

5^e JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22, 23, 24 mars 1995 – ROUEN

**RECONNAISSANCE GLOBALE D'UNE DEFORMÉE DE SURFACE LIBRE
PAR METHODE OPTIQUE.
APPLICATION A L'ANALYSE DES MODES PROPRES D'UN BASSIN CIRCULAIRE.**

J.F. DEVILLERS, F. DUPONT, E. LUNEVILLE, A. SOUILLAC

**Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées
Laboratoire de Mécanique
Groupe Dynamique Expérimentale des Fluides
75015 PARIS**

Résumé

Les procédés informatiques de traitement d'images vidéo, actuellement très performants ouvrent la voie à des applications multiples en mécanique des fluides et particulièrement en hydrodynamique. La méthode en cours de développement à l'E.N.S.T.A. utilise le principe de la réflexion par une surface libre d'une mire-objet. A partir de la mesure automatique du déplacement de l'image des points situés sur cette mire, on accède par intégration à la forme de la surface libre, globalement et de façon non intrusive. La méthode est validée par relevés limnimétriques, et utilisée dans une comparaison aux résultats d'un calcul s'appuyant sur une représentation modale des solutions des équations de l'hydrodynamique linéarisées au premier ordre.

Summary

Automatic processing methods of video images are nowadays efficient enough that they offer new possibilities to various applications in fluid mechanics, and especially in hydrodynamics. The newly developed method at E.N.S.T.A. uses reflection of a target object on the free surface. From an automatic measurement of the shift of the reflected image and after numerical integration, we obtain a quantified deformation of the free surface, the whole method being global and non-intrusive. This method is validated by limnimetric measurements and is used for comparison with a numerical model based on modal representation from the linearized hydrodynamic equations.

1 - Introduction

L'idée est la suivante: analyser le déplacement ou la déformation de l'image réfléchie d'un objet par une surface libre, en l'occurrence le dioptre eau-air. Les procédés de traitement d'image, grâce aux progrès récemment réalisés, permettent d'envisager la reprise de techniques anciennes abandonnées pour la lourdeur de leur mise en oeuvre. Une telle méthode optique doit être simple d'emploi et non perturbatrice du phénomène ondulatoire observé, ce qui n'est pas le cas des procédés classiques à base de sondes de mesure de niveaux perçant la surface ou la suivant. En génie côtier, la simulation des phénomènes nécessite pour leur reconnaissance l'utilisation d'un grand nombre de sondes de niveau et par voie de conséquence d'électroniques de conditionnement. Le "balayage laser" [1] est une technique récente et onéreuse mais très adaptée à la description des sillages, dans la mesure cependant que ces derniers ne varient pas rapidement dans le temps. La méthode d'investigation que nous présentons ici, présente pour l'instant des limitations d'emploi, mais doit pouvoir permettre des reconnaissances d'états de surfaces libres globales et transitoires.

2 - Description de la méthode

2.1 - Le moyen d'essai

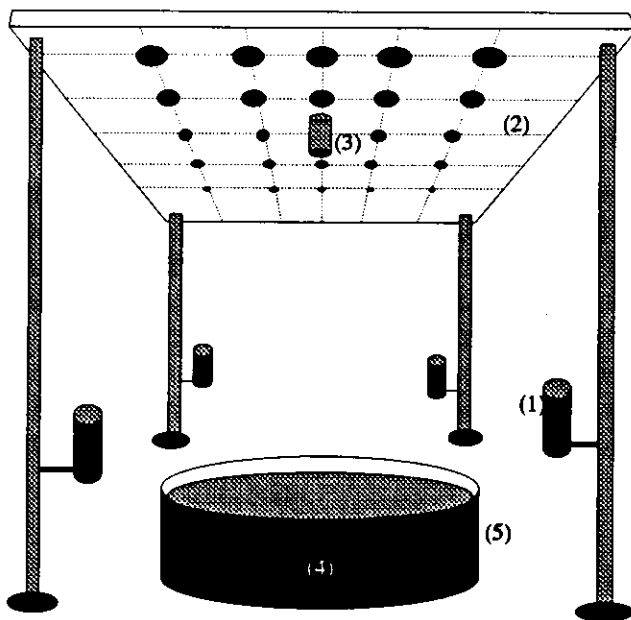


Figure 1

- 1 - Lampes
- 2 - Plafond quadrillé
- 3 - Objectif de la caméra
- 4 - Batteur
- 5 - Cuve

