

4e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

1, 2, 3 mars 1993 - Nantes

**ETUDE NUMERIQUE DE L'INTERACTION
DES ONDES LONGUES ET DES ONDES COURTES
DE SURFACE LIBRE**

S. GUIBOURG & E. BARTHELEMY

Institut de Mécanique de Grenoble

L.E.G.I.

B.P. 53 X

38041 GRENOBLE CEDEX

(Tel : 76 82 51 17 / Fax : 76 82 50 01)

RESUME

Dans cette étude essentiellement numérique, nous présentons un modèle d'ondes longues basé sur les équations de SERRE. Des comparaisons entre essais numériques et expériences en canal pour des ondes courtes ($\lambda \leq 145$ cm) nous suggèrent d'adapter la correction introduite par MADSEN [5] afin d'améliorer les caractéristiques de dispersion des houles très courtes. Cette correction permet ainsi de faire coexister une houle courte et onde solitaire dans un modèle d'onde longue. Nous étudions comme application, l'interaction d'une houle de haute fréquence ($f \geq 1$ Hz) avec une onde solitaire se propageant en sens contraire. Les phénomènes essentiels observés sont des déphasages entre la partie du train de houle ayant interagie et celle qui n'a pas subi l'influence du soliton. Disposant de mesures expérimentales de ces déphasages, une comparaison avec la modélisation numérique est proposée.

ABSTRACT

We present a numerical study based of the SERRE equations. Comparaisons between numerical modellings and experimental results for shorts waves show that we must introduce MADSEN [5] correction in the model to improve for very short waves. With this improvement we can generate a solitary wave and a short wave. We study the interaction of solitary waves and high waves ($f \geq 1$ Hz) propagating. The main feature is a phase shift between the wave train which as interacted and the wave train free of the influence of the soliton. The numerical, experimental and empirical confrontation of the phase shift are satisfactory.

I - INTRODUCTION

L'objet de cette étude est de décrire l'interaction entre les houles de surface de grandes et faibles longueurs d'onde se propageant en sens contraire sur des fonds horizontaux. La difficulté du problème réside dans le fait que ces deux types d'onde sont décrits par deux théories résultant d'approximations différentes :

- la théorie linéarisée pour les ondes courtes
- la théorie de l'eau peu profonde pour les ondes longues.

Les ondes solitaires, que nous étudierons tout particulièrement, ne peuvent donc être obtenues comme solution de la théorie linéarisée.

Les approches au problème des ondes longues ont été nombreuses et variées depuis 1845. Les premiers à s'y être consacrés sont J. S. RUSSEL (1845), premier expérimentateur de ces ondes, J. BOUSSINESQ (1872) [3], premier modélisateur mathématique, KORTEWEG et DE VRIES (1895) qui découvrirent les ondes solitaires comme limite des ondes cnoïdales lorsque la longueur d'onde tend vers l'infini, et SERRE (1953) [7] dont les équations seront la base de ce travail.

Pour notre part, nous aborderons l'étude à la fois d'un point de vue numérique et d'un point de vue expérimental. Nous présenterons dans un premier temps notre modèle sous ses formes théorique et numérique. Puis, nous nous consacrerons à l'étude de la propagation de la houle pour diverses fréquences comprises entre 0,4 Hz et 3 Hz ; celle-ci aboutira à des comparaisons expérimentales, théoriques et numériques et à l'introduction d'un terme dispersif correctif afin d'améliorer la propagation des houles courtes dans un modèle d'ondes longues. Enfin, nous mesurerons le déphasage entre la houle courte avant et après le passage d'une onde solitaire. Nous tenons à indiquer que la partie expérimentale de l'étude a été soutenue financièrement par la D.R.E.T. Groupe 6.

II - EQUATIONS DU MODELE

II.1 - Equations de Serre

SERRE obtint un nouveau système d'équations à partir des équations fondamentales de l'hydrodynamique. En effet, contrairement à Boussinesq, il prit en compte les effets de courbure des lignes de courant et ne négligea pas un certain nombre de termes produits de dérivées. Le système des équations de SERRE décrit la dénivellation de surface libre et la vitesse moyenne.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{a) } \eta_t + [u(h_0 + \eta)]_x = 0 \\ \text{b) } u_x + uu_x + g\eta_x + \frac{2}{3}\Gamma\eta_x + \frac{1}{3}(h_0 + \eta)\Gamma_x = 0 \\ \text{c) } \Gamma(x,t) = (h_0 + \eta)(u_x^2 - uu_{xx} - u_{xt}) \end{array} \right. \quad (\text{I})$$

avec $h(x,t)$: ordonnée de la surface
 $u(x,t)$: vitesse horizontale moyennée sur une verticale
 $h(x,t)$: amplitude de la surface libre
 $\Gamma(x,t)$: accélération verticale des particules à la surface libre
 h_0 : hauteur moyenne de l'eau.

Ce système d'équations décrit l'écoulement irrotationnel d'un fluide incompressible et parfait dans un canal à

pente nulle. Il possède une solution de type onde solitaire qui s'écrit sous la forme :

$$h = h_0 + A \operatorname{sech}^2[\lambda (x - ct)]$$

$$u = c \left(1 - \frac{h_0}{h} \right)$$

avec :

$$\begin{cases} \lambda = \sqrt{\frac{3A}{4h_0^2(h_0+A)}} \\ c = c_0 \sqrt{1 + \frac{A}{h_0}} \end{cases}$$

Les équations de SERRE sont construites pour modéliser les ondes dont la longueur caractéristique est grande devant la profondeur h_0 . "Ce sont des équations unidirectionnelles". Le domaine physique est représenté par la figure 1, l'axe des x est confondu avec le fond du canal, l'axe des y est orienté vers le haut par rapport à la gravité et $h(x,t) = h_0 + h(x,t)$.

