

5^e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22, 23, 24 mars 1995 – ROUEN

Analyse numérique et expérimentale du groupage de vagues

Loïc Boudet et Bernard Molin
DCN Bassin d'Essais des Carènes
Chaussée du Vexin, 27100 VAL DE REUIL

Résumé

L'objet de ce papier est d'étudier les propriétés statistiques des groupes de vagues ; la description des groupes est ici basée sur l'analyse de l'enveloppe de l'élévation de houle. En procédant à des simulations numériques (dans le cadre de la théorie linéaire), on établit empiriquement la densité de probabilité des durées des groupes, et on évalue sa sensibilité à différents paramètres physiques (largeur de bande du spectre, niveau de référence) et numériques (techniques de discrétisation du spectre). On exploite également des résultats d'essais en bassin pour valider les résultats numériques et pour appréhender l'effet des non-linéarités sur le groupage de vagues.

Summary

In this paper, statistical properties of wave groups are studied ; wave grouping is analysed by the envelope approach. By performing numerical simulations (within the framework of linear wave theory), the probability distribution of time duration of wave groups is empirically derived, and its sensitivity to both physical properties (bandwidth spectrum, threshold level) and numerical parameters (techniques of spectrum discretization) is evaluated. Experimental data are also used to confirm some numerical results and to study nonlinear effects on wave grouping.

1 Introduction

Une structure dont certaines fréquences propres sont sensiblement plus basses que les fréquences de houle peut prendre des mouvements (résonants) de grande amplitude quand elle est sollicitée par une houle irrégulière ; c'est le cas de supports flottants utilisés dans le domaine pétrolier. Il a été observé qu'un sous-marin pouvait se comporter de façon similaire (cas de la réponse en pilonnement) lorsqu'il évolue à faible vitesse d'avance, et à relativement faible immersion. Ces phénomènes d'oscillations à basse fréquence sont sensibles au groupage de vagues. Dans le cas du submersible, des simulations numériques ont révélé, pour certains états de mer, que des comportements critiques du sous-marin pouvaient se produire lors de l'apparition d'un groupe de vagues dont la hauteur et la durée dépassent un certain seuil.

Un problème qui se pose est de s'assurer du "réalisme" de l'état de mer et des réponses simulés. D'un point de vue statistique, on peut poser le problème de la manière suivante : pour un état de mer stationnaire défini par son spectre d'énergie $S(\omega)$, quel est le risque d'occurrence d'un groupe dont l'amplitude dépasse un certain seuil pendant une durée minimale $(\tau_\alpha)_{\min}$? Il convient donc de connaître la densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$ des durées pendant lesquelles les groupes dépassent le seuil E_α ¹.

De nombreux travaux de recherche ont porté sur l'étude des propriétés statistiques des groupes de vagues ; le problème peut être abordé de deux manières : soit par l'analyse des corrélations entre vagues successives (Kimura [3] par exemple), un groupe étant alors un nombre entier de vagues successives, soit à partir du signal enveloppe $E(t)$ (Longuet-Higgins [4, 5], Nolte et Hsu [8], etc...). Cette seconde approche est la plus appropriée pour l'étude des phénomènes de dérive lente puisque les efforts excitateurs à basse fréquence présentent une forte analogie avec le signal enveloppe élevé au carré.

En l'état actuel des connaissances, on sait calculer la période moyenne T_α d'apparition des groupes de vagues de niveau E_α , et la durée moyenne de dépassement $\bar{\tau}_\alpha$. En ce qui concerne la densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$, certains auteurs (Nolte et Hsu [8] par exemple) ont proposé l'utilisation de la loi de Poisson pour les valeurs élevées de α (on note α le niveau de référence E_α rapporté à la hauteur significative H_S de l'état de mer) en faisant l'hypothèse que les franchissements successifs du niveau α ne sont pas corrélés ; plus récemment, Ochi et Sahinoglou [9, 10] ont présenté une théorie approchée dont le point de départ est l'estimation de la densité de probabilité conjointe d'un premier franchissement, par valeurs croissantes, du seuil α et d'un second franchissement par valeurs décroissantes. Le problème est que le critère adopté n'exclut pas nécessairement des franchissements intermédiaires, ce qui conduit à une estimation imparfaite de la distribution des durées de dépassement τ_α . Des comparaisons avec des résultats expérimentaux obtenus par Dawson, Kriebel et Wallendorf [1] ont montré que ces lois n'étaient qu'imparfaitement vérifiées.

Cette absence de lois théoriques satisfaisantes a suscité l'établissement de densités de probabilité empiriques, obtenues en exploitant des mesures en mer ou des simulations numériques. L'objet de cette communication est de présenter les résultats d'un travail similaire, basés sur l'exploitation de simulations numériques et d'essais en bassin.

Avant d'exposer les travaux réalisés, on rappelle l'expression de propriétés statistiques des groupes, obtenues en analysant les franchissements de seuil du processus enveloppe. On présente ensuite les densités de probabilités $p(\tau_\alpha)$ des durées de dépassement du seuil E_α obtenues, empiriquement, en procédant à des simulations numériques ; les lois obtenues sont comparées à la loi de Poisson. On évoque aussi certains problèmes associés à la génération numérique du signal de houle (méthodes de discrétisation du spectre de houle) qui sont d'intérêt pour la mise en oeuvre de modèles de simulation numériques. Enfin, on présente des résultats issus de l'exploitation d'essais en bassin ; l'objectif des essais était de valider certains résultats numériques, et d'évaluer l'effet des non-linéarités sur le groupage de vagues.

¹Les notations employées sont définies sur la figure 1.

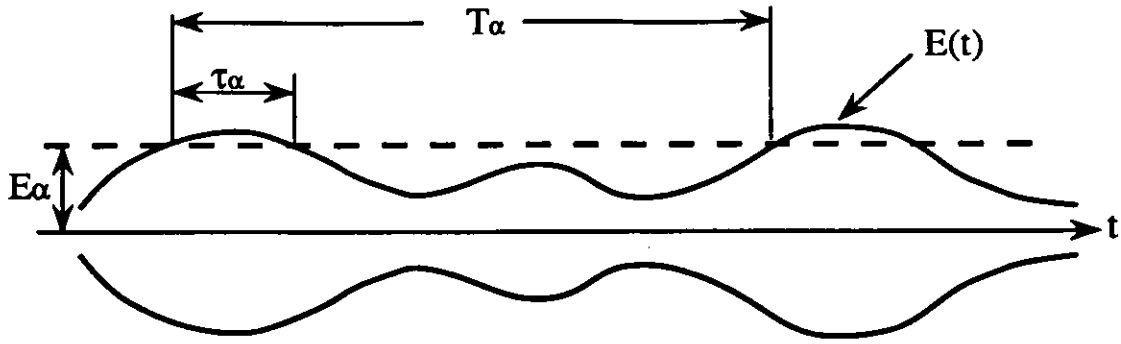


Figure 1: Paramètres caractérisant les groupes de vagues

2 Description statistique des groupes de vagues

Comme on l'a précisé en introduction, on se base sur l'analyse de l'enveloppe du signal de houle pour décrire les propriétés statistiques des groupes de vagues. L'analyse de l'enveloppe s'apparente à celle de l'élévation de surface libre ; un groupe de vagues est associé aux phénomènes de franchissements, par l'enveloppe, d'un seuil de référence arbitraire.

