

4e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

1, 2, 3 mars 1993 - Nantes

CALCUL DES SPECTRES DE PROJET

L. SCHMIED

Laboratoire d'OptoElectronique
Université de Toulon et du Var

IFREMER

Zone portuaire de Brégaillon
B.P. 330
83507 LA SEYNE-SUR-MER

Tél. : 94.30.48.98

Fax : 94.30.13.72

Résumé

Les modèles numériques et physiques qui décrivent le comportement des structures soumises à la houle exigent la détermination de spectres de vagues comme données d'entrée. Nous proposons une méthode de calcul du spectre de projet. Cette méthode de calcul est une synthèse des études de calcul de détermination de la période de projet et des représentations des spectres d'état de la mer en fonction des seuls paramètres "internes". Cette méthode a été appliquée pour calculer les spectres de projet sur le site d'Antifer.

Summary

Design wave spectrum.

One demands wave spectrum for numerical wave simulations and experiments. A method is developed for predicting the design wave spectrum corresponding to a specified return period. This method is a synthesis of the calculus of the design wave period and the analytical formulation for sea wave spectrum depending on the steepness and period. Numerical results are given for Antifer location (Channel).

L'étude de projets d'ouvrages maritimes exige de plus en plus la détermination de spectres de projet. Les modèles de résistance des ouvrages qu'ils soient numériques ou physiques prennent en compte non seulement l'énergie globale développée par les vagues mais aussi la répartition de cette énergie sur chaque composante du spectre.

Nous présentons une méthode de calcul des spectres de projet. Cette méthode est la synthèse de deux calculs : le calcul de la période de projet et la formulation analytique de spectres d'énergie à l'aide des seuls paramètres internes.

Le calcul de la période de projet est une application de la notion de cycle d'état de mer où le paramètre de pseudo-cambrure $H_{1/3} / (T_p^2)$ joue un rôle fondamental.

Le spectre de Pierson-Moskowitz a une forme analytique qui ne dépend que de la pseudo-cambrure et de la période du pic du spectre, T_p .

Le spectre de JONSWAP a une forme analytique analogue proposée par Goda et comporte un terme supplémentaire de surélévation du pic γ .

La formulation d'Isherwood du spectre JONSWAP ne dépend que de la pseudo-cambrure et de la période T_p .

Nous décrivons les formes analytiques des spectres de JONSWAP et PIERSON-MOSKOWITZ puis nous calculons les couples $(H_{1/3}, T_p)$ associés à différentes durées de retour pour le site d'Antifer. Nous proposons enfin les spectres de projet pour chacune des durées de retour.

I - Formulation des spectres JONSWAP et PIERSON-MOSKOWITZ

I.1 - Le spectre JONSWAP :

a) Formulation de Goda :

Goda [1] a proposé une expression analytique du spectre JONSWAP [2] qui ne dépend que des paramètres internes. Nous opposons les paramètres internes qui caractérisent les vagues, comme la hauteur significative et la période du pic du spectre, aux paramètres externes qui caractérisent le champ de vent, comme la vitesse du vent et la longueur de fetch.

cette formulation est la suivante :

$$(1) \quad S(f) = \alpha_G \left[\frac{H_{1/3}}{T_p^2} \right]^2 f^{-5} e^{\left\{ -\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right\}} \gamma \left[e^{-\frac{(T_p f - 1)^2}{2\sigma^2}} \right]$$

$$\text{avec } \alpha_G = \frac{0.0624}{0.230 + 0.0336 \gamma - 0.185 (1.9 + \gamma)^{-1}}$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a & f \leq f_p \\ \sigma_b & f > f_p \end{cases}$$

γ varie entre les valeurs 1 et 7 et sa valeur moyenne est 3.3

$$\sigma_a = 0.07$$

$$\sigma_b = 0.09$$

$S(f)$ est la valeur du spectre d'énergie associée à la fréquence f .

$H_{1/3}$ est la hauteur significative des vagues de l'enregistrement.

T_p est la période du pic du spectre.

γ est le coefficient de surélévation du pic du spectre.

σ est le paramètre qui caractérise la largeur du pic du spectre.