Le dispositif expérimental est constitué d'un bassin circulaire peint en noir de 1m de diamètre, contenant une épaisseur d'eau de 15 cm environ et au dessus duquel est placée une caméra. On va filmer au cours du temps l'image d'un quadrillage réalisé sur un plafond (Figure 1). Tous les efforts se sont portés dans un premier temps sur l'amélioration de l'image vidéo afin de faciliter son traitement ultérieur. On a donc cherché à augmenter au maximum le contraste afin de faire ressortir l'image noire des points du quadrillage sur le fond blanc. La meilleure option d'éclairage retenue consiste à illuminer le plafond de bas en haut, à l'aide de quatre spots halogènes de 250 watts disposés autour du bassin.

2.2 - Relation entre la déformation de la surface libre et l'image vidéo (Fig. n° 2)

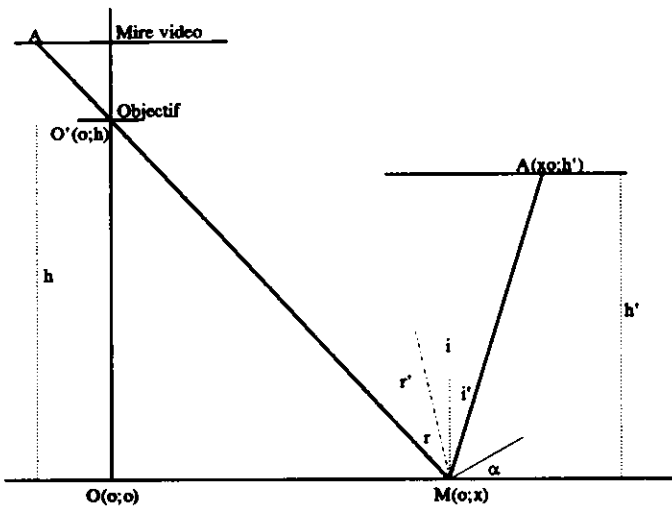


Figure 2

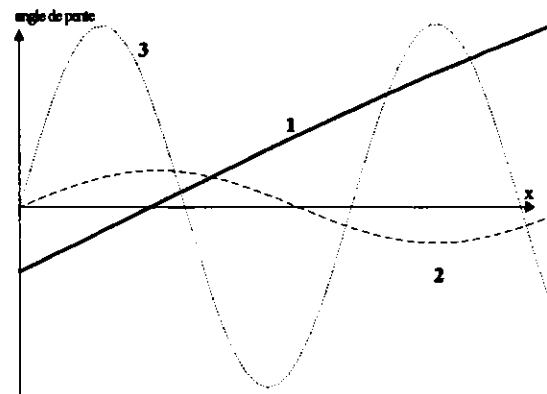


Figure 3

Dans le présent problème, les dimensions x, y du repère d'étude sont des variables indépendantes. Un tel cas optique peut s'étudier soit dans l'espace, soit par ses projections dans le trièdre x, y, z correspondant ainsi à deux problèmes plans. Le calcul se ramène donc à un problème dans le plan Ox, Oz et de variable x .

Etant donné l'ordre de grandeur du diamètre de l'objectif de la caméra devant les distances quadrillage-bassin et caméra-bassin, on fera l'approximation que tous les rayons lumineux entrant dans la caméra passent par le centre de la lentille simple convexe équivalente. Enfin les variations de hauteur de la surface libre seront considérées négligeables devant les distances entre la caméra ou le quadrillage et la surface libre au repos, c'est à dire le plan d'équation $z = 0$

Soit A un point objet du quadrillage de coordonnées x_0, y_0, h' . Soit M un point de la surface libre pour que, compte tenu d'une pente α en ce point, il y ait réflexion de A en A' sur la mire vidéo.