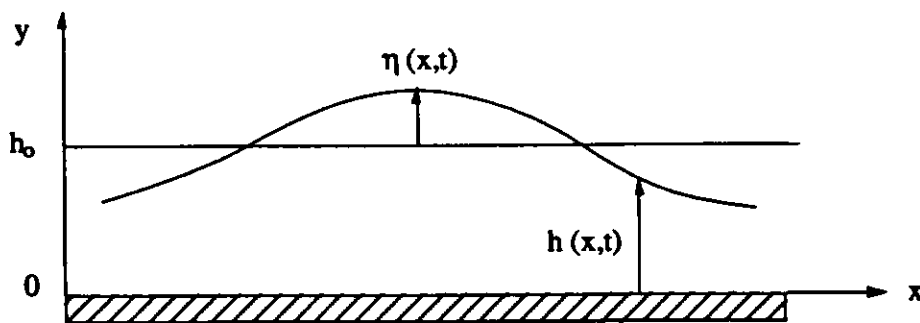


figure 1 : système d'axes et schéma du domaine physique

II.2 - Traitement numérique

Le modèle que nous présentons traite les équations sous leur forme adimensionnalisée. Nous procédons donc aux changements de variables suivants :

$$\begin{aligned} x &= h_0 \bar{x} & t &= \sqrt{\frac{h_0}{g}} \bar{t} & \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{1}{h_0} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \\ u &= \sqrt{gh_0} \bar{u} & h &= h_0 \bar{h} & \frac{\partial}{\partial t} &= \sqrt{\frac{g}{h_0}} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \end{aligned}$$

Le système (I) s'écrit alors sous forme "conservative" comme suit (en éliminant les barres par commodité d'écriture) :

$$\begin{cases} \text{a) } h_t + (hu)_x = 0 \\ \text{b) } q_t + \left(uq - \frac{1}{2} u^2 + h - \frac{1}{2} h^2 u_x^2 \right)_x = 0 \\ \text{c) } q = u - \frac{1}{3h} (h^3 u_x)_x \end{cases} \quad (\text{II})$$

Les équations sont discrétisées en x et en t par des pas réguliers adimensionnels. Les conditions initiales que nous introduirons en tout point sont celles du repos :

- la hauteur d'eau $h(x,0) = 1$
- la vitesse horizontale $u(x,0) = 0$
- les valeurs de $q(x,0) = 0$.

Les solutions sont obtenues pas à pas par le système (II) discrétisé suivant le schéma de SU & MIRIE, et repris par SANTOS [6]. Le calcul d'un pas de temps nécessite la résolution de 5 systèmes à $N-2$ inconnues, N étant le nombre total de pas d'espace.

II.3 - Conditions limites aux batteurs

Les houles et les solitons introduits dans nos expériences "numériques" sont générés par une modélisation de batteurs piston à chaque extrémité du canal. Par construction, un batteur piston impose à chaque pas de temps sa vitesse u en condition limite ($i=1$ ou $i=N$). Les autres fonctions limites inconnues que sont h et q seront calculées par le système différentiel suivant résolu par une méthode de Runge Kutta du 4^{ième} ordre :

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = h_t + u h_x \\ \frac{dq}{dt} = q_t + u q_x \end{cases}$$

En combinant les équations de continuité, de Serre et la définition de q , on obtient :

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = -h u_x \\ \frac{dq}{dt} = -q u_x + u u_x - h_x + h h_x u_x^2 + h^2 u_x u_{xx} \end{cases}$$

Comme dans toute méthode de type Runge Kutta, le second membre est évalué à l'instant t .

BATTEUR PISTON A SOLITON

Le soliton étant la solution exacte des équations de Serre, il existe une relation entre η et u . Nous pouvons alors fixer u par l'intermédiaire de η . Pour un soliton apparaissant à l'extrémité droite du canal, la condition limite s'écrit :

$$\begin{cases} \eta = \frac{A_{max}}{ch^2(\arg)} \\ u = -\sqrt{\frac{g}{h_0 + \eta}} \cdot \eta \end{cases}$$

avec :

- η : élévation de l'onde incidente imposée par le batteur au point $i=N$
- u : vitesse de l'onde incidente imposée par le batteur au point $i=N$
- h_0 : hauteur moyenne de l'eau.
- c_1 : célérité du soliton
- A_{max} : amplitude du soliton
- t_0 : temps de développement du soliton
- j : variable du temps

$$c_1 = c_0 \sqrt{1 + \frac{A_{\max}}{h_0}}$$

$$K = \sqrt{\frac{3 A_{\max}}{4 h_0 \left(1 + \frac{A_{\max}}{h_0}\right)}}$$

$$\arg = - \frac{K}{h_0} (c_1 (j \cdot dt - t_0))$$

BATTEUR PISTON A HOULE

La condition limite en u du batteur à houle sera donnée par la relation :

$$u = u_0 \cdot \sin(\omega t) \quad , \text{ avec } u_0 \text{ calculé à l'aide de la théorie de Stokes au premier ordre.}$$

III - PREMIERES COMPARAISONS ESSAIS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES

III.1 - Essais ondes périodiques longues

Notre modèle étant un modèle d'ondes longues, nous avons voulu déterminer son comportement pour les houles de moyennes et hautes fréquences. La comparaison avec les résultats expérimentaux a été effectuée en premier lieu pour une série de fréquences se situant aux alentours de 0,4 Hz, soient des longueurs d'onde assez longues ($\Lambda=5$ m). Ces essais ont été effectués à partir des mêmes états de houle que les essais expérimentaux de CHAPALAIN [4] dont les caractéristiques figurent sur le tableau ci-dessous.

Essais	Amplitude (cm)	Période (s)	Profondeur (cm)	Λ (cm)	Cambrure A / Λ	h / Λ
H	3,36	3	40	578,84	5,8 E-3	0,069
A	4,204	2,5	40	472,30	8,9 E-3	0,084
I	5,8	2,5	40	472,30	1,2 E-2	0,084

En comparant les essais expérimentaux et numériques, nous avons constaté que les effets non linéaires de la houle sont parfaitement décrits ; nous retrouvons en particulier le premier harmonique dans chaque enregistrement. Toutefois, il ne se propage pas à la bonne célérité, ce qui se traduit par un petit décalage dans la vitesse de groupe. Le décalage du premier harmonique est mis en évidence pour l'essai I (figures 2) par les enregistrements des valeurs numériques et expérimentales de la propagation de la houle au cours du temps. Cet écart de célérité s'accroît lorsqu'on augmente la fréquence.

