le cadre d'une théorie linéaire utilisant la fonction de Green associée à la condition sur la surface libre. Le cas particulier de la diffraction-radiation par une structure offshore sans vitesse d'avance est également considéré.

Une analyse fréquentielle linéaire de l'écoulement tridimensionnel dû à un navire avançant dans une houle est un problème fondamental important pour plusieurs raisons d'ordre pratique :

- D'abord, il est raisonnable de penser qu'une telle analyse soit utile pour de nombreuses applications pratiques, notamment pour la prédiction des mouvements du navire, des efforts de houle et des sillages lointains.
- On notera qu'une analyse fondée sur une fonction de Green satisfaisant la condition de surface libre linéarisée sur la base d'un écoulement uniforme (opposant la vitesse d'avance du navire) n'exclut nullement une analyse plus complexe fondée sur une condition de surface libre linéarisée sur la base d'un écoulement tel que l'écoulement de double modèle. En fait, cette linéarisation plus complexe et (peut-être) plus raffinée introduit un terme non-homogène (équivalent à une distribution de pression) dans la condition de surface libre.
- Une analyse linéaire (sur la base d'un écoulement uniforme) est de toute manière valide à une certaine distance (en pratique très faible) du navire. Il s'ensuit qu'une telle analyse fournit un complément utile à des méthodes numériques fondées sur des singularités simples (de Rankine) ou sur les différences finies, qui ne peuvent prédire que l'écoulement au voisinage du navire. Ainsi, une analyse utilisant la fonction de Green associée à la condition de surface libre peut évidemment être utilisée pour définir le champ de diffraction-radiation "lointain" correspondant à un écoulement "proche" donné (une telle représentation est en fait donnée ici). En particulier, la résistance de vagues est calculée de manière nettement moins précise par intégration de la pression sur la carène (méthode habituellement utilisée) qu'au moyen de la formule de Havelock et de l'expression pour la fonction de spectre donnée dans [17] et la section 3, pour évaluer l'énergie transportée par le champ de vagues lointain généré par le navire. On notera aussi qu'un écoulement potentiel linéarisé "lointain" peut être couplé avec une méthode de calcul "proche" prenant en compte les effets nonlinéaires ou/et visqueux, comme dans Campana, Di Mascio, Esposito et Lalli [2], et Chen, Lin, et Weems [4].
- Une analyse linéaire de l'écoulement harmonique temporel est utile pour déterminer la résistance ajoutée et les efforts de dérive en embardée et en lacet. En fait, il est montré par Kashiwagi [11], et ailleurs, que ces effets nonlinéaires importants sont explicitement déterminés par la fonction de spectre dans la formulation de Fourier-Kochin considérée ici.
- Dans le cadre d'une théorie linéaire, les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement sont liés aux fonctions d'impulsion temporelles par transformation de Fourier, de telle sorte qu'une solution du "problème fréquentiel" est aussi une solution du "problème temporel".
- L'analyse fréquentielle linéaire considérée ici est une composante essentielle de la méthode élaborée par Pawlowski [22] pour la prédiction temporelle des mouvements non-linéaires d'un navire.
- Finalement, une analyse utilisant la fonction de Green associée à la condition de surface libre fournit des relations analytiques (entre autres, une représentation analytique simple et explicite des divers systèmes de vagues générés par le navire), qui peuvent être très utiles, tant sur le plan théorique de la compréhension et de l'analyse que sur le plan pratique, notamment au niveau de la conception.

Les difficultés du problème de la diffraction-radiation avec vitesse d'avance sont bien connues, et sont documentées dans les études de Chang [3], Kobayashi [12], Inglis et Price [8], Guével et Bougis [6], Wu et Eatock Taylor [25], Hoff [7], Jankowski [10], Bougis et Coudray [1], et Iwashita et Ohkusu [9]. Ces difficultés sont dues essentiellement à la complexité de la fonction de Green dans le cas de vitesse d'avance non nulle. Une nouvelle base théorique pour la résolution du problème, difficile mais fondamental, de la diffraction-radiation par un navire avançant dans une houle régulière a été récemment élaborée par les auteurs dans [17], [27], [16], [26], [18], [5] et [19]. Ces études sont brièvement résumées ici.

2. Problème aux limites

Nous définissons des variables adimensionnées, notamment le temps t , les coordonnées $\vec{x} = (x, y, z)$ et le potentiel des vitesses ϕ , par rapport aux unités de référence suivantes : la longueur du navire L , l'accélération gravitaire g et la masse volumique ρ . Ces unités de base définissent les références $\sqrt{L/g}$, \sqrt{gL} et $L\sqrt{gL}$ pour le temps, la vitesse et le potentiel, respectivement. On observe l'écoulement à partir d'un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) en mouvement de translation avec le navire. L'origine du système de coordonnées se situe dans le plan de la surface libre non-perturbée. L'axe x est orienté vers l'avant du navire et l'axe z est vertical ascendant.

Soient U et ω la vitesse d'avance du navire et la fréquence de rencontre. Le nombre de Froude $F = U/\sqrt{gL}$ et la fréquence adimensionnée $f = \omega\sqrt{L/g}$ sont deux nombres caractéristiques de l'écoulement. Le nombre de Strouhal $\tau = Ff = U\omega/g$ est un autre paramètre important caractérisant les champs de diffraction-radiation. Suivant Lighthill [14], les potentiels de l'écoulement permanent et de l'écoulement harmonique temporel sont définis par $\text{Re}\{\phi(\vec{x}) \exp(\varepsilon t - i f t)\}$ à la limite $\varepsilon \rightarrow +0$.

Le problème aux limites générique associé à un écoulement permanent ou harmonique temporel consiste à résoudre l'équation de Laplace $\nabla^2 \phi = 0$, la condition $\phi \rightarrow 0$ à l'infini, la condition sur la surface libre :

$$[\partial_z - (f + i\varepsilon - iF\partial_x)^2] \phi = 0 \quad (1)$$

et la condition de Neumann " $\partial\phi/\partial n$ donné sur H " la surface mouillée du navire. Plus généralement, la surface H peut être une surface géométrique entourant la carène, comme dans le cas où l'écoulement au voisinage de la carène est déterminé par une méthode numérique basée sur des singularités de Rankine ou des différences finies.

3. Formulation de Fourier-Kochin et fonctions de spectre

Dans le cadre d'une analyse fréquentielle utilisant la fonction de Green associée à la condition sur la surface libre (1), le potentiel de l'écoulement à un point $(\xi, \eta, \zeta \leq 0)$ de la carène du navire est déterminé par une équation intégrale de la forme $\phi/2 + \chi = \psi$, et le potentiel $\phi(\xi, \eta, \zeta)$ à un point $(\xi, \eta, \zeta \leq 0)$ extérieur à la carène est défini (de manière explicite) par la représentation intégrale $\phi = \psi - \chi$. Les termes ψ et χ sont définis par des distributions de sources et de doublets, c'est-à-dire par des distributions de la fonction de Green G et de sa dérivée normale G_n , sur la carène H et la ligne de flottaison W .

La fonction de Green G peut s'exprimer sous la forme $G = G^S + G^F$, où la composante G^S est définie par des singularités simples (sources de Rankine) et la composante G^F représente les effets de surface libre définis par une double intégrale de Fourier. Il s'ensuit que les distributions de sources et de doublets ψ et χ peuvent être décomposées de manière analogue, c'est-à-dire $\psi = \psi^S + \psi^F$ et $\chi = \chi^S + \chi^F$. Les potentiels ψ^S et χ^S , définis par des distributions de singularités simples (sources et doublets de Rankine) ne posent pas de difficultés et ne sont donc pas considérés ici. Les potentiels ψ^F et χ^F , qui représentent les effets de surface libre, sont définis par la représentation de Fourier :

$$4\pi^2 \begin{Bmatrix} \psi^F \\ \chi^F \end{Bmatrix} = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] \Sigma / D_\varepsilon \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (2)$$

où α et β sont les variables de Fourier et $\Sigma = 1$ si $F \neq 0$ ou $\Sigma = f^2/k$ si $F = 0$. De plus, D_ε est la fonction de dispersion associée à la condition sur la surface libre (1) et définie par $D_\varepsilon = (f + i\varepsilon - F\alpha)^2 - k^2$.