Les lois de DESCARTES donnent aisément:

$$\begin{aligned} r &= -i \\ r &= r' - \alpha \\ i &= i' - \alpha \end{aligned}$$

D'où :

$$\alpha(x, x_0) = \frac{1}{2}(r' + i') = \frac{1}{2} \left[\operatorname{atan} \frac{x}{h} - \operatorname{atan} \left(\frac{x_0 - x}{h'} \right) \right]$$

Si l'on trace, à x_0 donné, la fonction $\alpha(x)$, on obtient l'allure de la courbe (1) de la Figure 3 qui est la loi $\alpha(x)$ pour qu'il y ait réflexion d'un point $A(x_0, h')$.

Si, à ce graphique, on superpose la fonction $\alpha(x)$ associée à la pente réelle de la surface libre par la relation :

$$\frac{dz}{dx}(x, x_0) = \tan[\alpha(x, x_0)].$$

On obtient par intersection le ou les points où se réfléchissent effectivement une image issue de $A(x_0, y_0, h')$. Il peut effectivement exister plusieurs images d'un même point, notamment dans le cas où les cambrures sont importantes. La courbe 2 de la Figure 3, qui représente la pente $\alpha(x)$ d'une surface réelle n'offrira qu'une réflexion. La courbe 3, correspondant à de plus fortes cambrures fournira plusieurs réflexions. Connaissant l'abscisse x sur la mire vidéo du point A' image de $A(x_0, h')$, on remonte à l'abscisse x du point M où, sur la surface libre, la réflexion a eu lieu par

$$x(M) = (h/l).x(A') = k.x(A')$$

k étant un coefficient propre à la géométrie du montage et dont la valeur est obtenue expérimentalement.

Le dispositif expérimental nous concernant étant bidimensionnel, nous effectuons les mêmes opérations que précédemment définies selon deux axes. Ainsi à chaque point est associé deux angles.

Le problème se pose alors maintenant dans les termes suivants: on veut connaître la pente de la surface libre en des points variant en nombre et en emplacement au cours du temps avec les évolutions de la surface libre.

3 - Le traitement de l'image

Il est nécessaire d'extraire les coordonnées vidéo des points images des points du quadrillage à un instant donné à partir de l'image figée correspondante. L'outil utilisé est le système de traitement d'images OPTIMAS. Dans un premier temps, un filtrage est réalisé afin de faire ressortir les contours. Puis un traitement par l'opérateur permet de s'affranchir de toute l'information non-pertinente qui peut apparaître à l'écran (comme par exemple, le dispositif expérimental) afin de ne conserver que les points images. Enfin un seuillage est effectué afin de saisir les points images et leurs coordonnées. Le fichier ainsi constitué est transformé en fichier ASCII exploitable en FORTRAN.

4 - L'exploitation des résultats

Cette exploitation se fait sur station de travail où le fichier résultat est transporté. Tout d'abord, il nous faut ordonner les points entre eux de façon à les regrouper selon une quadrillage pré-établi qui nous sert de repère dans toute la suite des opérations, ce que ne peut faire le logiciel OPTIMAS. Cette étape a été automatisée. Alors peut commencer le traitement numérique. A partir des points images déplacés et des coordonnées des points objets du plafond, le programme calcule les coordonnées des points de réflexion correspondants ainsi que les pentes en x et en y de la surface libre en ces points.

On interpole ensuite ces données sur les noeuds d'une grille régulière construite sur un disque de 1 m de diamètre représentant le bassin physique. Pour connaître la hauteur de la surface libre, il faut à présent intégrer les pentes. Le problème est le suivant:

$$\vec{\nabla} \cdot h = \bar{q} \text{ avec } q(q_x, q_y) \text{ dérivée en } x \text{ de la surface libre et } h(x, y) = \text{hauteur d'eau}$$

En écrivant la divergence:

$$\Delta h = \text{div. } \vec{q}$$

avec comme conditions aux limites:

$$\vec{\nabla} \cdot h = \vec{q}$$

sur le pourtour de la cuve

Cette équation est alors intégrée par la méthode des éléments finis, les éléments du maillage étant construits sur la base de la grille d'interpolation.