On précise tout d'abord les notations utilisées par la suite (voir figure 1) :

- $E(t)$: enveloppe du signal d'élévation de houle ;
- E_α : seuil de référence ;
- $\alpha = E_\alpha/H_S$: niveau de référence rapporté à la hauteur significative de l'état de mer ;
- T_α : période d'un groupe de vagues, définie par la durée entre deux franchissements successifs par valeurs croissantes du seuil E_α ;
- τ_α : durée pendant laquelle le groupe dépasse le seuil E_α ;

L'approche théorique est basée sur une description linéarisée de l'élévation de surface libre, écrite comme la superposition d'un grand nombre de composantes périodiques indépendantes et déphasées aléatoirement. Soit $\eta(t)$ le signal élévation de surface libre en un point donné ; on l'exprime sous la forme :

$$\eta(t) = \sum_j a_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \quad (1)$$

où les amplitudes a_j s'expriment en fonction du spectre de houle S : $a_j^2 = 2S(\omega_j)\delta\omega_j$; les phases aléatoires ϕ_j sont équiréparties entre 0 et 2π . Le processus aléatoire $\eta(t)$ est assimilable à un processus stationnaire centré et gaussien, de variance :

$$E[\eta^2] = \frac{1}{2} \sum_j a_j^2 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega = m_0 \quad (2)$$

Le processus enveloppe $E(t)$ est défini de la manière suivante : au signal $\eta(t)$ on associe sa transformée de Hilbert $\zeta(t)$:

$$\zeta(t) = \sum_j a_j \sin(\omega_j t + \phi_j) \quad (3)$$

Le signal complexe $\tilde{A}(t)$:

$$\tilde{A}(t) = \eta(t) + i\zeta(t) = \sum_j a_j e^{i(\omega_j t + \phi_j)} \quad (4)$$

peut être écrit, en introduisant la pulsation moyenne $\bar{\omega} = m_1/m_0$:

$$\tilde{A}(t) = \sum_j a_j e^{i[(\omega_j - \bar{\omega})t + \phi_j]} e^{i\bar{\omega}t} = \tilde{E}(t) e^{i\bar{\omega}t} \quad (5)$$

\tilde{E} fluctue lentement dans le temps, et peut être assimilé à une enveloppe complexe ; on obtient finalement l'enveloppe réelle $E(t)$ en prenant le module de \tilde{E} :

$$E(t) = \|\tilde{E}(t)\| = \|\tilde{A}(t)\| = \sqrt{\eta^2(t) + \zeta^2(t)} \quad (6)$$

Ce signal est d'autant plus voisin de l'enveloppe "visuelle" (construite en reliant les maxima successifs du signal élévation) que le spectre de houle est à bande étroite.

Pour les simulations numériques (approche fréquentielle au second ordre) des mouvements de dérive lente prenant place à des fréquences sensiblement plus faibles que les fréquences de houle, il est classique d'utiliser une formulation approchée (approximation de "Newman")² de l'effort excitateur à basse-fréquence $F_{bf}^{(2)}(t)$:

$$F_{bf}^{(2)}(t) = \left\{ \left[\sum_j a_j \sqrt{|f_d(\omega_j)|} \cos(\omega_j t + \phi_j) \right]^2 + \left[\sum_j a_j \sqrt{|f_d(\omega_j)|} \sin(\omega_j t + \phi_j) \right]^2 \right\} \text{sgn}(f_d)$$

où f_d désigne la fonction de transfert des efforts de dérive. On constate que $F_{bf}^{(2)}(t)$ est identique à $E^2(t)$, sous réserve de remplacer le spectre de houle $S(\omega)$ par $S(\omega)f_d(\omega)$. Cette analogie justifie le fait d'abord la description statistique des groupes de vagues par analyse du signal $E(t)$. Cette approche présente néanmoins des inconvénients pour l'exploitation des mesures en bassin, puisqu'on n'a pas accès (directement) au signal enveloppe.

On rappelle maintenant quelques propriétés statistiques de l'enveloppe et des groupes de vagues. Le signal $E^2(t)$ est la somme de deux carrés de signaux gaussiens, indépendants (la covariance $E[\eta\zeta]$ est nulle), et de même variance m_0 . Il en résulte que $E^2(t)$ suit la loi exponentielle :

$$p(E^2) = \frac{1}{2m_0} \exp\left(-\frac{E^2}{2m_0}\right) \quad (7)$$

et $E(t)$ la loi de Rayleigh :

$$p(E) = \frac{E}{m_0} \exp\left(-\frac{E^2}{2m_0}\right) \quad (8)$$

On établit que la densité de probabilité jointe entre E et sa dérivée temporelle \dot{E} s'écrit :

$$p(E, \dot{E}) = \frac{E}{m_0 \sqrt{2\pi\mu_2}} \exp\left(-\frac{E^2}{2m_0}\right) \exp\left(-\frac{\dot{E}^2}{2\mu_2}\right) \quad (9)$$

où μ_2 est le moment centré d'ordre 2 :

$$\mu_n = \int_0^\infty (\omega - \bar{\omega})^n S(\omega) d\omega \quad \Rightarrow \quad \mu_2 = m_2 - \frac{m_1^2}{m_0} \quad (10)$$

Par la formule de Rice, on en déduit la fréquence moyenne $N(E_\alpha)$ de franchissement du seuil E_α avec pente positive :

$$N(E_\alpha) = \int_0^\infty p(E_\alpha, \dot{E}) \dot{E} d\dot{E} = \sqrt{\frac{\mu_2}{2\pi}} \frac{E_\alpha}{m_0} \exp\left(-\frac{E_\alpha^2}{2m_0}\right) \quad (11)$$

On remarque que $N(E_\alpha)$ présente un maximum pour $E_\alpha = \sqrt{m_0}$; telle qu'a été définie la période d'un groupe de vagues T_α (durée séparant deux franchissements du niveau E_α avec pente positive), la période moyenne des groupes s'exprime simplement :

²Cette approximation possède un certain nombre de limitations, mais on a pu vérifier qu'elle s'appliquait bien aux efforts de dérive lente verticaux pour un corps immergé.

$$\bar{T}_\alpha = \frac{1}{N(E_\alpha)} \quad (12)$$

Par ailleurs, la probabilité que l'enveloppe dépasse le niveau E_α s'exprime :

$$\text{Prob}[E > E_\alpha] = P(E_\alpha) = \int_{E_\alpha}^{\infty} p(E) dE = \exp\left(-\frac{E_\alpha^2}{2m_0}\right) \quad (13)$$

On en déduit la durée moyenne pendant laquelle l'amplitude d'un groupe de vagues dépasse le niveau E_α :

$$\bar{\tau}_\alpha = \frac{P(E_\alpha)}{N(E_\alpha)} = \sqrt{\frac{2\pi}{\mu_2}} \frac{m_0}{E_\alpha} \quad (14)$$

Le seuil de référence E_α est souvent exprimé en fonction de la hauteur significative de l'état de mer (H_S) :

$$E_\alpha = \alpha H_S = 4\alpha \sqrt{m_0} \quad (15)$$

La période moyenne de dépassement s'exprime en fonction du seuil adimensionnel α :

$$\bar{\tau}_\alpha = \frac{\sqrt{2\pi}}{4\alpha} \left(\frac{m_2}{m_0} - \frac{m_1^2}{m_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

ou encore

$$\frac{\bar{\tau}_\alpha}{T_z} = \frac{1}{4\alpha\sqrt{2\pi}} \left(1 - \left(\frac{T_z}{T_m}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (17)$$

où $T_z = 2\pi\sqrt{m_0/m_2}$ est la période moyenne de passage à zéro par valeurs croissantes, et T_m la période moyenne $2\pi m_0/m_1$.

On obtient donc que la durée moyenne de dépassement $\bar{\tau}_\alpha$ est inversement proportionnelle au niveau de référence choisi, et ne dépend que du paramètre de largeur spectrale $\sqrt{1 - (T_z/T_m)^2}$. Les groupes de vagues étant définis à partir des franchissements de seuil (et non pas en fonction des maxima du processus enveloppe), ce paramètre de largeur spectrale ne dépend pas du moment d'ordre 4 du spectre de houle.

Les propriétés statistiques moyennes qu'on vient de rappeler sont les seules informations théoriques dont on dispose concernant la densité de probabilité $p(T_\alpha)$ des périodes des groupes, et celle des durées de dépassement $p(\tau_\alpha)$.

3 Simulations numériques

La première partie des travaux réalisés a consisté à déterminer empiriquement la densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$ en procédant à des simulations numériques. Le principe est de simuler des échantillons temporels du processus enveloppe $E(t)$ assez longs (et répétés avec différents tirages de phases) pour autoriser une analyse statistique de la distribution des durées de dépassement τ_α . Un gain de temps significatif est obtenu en effectuant ce calcul en variables complexes (expression 4) selon la méthode proposée par Mo [7].