Les fonctions de spectre N et M dans (2) correspondent aux potentiels ψ^F et χ^F , et sont définies par des distributions de la fonction exponentielle $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$ sur la carène H et la flottaison W . Nous avons donc $N = N_H + N_W$ et $M = M_H + M_W$ où les fonctions N_H et M_H sont définies par des intégrales sur la carène H et N_W et M_W par des intégrales sur la flottaison W . Plus précisément, nous avons

$$S_H = \int_H A_H \exp[kz + i(\alpha x + \beta y)] dS \quad S_W = \int_W A_W \exp[i(\alpha x + \beta y)] dL \quad (3)$$

où S représente N ou M , et dS et dL sont les éléments différentiels de surface et d'arc de H et W . De plus, les fonctions d'amplitude A_H et A_W sont données dans [17] par

$$A_H = -\phi_n \quad A_W = F^2 n_x t_y \phi_n \quad (4a)$$

pour les fonctions de spectre N_H et N_W , et par

$$A_H = -k[n_z + i(\hat{\alpha}n_x + \hat{\beta}n_y)]\phi \quad A_W = F^2[i\alpha t_y \phi - t_x t_y \phi_t - t_y^2 n_z \sqrt{1-\mu^2} \phi^s] - i2Ff t_y \phi \quad (4b)$$

pour les fonctions de spectre M_H et M_W . Nous avons $\hat{\alpha} = \alpha/k$ et $\hat{\beta} = \beta/k$. De plus, ϕ_n est la dérivée du potentiel ϕ dans la direction du vecteur unitaire $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ qui est normal à la carène H et orienté vers l'intérieur de la carène, et ϕ_s et ϕ_t sont les dérivées de ϕ dans les directions des vecteurs unitaires $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ et $\vec{t} = (t_x, t_y, t_z)$ tangents à H . Les vecteurs \vec{n} , \vec{s} et \vec{t} sont définis comme l'indique la Fig.1 (à la ligne de flottaison W , le vecteur \vec{t} est tangent à W). Enfin, nous avons $\mu = \vec{s} \cdot \vec{t}$, et $\phi^s = (\phi_s - \mu \phi_t) / (1 - \mu^2)$ est la composante du vecteur vitesse $\nabla \phi$ sur le vecteur \vec{s} .

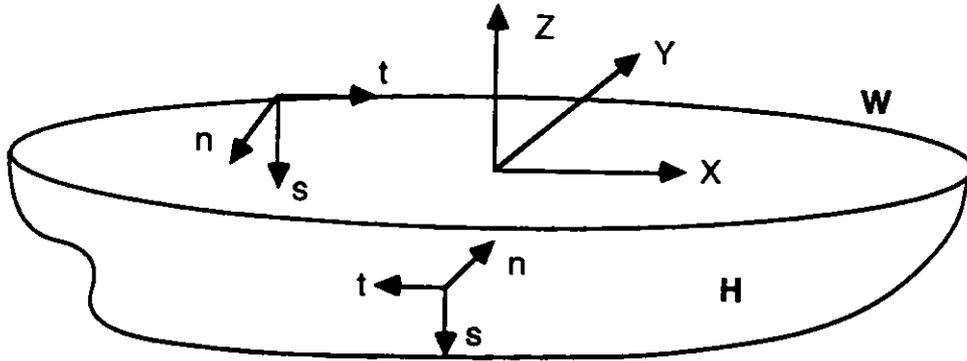


Fig.1 Schéma de définitions

Les expressions (3) définissent les potentiels ψ^F et χ^F en terme de distributions de la fonction exponentielle $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$ sur la carène H et la flottaison W , tandis que les potentiels ψ^S et χ^S sont définis par des distributions de singularités simples (de Rankine) sur la carène H . Les potentiels ψ^S et χ^S , d'une part, et les potentiels ψ^F et χ^F , d'autre part, sont donc définis en terme des deux solutions fondamentales $1/r$ et $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$ de l'équation de Laplace. Ces deux solutions fondamentales complémentaires sont manifestement le mieux adaptées à la représentation de perturbations locales non-oscillatoires et de champs de vagues. La solution de vague élémentaire $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$ n'est pas utilisée dans les méthodes numériques basées sur les singularités de Rankine.

On notera le cas particulier de la fonction de Green. La fonction de spectre S dans l'expression (2) pour le terme G^F représentant les effets de surface libre est alors égale à $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$; plus simplement, nous avons $S=1$ si nous effectuons le changement de coordonnées ($X = \xi - x, Y = \eta - y, Z = \zeta + z$), c'est-à-dire si nous choisissons l'origine du système de coordonnées au point image $(x, y, -z)$ de la singularité (x, y, z) par rapport au plan $z=0$ de la surface libre.

La fonction de spectre M , qui est associée au potentiel χ^F et donc au noyau de l'équation intégrale $\phi/2 + \chi = \psi$, a un rôle prépondérant. On notera que la fonction d'amplitude A_H définie par (4b), correspondant à la fonction M_H , est $O(k)$ alors que l'amplitude A_H donnée par (4a), correspondant à la fonction N_H associée au potentiel ψ^F , est $O(1)$. Cette propriété implique des différences importantes entre le comportement des fonctions de spectre M_H et N_H , notamment à la limite $k \rightarrow \infty$, et suggère que les expressions (4b) pour les fonctions d'amplitude A_H et A_W associées à la fonction de spectre M correspondant au noyau de l'équation intégrale ne sont peut-être pas bien adaptées au calcul numérique. En fait, il est montré dans [20] et, plus généralement, dans [19] que la représentation de la fonction de spectre M par (4b) est mal adaptée au calcul numérique; en particulier, les termes dominants dans les contributions M_H et M_W de la carène H et de la flottaison W s'annulent dans certains cas critiques.

Il est montré dans [17] que la fonction de spectre $M = M_H + M_W$ peut s'exprimer sous la forme alternative $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$, qui est définie par (3) où les deux fonctions d'amplitude \tilde{A}_H et \tilde{A}_W sont données par

$$\tilde{A}_H = i[(\hat{\beta}t_x - \hat{\alpha}t_y)\phi_s - (\hat{\beta}s_x - \hat{\alpha}s_y)\phi_t] / \sqrt{1-\mu^2} = i[(\hat{\alpha}n_x + \hat{\beta}n_y)\phi_z - n_z(\hat{\alpha}\phi_x + \hat{\beta}\phi_y)] \quad (5a)$$

$$\tilde{A}_W = -F^2[(t_x t_y + \hat{\alpha}\hat{\beta})\phi_t + t_y^2 n_z \sqrt{1-\mu^2} \phi^s] - i2Ff \hat{\beta}(\hat{\alpha}t_x + \hat{\beta}t_y)\phi + i(1+2Ff\hat{\alpha} - F^2\hat{\alpha}\hat{\alpha})(\hat{\beta}t_x - \hat{\alpha}t_y)\phi \quad (5b)$$

On notera que la fonction \tilde{A}_H est $O(1)$ comme la fonction A_H définie par (4a), alors que la fonction A_H définie

par (4b) est $O(k)$. Le comportement des fonctions de spectre \tilde{M}_H et N_H est donc semblable. Il est montré dans [27] et [19] que la nouvelle représentation de la fonction de spectre $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ définie par (5) est nettement mieux adaptée au calcul numérique que la représentation (4b). Cette propriété est illustrée, pour un cas particulier, dans la Fig.3 présentée dans la section 5.

La représentation $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ est obtenue dans [17] en utilisant la formule de Stokes pour transformer l'intégrale de surface M_H dans la représentation $M = M_H + M_W$. Ainsi, la formule de Stokes est appliquée deux fois : sur la surface libre (de manière classique pour transformer une intégrale sur la surface libre en une intégrale sur la ligne de flottaison) et, dans [17], sur la carène pour transformer l'intégrale de surface M_H . Une transformation analogue (intégration par parties) est aussi utilisée dans [17] pour transformer l'intégrale de ligne M_W .

L'expression (4b) contient le potentiel ϕ , alors que l'expression (5a) contient seulement la vitesse $\nabla\phi$. Le potentiel ϕ dans l'expression (5b) peut s'exprimer en terme de $\nabla\phi$ en utilisant la condition sur la surface libre (1). Il s'ensuit que la représentation $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ ne dépend pas du potentiel ϕ , mais seulement de $\nabla\phi$. Cette représentation et la représentation habituelle $M = M_H + M_W$ sont donc identifiées dans [17] comme les représentations du type vitesse et du type potentiel, respectivement, de la fonction de spectre M . On notera que la représentation $M_H + M_W$, ne dépendant pas du potentiel ϕ , peut être utilisée pour évaluer l'écoulement potentiel "lointain" correspondant à un écoulement "proche" défini par un champ de vitesse (sur une surface H entourant la carène) déterminé de manière expérimentale ou numérique (par exemple au moyen d'une résolution des équations de Navier-Stokes pour lesquelles ϕ n'est pas défini). La représentation $\tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ peut aussi être utile pour coupler une méthode de calcul proche de type Navier-Stokes et une méthode de calcul de type potentiel, comme dans Campana, Di Mascio, Esposito et Lalli [2], et Chen, Lin, et Weems [4].