5 - Correction des erreurs d'optique:

En appliquant cette méthode à une image de la surface libre au repos, on obtient un résultat montrant une surface déformée ayant l'allure d'une cuvette inclinée. Cela est dû à des erreurs d'optique: approximation de l'objectif de la caméra par une lentille simple, position sans doute pas tout à fait verticale de la caméra. Pour corriger ces erreurs, il suffit de retrancher la hauteur calculée de la surface libre au repos à la surface libre déformée.

6 - Application

L'application a porté sur la reconnaissance des modes propres de vibration d'une surface libre dans une cuve circulaire (Figure 4). L'excitation est produite par un batteur palette simulant un flux monochromatique entrant. La largeur du batteur correspond à un angle au centre de la cuve de 20°. L'amplitude et la fréquence du battement sont variables.

Le lecteur trouvera à la fin de cet article deux vues (Figure 8) qui sont une représentation tridimensionnelle des deux instants extrêmes d'amplitude maximale au cours de l'apparition d'un mode propre dans le bassin.

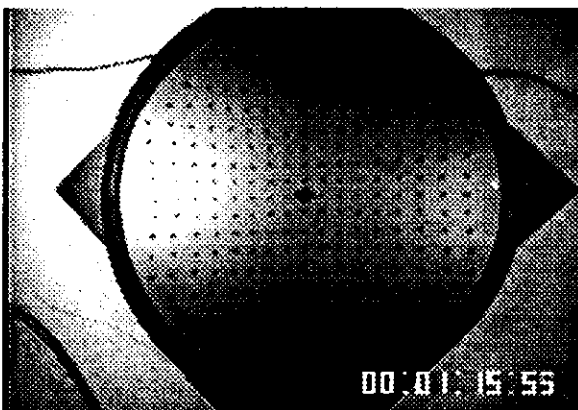


Figure 4:

Image vidéo avant traitement lors de l'apparition du mode fondamental dans la cuve. Les points se resserrent vers le centre de la cuve, c'est donc bien la preuve que le pic de ce mode est au centre.

La validation de la méthode a été effectuée par comparaison à des relevés limnimétriques. Pour ce faire, nous avons choisi d'étudier le mode de résonance fondamental que l'on peut obtenir dans la cuve. Ce choix apporte plusieurs facilités d'ordre technique. La sonde limnimétrique est placée au centre de la cuve (dans notre cas, juste sous la caméra), qui se trouve être en même temps le pic du mode. La lecture de la hauteur après intégration des pentes s'en trouve simplifiée.

On ne peut cependant pas pousser la validation très loin (une précision en dessous de 10 %, voir Figure 5), car le phénomène étudié étant périodique, nous ne sommes jamais sûrs

avec notre caméra standard de filmer et d'arrêter l'image sur le moment précis du pic à moins de 5% près. La précision serait peut-être plus significative sur un phénomène stationnaire ou avec une caméra rapide. Néanmoins ces résultats nous ont paru encourageants.