Nous constatons que la pseudo-cambrure $H_{1/3} / (T_p^2)$ joue un rôle prépondérant dans cette formulation (1). Nous avons déjà mis en évidence l'importance de ce paramètre dans nos études sur les caractéristiques d'un état de mer [3].

Ce paramètre joue aussi un rôle central dans la formulation du spectre WALLOPS proposé par Huang et al. [4] puisqu'il détermine la forme analytique dans sa partie hautes fréquences.

Sous la forme (1) le spectre JONSWAP ne dépend donc que des 3 paramètres $H_{1/3}$, T_p et γ .

b) Formulation de Isherwood:

Isherwood [5] a intégré numériquement la formule de JONSWAP suivante

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp \left\{ -\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^4 \right\} \gamma^{\eta}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Il a montré que α et γ ne dépendaient que du seul paramètre de pseudo-cambrure

$$s = \frac{2\pi H_{1/3}}{g T_{02}^2}$$

T_{02} période moyenne déduite des moments d'ordre 0 et 2 de la densité spectrale de puissance.

$$\gamma = 10.54 - 1.34 s^{-1/2} - \exp(-19 + 3.775 s^{1/2})$$

pour $s \geq 0.037$

$$\gamma = 0.9 + \exp(18.86 - 3.67 s^{1/2})$$

pour $s < 0.037$

et $\alpha = (2.964 + 0.4788 \gamma^{1/2} - 0.3430 \gamma + 0.04225 \gamma^{3/2}) s^2$

pour $0.6 < \gamma < 8.0$

Isherwood a aussi montré que le modèle JONSWAP fige la relation entre la période du pic T_p et la période moyenne T_{02} .

$$T_{02} = (0.6063 + 0.1164 \gamma^{1/2} - 0.01224 \gamma) T_p$$

Selon Isherwood, l'expression analytique du spectre JONSWAP ne s'écrit qu'à l'aide des seuls paramètres internes $H_{1/3}$ et T_{02} .

1.2 - Le spectre de PIERSON-MOSKOWITZ :

Le spectre de JONSWAP (1) se réduit au spectre de PIERSON-MOSKOWITZ lorsque $\gamma = 1$.

La mer est alors complètement développée et la surélévation du pic est minimale.

$$(2) \quad S(f) = 0.3123 \left[\frac{H_{1/3}}{T_p^2} \right]^2 f^{-5} e^{\left\{ -\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right\}}$$

Cette expression révèle que le spectre de PIERSON-MOSKOWITZ ne dépend que des deux paramètres internes $H_{1/3}$ et T_p .

Nous avons montré [3] que l'état de mer complètement développée est caractérisé par une pseudo-cambrure constante.

$$(3) \quad \frac{H_{1/3}}{(TM)^2} = 0.0787$$

Si on suppose, comme Goda, que $T_p = 1.05 TH_{1/3}$ et comme nous l'avons trouvé [6] que $TH_{1/3} = 1.23 TM$ alors $T_p = 1.29 TM$ et l'expression (3) devient :

$$\frac{H_{1/3}}{(T_p)^2} = 0.0473$$

La formulation (2) est encore simplifiée :

$$(4) \quad S(f) = 7 \times 10^{-5} f^{-5} e^{\left\{ -\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right\}}$$

Le spectre de PIERSON-MOSKOWITZ ne dépend donc plus que du seul paramètre T_p , période du pic.

Dans le cas où l'hypothèse de l'établissement d'une mer complètement développée est admise il suffit de calculer un seul des deux paramètres pour déterminer complètement le spectre de PIERSON-MOSKOWITZ.

En résumé, nous disposons de deux modèles de spectres d'énergie des vagues, JONSWAP et PIERSON-MOSKOWITZ qui s'expriment à l'aide des seuls paramètres internes $H_{1/3}$, T_p et γ selon Goda.

D'après Isherwood, seuls $H_{1/3}$ et T_{02} déterminent l'expression analytique du spectre de JONSWAP.

Nous disposons aussi d'une méthode [6] de calcul du couple $(H_{1/3}, T_p)$ associé à une durée de retour donnée que nous appliquons au site d'Antifer.

Nous déterminerons les valeurs de γ qui nous semble les plus caractéristiques des

maxima des tempêtes. Nous aurons ainsi calculer les spectres de projet.