On notera enfin que les représentations du type potentiel et du type vitesse, mathématiquement équivalentes et complémentaires, peuvent être combinées. Nous pouvons ainsi définir la famille de représentations composées $M = \Delta(M_H + M_W) + (1-\Delta)(\tilde{M}_H + \tilde{M}_W)$ où Δ est une fonction arbitraire. Il est montré dans [17] que la fonction Δ peut être choisie de manière à minimiser la contribution de la carène $\Delta M_H + (1-\Delta)\tilde{M}_H$.

Cette section, qui résume brièvement [17], a trait à la fonction de spectre M dans la représentation de Fourier-Kochin des effets de surface libre. Un autre aspect critique de la représentation de Fourier-Kochin a trait à l'évaluation numérique de la double intégrale de Fourier (2), dont l'intégrand est oscillatoire (rapidement pour de grandes valeurs de $\sqrt{\xi^2 + \eta^2}$) et singulier le long des courbes, dites "courbes de dispersion", définies par la relation de dispersion $D = (f - F\alpha)^2 - k = 0$. Les difficultés associées à l'évaluation numérique de l'intégrale de Fourier du type (2) sont en fait bien connues, et sont apparentes dans les études de Chang [3], Kobayashi [12], Inglis et Price [8], Guével et Bougis [6], Wu et Eatock Taylor [25], Hoff [7], Jankowski [10], Bougis et Coudray [1], et Iwashita et Ohkusu [9] où le calcul de (2) est examiné. Une méthode pratique et efficace pour évaluer l'intégrale (2) est manifestement un élément essentiel de la formulation de Fourier-Kochin. Cet aspect critique de la méthode est examiné dans [16], qui est résumé brièvement dans la prochaine section.

4. Décomposition "vagues et perturbation locale" de Fourier-Lighthill

La fonction de dispersion D_ε au dénominateur de (2) peut s'exprimer sous la forme $D_\varepsilon = D + i\varepsilon D_f$, où nous avons $D = (f - F\alpha)^2 - k$ et $D_f = 2(f - F\alpha)$ lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$. L'intégrale de Fourier (2) est donc de la forme

$$\phi^F = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha S \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] / (D + i\varepsilon D_f) \quad (6)$$

où nous avons $S = \{\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)], N, M\} \Sigma$ si $\phi^F = 4\pi^2 \{G^F, \psi^F, \chi^F\}$, respectivement.

L'intégrale (6) peut s'exprimer sous la forme $\phi^F = \phi_1 + \phi_2$ où ϕ_1 et ϕ_2 représentent les intégrales de Fourier définies par

$$\phi_1 = -i\pi \sum_{D=0} \int ds \text{sign}(D_f) S \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] / |\nabla D| \quad (7a)$$

$$\phi_2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha S \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] / D \quad (7b)$$

où nous avons $|\nabla D| = \sqrt{D_\alpha^2 + D_\beta^2}$ avec $D_\alpha = \partial D / \partial \alpha$ et $D_\beta = \partial D / \partial \beta$, et $\text{sign}(D_f) = 0$ si $D_f = 0$. La composante ϕ_1 est une intégrale simple le long de toutes les courbes où $D = 0$, c'est-à-dire des courbes de dispersion (ds est

l'élément différentiel d'arc de ces courbes et \sum indique que la contribution de toutes les courbes de dispersion doit être évaluée). La composante ϕ_2 est une intégrale double, manifestement singulière le long des courbes $D=0$, qui correspond à la limite formelle $\varepsilon=0$ de (6). La représentation $\phi^F = \phi_1 + \phi_2$ est mal adaptée au calcul numérique car les composantes ϕ_1 et ϕ_2 s'annulent largement dans certains cas. Cette propriété est illustrée, pour un cas particulier, dans la Fig.2 présentée dans la section 5.

Lorsque $\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \rightarrow \infty$, l'intégrale double ϕ_2 , et donc aussi l'intégrale $\phi^F = \phi_1 + \phi_2$, peut être approchée par une intégrale simple le long des courbes de dispersion. Nous avons donc $\phi^F \approx \phi^W$ lorsque $\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \rightarrow \infty$ avec

$$\phi^W = -i\pi \sum_{D=0} \int ds [\text{sign}(D_r) + \text{sign}(\xi D_\alpha + \eta D_\beta)] S \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] / |\nabla D| \quad (8a)$$

L'approximation asymptotique $\phi^F \approx \phi^W$ lorsque $\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \rightarrow \infty$ est due à Lighthill [14]. Le potentiel ϕ^W défini par l'intégrale (8a) le long des courbes de dispersion représente le champ de vagues lointain, dominant lorsque $\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \rightarrow \infty$, contenu dans le potentiel ϕ^F défini par (6).

Les effets de surface libre définis par le potentiel ϕ^F comprennent aussi une perturbation locale. Le potentiel représentant cette perturbation locale est défini par $\phi^F - \phi^W$. Il est montré dans [16] que le potentiel de perturbation locale $\phi^N = \phi^F - \phi^W$ est donné par l'intégrale double

$$\phi^N = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha S \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] / [D - i\varepsilon \text{sign}(\xi D_\alpha + \eta D_\beta)] \quad (8b)$$

où le dénominateur peut en fait être remplacé par D en dehors des courbes de dispersion. Le signe de l'expression $(\xi D_\alpha + \eta D_\beta)$ n'est donc significatif qu'au voisinage des courbes $D=0$.

Les effets de surface libre représentés par le potentiel ϕ^F défini par (6) peuvent donc s'exprimer sous la forme $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ où les potentiels ϕ^W et ϕ^N sont définis par (8) et correspondent à un champ de vagues et à une perturbation locale, respectivement. La représentation $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ du potentiel ϕ^F peut être considérée comme une extension de l'approximation lointaine $\phi^F \approx \phi^W$ due à Lighthill [14]. La décomposition $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ des effets de surface libre en un champ de vagues et une perturbation locale est plus satisfaisante que la décomposition $\phi^F = \phi_1 + \phi_2$, tant du point de vue analytique que numérique. Les représentations $\phi^W + \phi^N$ et $\phi_1 + \phi_2$ sont comparées, pour un cas particulier, dans la Fig.2 présentée dans la section 5. Le potentiel de perturbation locale ϕ^N est négligeable par rapport au potentiel de vagues ϕ^W dans le domaine lointain, mais est important au voisinage de la carène (et doit être pris en considération pour l'évaluation des coefficients d'influence).

L'expression (8b) peut être utile dans le cadre d'une étude analytique du potentiel de perturbation locale ϕ^N , notamment dans le cas où la fonction de spectre est égale à $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$ correspondant à la fonction de Green G ; l'expression (8b) est d'ailleurs utilisée à cet effet dans la section 7. L'expression (8b) peut également être utilisée pour l'évaluation numérique du potentiel de perturbation locale ϕ^N si le paramètre ε est choisi suffisamment petit. Cependant, il est montré dans [26] que l'expression (8b) n'est pas une base très pratique pour l'évaluation numérique de ϕ^N . Une expression pour le potentiel ϕ^N nettement mieux adaptée à l'évaluation numérique, obtenue dans [16], est

$$\phi^N \approx \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha [\Lambda^r + i \text{sign}(\xi D_\alpha + \eta D_\beta) \Lambda^i] S \exp[k\zeta - i(\alpha\xi + \beta\eta)] \quad (9a)$$

où les fonctions Λ^r et Λ^i sont définies par

$$\Lambda^r = [1 - P_r(\delta) \exp(-\delta^2/2)] / D \quad \Lambda^i = \sqrt{\pi/2} C_i P_i(\delta) \exp(-\delta^2/2) (\Omega/\sigma) / |\nabla D| \quad (9b)$$

avec

$$\delta = D / (\sigma W) \quad \Omega = [|\nabla D| - D \nabla W \cdot \nabla D / (W |\nabla D|)] / W \quad (9c)$$

De plus, nous avons :

$$P_i(\delta) = 1 - (4/3)\delta^2 + (2/5)\delta^4 - (4/105)\delta^6 + \delta^8/945 \quad C_i = 315/128 \quad (9d)$$

$$P_r(\delta) = 1 - 5\delta^2 + (10/3)\delta^4 - (2/3)\delta^6 + \delta^8/21 - \delta^{10}/945 \quad (9e)$$

Enfin, la fonction W et la constante σ , réelles et positives, définissent la largeur des "bandes de dispersion" $-4\sigma W \leq D \leq 4\sigma W$ définies au voisinage des courbes de dispersion $D=0$. Le choix de la largeur $8\sigma W$ des bandes de dispersion doit respecter certaines contraintes, notées dans [16].