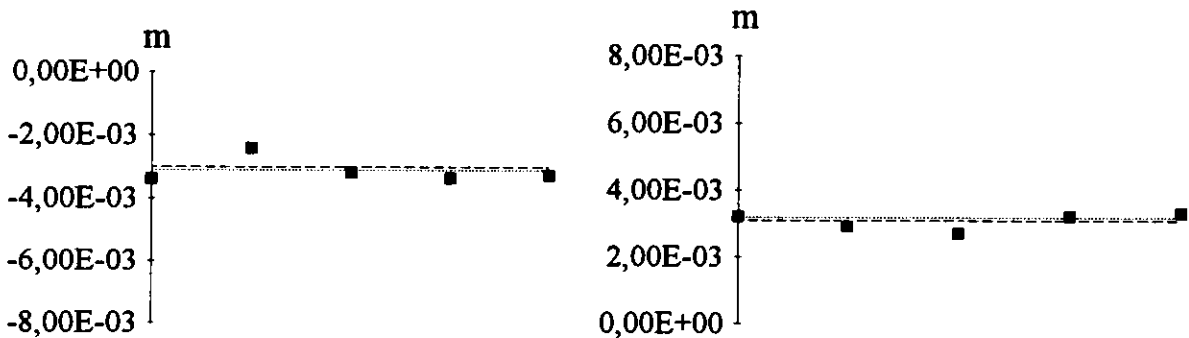


Figure 5. Comparaison entre limnimètre (lignes) et méthode optique (points) pour le minimum et le maximum d'amplitude (en m) observés au centre de la cuve pour le mode fondamental.

Nous avons déjà parlé des points doubles qui apparaissent lors de houles à trop forte cambrure, une autre limitation que l'on peut observer avant même celle liée aux points multiples est la déformation des points image. La surface de réflexion se déforme différemment selon les deux directions de l'espace, induisant la déformation des points images, il devient alors de plus en plus délicat de chiffrer le déplacement de ceux-ci. Tout ceci nous limite donc en amplitude et nous contraint à observer des phénomènes le plus souvent linéaires.

Figure 6:

Le premier lieu d'apparition de points doubles est sur les bords, c'est pourquoi nous ne présentons que la courbe théorique pour $x_0=0.8$ m. En pratique la cambrure locale près des bords est augmentée par les phénomènes de capillarité.

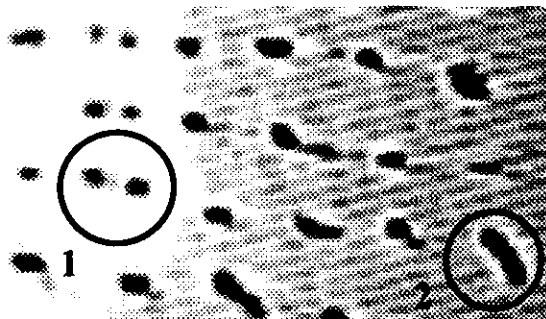
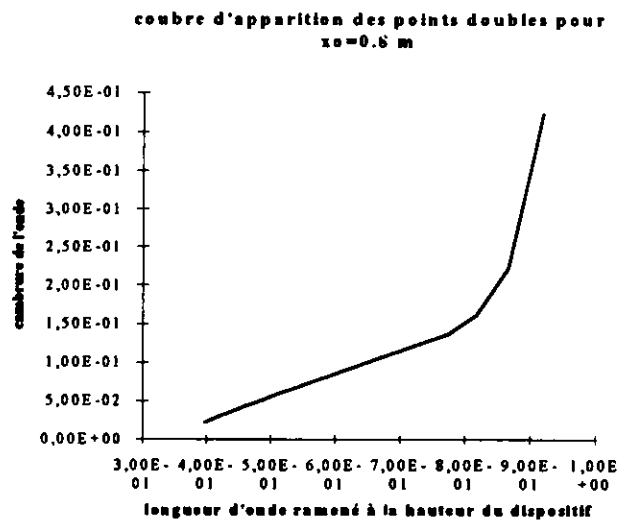


Figure 7:

Illustration des limitations. Pour un mode résonnant, apparition des images doubles dues à des ondes capillaires près des bords (1). Nous constatons aussi la déformation des points image (2).

7 - Comparaison Expérience - Calcul numérique

Un calcul destiné à déterminer les modes propres pouvant s'installer dans le bassin en fonction de la fréquence d'excitation, de l'amplitude du batteur et de la hauteur d'eau a été réalisé par E. Lunéville (Groupe SMP). Ce calcul s'appuie sur une représentation modale des solutions des équations de l'hydrodynamique linéarisées au premier ordre avec un terme de viscosité de surface (Cf. IVèmes Journées de l'Hydrodynamique, Nantes 1993 [2]).