Nous calculons les différentes hauteurs associées à plusieurs durées de retour choisies pour réaliser les essais en canal à houle aléatoire.

II - Calcul des hauteurs et périodes associées à plusieurs durées de retour sur le site D'antifer

II.1 - Calcul des hauteurs de projet :

Nous avons choisi d'adopter la méthode de renouvellement proposée par le L.N.H. [7].

Cette méthode estime la loi de probabilité de la variable aléatoire $H_{1/3}$ du maximum d'une tempête et la loi de probabilité d'occurrence de cette tempête. Cette technique du renouvellement s'adapte particulièrement bien au calcul des périodes de projet par la méthode des cycles d'état de la mer.

Dans les deux études (renouvellement et cycles d'état de mer), on tente de définir une tempête et on construit un échantillon statistique composé des seuls maxima de ce type de tempête.

Cette méthode a été appliquée par Allen [8] au site d'Antifer sur lequel le Service Technique de la Navigation Maritime a mené une campagne de mesures de dix ans du 3 juillet 1972 au 11 mai 1982. Cette campagne a permis de rassembler 2264 jours d'enregistrements.

Allen [8] montre que la loi exponentielle est la loi qui s'adapte le mieux aux données. Cette loi a pour fonction de répartition $F(h)$.

$$F(h) = 1 - e^{-\rho(h-H_0)}$$

h est la hauteur $H_{1/3}$ des sommets des tempêtes qui dépassent le seuil H_0 fixé à 2m dans le cas d'Antifer.

L'estimation de ρ est $\hat{\rho} = 1.5023$

Si on suppose que la loi d'occurrence des tempêtes suit une loi de Poisson on obtient la formule donnant la valeur $H_T, H_{1/3}$ associé à la durée de retour T :

$$(5) \quad H_t = H_0 - \frac{1}{\rho} \log \left[\frac{\log(1 - 1/T)}{-\mu} \right]$$

$$H_0 = 2\text{m}$$

$$\mu = 2.0135 \text{ nombre moyen de tempêtes par mois.}$$

Nous obtenons les résultats suivants :

Durée de retour	$H_{1/3}$
100 ans	7.2 m
50 ans	6.7 m
30 ans	6.4 m
10 ans	5.6 m
5 ans	5.2 m
1 an	4.1 m

II.2 - Calcul des périodes de projet :

L'étude des cycles d'état de la mer montre que les tempêtes sont caractérisées par une relation parabolique entre $H_{1/3}$ et $TH_{1/3}$ d'une même tempête. ($TH_{1/3}$ est la période moyenne des vagues utilisées pour calculer $H_{1/3}$).

En particulier, nous avons montré [6] qu'à Antifer les maxima des cycles de tempêtes suivent la relation

$$(6) \quad H_{1/3} = 0.0551 (TH_{1/3})^2$$

Cette relation statistique est basée sur des considérations physiques que nous avons évoquées dans la présentation des spectres JONSWAP et PIERSON-MOSKOWITZ.

Nous calculons aussi la variabilité de cette relation suivant les valeurs de $H_{1/3}$.

Pour calculer les spectres sous leurs formes (1) et (2) nous devons calculer la pseudo-cambrure $H_{1/3} / (T_p^2)$.

Nous supposons qu'il existe une relation linéaire entre $TH_{1/3}$ et T_p proposée par Goda [1].

$$(7) \quad T_p = 1.05 TH_{1/3}$$

Des relations (6) et (7) nous déduisons la relation parabolique entre $H_{1/3}$ et la période du pic du spectre T_p .

$$(8) \quad \boxed{H_{1/3} = 0.05 T_p^2}$$

L'application de (5) et (8) permet de calculer les valeurs $H_{1/3}$ et T_p associées à la durée de retour T .

Durée de retour	$H_{1/3}$	T_p
100 ans	7.2 m	12 s
50 ans	6.7 m	11.6 s
30 ans	6.4 m	11.3 s
10 ans	5.6 m	10.6 s
5 ans	5.2 m	10.2 s
1 an	4.1 m	9 s

III - Calcul des spectres de projet

Le calcul des spectres de projet consiste à calculer, pour chaque durée de retour, les valeurs des paramètres $H_{1/3} / (T_p^2)$, et T_p des expressions (1) et (4) des spectres de JONSWAP et PIERSON - MOSKOWITZ.