L'analyse et les expressions données dans [16] sont valides non seulement dans le cadre, considéré ci-dessus, de la représentation des effets de surface libre définie par (6), mais aussi dans le cadre plus général de l'analyse de vagues en milieu dispersif défini par une représentation de Fourier du type (6), où D_ϵ est la fonction de dispersion caractérisant le milieu dispersif considéré. La représentation de Fourier-Lighthill $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ définie par (8) et (9) est illustrée dans [26] pour deux cas particuliers correspondant à la diffraction-radiation par une structure offshore sans vitesse d'avance ($F=0$) et à l'écoulement permanent ($f=0$) dû à un navire avançant en mer calme. Enfin, l'expression (8a) est appliquée au cas d'un navire avançant dans une houle régulière dans [18] et [5], qui sont brièvement résumées dans la section 6. La représentation de Fourier-Lighthill (8) est également utilisée dans la section 7 pour analyser la fonction de Green de la diffraction-radiation à faible vitesse d'avance, avançant en eau calme.

5. Illustrations de la théorie de Fourier-Kochin-Lighthill

La formulation de Fourier-Kochin et la représentation de Fourier-Lighthill, brièvement résumées dans les sections 3 et 4, constituent la base théorique de la méthode de Fourier-Kochin-Lighthill pour l'analyse fréquentielle de la diffraction-radiation par un navire ou une structure offshore. Certains aspects numériques essentiels de la théorie de Fourier-Kochin-Lighthill élaborée dans [17] et [16] sont illustrés dans [27] et [26]. Ces illustrations sont brièvement résumées dans cette section pour le cas particulier de l'écoulement permanent dû à un navire

Dans le cas particulier ($f=0$) maintenant considéré, nous avons $D = F^2\alpha^2 - k$ et $\text{sign}(D_f) = -\text{sign}(\alpha)$, et la relation de dispersion $D = 0$ définit les deux courbes de dispersion $\alpha = \pm \alpha_0(\beta)$ où la fonction $\alpha_0(\beta)$ est donnée par

$$F^2\alpha_0 = \sqrt{[1 + \sqrt{1 + 4(F^2\beta)^2}] / 2} \quad (10a)$$

Ces courbes coupent l'axe $\beta = 0$ aux points $\alpha = \pm 1/F^2$. La relation de dispersion est symétrique par rapport aux axes $\alpha = 0$ et $\beta = 0$, de telle sorte que l'intégration le long des courbes de dispersion et dans le plan de Fourier dans (8) et (9) peut être réduite au quadrant ($\alpha \geq 0, \beta \geq 0$).

Les composantes ϕ^W et ϕ^N dans la représentation de Fourier-Lighthill sont définies dans [26] par

$$\phi^F = \phi^N \quad \text{si } \xi \geq 0 \quad \phi^F = \phi^N + \phi^W \quad \text{si } \xi < 0 \quad (10b)$$

avec :

$$\phi^W = -4\pi \int_0^\infty [F^2\alpha_0\sqrt{1+4(F^2\beta)^2}] \exp(F^2\zeta\alpha_0^2) \text{Im}\{\hat{S}(\alpha = \alpha_0, \beta)\} d\beta \quad (10c)$$

$$\phi^N = 2 \int_0^\infty d\beta \int_0^\infty d\alpha \exp(k\zeta) [\Lambda^r \text{Re}\{\hat{S}(\alpha, \beta)\} - \text{sign}(\xi) \Lambda^i \text{Im}\{\hat{S}(\alpha, \beta)\}] \quad (10d)$$

où la convention $\text{sign}(\xi) = 1$ si $\xi = 0$ est adoptée. De plus, les fonctions Λ^r et Λ^i sont données par (9b) et (9c) où la fonction W contrôlant la largeur des bandes de dispersion est définie par $W = \sqrt{F^2k} / [1 + 1/(F^2k^2)]$ et le paramètre σ peut être choisi égal à 1/4. Enfin, la fonction \hat{S} dans (10c) et (10d) est définie par

$$\hat{S}(\alpha, \beta) = [S(\alpha, \beta) \exp(-i\beta\eta) + S(\alpha, -\beta) \exp(i\beta\eta)] \exp(-i\alpha\xi) \quad (10e)$$

où S est la fonction de spectre dans (6), (8) et (9). Dans le cas particulier où la fonction de spectre S est définie par $4\pi^2 S = \exp[kz + i(\alpha x + \beta y)]$ les expressions (10e) et (10c), où le changement de variable $F^2\beta = t\sqrt{1+t^2}$ est effectué, donnent

$$F^2G^W = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \exp[(1+t^2)(\zeta+z)/F^2] \cos[t\sqrt{1+t^2}(\eta-y)/F^2] \sin[\sqrt{1+t^2}(\xi-x)/F^2] dt$$

en accord avec l'expression (obtenue de manière classique par une intégration de contour dans le plan complexe) pour la composante de vagues de la fonction de Green donnée par Ponizy et al [23].

Les potentiels $\phi^F(\xi, \eta)$, $\phi^W(\xi, \eta)$ et $\phi^N(\xi, \eta)$ définis par les expressions (10) sont représentés dans la Fig.2 pour $-1 \leq \xi \leq 1$ et une valeur constante de η égale à 0.05. Les potentiels $\phi_1(\xi, \eta)$ et $\phi_2(\xi, \eta)$ définis par les expressions (7), ou plus précisément par des expressions correspondantes à (7) pour le cas particulier d'écoulement permanent considéré dans cette section, sont également représentés afin de comparer les représentations $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ et $\phi^F = \phi_1 + \phi_2$. Les potentiels ϕ^F , ϕ^W , ϕ^N , ϕ_1 et ϕ_2 représentés dans la Fig.2

correspondent à une fonction de spectre S donnée par

$$S(\alpha, \beta) = hh' \delta' \exp[-(F^2 \beta / 4)^4] (\sin \gamma / \gamma) (\sin \gamma' / \gamma') [1 - \exp(-k \delta')] / (k \delta')$$

où nous avons $\gamma = (\alpha + \sigma \beta) h / 2$ et $\gamma' = (\alpha + \sigma' \beta) h' / 2$ avec $h = 0.05$, $\sigma = 0.1$, $h' = 0.04$, $\sigma' = 0.2$ et $\delta' = 0.01$. Cette fonction de spectre représente un modèle simple de fonction de spectre associée au calcul de coefficients d'influence. Plus précisément, la fonction de spectre S correspond au potentiel d'une distribution uniforme de sources sur le segment défini par $y - Y = \sigma(x - X)$ avec $-h/2 \leq x - X \leq h/2$. L'influence de ce potentiel est évaluée par intégration, correspondant à une méthode de Galerkin, sur une facette plane rectangulaire définie par $y - Y' = \sigma'(x - X')$ et $-\delta' \leq z \leq 0$. Enfin, nous avons $\xi = X' - X$, $\eta = Y' - Y$ et $\zeta = Z' + Z = 0$.