Les paramètres physiques considérés sont l'étalement du spectre et le niveau E_α relativement à la hauteur significative de l'état de mer ($\alpha = E_\alpha/H_S$).

Par ailleurs, il convient d'étudier la sensibilité des densités de probabilité $p(\tau_\alpha)$ obtenues à un certain nombre de paramètres numériques intervenant dans la discrétisation du spectre : choix des pulsations de coupure, du nombre de raies, choix des pulsations (équi-espacées ou non), des amplitudes (déterministes ou aléatoires). On évoque tout d'abord ces problèmes qui sont d'intérêt pour la mise en œuvre de modèles de simulation des mouvements de dérive lente.

3.1 Discrétisation du spectre

• Problèmes liés à la pulsation de troncature

Dans les études de comportement d'un navire sur houle irrégulière, il est habituel de ne générer des composantes de houle que dans un intervalle fini $[\omega_I, \omega_S]$, où les pulsations de troncatures ω_I et ω_S sont définies par rapport à la pulsation ω_P du pic d'énergie du spectre. Les valeurs couramment adoptées sont $\omega_I = 0$ ou $\omega_P/2$, et $\omega_S = 2\omega_P$ ou $2.5\omega_P$. L'argument invoqué est qu'il n'y a que très peu d'énergie au delà de ω_S , et qu'elle n'affecte pas le comportement dynamique du système. Le choix de ces pulsations de coupure dépend naturellement du problème physique considéré. Pour l'étude du comportement à basse-fréquence, le choix de ω_S peut être basé sur le critère suivant : dans le cadre de l'approximation de Newman déjà évoquée précédemment, le spectre des efforts de second ordre à basse-fréquence s'écrit :

$$S_{F_{bf}^{(2)}}(\Omega) = 8 \int_0^{\infty} S(\omega)S(\omega + \Omega)f_d(\omega)f_d(\omega + \Omega)d\omega \quad (18)$$

et aux faibles valeurs de la pulsation Ω :

$$S_{F_{bf}^{(2)}}(\Omega) \approx S_{F_{bf}^{(2)}}(0) = 8 \int_0^{\infty} S^2(\omega)f_d^2(\omega)d\omega \quad (19)$$

Si l'on suppose $f_d(\omega)$ constant quand ω varie, on relie l'excitation à basse fréquence à l'intégrale $\int_0^{\infty} S^2(\omega)d\omega$.

La figure 2 montre l'évolution de l'intégrale $\int_0^{\omega_S} S^2(\omega)d\omega$ en fonction de ω_S , pour trois spectres de Jonswap définis par les paramètres suivants : $H_S = 1\text{m}$, $T_P = 2\pi/\omega_P = 10\text{s}$, et $\gamma = 1, 3.3, 6$. Pour chaque valeur de ω_S , le spectre est renormalisé de manière à satisfaire $\int_0^{\omega_S} S(\omega)d\omega = H_S^2/16$, ce qui explique la décroissance des courbes lorsque ω augmente. On constate dans les trois cas que la convergence de $\int_0^{\infty} S^2(\omega)d\omega$ est assurée pour $\omega_S > 2.5\omega_P$.

La figure 3 montre, pour les mêmes spectres, l'évolution du facteur $2\pi(1/T_z^2 - 1/T_m^2)$ significatif de la durée moyenne de dépassement $\bar{\tau}_\alpha$ des groupes. On constate que même pour $\omega_S = 10\omega_P$, la convergence n'est pas assurée. La durée moyenne de dépassement $\bar{\tau}_\alpha$ est donc très sensible au contenu haute fréquence du spectre de houle. Pour l'étude des groupements de vagues, beaucoup d'auteurs préconisent $\omega_S = 1.5\omega_P$; d'après la figure 3, ce critère conduit à des durées moyennes quatre fois plus grandes que celles qu'on aurait en fixant $\omega_S = 2.5\omega_P$.

On conçoit qu'augmenter le contenu haute fréquence du signal enveloppe conduit à l'apparition de nombreux petits groupes. On a constaté que les hautes fréquences ont aussi pour effet d'affecter la "queue" de la distribution des durées τ_α des groupes. A titre d'exemple, on présente sur la figure 4 la répartition des groupes de durée τ_α supérieure à $2T_P$, pour un niveau α assez élevé, égal à 0.5. Ces résultats ont été obtenus sur la base de simulations où la pulsation de coupure a été successivement fixée à $\omega_S = 1.5\omega_P$ puis $\omega_S = 3.5\omega_P$.

La manière de remédier à ce problème est naturellement fonction du problème physique à étudier. Si l'on reprend l'exemple du comportement à basse fréquence d'une structure immergée, cette difficulté peut être levée en remplaçant le spectre de départ $S(\omega)$ par $S(\omega)f_d(\omega)$; le signal enveloppe associé correspond alors exactement aux efforts de second ordre à basse fréquence, et la convergence du paramètre $2\pi(1/T_z^2 - 1/T_m^2)$ est assurée pour une "faible" valeur de ω_S (du fait de la décroissance rapide de $f_d(\omega)$ aux grandes valeurs de ω).

• Amplitudes déterministes ou aléatoires

Le problème du choix des amplitudes, déterministes ou aléatoires n'a pas été abordé dans le cadre de cette étude, ces deux techniques ayant déjà été comparées par d'autres auteurs : Elgar et al [2] ont procédé à des simulations numériques en employant l'une ou l'autre technique (et une discrétisation à pas constant en fréquence) ; ils concluent que, dès lors que le nombre de raies est suffisant - quelques dizaines -, les deux méthodes conduisent aux mêmes propriétés statistiques des groupes.

• Espacement des raies

Un autre point sur lequel les opinions divergent est celui de l'espacement des raies. Un espacement $\Delta\omega$ constant permet, éventuellement, l'utilisation de la technique de transformée de Fourier rapide, mais elle présente l'inconvénient que le signal se répète avec une périodicité $2\pi/\Delta\omega$. Nombre de raies et périodicité sont alors directement reliés. L'autre technique, généralement préférée pour la simulation des phénomènes de dérive lente, consiste à effectuer un tirage au sort des raies au sein de chaque intervalle de largeur $\Delta\omega$, ce qui permet de réaliser des simulations de très longue durée sans risque de répétition. Le nombre de raies peut alors être choisi en fonction d'autres critères, par exemple du taux d'amortissement du système. Les simulations numériques présentées ici ont été effectuées en utilisant la technique d'espacement aléatoire (avec des amplitudes déterministes).

On a cherché à comparer les deux techniques en reproduisant un cas test tiré de l'article de Masson et Chandler [6]. Ces derniers ont simulé numériquement le signal enveloppe associé à un spectre de houle de type JONSWAP, de paramètre $\gamma = 3.3$, et pour des pulsations de troncature $\omega_I = 0$ et $\omega_S = 1.5\omega_P$; ils déterminent la densité de probabilité de la durée des groupes en exploitant 600 séquences successives (pour un total de 18388 groupes de vagues), basées sur la technique d'espacement constant des raies. La figure 5, tirée de l'article de Masson et Chandler [6], présente une triple comparaison entre la loi de Poisson, la densité de probabilité obtenue par simulations, et celle déduite de mesures en mer ; ces résultats correspondent à un niveau $\alpha = \sqrt{2\pi}/8$, soit $\alpha = 0.3133$.

On a donc procédé à la simulation du même cas (spectre de houle et pulsations de coupure identiques) en utilisant la technique d'espacement aléatoire des raies. Le seul paramètre restant à considérer est le nombre de raies. Cinq séries de simulations ont été réalisées avec, respectivement, 50, 100, 200, 400 et 800 raies. Chaque série a comporté 80 séquences successives permettant de totaliser un nombre de groupes environ 20 fois supérieur à celui utilisé par Masson et Chandler.