Une deuxième série d'essais a été effectuée pour des fréquences de houles élevées (1,6 Hz, 2 Hz ...) et nous a révélé que l'énergie de la houle était incapable de se propager dans le domaine et donc que la vitesse de groupe numérique du paquet d'onde était nettement plus faible que la vitesse de groupe expérimentale. Ces résultats ne sont pas surprenants dans la mesure où notre modélisation de base des équations de l'hydrodynamique concerne les ondes longues. Toutefois, pour garder la simplicité et la rapidité de tels modèles, nous nous proposons de les étendre à la description des houles de courtes longueurs d'onde

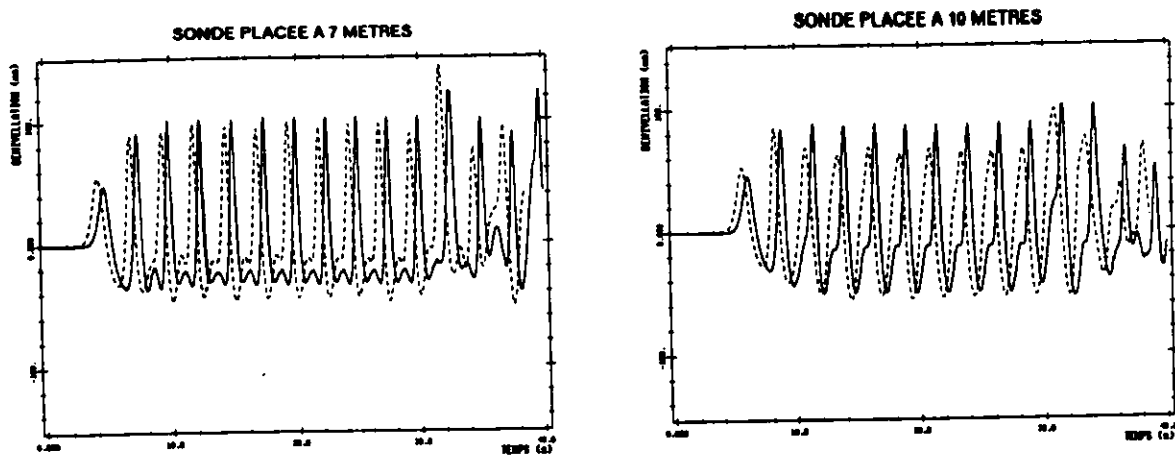


figure 2 : Profils temporels des ondes périodiques longues

ESSAIS I - $f=0,4$ Hz, $A=5,8$ cm, $h_0=40$ cm

- - - - : valeurs numériques

_____ : valeurs expérimentales

III.2 - Correction de MADSEN - Nouveau modèle

Dans l'intention d'améliorer notre modèle dans les hautes fréquences, nous avons utilisé une méthode introduite par MADSEN [5] pour les équations de BOUSSINESQ. Celle-ci consiste en un terme correctif déduit de la linéarisation de l'équation :

$$u_t + uu_x + g h_x = 0$$

qui conduit à :

$$u_t + g h_x = 0$$

En dérivant par rapport à t , on obtient l'approximation suivante :

$$u_{xxt} = -g h_{xxx} \quad (\text{III})$$

Aussi, la quantité suivante peut être considérée comme petite pour des B au plus de l'ordre de 1 :

$$\varepsilon = -B h^2 [u_{xxt} + g h_{xxx}] \quad (\text{IV})$$

Ce terme ε est ajouté simplement à l'équation (I.b) de la dynamique, ce qui modifie la définition de q et conduit au système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{a) } h_t + (hu)_x = 0 \\ \text{b) } q_t + \left(uq + B h^2 uu_x - \frac{1}{2} u^2 + g h - \frac{1}{2} h^2 u_x^2 - g B h^2 h_{xx} \right)_x \\ \quad - 2 B h h_x uu_{xx} - 2 B h^2 u_x u_{xx} + 2 g B h h_x h_{xx} = 0 \\ \text{c) } q = u - \frac{1}{3h} (h^3 u_x)_x - B h^2 u_{xx} \end{array} \right. \quad (\text{V})$$

Quand $B=0$, nous retrouvons bien le système (V). La correction de Madsen est introduite implicitement dans

notre schéma aux différences finies. Ainsi, une alternative aux équations (I) est obtenue en utilisant l'approximation (V). En eau peu profonde et pour des fréquences moyennes, la solution numérique sera inchangée, en effet le terme (IV) sera d'ordre 3 en terme du petit paramètre $\frac{h_0}{\Lambda}$ (h_0 : profondeur moyenne, Λ : longueur d'onde de la houle). En eau profonde ou pour les hautes fréquences, les caractéristiques de dispersion seront nettement améliorées.

Comportement harmonique des équations linéaires

La linéarisation des équations (V) du nouveau modèle de SERRE conduit au système suivant :

$$\begin{cases} h_t + h_0 u_x = 0 \\ u_t + g h_x - B h_0^2 (u_{xxt} + g h_{xxx}) = \frac{h_0^2}{3} u_{xxt} \end{cases} \quad (\text{VI})$$

Celui-ci peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{u_x - g h_0 u_{xx}} - B h_0^2 (u_{xxt} + g h_{xxx}) = \frac{h_0^2}{3} u_{xxt} \quad (\text{VII})$$

On reconnaît, entourée, l'équation des ondes longues linéarisées et leur célérité $\sqrt{g h_0}$. Nous cherchons des solutions d'ondes progressives de la forme $u(x,t) = A e^{i\lambda(x-ct)}$, qui, introduites dans l'équation (VII) nous mènent à l'équation de la célérité de phase c:

$$\frac{c^2}{g h_0} = \frac{1 + B h_0^2 \lambda^2}{1 + \left(B + \frac{1}{3}\right) h_0^2 \lambda^2} \quad (\text{VIII})$$

Nous noterons que pour $B=0$ nous retrouvons la célérité de phase des équations linéarisées de BOUSSINESQ et de SERRE. La vitesse de groupe peut être déduite de la vitesse de phase en appliquant la relation :

$$C_g = c + \lambda \frac{dc}{d\lambda} \quad (\text{IX})$$

On obtiens alors :

$$C_g = c \left[1 + \frac{B h_0^2 \lambda^2}{1 + B h_0^2 \lambda^2} - \frac{\left(B + \frac{1}{3}\right) h_0^2 \lambda^2}{1 + \left(B + \frac{1}{3}\right) h_0^2 \lambda^2} \right] \quad (\text{X})$$

Une comparaison avec la théorie linéarisée de STOKES au premier ordre est présentée figure 5. On y voit la différence entre C_g et $C_{g \text{ Stokes}}$ en pourcentage de $C_{g \text{ Stokes}}$ pour différentes valeurs de B.