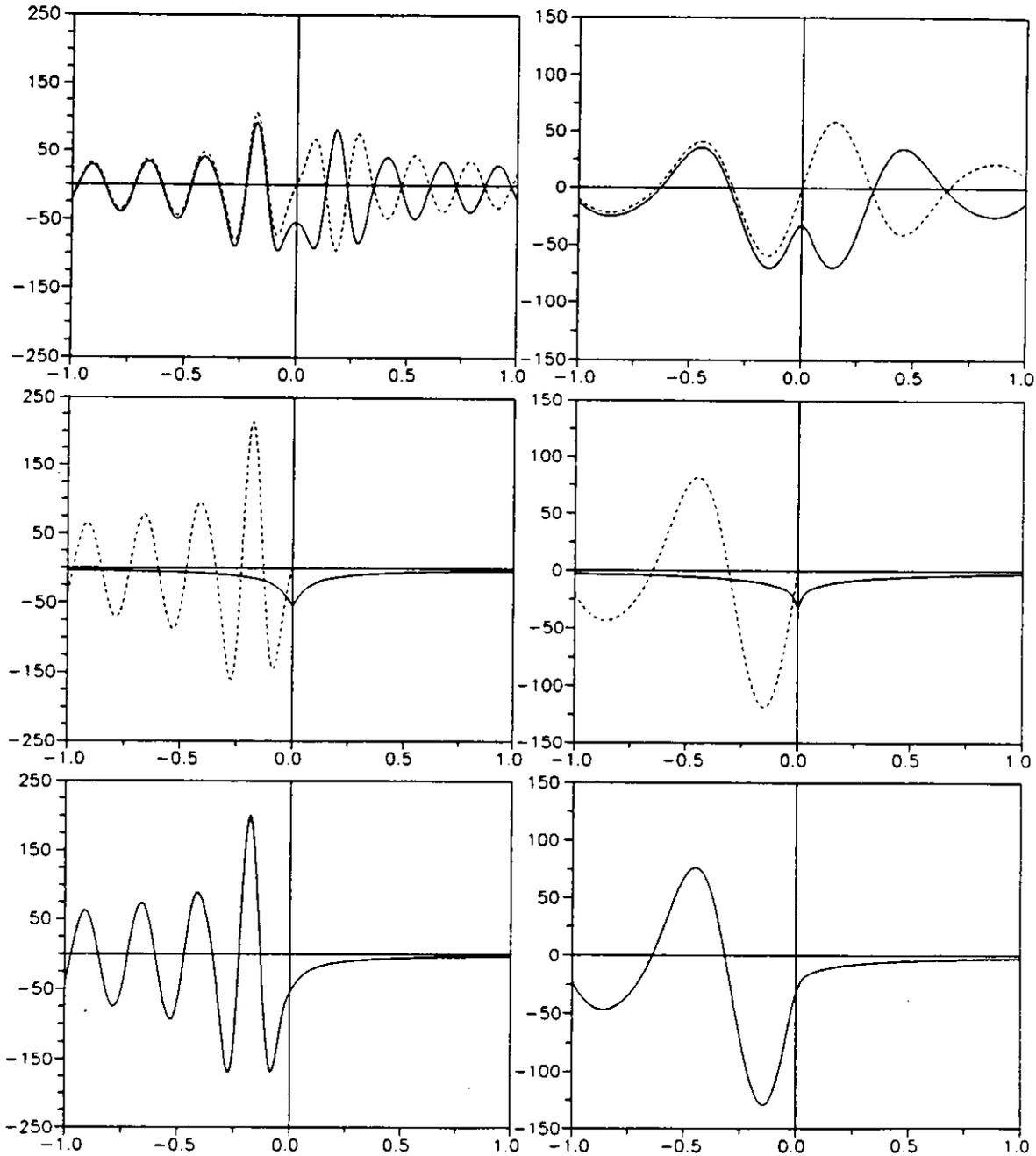


Fig.2 comparaison des représentations $\phi^F(\xi) = \phi^W(\xi) + \phi^N(\xi)$ et $\phi^F(\xi) = \phi_1(\xi) + \phi_2(\xi)$ des effets de surface libre.

La Fig.2 est divisée en deux colonnes, qui correspondent à des valeurs du nombre de Froude égales à 0.2 (colonne gauche) et 0.35 (colonne droite), et trois lignes qui représentent les potentiels ϕ^F (ligne du bas), ϕ^W et ϕ^N (ligne du milieu) et ϕ_1 et ϕ_2 (ligne du haut). On notera que les potentiels ϕ^F , ϕ^W , ϕ^N , ϕ_1 et ϕ_2 sont normalisés par le facteur $2hh'\delta' = 0.00004$ dans la Fig.2. Le potentiel ϕ^F (ligne du bas) est oscillatoire pour $\xi < 0$ (à l'aval de la distribution de sources) mais varie de manière monotone et décroît rapidement pour $\xi > 0$. La ligne du milieu montre que le potentiel du champ de vagues ϕ^W (courbe pointillée) est nul pour $\xi \geq 0$, en accord avec (10b), et que le potentiel de perturbation locale ϕ^N s'atténue rapidement et n'est important qu'au voisinage de la distribution de sources. Enfin, la ligne du haut montre que les potentiels ϕ_1 (courbe pointillée) et ϕ_2 sont oscillatoires, et que ces deux composantes (qui sont des fonctions impaire et paire de ξ , respectivement) s'ajoutent pour $\xi < 0$ (où nous avons $\phi_1 + \phi_2 = \phi^W + \phi^N = \phi^W$) mais s'annulent largement pour $\xi > 0$ (où nous avons $|\phi_1 + \phi_2| = |\phi^N| \ll |\phi_1| \approx |\phi_2|$). La représentation de Fourier-Lighthill $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ est manifestement préférable à la représentation $\phi^F = \phi_1 + \phi_2$, tant du point de vue analytique que numérique.

Les représentations du type potentiel $M = M_H + M_W$ et du type vitesse $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$, présentées dans [17] et brièvement résumées dans la section 3, sont comparées dans [27] dans le cadre (très important en pratique pour la résolution numérique d'équations intégrales) de l'évaluation des coefficients d'influence associés aux effets de surface libre. Les illustrations numériques des représentations $M = M_H + M_W$ et $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ de la fonction de spectre M (associée au potentiel χ^F dans l'équation intégrale $\phi/2 + \chi = \psi$) sont résumées très brièvement ici. Nous ne considérons que la composante de vagues χ^W (qui a un rôle dominant, comme le démontre la Fig.2) dans la représentation de Fourier-Lighthill $\chi^F = \chi^W + \chi^N$. Ainsi, les contributions χ^S et χ^N , qui représentent des perturbations locales, dans la décomposition $\chi = \chi^S + \chi^N + \chi^W$ sont ignorées ici pour raisons de simplicité.

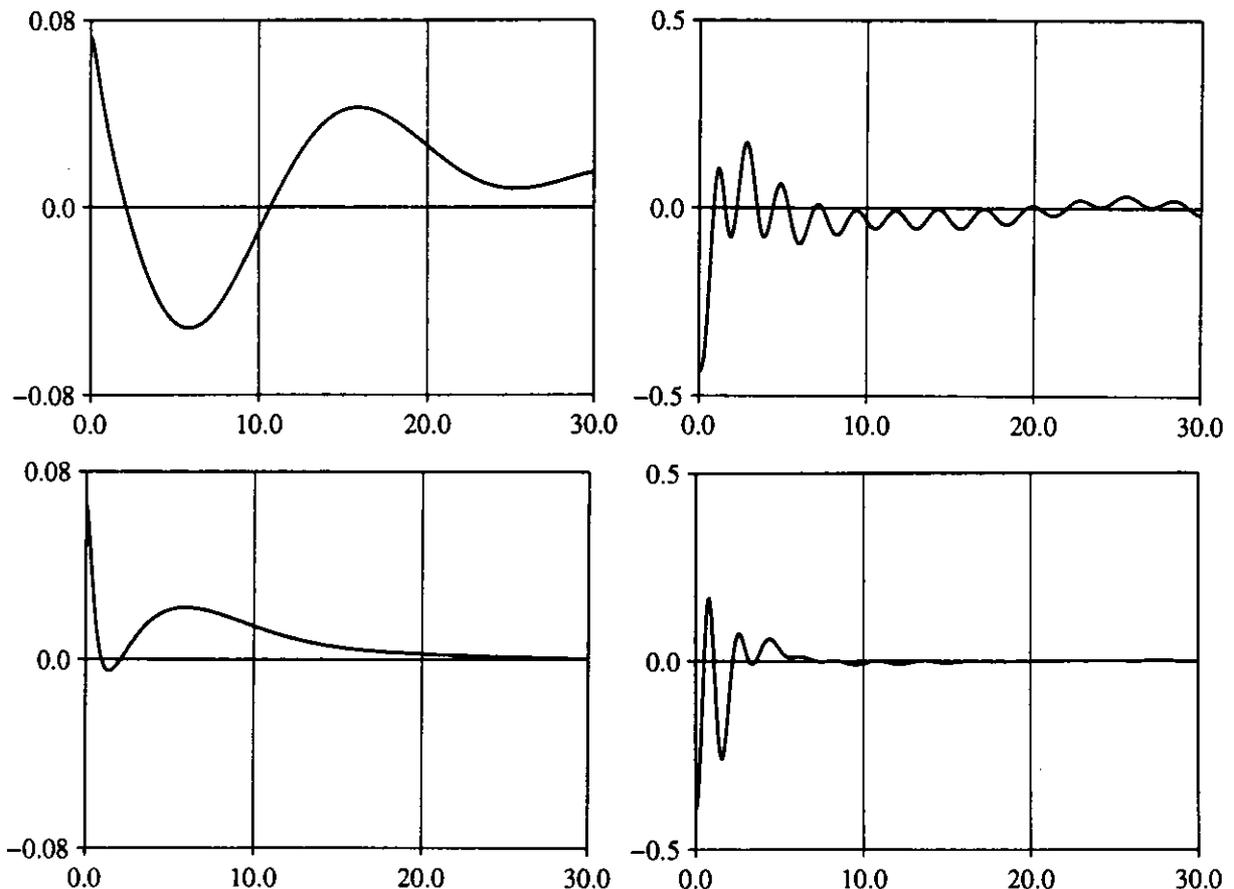


Fig.3 Comparaison des représentations du type potentiel $M = M_H + M_W$ et du type vitesse $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ de la "fonction de spectre noyau" dans la formulation de Fourier-Kochin.