Nous en rappelons brièvement, ici, le principe dans le cas d'une cuve circulaire de rayon R , de profondeur h (le plan moyen de la surface libre étant donné par $z=h$). La surface libre est excitée par un batteur d'ouverture angulaire $(0, \theta)$, articulé au fond de la cuve.

Le fluide étant supposé parfait et incompressible, l'écoulement irrationnel et les perturbations petites, l'évolution du potentiel des vitesses dans le fluide est gouvernée par le système d'équations:

$\Delta\varphi = 0$	dans le fluide
$\frac{\partial\varphi}{\partial r} = 0$	sur le bord de la cuve, hormis le batteur
$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0$	sur le fond de la cuve
$\frac{\partial\varphi}{\partial r} = v(t)z$	sur le batteur
$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + g\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \varepsilon g\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial z} = 0$	sur la surface libre
$\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$	à l'instant initial

où ε représente un facteur de viscosité et $v(t)$ la vitesse angulaire du batteur. L'élévation de surface libre s'obtient alors à l'aide de la relation :

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

Les modes propres de la cuve sont donnés en coordonnées cylindriques par l'expression suivante, m indice radial et n indice azymuthal du mode :

$$w_{mn}^i(r, \theta, z) = A_{mn} J_n(q_{mn} r) ch(q_{mn} z) \begin{cases} \sin(n\theta) & \text{si } i=1 \\ \cos(n\theta) & \text{si } i=2 \end{cases}$$

où J_n est la $n^{\text{ème}}$ fonction de Bessel de première espèce, $q_{mn} = \frac{k_{mn}}{R}$ avec k_{mn} la $m^{\text{ème}}$ racine de J'_n et A_{mn} un coefficient de normalisation.

A partir de la connaissance de ces modes, on obtient la représentation modale de l'élévation de surface libre sous la forme suivante:

$$\eta(r, \theta, t) = - \sum_{n \geq 0} \sum_{m \geq 0} h_{mn}(t) \left(\beta_{mn}^1 w_{mn}^1(r, \theta, h) + \beta_{mn}^2 w_{mn}^2(r, \theta, h) \right)$$

où on a introduit les notations :

$$h_{mn}(t) = \int_0^t \frac{e^{\xi_{mn}(t-s)}}{\delta_{mn}} \left(\xi_{mn} ch(\delta_{mn}(t-s)) + \delta_{mn} sh(\delta_{mn}(t-s)) \right) (v(s) + \varepsilon \dot{v}(s)) ds$$

$$\beta_{mn}^i = R \int_0^h \int_0^b z w_{mn}^i(R, \theta, z) d\theta dz$$

$$\xi_{mn} = -\frac{\xi g \lambda_{mn}^2}{2}, \delta_{mn} = \sqrt{\xi_{mn}^2 - g \lambda_{mn}^2} \text{ et } \lambda_{mn}^2 = q_{mn}^2 h^2 = q_{mn}^2 h$$

La fonction $h_{mn}(t)$ traduit les fluctuations temporelles du mode mn liées à l'excitation temporelle du batteur et permet ainsi de localiser des fréquences d'accrochage du mode mn . Par contre le coefficient β_{mn}^i caractérise la faculté qu'a le batteur, due à sa configuration géométrique, d'exciter plus ou moins le mode mn .

Ainsi dans le cas où l'excitation du batteur est harmonique $v(t) = \sin(\omega t)$ et si on néglige les effets de viscosité ($\varepsilon=0$) on obtient l'expression suivante :

$$h_{mn}(t) = \frac{4\omega}{\omega^2 - g\lambda_{mn}^2} \sin\left(\frac{\omega + \sqrt{g\lambda_{mn}^2}}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega - \sqrt{g\lambda_{mn}^2}}{2} t\right)$$