Les équations de SERRE étant solutions des ondes longues, nous allons déterminer les valeurs de B à utiliser afin d'étendre notre modèle aux ondes de longueurs d'onde moyennes à très courtes et de petites amplitudes. Pour ceci, nous allons vérifier si notre modèle est en accord avec les résultats théoriques décrits ci-dessus, en mesurant l'erreur faite sur les vitesses de groupe pour différentes valeurs de B et des fréquences de houle variant de 1 à 3 Hz. Le pourcentage d'erreur sur la vitesse de groupe est calculé par :

$$100 \cdot \frac{C_g - C_{g \text{ stokes}}}{C_{g \text{ stokes}}} \quad (\text{XI})$$

$$\text{avec } C_{g \text{ stokes}} = \frac{\omega}{k} \frac{kh_0 + \frac{\text{sh}(2kh_0)}{2}}{\text{sh}(2kh_0)} \quad (\text{XII})$$

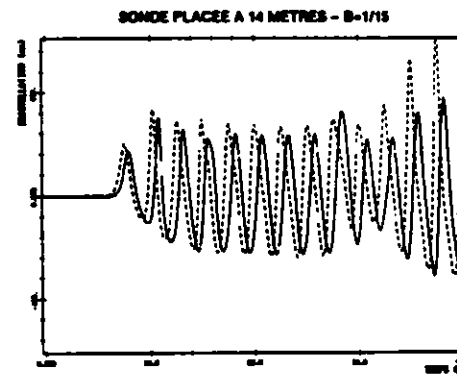
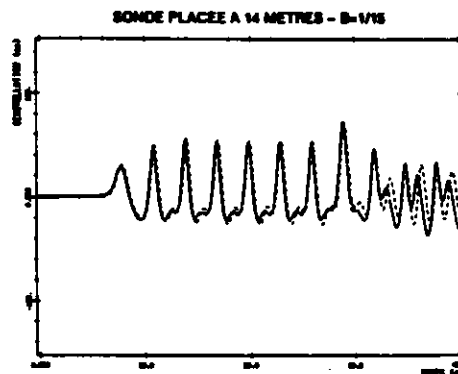
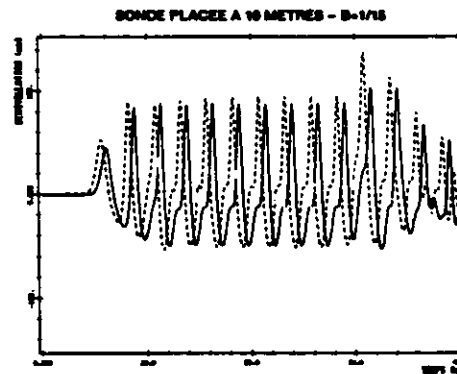
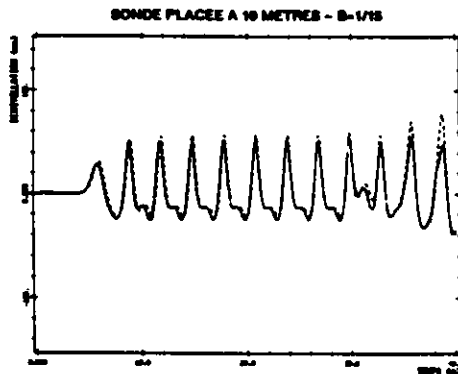
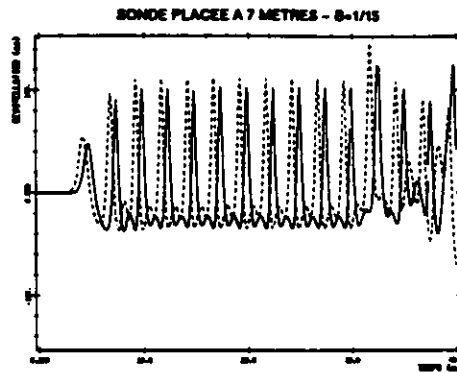
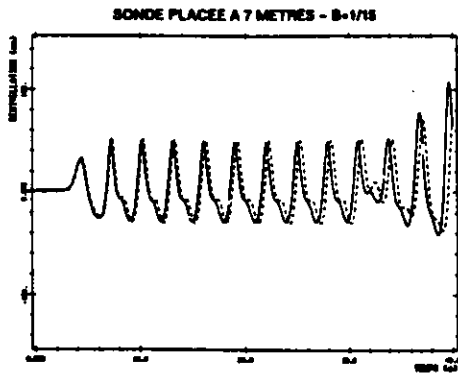
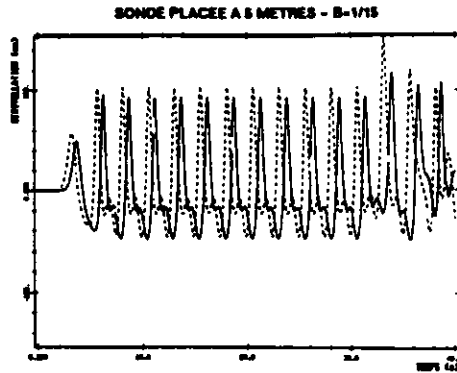
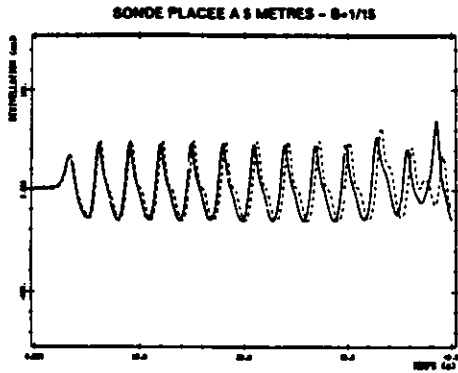


figure 3 : ESSAIS H

figure 4 : ESSAIS I

PROFILS TEMPORELS DES ONDES PERIODIQUES LONGUES

... : valeurs numériques

— : valeurs expérimentales

Essais H : $f=0,33$ Hz, $A=3,36$ cm, $h_0=40$ cm

Essais I : $f=0,4$ Hz, $A=5,8$ cm, $h_0=40$ cm

et C_g la vitesse de groupe déterminée à partir des essais numériques,

$C_{g \text{ stokes}}$ la célérité de groupe de la théorie linéarisée au premier ordre.