Nous calculerons ces valeurs puis nous déciderons du modèle qui est le plus adapté pour représenter les états de mer de tempêtes sur le site d'Antifer.

$$(1) \quad S(f) = \alpha_G \left[\frac{H_{1/3}}{T_p^2} \right] f^{-5} e^{\left\{ -\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right\}} \gamma \left[-\frac{(T_p f - 1)^2}{2\sigma^2} \right]$$

$$(4) \quad S(f) = (7 \times 10^{-4}) f^5 e^{-\left\{ \frac{5}{4} (T_p f)^4 \right\}}$$

La pseudo-cambrure $H_{1/3} / (T_p^2)$:

La pseudo-cambrure $H_{1/3} / (T_p^2)$ prend la valeur 0.05 dans l'expression du spectre de JONSWAP caractéristique des maxima des cycles de tempête à Antifer.

Cette pseudo-cambrure est égale à 0.0473 dans le cas où la mer est complètement développée au sens de PIERSON-MOSKOWITZ.

Période du pic T_p :

La période du pic T_p a été calculée pour chaque durée de retour dans le paragraphe II-2. Elle caractérise les périodes des pics des spectres de JONSWAP.

Les périodes des pics des spectres de PIERSON-MOSKOWITZ sont calculées à l'aide de $H_{1/3} / (T_p^2) = 0.0473$.

Choix du modèle spectral :

Nous disposons de deux modèles spectraux pour caractériser les états de mer de projet. L'examen des spectres des vagues mesurées à Antifer et leur comparaison avec ces deux modèles nous permet de choisir celui qui caractérise le mieux les maxima des tempêtes.

Dans sa thèse [9], Nathalie Julien a calculé 600 spectres de vagues et la valeur du paramètre de surélévation du pic du spectre JONSWAP qui ajuste le mieux le spectre des vagues mesurées.

Nous avons sélectionné 71 de ces 600 enregistrements dont le $H_{1/3}$ dépasse 2.4 m puis nous avons examiné la répartition des valeurs de γ . Ce paramètre varie entre 1 et 5.3. On distingue 3 maxima dans l'histogramme du paramètre.

- 1 - La valeur $\gamma = 1$ a une fréquence d'occurrence de 27 %.
- 2 - La valeur $\gamma = 1.6$; les valeurs de γ entre 1.3 et 1.8 regroupent 22 % de l'effectif total.
- 3 - La valeur 2.2 ; les valeurs de γ entre 1.9 et 2.6 regroupent 28 % de la taille de l'échantillon.

Parmi ces 71 enregistrements dont le $H_{1/3}$ dépasse 2.4 m nous avons identifié 21 sommets de tempêtes.

38 % ont un $\gamma = 1$.

43 % ont un γ compris entre 1.3 et 1.7, centré en 1.6.

14 % ont un γ compris entre 1.9 et 2.6, centré en 2.2.

En particulier la plus grande valeur enregistrée est de 5.4 m qui correspond à une durée de retour de 7 ans environ. La valeur de γ du spectre de cet enregistrement est égale à 1.7.

La deuxième valeur la plus grande de $H_{1/3}$ est 4.1 m qui correspond à une durée de retour d'une année, la valeur de γ du spectre de cet enregistrement est 1.5.

la valeur $\gamma = 1.6$ nous paraît être la valeur la plus probable du paramètre de surélévation du pic du spectre des états de mer de tempêtes (figure).

Rappelons que le spectre JONSWAP a été ajusté à des spectres expérimentaux caractéristiques de l'état de mer dont le fetch est limité, en Mer du Nord.

Nous considérons que le site d'Antifer est soumis à des champs de vent dont les fetchs sont limités par la côte Sud de la Grande-Bretagne. Dans ce cas le modèle JONSWAP est plus caractéristique des spectres du site d'Antifer que le modèle de PIERSON-MOSKOWITZ. Rappelons que ce dernier est une représentation analytique d'une mer complètement développée de l'Atlantique Nord.

En conclusion, choisissons la valeur $\gamma = 1.6$ qui est valeur caractéristique du spectre de projet du site d'Antifer sous la forme analytique proposée par JONSWAP.