On présente sur la figure 6 la densité de probabilité obtenue avec 800 raies. Sur cette figure apparaît également la droite correspondant (en échelle logarithmique) à la loi de Poisson ; en abscisse figure la durée de dépassement τ_α des groupes normalisée par la période moyenne de passage à zéro par valeurs croissantes T_z ³. Il apparaît que la densité de probabilité obtenue est très voisine de celle de Masson et Chandler ; on remarque que la courbe qu'on obtient est plus rectiligne pour $\tau_\alpha/T_z > 5$, ce qu'on peut attribuer au fait que le nombre de groupes considéré ici est plus grand, la densité de probabilité étant par conséquent plus précise. Il ressort de cette comparaison que les deux techniques de discrétisation conduisent à la même densité de probabilité. On remarquera que la queue de la distribution semble bien suivre une loi exponentielle, ce qui n'est pas le cas aux faibles valeurs de τ_α/T_z .

Il reste enfin à considérer la sensibilité des lois obtenues au nombre de raies utilisées pour générer le signal enveloppe. On constate que c'est la queue de la distribution qui est la plus affectée ; la figure 7 présente la queue ($\tau_\alpha/T_z > 8$) des densités de probabilité obtenues à partir des cinq séries de simulations (50, 100, 200, 400 et 800 raies). On observe que 800, 400 et 200 raies conduisent à des courbes très voisines, alors que celles obtenues avec 100 et surtout 50 raies s'en écartent de façon appréciable. Des analyses complémentaires ont montré que ces écarts étaient encore plus prononcés pour un niveau de référence α plus élevé. Il est donc important d'utiliser un grand nombre de raies si l'on veut étudier les groupes extrêmes.

3.2 Sensibilité de la densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$ au niveau α

Selon l'approche proposée par Nolte et Hsu [8], la densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$ des durées de dépassement est donnée par la loi de Poisson ; dans ce cas, la densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$ ne dépend du niveau α que par la durée moyenne de dépassement $\bar{\tau}_\alpha$:

³On notera que le rapport τ_α/T_z représente le nombre de vagues, par groupe, dépassant le niveau de référence α .

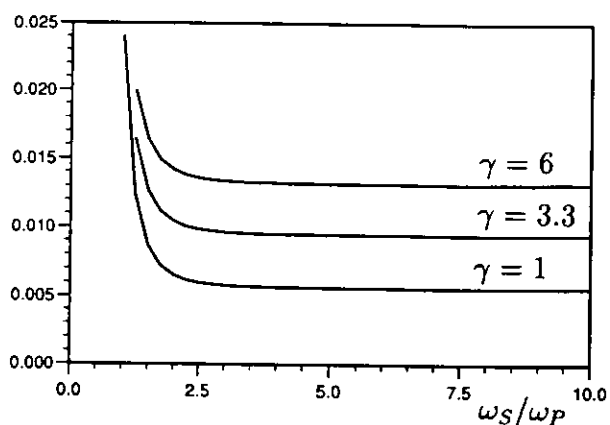


Figure 2: Evolution de $\int_0^{\omega_S} S^2(\omega) d\omega$ en fonction de ω_S/ω_P pour trois spectres de Jonswap : $H_S = 1\text{m}$, $T_P = 10\text{s}$, $\gamma = 1, 3.3, 6$

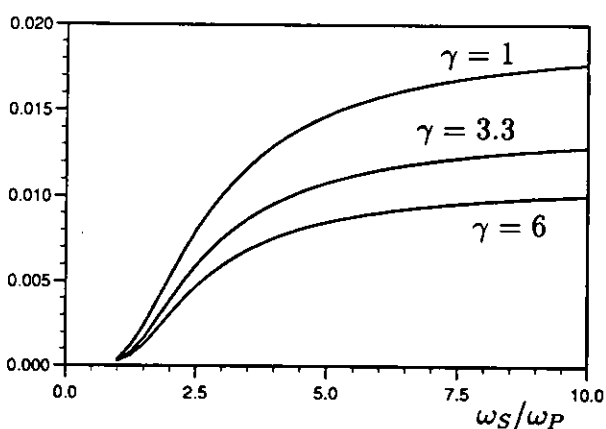


Figure 3: Evolution de $2\pi(1/T_z^2 - 1/T_m^2)$ en fonction de ω_S/ω_P (mêmes spectres que sur la figure précédente)

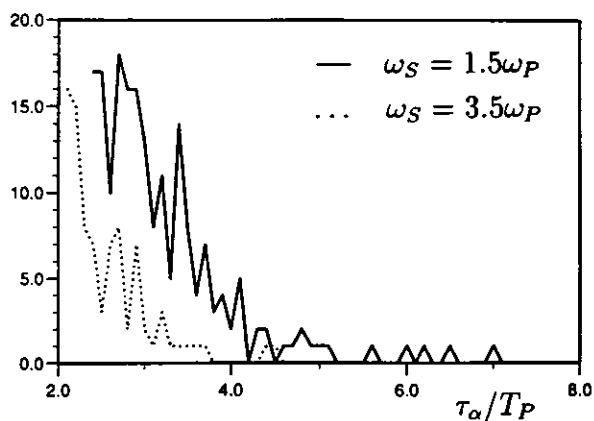


Figure 4: Sensibilité de $p(\tau_\alpha)$ à la pulsation de coupure : $\omega_S/\omega_P = 1.5$ et 3.5 ($\alpha = 0.5$)

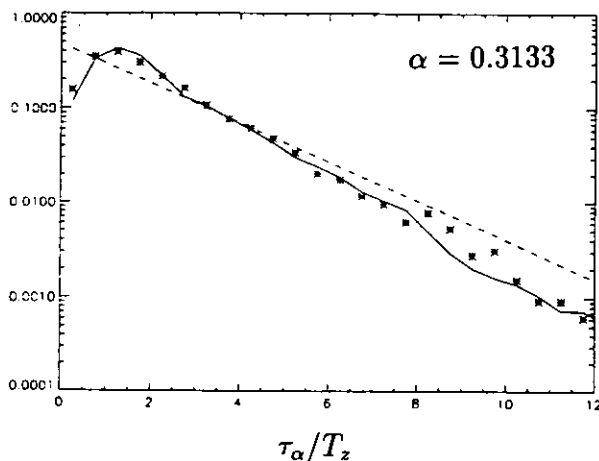


Figure 5: Densité de probabilité $p(\tau_\alpha)$ en fonction de τ_α/T_z pour un niveau $\alpha = 0.3133$; figure extraite de Masson et Chandler [6] : loi de Poisson (pointillés), simulation numérique (ligne continue) et mesures en mer (symboles)

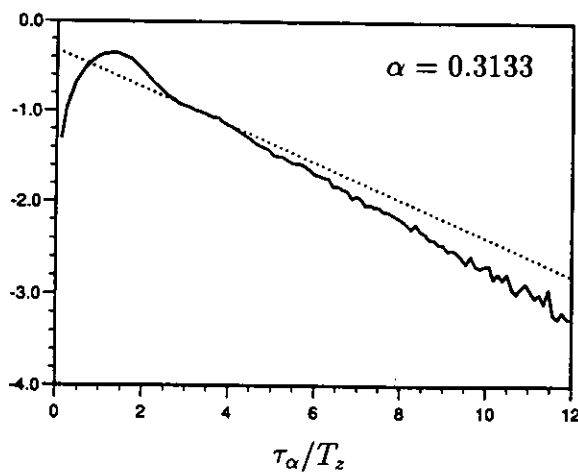


Figure 6: Densité $p(\tau_\alpha)$ obtenue par simulation avec la technique d'espacement aléatoire des raies (800 raies) ; même cas test que sur la figure précédente

$$p(\tau_\alpha) = \frac{1}{\bar{\tau}_\alpha} \exp\left(-\frac{\tau_\alpha}{\bar{\tau}_\alpha}\right) \quad \text{et} \quad p\left(\frac{\tau_\alpha}{\bar{\tau}_\alpha}\right) = \exp\left(-\frac{\tau_\alpha}{\bar{\tau}_\alpha}\right) \quad (20)$$

On présente sur la figure 8 les densités de probabilité $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ pour huit valeurs différentes de α (0.1 à 0.8 par pas de 0.1), ainsi que la loi de Poisson. Le nombre de raies de discrétisation est ici égal à 400. Si le modèle de Nolte et Hsu était correct, ces neuf courbes devraient être superposées ; on constate que ce n'est pas le cas, et que les lois obtenues par simulations numériques s'écartent d'autant plus de la loi de Poisson que le niveau α est élevé. La loi de Poisson apparaît comme le cas limite d'un niveau nul.