Nous considérons donc le potentiel de vagues χ^W défini par (10c), (10a) et (10e) où la fonction de spectre S correspond à un cas représentatif du calcul de coefficients d'influence. Plus précisément, on considère le potentiel χ^W associé aux distributions de doublets définies par (3), (4b) et (5) sur une facette rectangulaire plane contenue dans un plan vertical. Le cas représentatif mais simple d'une variation bilinéaire du potentiel ϕ dans (4b) et (5) est examiné. Les potentiels de vagues dus à ces distributions de doublets sont évalués sur une facette "influencée" qui est aussi rectangulaire, plane, et contenue dans un plan vertical. Les facettes "influençante" et "influencée" touchent la surface libre, et la facette influençante est située à l'avant du navire. Les coefficients d'influence sont considérés pour deux positions de la facette influencée : à l'avant du navire (comme la facette influençante) et au milieu du navire.

De plus, les coefficients d'influence sont évalués de deux manières, correspondantes à la méthode de collocation habituelle et à une méthode de Galerkin. Plus précisément, le potentiel χ^W est intégré sur un quart de la facette influencée, au voisinage d'un des quatre coins de la facette, dans la version simplifiée de la méthode de Galerkin considérée ici. Cette méthode correspond à une collocation par domaine (sur une portion de facette) plutôt qu'une collocation par point. Le point de collocation (et donc aussi la "sous facette" de collocation correspondante) est choisi à la surface libre.

Les intégrands de l'intégrale de vagues (10c) associés à la représentation $M = M_H + M_W$ avec "collocation-point" présentée en haut de la Fig.3 et à la représentation $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ avec "collocation-intégrée" présentée en bas de la Fig.3 sont comparées pour $0 \leq F^2\beta \leq 30$ (le nombre de Froude est choisi égal à 0.25) et pour deux cas correspondants à deux positions de la facette influencée : à l'avant (colonne gauche) ou au milieu (colonne droite) du navire. La Fig.3 montre que l'intégrand de l'intégrale de vagues (10c) définissant le coefficient d'influence χ^F s'atténue rapidement pour la représentation $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ avec "collocation-intégrée". Cette figure cependant ne démontre pas que l'intégrale de Fourier (10c) est convergente pour la représentation $M = M_H + M_W$ avec "collocation-point", ce qui correspond à la méthode habituellement utilisée (de manière directe ou indirecte). Des différences importantes existent donc entre les deux formulations mathématiques comparées dans la Fig.3, et la formulation du type vitesse $M = \tilde{M}_H + \tilde{M}_W$ donnée dans [17] apparaît nettement préférable du point de vue du calcul numérique.

6. Application à la tenue à la mer avec vitesse d'avance

La représentation de Fourier-Lighthill de champs de vagues et de perturbations locales en milieux dispersifs, présentée dans [16] et résumée dans la section 4, est appliquées dans [18] et [5] à l'analyse de la diffraction-radiation par un navire avançant dans une houle régulière (écoulement harmonique temporel avec vitesse d'avance). Cette application de la représentation de Fourier-Lighthill, importante pour les applications qui nous intéressent ici, est résumée très brièvement ci-dessous.

La fonction de dispersion $D_\epsilon = (f + i\epsilon - F\alpha)^2 - k$ est symétrique par rapport à l'axe $\beta = 0$. Il s'ensuit que l'intégration (8) le long des courbes de dispersion $D = 0$ et dans le plan de Fourier peut être réduite au demi plan $\beta \geq 0$. Ainsi, le potentiel de vagues ϕ^W est donné par

$$\phi^W = -i\pi \sum_{D=0} \int ds [u(\alpha, \beta) S(\alpha, \beta) \exp(-i\beta\eta) + u(\alpha, -\beta) S(\alpha, -\beta) \exp(i\beta\eta)] \exp(k\xi - i\alpha\xi) / |\nabla D| \quad (11)$$

où $|\nabla D| = \sqrt{1 + 4F(f - F\alpha)\alpha/k + 4F^2(f - F\alpha)^2}$ et $u = \text{sign}(f - F\alpha) - \text{sign}[\alpha\xi + \beta\eta + 2F(f - F\alpha)k\xi]$.

Pour des valeurs du nombre de Strouhal τ inférieures à $1/4$, la relation de dispersion $D = 0$ définit trois courbes distinctes, situées dans les intervalles $-\infty < \alpha \leq \alpha_o^-$, $\alpha_i^- \leq \alpha \leq \alpha_i^+$ et $\alpha_o^+ \leq \alpha < \infty$. Si $\tau = 1/4$, nous avons $\alpha_o^- = \alpha_i^- = -f/F$, et les deux premiers intervalles sont joints. Pour $\tau > 1/4$, nous avons deux courbes de dispersion distinctes situées dans les intervalles $-\infty < \alpha \leq \alpha_i^+$ et $\alpha_o^+ \leq \alpha < \infty$. En fait, il est utile de diviser la courbe de dispersion située dans l'intervalle $(-\infty, \alpha_i^+]$ en deux parties correspondantes aux intervalles $(-\infty, -f/F]$ et $[-f/F, \alpha_i^+]$. Ainsi trois courbes de dispersion sont définies pour $\tau > 1/4$, comme pour $\tau < 1/4$.

Le potentiel de vagues ϕ^W défini par (11) peut donc s'exprimer sous la forme $\phi^W = \phi_i^W + \phi_o^W + \phi_+^W$ où les potentiels ϕ_i^W , ϕ_o^W et ϕ_+^W représentent les contributions des trois courbes de dispersion, situées dans les intervalles $[\alpha_i^-, \alpha_i^+]$, $(-\infty, \alpha_o^-]$ et $[\alpha_o^+, \infty)$ si $\tau < 1/4$ ou dans les intervalles $[-f/F, \alpha_i^+]$, $(-\infty, -f/F]$ et $[\alpha_o^+, \infty)$ si $\tau > 1/4$. Les intersections α_o^\pm et α_i^\pm des courbes de dispersion avec l'axe $\beta = 0$ sont définies par

$$\alpha_o^\pm F/f = \pm(1 + \sqrt{1 \pm 4\tau})^2 / (4\tau) \quad \alpha_i^\pm F/f = \pm(1 - \sqrt{1 \pm 4\tau})^2 / (4\tau)$$

La composante ϕ_i^W correspond à un système de vagues concentriques se propageant en anneaux, complets si $\tau < 1/4$ ou ouverts si $\tau > 1/4$. Dans le cas particulier $\tau = 0$, l'expression pour la composante ϕ_i^W donnée dans

[18] est identique à l'expression, donnée dans [26], pour le champs de vagues de diffraction-radiation sans vitesse d'avance. La composante ϕ_-^W correspond à un système de vagues en forme de V si $\tau < 1/4$ ou en forme d'éventail si $\tau > 1/4$. Enfin, la composante ϕ_+^W correspond à un système de vagues en forme de V, pour $\tau < 1/4$ comme pour $\tau > 1/4$. Dans le cas particulier $\tau = 0$, le potentiel de vagues $\phi_-^W + \phi_+^W$ est identique au potentiel ϕ^W correspondant à un écoulement permanent et défini par (10c) dans la section 5.

Les expressions pour les composantes ϕ_i^W , ϕ_-^W et ϕ_+^W dans la représentation $\phi^W = \phi_i^W + \phi_-^W + \phi_+^W$ du champ de vagues généré par un navire avançant dans une houle régulière sont données dans [18] et illustrées dans [5]. Ces expressions sont des intégrales de Fourier simples très bien adaptées au calcul numérique (les intégrands de ces intégrales sont continus, sauf dans le cas spécial $\tau = 1/4$). Un aspect important et utile (pour l'analyse comme pour les calculs numériques) de la représentation de Fourier-Lighthill est que cette représentation fournit une description analytique simple et explicite des divers systèmes, relativement complexes, de vagues généré par un navire avançant dans une houle régulière.

Comme les expressions (10), les expressions pour les composantes ϕ_i^W , ϕ_-^W et ϕ_+^W données dans [18] sont valides pour une fonction de spectre S arbitraire (c'est-à-dire pour une distribution arbitraire de sources et de doublets), notamment les fonctions de spectre définies dans le cadre de la formulation de Fourier-Kochin. La représentation de Fourier-Lighthill peut aussi être utilisée pour l'analyse de fonctions de Green associées à la condition sur la surface libre. Une telle application de la représentation de Fourier-Lighthill est en fait présentée dans la section 7.