C_g est calculée à partir des graphes temporels obtenus par cinq sondes disposées le long du canal numérique. Ces graphes représentent la propagation d'un paquet de houle constitué de 15 périodes. Nos résultats, portés sur le graphe théorique (figure 5), correspondent bien aux valeurs trouvées théoriquement. Nous pouvons avancer que $B = \frac{1}{20}$ semble être une valeur tout à fait recommandée pour le calcul des houles de grande fréquence. Ce nouveau modèle a nettement amélioré la propagation d'énergie des houles de haute fréquence en leur donnant une vitesse de propagation qu'elles n'avaient pas sans cette correction, cette vitesse se révélant très précise par ailleurs. L'introduction de cette nouvelle quantité nous a également permis d'élargir nos pas de calcul et ainsi d'augmenter la rapidité d'exécution du modèle.

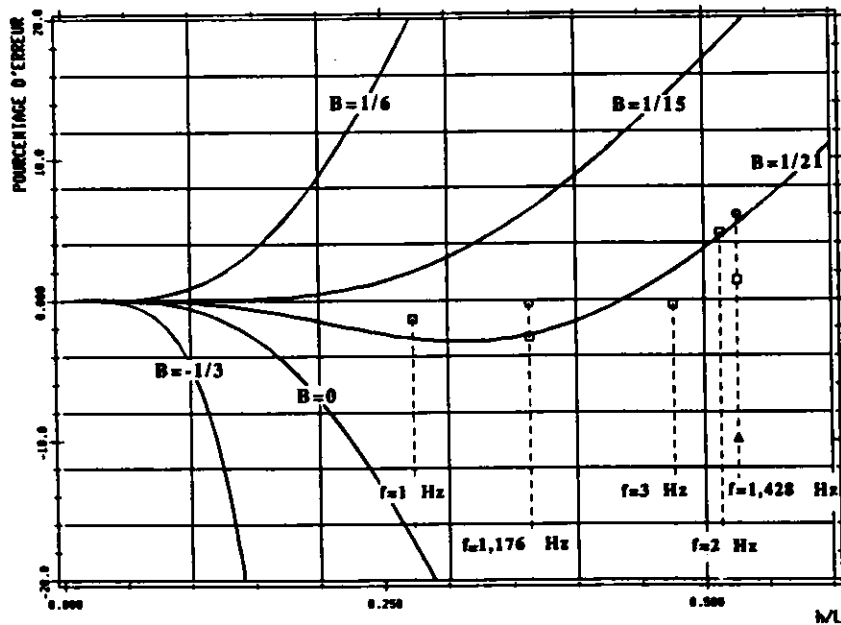


figure 5 : pourcentages d'erreurs des célérités de groupe théoriques d'après MADSEN [5]
 et numériques pour Serre
 courbes théoriques MADSEN : _____
 valeurs numériques : \circ : $B=1/15$ \square : $B=1/20$ \triangle : $B=1/25$

Nous avons repris notre première série d'expériences numériques ($f \approx 0,4 \text{ Hz}$) avec un coefficient $B = \frac{1}{15}$ et nous constatons que les profils temporels des houles obtenus sont quasiment identiques aux profils expérimentaux (figures 3, 4). Remarquons que pour ces expériences B peut varier de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{20}$ sans grande influence sur les profils. D'après l'étude théorique de Madsen (figure 5) cela est tout à fait normal ; nous nous trouvons alors aux alentours de $\frac{h_0}{\Lambda} = 0.03$ pour le premier harmonique (Λ étant calculée en utilisant 2 fois la fréquence fondamentale) et dans cette zone l'erreur est pratiquement constante et négligeable.

IV - INTERACTION HOULE SOLITON

Afin d'effectuer le parallèle numérique à l'étude expérimentale d'interaction des houles de surface réalisée au sein de l'équipe Ondes de Gravité de l'I.M.G. [2], nous nous proposons de générer une houle courte se

propageant de la gauche vers la droite à l'extrémité gauche du canal, ainsi qu'une onde solitaire se propageant en sens contraire depuis l'extrémité droite du canal. Nous étudierons l'interaction de houles courtes de diverses fréquences avec des ondes solitaires d'amplitudes variées.

IV.1 - Approche simplifiée

Nous n'avons pas l'objectif dans ce paragraphe de faire une étude analytique précise du comportement de la houle courte avant et après le passage d'un soliton, nous nous bornerons à une analyse physique du phénomène.