Ce résultat apparemment assez nouveau peut s'interpréter ainsi : le modèle de Nolte et Hsu repose sur l'hypothèse que les franchissements successifs du niveau α ne sont pas corrélés. Lorsque que le niveau α diminue, la durée de dépassement τ_α , qui définit la durée séparant deux franchissements successifs (le premier par valeurs croissantes et le suivant par valeurs décroissantes) du niveau α , augmente. L'hypothèse de non-corrélation est donc d'autant mieux vérifiée que le niveau α est faible. Il est donc compréhensible qu'on s'écarte d'autant plus de la loi de Poisson que le niveau α est élevé.

La figure 9 présente les mêmes courbes que la figure 8, pour les valeurs élevées de $\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha$. On observe que la densité de probabilité est d'autant plus basse, et éloignée de la loi de Poisson, que le niveau α est élevé. Cela signifie que la loi de Poisson conduit à des groupes extrêmes trop pénalisants. La figure 10 présente les mêmes courbes que les figures 8 et 9, mais en échelle logarithmique. On constate, comme on l'avait noté précédemment, que la queue de la distribution semble bien suivre une loi exponentielle aux grandes valeurs de $\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha$.

Il reste à s'interroger sur la sensibilité des lois $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ à l'étroitesse du spectre de départ. Quelques tests numériques complémentaires ont été réalisés en considérant un spectre moins étroit et en augmentant la pulsation de coupure ω_S ; cela conduit à une augmentation du paramètre de largeur spectrale $1 - T_z^2/T_m^2$. Les lois $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ obtenues ont une allure globalement similaire. Cependant, il est apparu que des spectres de paramètre de largeur spectrale identique, mais de forme différente, pouvaient conduire à des densités $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ différentes. On est donc conduit à conclure que les densités de probabilité ne dépendent pas seulement du niveau α , mais aussi d'un paramètre de "forme" du spectre, qui reste à définir.

4 Essais en bassin

En complément de ces travaux numériques, une campagne d'essais a été réalisée au Bassin n°2⁴ du Bassin d'Essais des Carènes de Paris ; l'objectif des essais était de valider les résultats de simulations numériques et d'appréhender l'effet des non-linéarités sur le groupage de vagues.

Comme la plupart des approches théoriques au problème du groupage de vagues, les travaux numériques décrits précédemment sont basés sur une description linéarisée de l'élévation de surface libre ; cette description repose sur l'hypothèse fondamentale d'indépendance des différentes composantes élémentaires de houle. Si les non-linéarités d'ordre 2 (qui entraînent une dissymétrie des crêtes et des creux) ne semblent pas avoir d'effet significatif sur le groupage de vagues - elles ne remettent pas en cause l'hypothèse de phases aléatoires -, on peut s'interroger sur l'influence des non-linéarités d'ordre 3, qui conduisent à des évolutions en espace et en temps de la houle fondamentalement différentes de celles prédites par la théorie linéaire.

Le principe des essais était de générer des houles irrégulières, en gardant constante la forme du spectre, et en augmentant d'un essai à l'autre la hauteur significative. En pratique, les houles générées correspondaient à un spectre de type Pierson-Moskowitz, de période de pic $T_P = 1.4\text{sec}$; les hauteurs significatives considérées étaient comprises entre 0.04 et 0.11m.

⁴Ce bassin de traction muni d'un batteur de type volet a une longueur de 150m et une largeur de 8m ; pour ces essais, la profondeur d'eau était fixée à 1.9m.

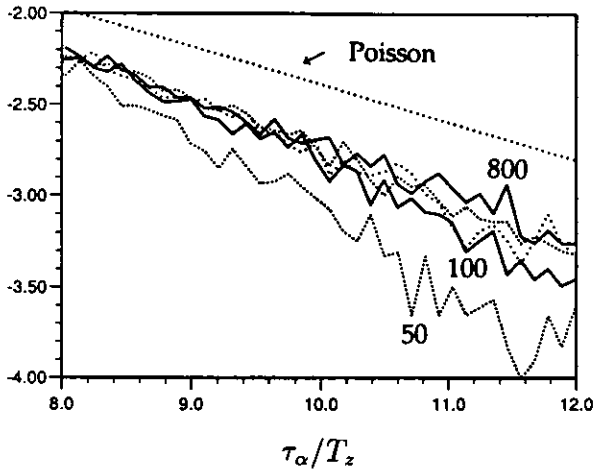


Figure 7: Sensibilité de la densité de probabilité au nombre de fréquences de discrétisation (échelle logarithmique)

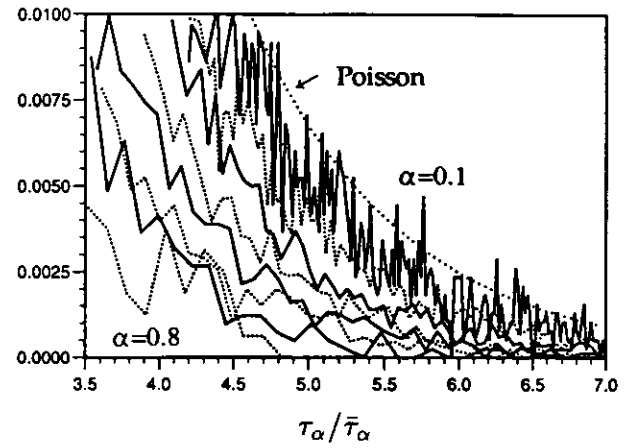


Figure 9: Sensibilité de $p(\tau_\alpha / \bar{\tau}_\alpha)$ au niveau α (valeurs élevées de $\tau_\alpha / \bar{\tau}_\alpha$)

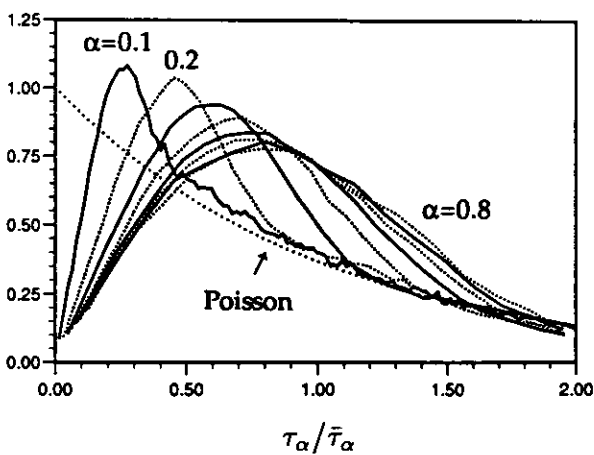


Figure 8: Densité de probabilité $p(\tau_\alpha / \bar{\tau}_\alpha)$ pour différents niveaux α ; comparaison à la loi de Poisson

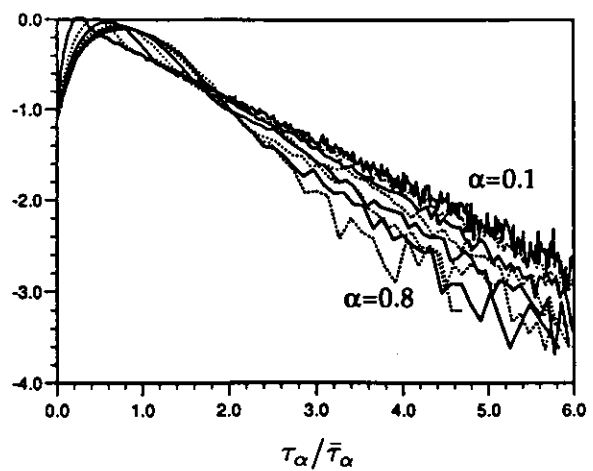


Figure 10: Mêmes courbes que sur les figures 8 et 9, en échelle logarithmique

Pour cette campagne, l'élévation de surface libre était mesurée en huit positions réparties sur la longueur du bassin ; les lyres étaient placées à 15m, 19m, 23.6m, 27.5m, 30.2m, 59m, 91m, et 119m du batteur. L'objectif principal des essais était de vérifier si les propriétés statistiques des groupes évoluaient, sous l'effet des non-linéarités, d'une extrémité à l'autre du bassin ; à cette fin, les essais (pour chaque valeur de H_S) ont été réalisés sur des durées cumulées de quatre heures environ. Si de telles durées d'essais sont probablement relativement exceptionnelles, le nombre de groupes de vagues obtenu reste assez limité, et n'autorise pas une analyse statistique pour des niveaux α très élevés.