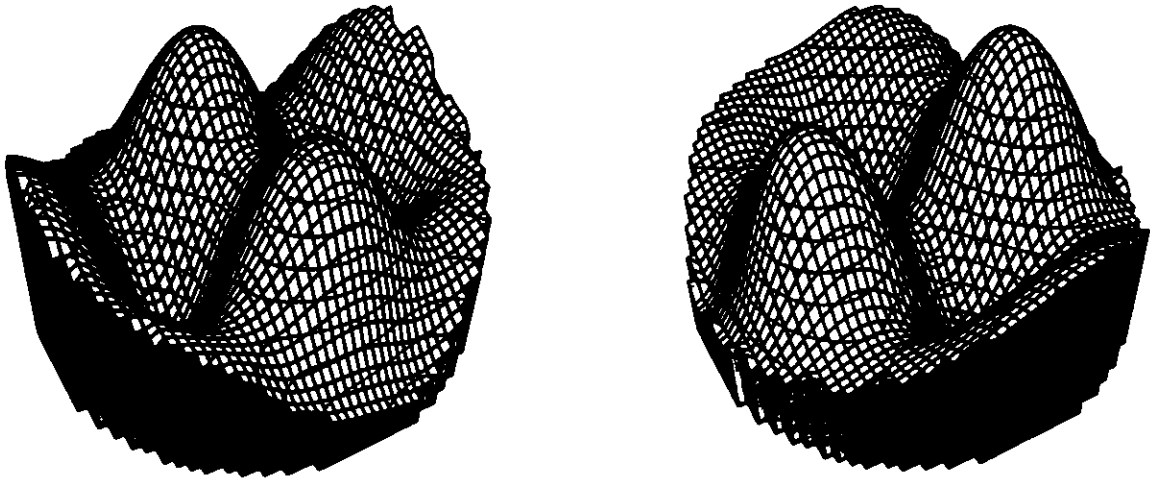
qui montre bien que la variation d'amplitude du mode mn au cours du temps est composée d'une modulation basse fréquence et d'une modulation haute fréquence. Lorsque la pulsation ω de l'excitation tend vers la valeur $\sqrt{g\lambda_{mn}^2}$ il y a "explosion" du mode mn car :

$$h_{mn}(t) \approx t \sin(\omega t).$$

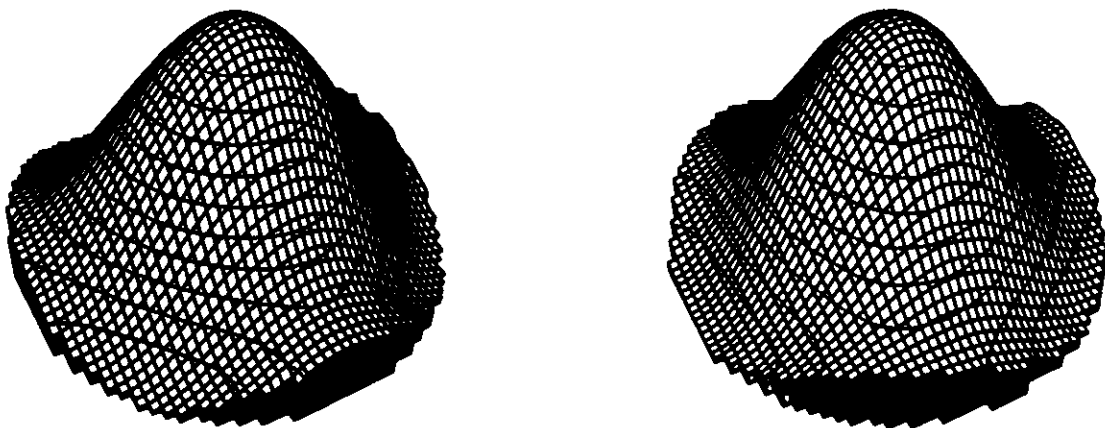
Il est facile de constater que dans un tel système tous les modes sont excités quelle que soit la pulsation d'excitation, mais avec des amplitudes différentes. C'est pourquoi il existe des situations où l'on peut générer un mode quasi-stable mais qui n'est jamais pur! Ainsi, le mode fondamental (1,0) apparaît bien souvent.