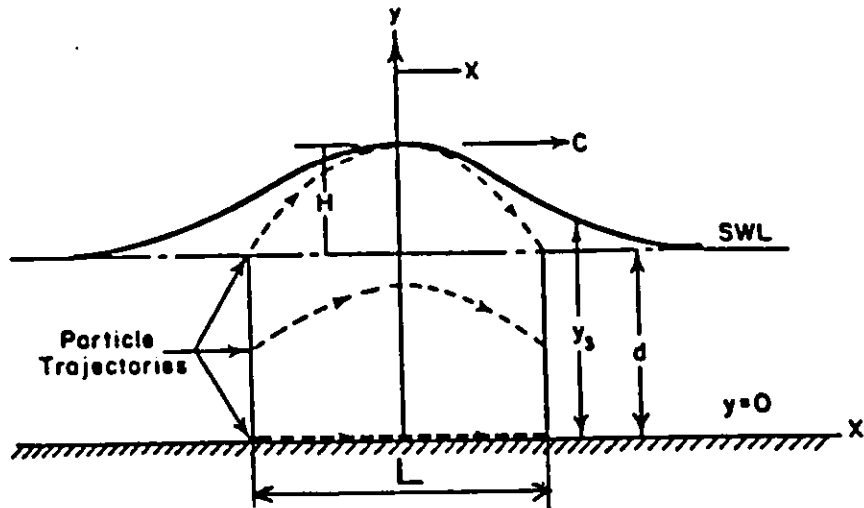


figure 6 : Système de coordonnées pour le soliton (d'après Perroud, 1957)

Sous l'action d'une onde solitaire, une particule fluide subit un déplacement horizontal d'une quantité L . Si cette particule est soumise à l'influence d'une houle courte, elle est aussi animée d'un mouvement orbital alternatif. En considérant que le mouvement résultant de l'interaction est la superposition linéaire des deux mouvements décrits précédemment, la surface libre se trouve alors déphasée de la quantité $\delta\phi = \frac{2\pi L}{\Lambda}$ au passage du soliton.

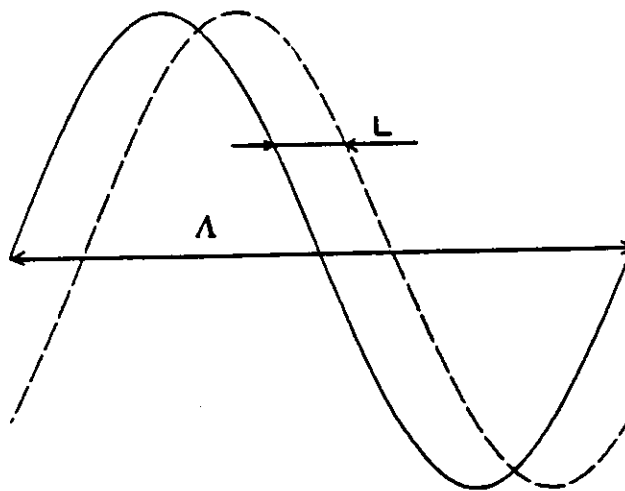


figure 7 : Déplacement de la surface libre sous l'action du soliton

Nous pouvons alors définir un déphasage heuristique [1, 2] de la houle en fonction de l'amplitude relative du soliton. Compte tenu que la théorie de l'eau peu profonde [8] donne :

$$L = \frac{4h}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{a}{h}}$$

a : amplitude de l'onde solitaire

h : profondeur de l'eau

et compte tenu des définitions de L et Λ , le déphasage s'écrit sous la forme :

$$\delta\phi = \frac{4}{\sqrt{3}} \lambda h \sqrt{\frac{a}{h}} \quad (\text{XIII})$$

IV.2 - Essais numériques

L'étude numérique a donc porté sur des houles d'amplitude 4,7 mm, de fréquences 1,582 et 2,282 Hz, associées à des solitons d'amplitudes relatives identiques aux amplitudes relatives expérimentales. Nous avons utilisé un canal numérique de 20 m et une hauteur d'eau moyenne de 25,5 cm. Le coefficient de correction B a été fixé à $\frac{1}{20}$. Le long du canal, nous avons fixé cinq sondes distantes de 50 cm l'une de l'autre, permettant ainsi des enregistrements temporels de la surface libre.

IV.3 - Détermination du déphasage

Les mesures de déphasage et de fréquence ont été effectuées par deux programmes de calculs basés sur l'analyse harmonique.

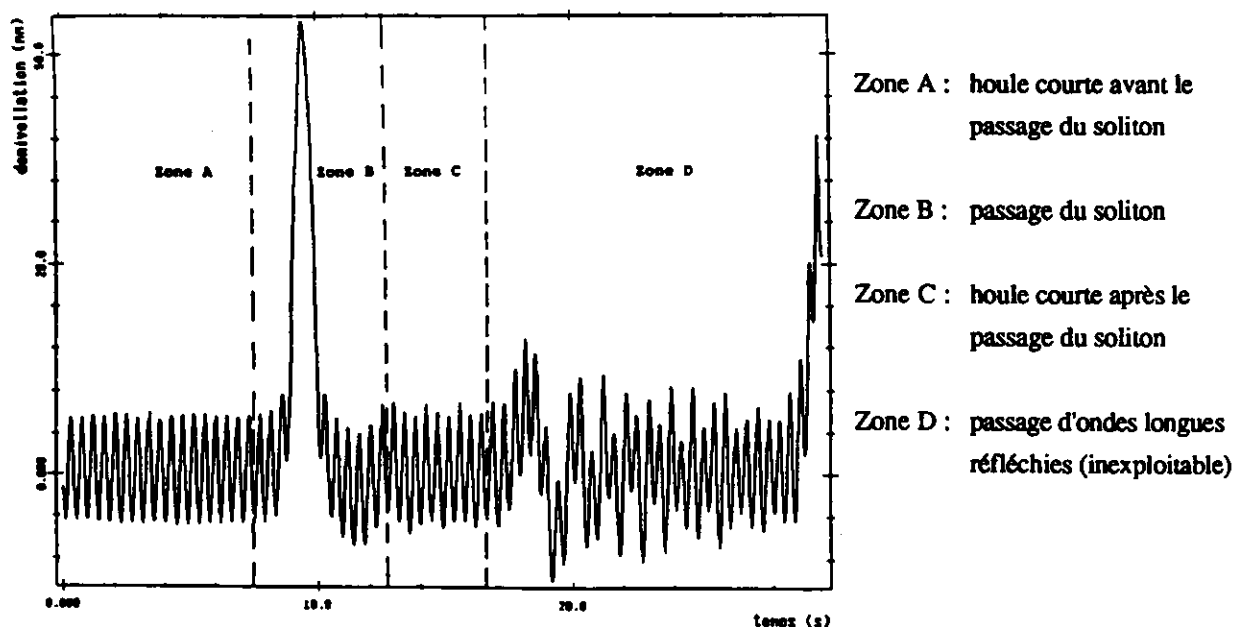


figure 8 : Exemple d'interaction expérimentale soliton-onde courte
 Evolution temporelle en un point (amplitude relative du soliton : 0,25, profondeur d'eau : 255 mm, fréquence de l'onde courte : 2,3 Hz, amplitude de l'onde courte : 6 mm)