La description des groupes de vagues est basée, comme pour les simulations numériques, sur l'analyse du signal enveloppe ; celui-ci est obtenu de la façon suivante : on effectue une transformée de Fourier du signal d'élévation pour déterminer le contenu fréquentiel (amplitudes et phases) du signal, on impose des pulsations de coupure, et on effectue une transformée de Fourier inverse pour reconstituer le signal d'élévation filtré et son enveloppe (expressions 1, 3 et 6). On détermine également la densité spectrale des élévations mesurées, ce qui permet de calculer les valeurs théoriques des propriétés statistiques moyennes des groupes (\bar{T}_α et $\bar{\tau}_\alpha$)

4.1 Simulation numérique des houles générées en bassin

Afin d'appréhender l'effet des non-linéarités sur la propagation des houles irrégulières générées en bassin, quelques séquences d'essais ont été reproduites avec le logiciel Sindbad [12], en utilisant successivement les versions linéaire et non-linéaire. Ce logiciel permet la résolution de l'écoulement (supposé potentiel) dans un canal à houle bidimensionnel en prenant en compte l'ensemble des conditions aux limites non-linéaires, aussi bien sur le batteur que sur la surface libre. La principale contrainte est que la méthode n'autorise pas la poursuite du calcul (non-linéaire) au delà du déferlement d'une vague. Il n'a donc pas été possible de reproduire des séquences d'essais pour lesquelles des déferlements locaux pouvaient être observés épisodiquement (ce qui était le cas à la plus grande valeur de H_S étudiée).

On présente ici des comparaisons essais-calculs pour une hauteur significative $H_S=0.095\text{m}$. Pour limiter le coût calcul, on a uniquement simulé l'évolution de la houle sur les 35 premiers mètres du bassin, et l'essai n'a été reproduit que sur 3 minutes environ (en version non-linéaire, le temps de calcul correspondant est de 24 heures sur le Convex du Bassin d'Essais des Carènes, pour 8000 pas de temps de simulation).

La figure 11 présente la comparaison entre l'essai et les calculs linéaire et non-linéaire à la sonde n°5, localisée à 30.2m du batteur ; l'échantillon sélectionné, d'une durée de 40sec, montre le passage des vagues les plus fortes de la séquence simulée, ces vagues possédant des cambrures ($2a/\lambda$) atteignant 6%. On observe un assez bon accord entre l'essai et le calcul non-linéaire. On note cependant quelques écarts sur les maxima, notamment des vagues les plus fortes ; a priori, ils ne semblent pas dus à un phénomène de déferlement local en bassin, et peuvent probablement être attribués à un filtrage (numérique) spatial du contenu "haute-fréquence" du signal généré par le batteur. La figure 12 montre la comparaison des élévations de surface libre calculées à 35m du batteur, successivement en versions linéaire et non-linéaire. Entre les instants $t=40\text{sec}$ et $t=60\text{sec}$, où apparaissent deux petits groupes, les résultats des deux calculs sont pratiquement identiques. En revanche, les deux simulations prédisent des évolutions de la houle différentes au moment du passage des vagues les plus fortes. Il apparaît donc que des effets non-linéaires se manifestent sur une distance de propagation de la houle relativement courte - à titre indicatif, la distance de propagation correspond ici à une quinzaine de fois la longueur d'onde moyenne des vagues élémentaires -, et qu'ils affectent principalement la propagation des groupes de vagues associés à des niveaux α élevés.

4.2 Durée de dépassement moyenne des groupes de vagues

On revient maintenant à l'analyse des propriétés statistiques des groupes de vagues ; on s'intéresse tout d'abord à la valeur moyenne $\bar{\tau}_\alpha$ de la durée pendant laquelle les groupes dépassent le

niveau de référence α . A partir des signaux d'élévations mesurés en bassin, on peut déterminer $\bar{\tau}_\alpha$ de deux manières : soit en utilisant l'expression 14 (valeur "théorique") ce qui nécessite la détermination de la densité spectrale des élévations mesurées, soit par analyse de l'enveloppe des signaux mesurés en bassin. A priori, ces deux approches doivent conduire à des résultats similaires pour des houles faiblement cambrées, sous réserve toutefois d'utiliser les mêmes pulsations de troncature pour le calcul des moments du spectre (valeur "théorique") et pour la reconstruction du signal enveloppe.

La figure 13 présente l'évolution de $\bar{\tau}_\alpha/T_z$ en fonction du niveau de référence α . Les résultats présentés sont issus de l'analyse des élévations mesurées à 15m et 119m du batteur pour la plus faible hauteur significative considérée ($H_S=0.047m$). Compte-tenu des pulsations de coupure choisies ($\omega_I = 0.5\omega_P$, $\omega_S = 1.5\omega_P$), on dispose de 3000 groupes environ pour le seuil le plus favorable ($\alpha=0.25$) ; pour $\alpha = 0.6$, le nombre de groupes cumulés n'est plus que de 700 environ. On observe dans les deux cas un bon accord entre les valeurs "théoriques" et celles déduites de l'analyse de l'enveloppe. On constate cependant que les valeurs de $\bar{\tau}_\alpha/T_z$ à 119m sont légèrement supérieures à celles obtenues à 15m, ce qui s'explique par une réduction de la largeur de bande du spectre avec la distance de propagation de la houle.

Sur la figure 14 sont présentés des résultats similaires pour la plus forte hauteur significative étudiée ($H_S = 0.107m$). On constate là encore un bon accord entre les deux approches utilisées pour le calcul de $\bar{\tau}_\alpha/T_z$, aussi bien à 15m qu'à 119m du batteur. On n'observe donc pas d'effet significatif des non-linéarités sur la durée moyenne de dépassement $\bar{\tau}_\alpha$.

4.3 Densité de probabilité des durées de dépassement

Les lois de répartition des durées de dépassement établies en analysant les résultats d'essais en bassin ne semblent pas non plus évoluer de façon significative d'une extrémité à l'autre du bassin, y compris pour la plus grande hauteur significative étudiée. Ce résultat est apparemment en contradiction avec les résultats des simulations numériques effectuées avec le logiciel Sindbad, qui révèlent que les effets non-linéaires se manifestent sur de courtes distances de propagation de la houle. Il est cependant difficile d'établir le degré de généralité de cette conclusion, dans la mesure où le nombre de groupes réalisés en bassin reste trop limité pour établir précisément les densités de probabilité $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ pour des niveaux α élevés.

La figure 15 présente les densités de probabilité $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ obtenues à partir des signaux d'élévation mesurés à 119m du batteur pour la plus grande valeur de H_S . La figure de gauche montre, en échelle logarithmique, les courbes obtenues pour deux niveaux α (0.1 et 0.45) et la loi de Poisson. En choisissant ici des pulsations de coupure $\omega_I = 0.5\omega_p$ et $\omega_S = 2.5\omega_p$, le nombre de groupes obtenu est d'environ 2500 pour ces deux niveaux. En ce qui concerne la sensibilité de la densité de probabilité au niveau α , on observe les mêmes tendances que celles mises en évidence à partir des simulations numériques : pour le niveau $\alpha=0.1$, la distribution obtenue à partir des essais est proche de la loi de Poisson, et elle s'en écarte pour $\alpha = 0.45$. Sur la figure de droite, on présente, pour le niveau $\alpha = 0.45$, une comparaison entre : la densité obtenue par analyse de l'enveloppe et celle obtenue numériquement en prenant comme spectre de départ le spectre "moyen" des élévations mesurées en bassin ; on a pour cela réalisé un échantillon de 40000 groupes, en utilisant une technique de simulation analogue à celle présentée en première partie. On observe un assez bon accord entre les deux distributions ; l'hypothèse de phases aléatoires n'est donc pas, dans ce cas, mise en défaut.