Les spectres de projet de type JONSWAP ont pour expression :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = 1.6 \\ \alpha_G = 0.270 \\ S(f) = (6.75 \times 10^{-4}) f^{-5} e^{-\left\{ -\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right\}} 1.6 e^{\left[-\frac{(T_p f - 1)^2}{0.0128} \right]} \end{array} \right.$$

Formulation d'Isherwood :

Nous avons appliqué rigoureusement la formulation d'Isherwood : le couple $(H_{1/3}, T_M)$ de l'état de mer centennal étant donné.

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{1/3} = 7.2 \text{ m} \\ T_M = 9.3 \text{ s} \end{array} \right.$$

nous en déduisons la forme analytique du spectre de JONSWAP :

$$(9) \quad S(f) = 4.9 \times 10^{-4} f^{-5} \exp \left\{ -1.25 \left(\frac{f_p}{f} \right)^4 \right\} 4.7^q$$

avec $f_p = 0.0862$ donc $T_p = 11.6 \text{ s}$ (figure 2)

Alors que la méthode de Goda donne $T_p = 12 \text{ s}$.

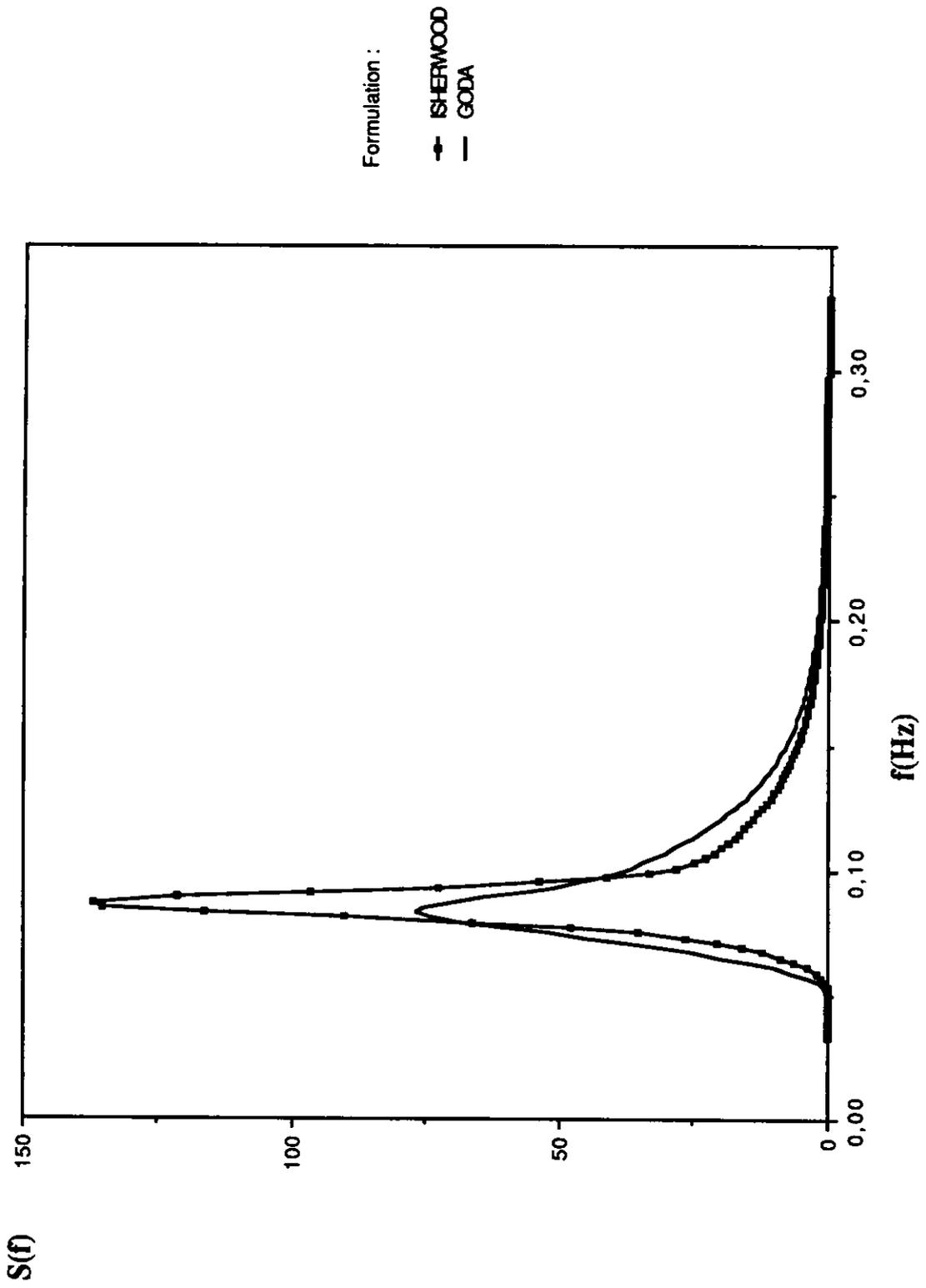
Si on calcule $H_{1/3} = 4 \sqrt{m_0}$ en appliquant (9), on trouve $H_{1/3} = 7.7 \text{ m}$.