A titre d'exemple la figure 8 montre l'interaction expérimentale dans le temps d'une onde solitaire externe avec une houle courte de surface. Cette figure présente toutes les caractéristiques expérimentales et numériques observées pour les autres cas. La figure est l'enregistrement temporel de la dénivellation de la surface libre en un point donné pour une expérience donnée. Nous avons cherché à mesurer les modifications que subit la

houle courte après le passage de l'onde solitaire. Afin de vérifier l'invariance de la fréquence entre la partie A et C (figures 8, 9), nous avons effectué une Transformation de Fourier de la houle avant et après le passage du soliton. Nous avons observé que la fréquence prépondérante est la même dans les deux cas.

Pour mesurer le déphasage que subit l'onde courte sous l'action du soliton, nous considérons que les trains de la partie A et C n'interagissent plus avec l'onde solitaire. Nous faisons une analyse harmonique du signal de la partie A. Cette portion A est constituée d'une houle quasi monochromatique. Les 10 premiers coefficients de Fourier sont obtenus, nous pouvons alors extrapoler le signal pour tout temps ultérieur (figure 9).

En effet, nous cherchons à "approcher" au sens des moindres carrés les points expérimentaux ou numériques par une fonction périodique. Soit $F_k(t)$ une série de Fourier tronquée au k premiers harmoniques :

$$F_k(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^k a_n \cos \omega t + b_n \sin \omega t$$

et soient (t_i, y_i) les couples temps/déniellation. La méthode consiste à chercher les paires (a_n, b_n) de coefficients de Fourier telles que :

$$E = \sum_{i=1}^N [y_i - F_k(t_i)]^2$$

soit minimum. On en déduit un système linéaire pour les a_n et b_n qui s'inverse numériquement de manière aisée. Ainsi définie, la fonction F_k est continue pour tout t appartenant à $[0, \infty]$. La phase ϕ_n du $n^{\text{ième}}$ harmonique du signal approximé est $\phi_n = \arctg \left(\frac{b_n}{a_n} \right)$. Ensuite les coefficients du signal de la partie C sont calculés en utilisant cette même méthode. Muni de ces deux séries de coefficients, nous en déduisons les phases respectives du fondamental de A et C dans l'intervalle $[t', \infty]$ où t' correspond au début du signal C. La différence de ces phases constitue le déphasage. Dans la pratique, le déphasage déduit est une moyenne de déphasages calculée sur 5 sondes très rapprochées. Le faible écart spatial entre les sondes nous assure que les trains d'ondes sont identiques d'un bout à l'autre du "peigne" de sondes.

La méthode est très sensible aux erreurs de détermination sur la fréquence, il est donc nécessaire de calculer cette fréquence avec une précision d'au moins 1/100 ième pour une détermination correcte du déphasage.

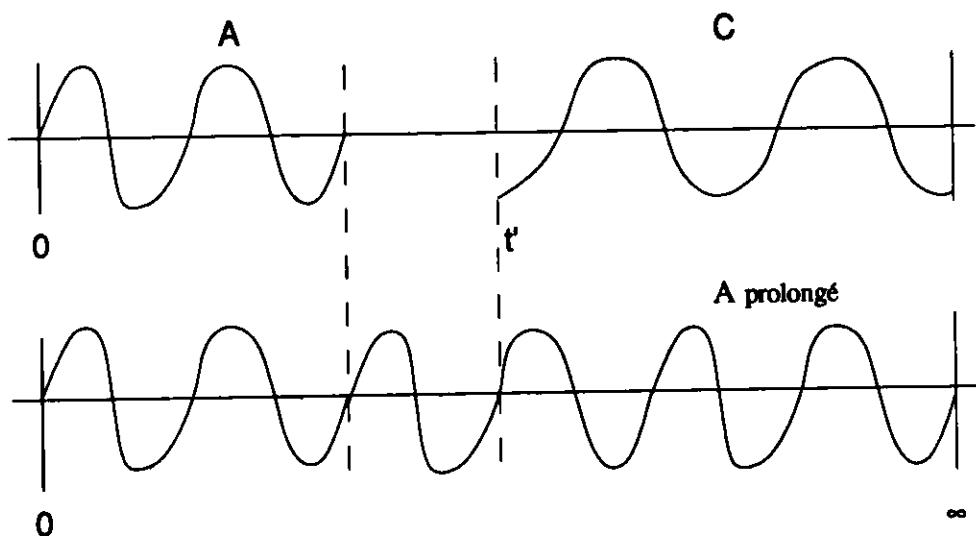


figure 9 : Extrapolation du signal A grâce au calcul des coefficients de Fourier
Calcul du déphasage entre le signal A prolongé et le signal C