5 Conclusions

Il reste donc un certain nombre d'interrogations quant à l'effet des non-linéarités sur le groupage de vagues ; une étude expérimentale plus approfondie serait nécessaire. Néanmoins, cette étude a montré l'intérêt du logiciel Sindbad pour étudier la propagation de la houle irrégulière, et pour interpréter les résultats d'essais en bassin. Des améliorations du code permettant d'accroître,

à coût informatique modéré, la longueur du bassin seraient souhaitables ; une difficulté essentielle qu'il conviendrait également de lever concerne la prise en compte du déferlement, pour pouvoir poursuivre la simulation au delà d'un phénomène de déferlement local. Il semble que le modèle Longtank [11] développé aux Etats-unis par l'équipe du Professeur Tulin remédie à ces limitations.

Les essais ont permis de valider partiellement les résultats numériques présentés dans la première partie. Les simulations ont montré que les densités de probabilité $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ s'écartent d'autant plus de la loi de Poisson que le niveau α est élevé, et que la loi de Poisson conduit à des groupes extrêmes trop pénalisants. Il a également été établi que les différentes techniques de discrétisation utilisées dans les modèles de simulation numériques (espacement constant ou aléatoire des raies, amplitudes déterministes ou aléatoires) conduisent aux mêmes lois de répartition des durées de dépassement τ_α . Un point qui reste mal maîtrisé est la sensibilité des densités de probabilité à la forme du spectre.

6 Références

- [1] DAWSON, T.H., KRIEBEL, D.L., WALLENDORF, L.A., 1991, "Experimental study of wave groups in deep-water random waves", *Applied Ocean Research*, Vol.13, n°3.
- [2] ELGAR, S., GUZA, R.T., SEYMOUR, R.J., 1985, "Wave group statistics from numerical simulations of a random sea", *Applied Ocean Research*, Vol. 7, n°2.
- [3] KIMURA, A., 1980, "Statistical properties of random wave groups", *Proc. 17th Int. Conf. on Coastal Engineering*, Sydney, p. 2955-2973.
- [4] LONGUET-HIGGINS, M.S., 1957, "The statistical analysis of a random moving surface", *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, A 249, p. 321-387.
- [5] LONGUET-HIGGINS, M.S., 1984, "Statistical properties of ocean wave groups", *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, A 312, p. 219-250.
- [6] MASSON, D., CHANDLER, P., 1993, "Wave groups : a closer look at spectral methods", *Coastal Engineering*, Vol. 20, p. 249-275.
- [7] MO, K., 1993, "An efficient method for simulation of wave elevation and wave drift force in the time domain", *Applied Ocean Research (Technical Note)*, Vol. 15, p. 57-59.
- [8] NOLTE, K.G., et HSU, F.H., 1972, "Statistics of ocean wave groups", *Proc. 4th Offshore Tech. Conf.*, Houston.
- [9] OCHI, M.K., et SAHINOGLU, I.I., 1989, "Stochastic characteristics of wave groups in random seas, Part 1 : Time duration of and number of waves in a wave group", *Applied Ocean Research*, Vol. 11, n° 1.
- [10] OCHI, M.K., et SAHINOGLU, I.I., 1989, "Stochastic characteristics of wave groups in random seas, Part 2 : Frequency of occurrence of wave groups", *Applied Ocean Research*, Vol. 11, n° 2.
- [11] YAO, Y., WANG, P. et TULIN, M., 1994, "Wave groups, wave-wake interactions, and wave breaking : Results of numerical experiments", *20th Symp. on Naval Hydrodynamics*, Santa-Barbara, Californie.
- [12] COINTE, R., 1989, "Quelques aspects de la simulation numérique d'un canal à houle", *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Paris.

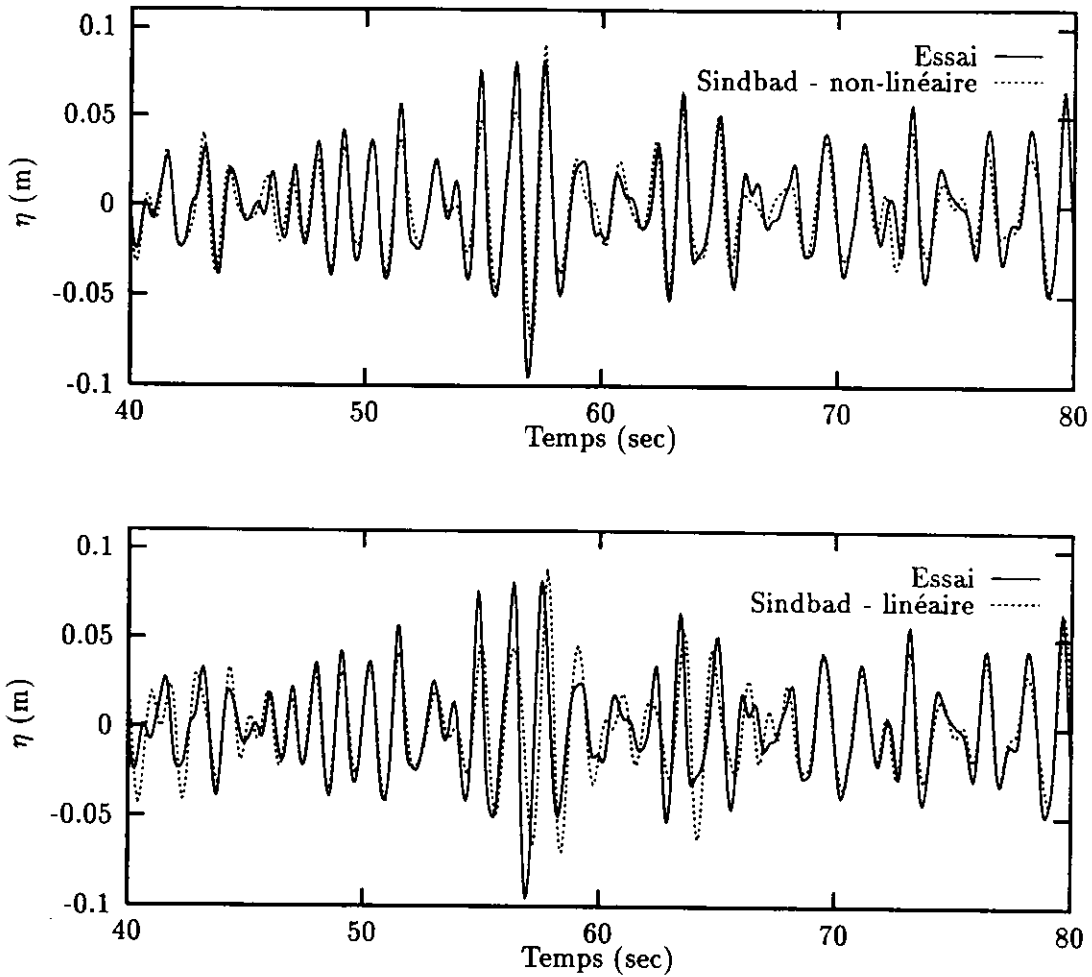


Figure 11: Reproduction numérique d'une séquence de houle générée en bassin ($H_S=0.095\text{m}$) : comparaisons essai-calculs à 30.2 m du batteur (sonde n°5)