Nous ne retrouvons pas la valeur initiale $H_{1/3} = 7.2 \text{ m}$

De même $T_{02} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = 9.9 \text{ s}$ alors que la période moyenne initiale est de 9.3 s .

La formulation d'Isherwood appliquée dans notre exemple donne donc des résultats incohérents. La surélévation $\gamma = 4.7$, calculée par Isherwood, nous semble surestimée lorsqu'on la compare aux valeurs de γ des états de mer de tempêtes sur le site d'Antifer (figure).

Spectre de JONSWAP



CONCLUSION

Nous avons calculé les spectres de projet caractéristiques du site d'Antifer. La méthode adoptée est une synthèse des formulations des spectres JONSWAP et PIERSON-MOSKOWITZ à l'aide des seuls paramètres caractéristiques des vagues et de la méthode de calcul des périodes de projet, application de la notion de cycle d'état de la mer.

Le spectre JONSWAP caractérise le mieux l'état de mer des tempêtes, sa pseudo-cambrure est $H_{1/3} / (T_p^2) = 0.05$, la valeur de la surélévation est $\gamma = 1.6$.

Goda et Isherwood ont proposé deux formulations du spectre JONSWAP qui dépendent de la pseudo-cambrure.

La formulation d'Isherwood conduit à une période $T_p = 11.6$ s et une surélévation $\gamma = 4.7$ qui nous semble surestimée. Les résultats incohérents donnés par l'application de cette méthode nous ont conduit à lui préférer la formulation de Goda et à choisir la valeur de γ en tenant compte de sa distribution statistique pour les états de mer de tempête.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. GODA
Random Seas and design of Maritime Structures
University of Tokyo Press - 1985
- [2] Hasselmann K. et al
Measurements of wind-wave growth and swell.
During the Joint North Sea Wave Project
(JONSWAP) - Deutsche Hydr. Zeit
Reihe A (8°) n° 12 - 1973
- [3] L.SCHMIED
Sea-State Cycles
"The Ocean Surface"
Edited by Y. TOBA and H. Mitsuyasu
D. Reidel Publishing Company - 1985
- [4] N.E. HUANG, S.R. LONG, C.C. JUNG, Y. YUEN et L.F. BLIVEN
A unified two parameter wave spectral model for a general sea-state.
Journal of fluid Mechanics - 112 - 1981
- [5] R.M. ISHERWOOD
A revised parametrisation of the JONSWAP spectrum.
Applied Ocean Research Vol. 9, n° 1 - 1987
- [6] L. SCHMIED
Calcul de la période associée à la hauteur de la vague de projet.
Rapport Association de Recherche sur l'Action des éléments
Septembre 1984
- [7] M. GRAFF, Y. COEFFE, J. BERNIER et B. DELANN0Y
Notice du programme EVENAL
Estimation d'évènements extrêmes (houle) par la méthode de renouvellement.
Rapport Laboratoire National d'Hydraulique-Février 1985.
- [8] H. ALLEN
Estimation des houles extrêmes sur 10 sites du littoral français par application de la
méthode de renouvellement.
Rapport Laboratoire National d'Hydraulique - 1985.
- [9] N. Julien
Etude des méthodes de prévision de l'état de mer en eau peu profonde.
Thèse de doctorat en 3^{ème} cycle - Université Paris VI - 1984.