7. Application à la diffraction-radiation à faible vitesse d'avance

Nous considérons maintenant la fonction de Green correspondant au cas particulier de la diffraction-radiation à faible vitesse d'avance, pour lequel nous avons $F \ll 1$ et $\tau \ll 1$. Les courbes de dispersion associées aux composantes ϕ_i^W et ϕ_\pm^W dans la représentation $\phi^W = \phi_i^W + \phi_-^W + \phi_+^W$ définie dans la section précédente coupent l'axe $\beta = 0$ aux points $\alpha_\pm^* \approx \pm f^2$ et $\alpha_0^* \approx \pm 1/F^2$, et le nombre d'onde k correspondant aux composantes de vagues ϕ_i^W et ϕ_\pm^W est donné par $k_i = O(f^2)$ et $k_\pm = O(1/F^2)$. Nous avons donc $k_i \ll k_\pm$ (puisque $\tau = fF \ll 1$), de telle sorte que les vagues (se propageant en forme de V) associées à ϕ_\pm^W , de longueur très petite par rapport à celle des vagues (se propageant en anneaux concentriques) associées à ϕ_i^W , peuvent être négligées. Ainsi, seule la composante ϕ_i^W est considérée ici.

Plus précisément, nous considérons les composantes G^N et $G^W \approx G_i^W$ dans la représentation $G = G^S + G^N + G^W$ de la fonction de Green associée à la diffraction-radiation à faible vitesse d'avance. La composante G^S est définie par $4\pi G^S = -(1/r + 1/r')$ où r et r' sont les distances entre le point $(\xi, \eta, \zeta \leq 0)$ d'observation de l'écoulement et la source $(x, y, z \leq 0)$ et son image $(x, y, -z)$ par rapport à la surface libre. Les composantes G^W et G^N sont définies par (8) où la fonction de spectre S est égale à $\exp[kz + i(\alpha x + \beta y)] / (4\pi^2)$.

La courbe de dispersion associée au potentiel G_i^W est (avec une erreur d'ordre τ^2) un cercle de rayon égal à f^2 et centré au point $(-2\tau f^2, 0)$. Il est donc pratique d'effectuer la translation $(\alpha', \beta) = (\alpha + 2\tau f^2, \beta)$ de l'origine du plan de Fourier. La composante de vagues G^W est donnée par

$$2G^W \approx -f^2 \exp(Z + i2\tau X) \left\{ \tilde{E}_0(R) + iJ_0(R) + i2\tau (X/R) [\tilde{E}_1(R) + iJ_1(R)] (1+Z) \right\} + O(\tau^2) \quad (12a)$$

où $(X, Y, Z) = f^2 (\xi - x, \eta - y, \zeta + z)$, $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, et $J_{0,1}(R)$ et $\tilde{E}_{0,1}(R)$ sont respectivement les fonctions de Bessel et de Weber. La perturbation locale G^N est définie par

$$2\pi G^N \approx -f^2 \left\{ N_0 + i2\tau X [N_1(1+Z)R + N_0 + 1/\sqrt{R^2 + Z^2}] \right\} + O(\tau^2) \quad (12b)$$

où les fonctions $N_0(R, Z)$ et $N_1(R, Z)$ sont identiques aux fonctions définies dans Noblesse [15], Telste et Noblesse [24] et Ponizy & al [23] dans le cadre de la fonction de Green associée à la diffraction-radiation sans vitesse d'avance (on notera que $N_1 = -\partial N_0 / \partial R$).

Nous avons $\exp(i2\tau X) = 1 + i2\tau X$ lorsque $X \rightarrow 0$. Si cette approximation est utilisée dans (12a), nous obtenons

$$G^W \approx G_0^W + \tau G_1^W \quad \text{avec} \quad 2G_0^W = -f^2 \exp(Z) [\tilde{E}_0(R) + iJ_0(R)] \quad (13a)$$

$$G_1^W = -if^2 \exp(Z) \left\{ X [\tilde{E}_0(R) + iJ_0(R)] + [\tilde{E}_1(R) + iJ_1(R)] (1+Z) X/R \right\} \quad (13b)$$

De même, (12b) donne immédiatement

$$G^N \approx G_0^N + \tau G_1^N \quad \text{avec} \quad 2\pi G_0^N = -f^2 N_0 \quad (13c)$$

$$\pi G_1^N = -if^2 X [N_1(1+Z)/R + N_0 + 1/\sqrt{R^2+Z^2}] \quad (13d)$$

On peut vérifier que $(G_1^N + G_1^W) = -2if^2 \partial^2 (G_0^N + G_0^W) / \partial X \partial k_0$ (où $k_0 = f^2$) en accord avec Nossen et al. [21]. Les expressions données dans [21] correspondent donc à une "approximation proche" ($X \rightarrow 0$) des expressions (12) obtenues ici au moyen de la représentation de Fourier-Lighthill.

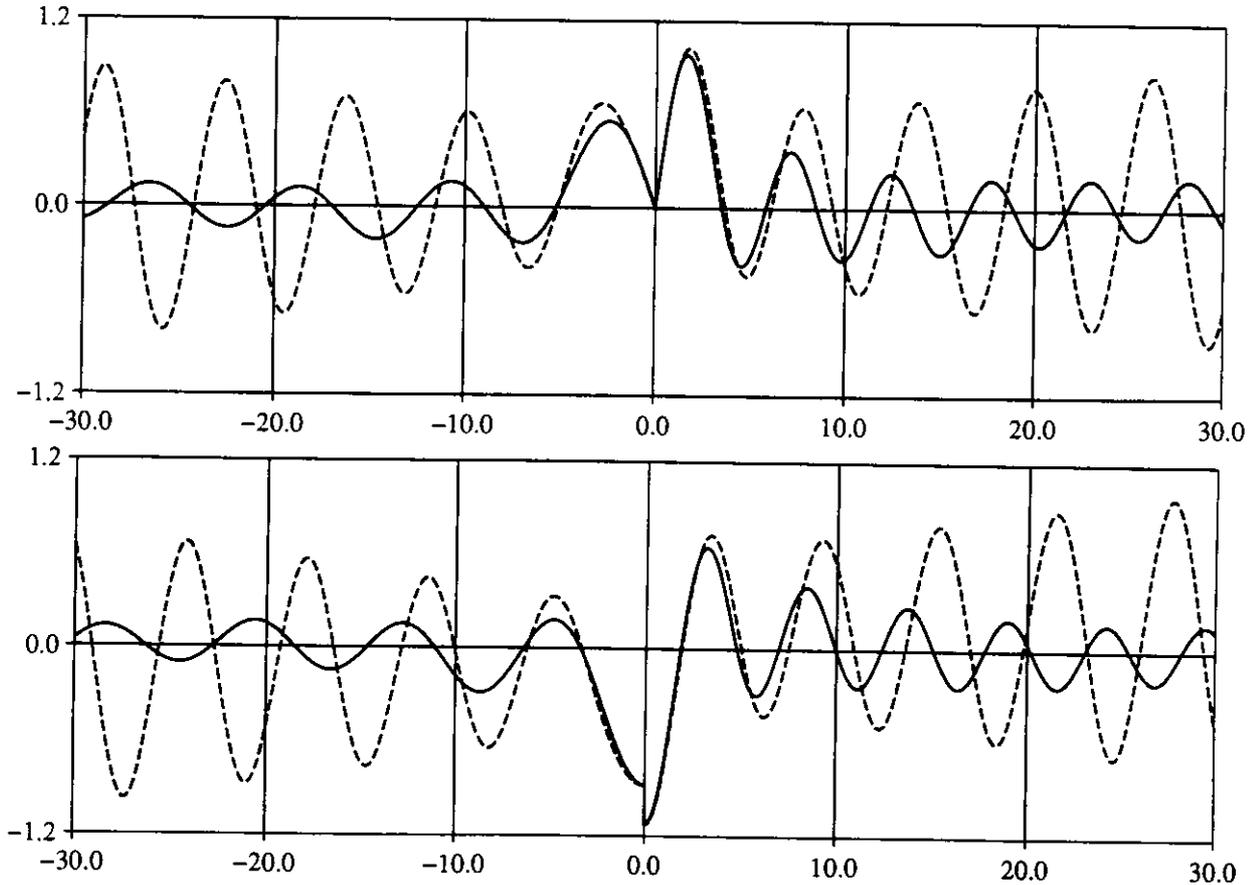


Fig.4 Comparaison de l'approximation $G_0^W + \tau G_1^W$ avec l'expression G^W donnée par la représentation de Fourier-Lighthill pour la fonction de Green de la diffraction-radiation au petit nombre de Strouhal $\tau = 0.1$.