Sur la figure 9, on présente le résultat d'un calcul mettant en évidence le mode fondamental pour une fréquence d'excitation du batteur $f=1.26$ Hz. Pour la fréquence $f=1.22$ Hz on observe expérimentalement l'apparition du même mode.

L'écart fréquentiel constaté (de l'ordre de 3%) est pour l'instant difficile à interpréter. La prise en compte du terme d'amortissement ne permet pas d'expliquer cette différence. Il est plus vraisemblable de penser que cet effet est dû à une évaluation imparfaite des paramètres physiques de l'expérience ou à une influence de la cuve elle-même par l'intermédiaire de ses modes propres de vibration.

Figure 8**Figure 9**

A gauche, représentation tridimensionnelle du relevé expérimental au moment du maximum du mode fondamental.
A droite, résultat théorique au même instant.



Conclusion:

Pour l'instant, la méthode que nous venons de décrire n'a été appliquée qu'à des petites déformations de la surface libre par rapport aux longueurs d'ondes, ne donnant qu'une image d'un point objet. Lors de l'apparition de points doubles, nous avons toujours la ressource d'identifier ceux-ci, ainsi que les points de référence sur la mire-objet. Nous pourrions ainsi doubler le volume de l'information localement. Mais le nombre de points à relever est trop important pour qu'un opérateur puisse le faire manuellement, ce qui nous a obligés à automatiser cette procédure. Or le relevé des points doubles est pratiquement impossible à mettre en oeuvre de façon automatique. Nous parlons toujours dans le cadre de notre approche, c'est-à-dire que rien ne distingue un point de la mire d'un autre. D'autres approches dérivées sont cependant possibles (voir [3]), comme donner une couleur différente à chaque point, ce qui permettrait de reconnaître ses multiples points de réflexion. Les limitations proviendraient alors de la capacité du matériel à distinguer les différentes couleurs, les unes des autres. Dans tous les cas, nous nous heurtons à une difficulté majeure du procédé par réflexion, à savoir, sa très grande sensibilité. Tempérons néanmoins ce constat en rappelant que la méthode développée à l'E.N.S.T.A offre un moyen d'accès rapide et sûr de la déformation de la surface libre, et ce de manière quantitative. L'étalonnage de la méthode se réduit à trouver le bon coefficient k lié au dispositif optique, ce que n'autorise pas une autre classe de méthode basée sur la variation de l'intensité de la lumière renvoyée par réflexion (voir [4] [5] [6]). Notre ambition à plus long terme est d'utiliser ce principe pour la reconnaissance globale de sillages de carènes lors d'essais en bassin. En abaissant tout le dispositif optique nous pourrions ainsi déjà diminuer la sensibilité, ou encore tester des mires-objet plus complexes qu'une grille de points (réseau de droites perpendiculaires, par exemple). Toutefois, nous ne perdons pas de vue que l'utilisation de la méthode sera caduque près des bords du bateau et dans le sillage visqueux, deux zones où la surface n'est plus suffisamment propre.

Références

- [1] Le Guet P.L., Dern J.C., Toulouse G, 1989, "Dispositif de mesure du sillage d'une maquette naviguante", BOPI "Brevets" n°7 du 17/02/94.
- [2] Luneville E., 1993, "Simulation de la houle par méthode de décomposition modale", IVème Journée de l'Hydrodynamique.
- [3] Zhang X., Dabiri D., Gharib M., 1994, " A novel technique for free-surface elevation mapping", Phys. Fluids, Vol 6.
- [4] Jähne B., Schultz H., 1992, "Calibration and accuracy of optical slope measurements for short wind waves", SPIE Vol 1749 Optics of the Air-Sea Interface.
- [5] Schultz H., 1992, "Specular surface stereo: a new method for retrieving the shape of a water surface", SPIE Vol 1749 Optics of the Air-Sea Interface.
- [6] Bonmarin P., Borleteau J.P., Maillard P., Le Goff J.P., Ramamonjiarisoa A., 1992, "Etude de la structure spatiale d'un champ de vagues de vent par méthode optique", Vème Colloque National de Visualisation et de Traitement d'Images en Mécaniques des Fluides.