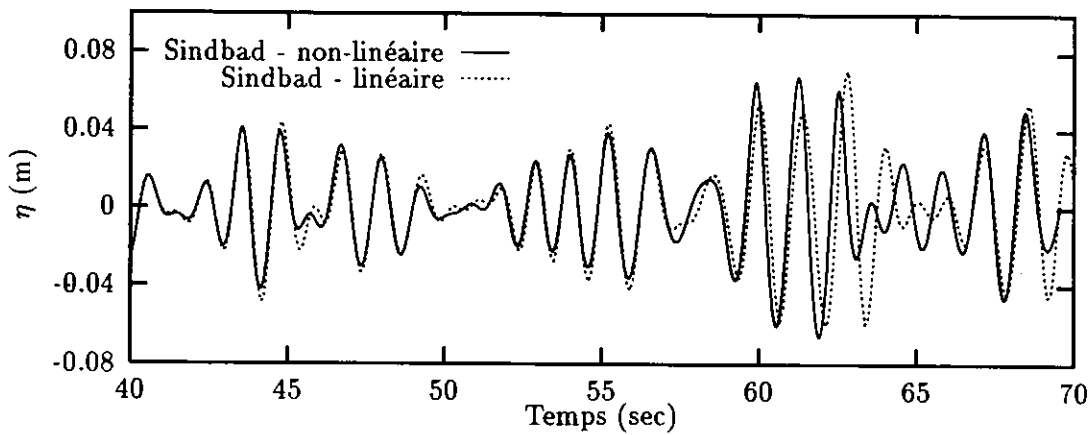


Figure 12: Elévation de houle calculée à 35m du batteur (Simulations linéaire et non-linéaire)

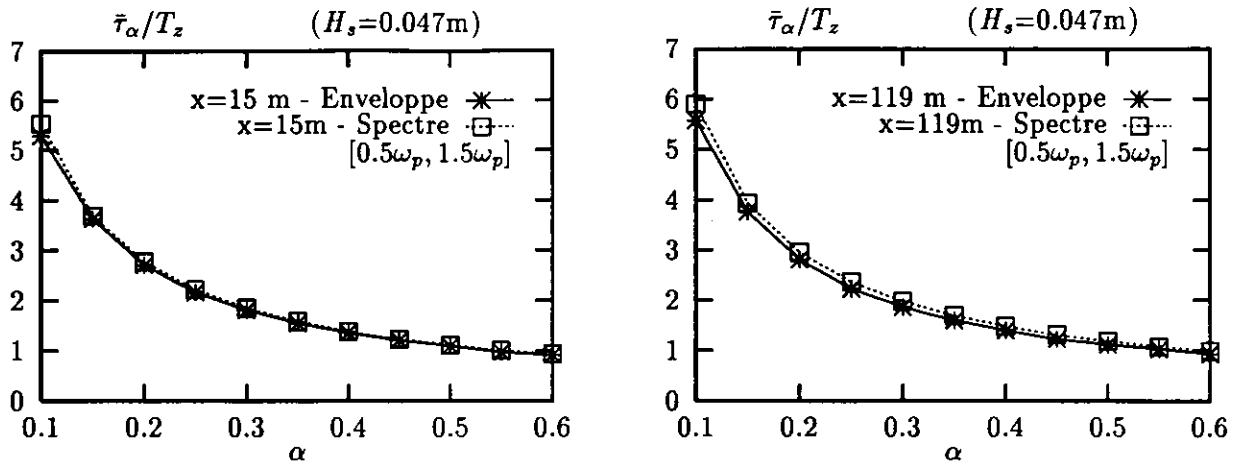


Figure 13: Evolution de $\bar{\tau}_\alpha/T_z$ en fonction du niveau α ; comparaison de la valeur "théorique" et de celle obtenue par analyse de l'enveloppe : $H_s=0.047m$, à 15 et 119m du batteur

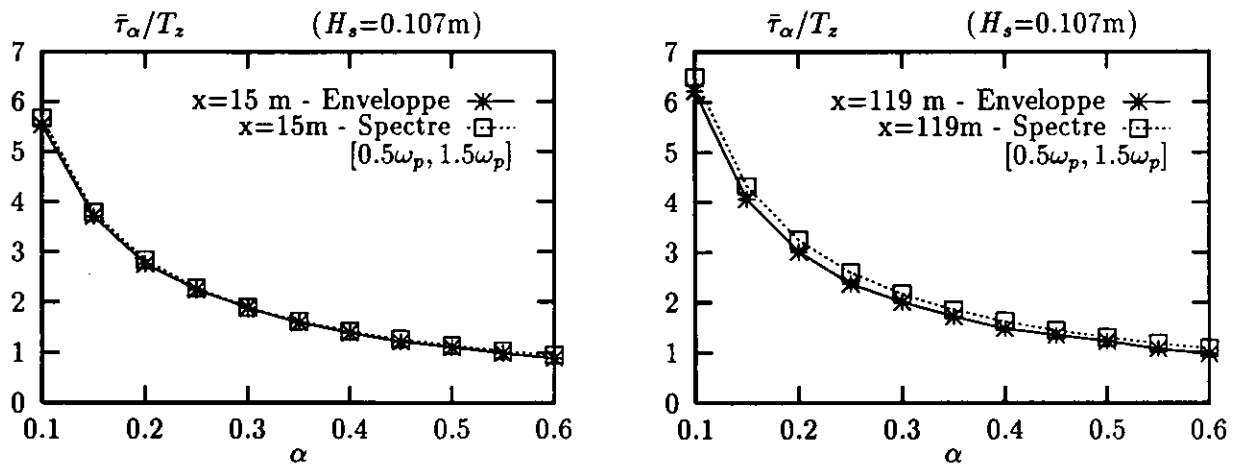


Figure 14: Evolution de $\bar{\tau}_\alpha/T_z$ en fonction du niveau α : $H_s=0.107m$, à 15 et 119m du batteur

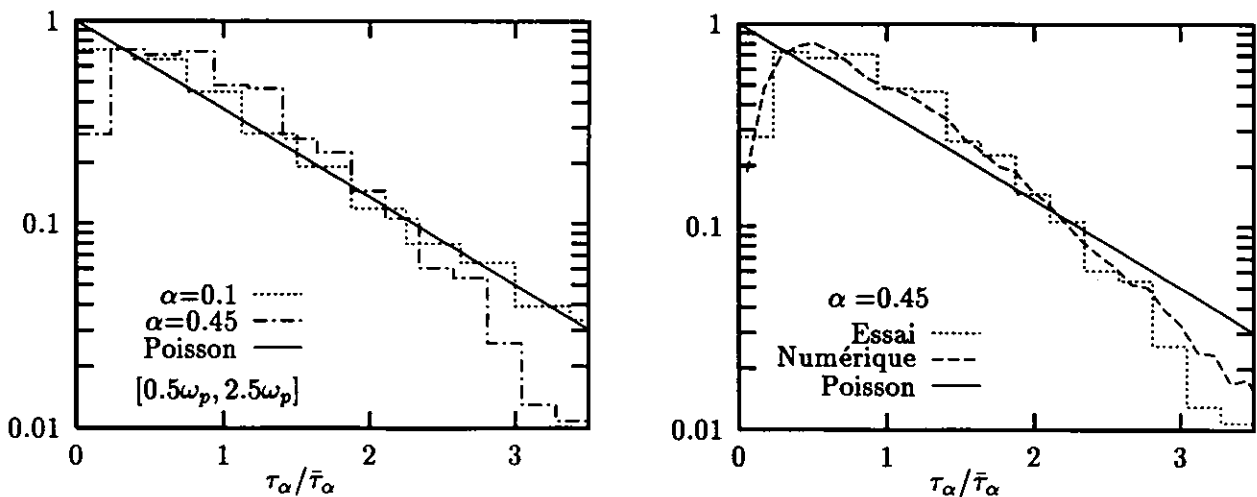


Figure 15: Densités $p(\tau_\alpha/\bar{\tau}_\alpha)$ établies par analyse de l'enveloppe des signaux mesurés à 119m du batteur ($H_s=0.107m$), et par simulations numériques (en utilisant le spectre mesuré).