La Fig.4 représente la partie réelle (ligne du haut) et la partie imaginaire (ligne du bas) des composantes de vagues définies par (12a) et (13a) et (13b) pour une valeur du nombre de Strouhal égale à 0.1. Plus précisément, la fonction $2G^W/f^2$ est représentée dans la Fig.4 pour $-30 \leq X \leq 30$ avec $Y = 0 = Z$. Cette figure montre que les expressions (12a) et (13a,b), identifiées par des courbes en trait continu et en trait discontinu, sont différentes sauf pour de petites valeurs de X . L'approximation (13a,b), contenant le terme séculaire $X[E_0(R) + iJ_0(R)]$, croît lorsque $|X| \rightarrow \infty$, alors que la fonction G^W définie par (12a) s'atténue comme il convient. De plus, les effets de Doppler ne sont pas représentés par l'approximation (13a,b).

Cette application au cas particulier de la diffraction-radiation à faible vitesse d'avance, montre qu'une fois de plus la représentation de Fourier-Lighthill donne des expressions simples et explicites pour le potentiel ϕ^F des effets de surface libre. Numériquement, la fonction de Green $G^F = G^W + G^N$ (12) peut facilement être obtenue en modifiant un modèle existant de diffraction-radiation sans vitesse d'avance, puisque G^W (12a) et G^N (12b) ne dépendent que de termes déjà calculés. A l'approximation d'ordre τ , les effets de faible vitesse d'avance du navire (ou de courant sur une structure offshore) sont donc pris en compte correctement.

8. Conclusion

Nous avons brièvement résumé la théorie de Fourier-Kochin-Lighthill élaborée par les auteurs dans [17], [27], [16], [26], [18], [5] et [19]. Cette théorie de la diffraction-radiation par un navire avançant dans une houle régulière est basée sur une représentation de Fourier, donnée par (6), des effets de surface libre, et sur une élaboration des études classiques de Kochin [13] et de Lighthill [14].

Ainsi, les expressions (3) et (4) pour les fonctions de spectre N et M sont une extension triviale de la formulation donnée par Kochin [13] dans les cas particuliers de la diffraction-radiation par une structure offshore sans vitesse d'avance et de l'écoulement permanent dû à un navire avançant dans une mer calme. La nouvelle représentation, donnée par (5), de la fonction de spectre M associée au noyau de l'équation intégrale est une modification de la formulation de Kochin qui est importante pour les calculs numériques, comme le démontre la Fig.3.

La représentation $\phi^F = \phi^W + \phi^N$ de Fourier-Lighthill donnée par (8) et (9), qui définit les effets de surface libre ϕ^F comme une superposition d'un champ de vagues ϕ^W et d'une perturbation locale non-oscillatoire ϕ^N , est une extension directe de l'approximation $\phi^F \approx \phi^W$ des vagues lointaines due à Lighthill [14]. Un aspect important et utile (pour l'analyse comme pour les calculs numériques) de la représentation de Fourier-Lighthill est que cette représentation fournit une description analytique simple des divers systèmes de vagues générés par un navire avançant dans une houle régulière. De plus, l'expression de la composante de perturbation locale ϕ^N donnée par (9) est très bien adaptée au calcul numérique.

La représentation de Fourier-Lighthill (8), (9) et l'expression (5) pour la fonction de spectre noyau M dans la formulation de Fourier-Kochin, fournissent une nouvelle base théorique pour la résolution numérique du problème, difficile mais fondamental, de la diffraction-radiation par un navire avançant dans une houle régulière.

Remerciements: Le travail du 3ème auteur a été financé par l'*Independent Research Program* du *David Taylor Model Basin*.

Références

- [1] **Bougis J.** et **Coudray T.** 1991 : "Méthodes rapides de calcul des fonctions de Green des problèmes de Neumann-Kelvin et de diffraction-radiation avec vitesse d'avance". Actes de 3es Journées de l'Hydrodynamique, Grenoble, France, pp17-30.
- [2] **Campana E., Di Mascio A., Esposito P.G.** et **Lalli F.** 1993 : "Domain decomposition in free surface viscous flows". Proceedings of 6th Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa City.
- [3] **Chang M.S.** 1977 : "Computations of three-dimensional ship motions with forward speed". 2nd Intl Conf. on Numerical Ship Hydro., Berkeley, pp124-135.
- [4] **Chen H.C., Lin W.M.** et **Weems K.M.** 1993 : "Interactive zonal approach for ship flow including viscous nonlinear wave effects". Proceedings of 6th Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa City.
- [5] **Chen X.B., Noblesse F.** et **Yang C.** 1995 : "Time-harmonic waves radiated by ships or offshore structures, part 2: illustrative applications".
- [6] **Guével P.** et **Bougis J.** 1982 : "Ship motions with forward speed in infinite depth". Intl Shipbuilding Progress, 29, pp103-117.
- [7] **Hoff J.R.** 1990 : "Three-dimensional Green function of a vessel with forward speed in waves". Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Report No:1990:71.
- [8] **Inglis R.B.** et **Price W.G.** 1982 : "A three-dimensional ship motion theory - the hydrodynamic coefficients with forward speed". Trans. Royal Inst. Nav. Arch., U.K. 124, pp141-157.
- [9] **Iwashita H.** et **Ohkusu M.** 1992 : "The Green function method for ship motions at forward speed". Ship Technology Research, Vol:39, pp3-21.
- [10] **Jankowski J.** 1990 : "Fundamental solution of linear hydrodynamic boundary-value problems". Polski Rejestr Statkow, Gdansk, Poland, Report No:45.

- [11] **Kashiwagi M.** 1992 : "Added resistance, wave-induced steady sway force and yaw moment on an advancing ship". *Ship Technology Research*, 39-1, pp3-16.
- [12] **Kobayashi M.** 1981 : "On the hydrodynamic forces and moments acting on a three-dimensional body with a constant forward speed". (in Japanese), *Jl Soc. Nav. Arch. Japan*, 150, pp175-189.
- [13] **Kochin N.E.** 1937 : "On the wavemaking resistance and lift of bodies submerged in water"; 1940 "The theory of waves generated by oscillations of a body under the free surface of a heavy incompressible fluid". English translation in *Technical and Research Bulletins No:1-8 (1951) et 1-10 (1952) of the Soc. Nav. Arch. and Mar. Eng.*
- [14] **Lighthill M.J.** 1967 : "On waves generated in dispersive systems by travelling forcing effects, with applications to the dynamics of rotating fluids". *Jl Fluid Mech.* Vol.27, pp725-752.
- [15] **Noblesse F.** 1982 : "The Green function in the theory of radiation and diffraction of regular water waves by a body". *Jl Engg Math.* 16 pp137-169.
- [16] **Noblesse F. et Yang C.** 1994 : "Fourier-Lighthill representation of near-field dispersive waves - Part 1 : general results".
- [17] **Noblesse F. et Yang C.** 1994 : "Fourier-Kochin formulation of wave diffraction-radiation by ships or offshore structures - Part 1 : alternative mathematical representations".
- [18] **Noblesse F., Chen X.B. et Yang C.** 1994 : "Time-harmonic waves radiated by ships or offshore structures - Part 1: Fourier-Lighthill representation".
- [19] **Noblesse F., Yang C. et Chen X.B.** 1994 : "Fourier-Kochin formulation of wave diffraction-radiation by ships or offshore structures : asymptotic analysis and waterline singularities".
- [20] **Noblesse F., Lin W.M. et Mellish R.** 1990 : "Alternative mathematical expressions for the steady wave spectrum of a ship". *J. Ship Research*, Vol.34, pp149-162.
- [21] **Nossen J., Grue. J. et Palm E.** 1991 : "Wave forces on three-dimensional floating bodies with small forward speed", *Jl Fluid Mech.* Vol.227, pp135-160.
- [22] **Pawlowski J.** 1992 : "A nonlinear theory of ship motions". *Proceedings of 19th Symposium on naval hydrodynamics, Seoul, Korea.*
- [23] **Ponizy B., Noblesse F., Ba M. et Guilbaud M.** 1994 : "Numerical evaluation of free-surface Green functions". *Jl Ship Research*, Vol.38, pp193-202.
- [24] **Telste J.G. et Noblesse F.** 1986 : "Numerical evaluation of the Green function of water-wave radiation and diffraction". *Jl Ship Research*, Vol.30, pp69-84.
- [25] **Wu G.X. et Eatock Taylor R.** 1989 : "The numerical solution of the motions of a ship advancing in waves". *5th Intl Conf. on Numerical Ship Hydro., Hiroshima, Japan*, pp529-538.
- [26] **Yang C. et Noblesse F.** 1994 : "Fourier-Lighthill representation of near-field dispersive waves - Part 2 : illustrative applications".
- [27] **Yang C. et Noblesse F.** 1994 : "Fourier-Kochin formulation of wave diffraction-radiation by ships or offshore structures - Part 2 : numerical aspects".