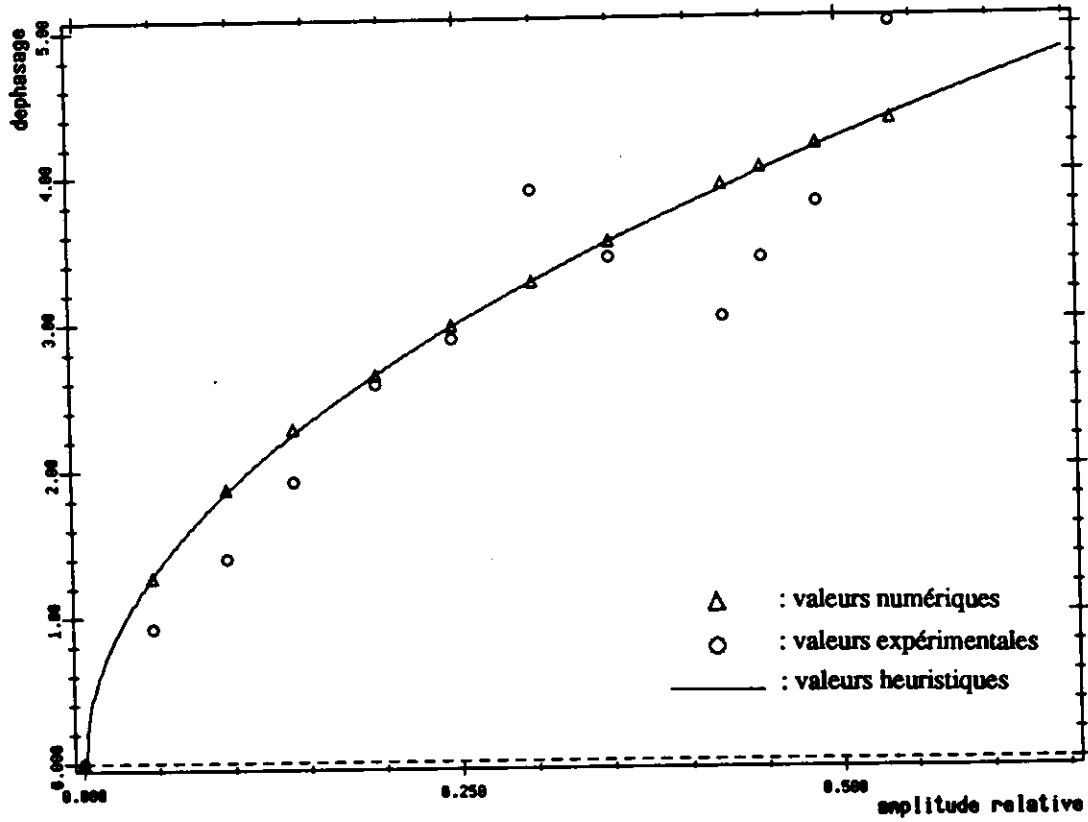


figure 10 : Déphasages d'une houle de $f=1,582$ Hz après la passage de solitons

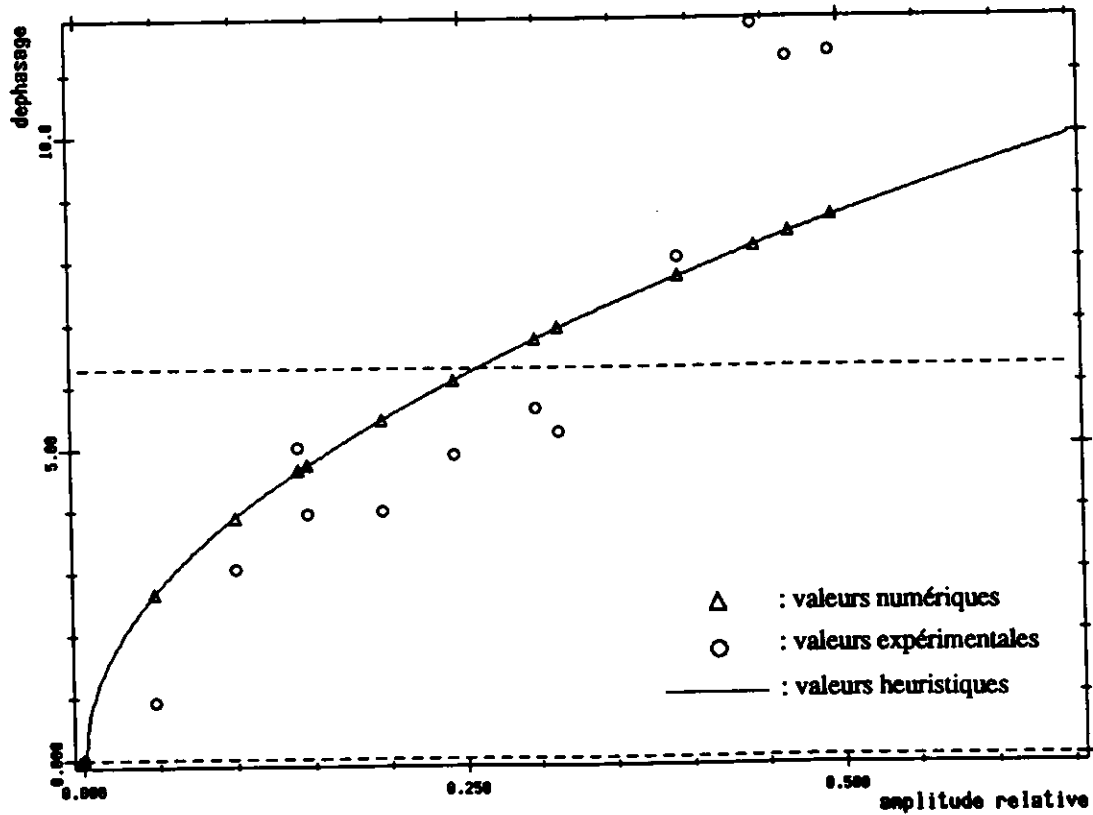


figure 11 : Déphasages d'une houle de $f=2,282$ Hz après la passage de solitons

IV.4 - Comparaisons avec les mesures numériques, expérimentales et heuristiques

Sur les figures 10 et 11, nous avons superposé les résultats des déphasages expérimentaux [1, 2], numériques et heuristiques obtenus à partir des mêmes conditions initiales.

Nous constatons immédiatement que nos prévisions sont en bon accord avec les prévisions de l'approche simplifiée décrite précédemment. Il semble donc que cette simple formule suffise à prévoir les déphasages de la houle après le passage d'un soliton, ceci quelque soit la fréquence. Néanmoins, quelques écarts entre les valeurs numériques et expérimentales sont à prendre en considération.

Pour une houle de fréquence 1,582 Hz, les écarts de déphasage débutent pour des amplitudes relatives de soliton assez élevées : 0,45. Pour la fréquence 2,282 Hz, bien qu'il y ait également un gros saut dans les écarts autour de 0,45, les valeurs du déphasage des amplitudes relatives inférieures sont beaucoup plus éloignées de la courbe numérique.

V - CONCLUSION

L'étude des houles a montré qu'il était nécessaire d'introduire la correction de MADSEN pour donner une vitesse de propagation adéquate aux houles dès que les caractéristiques du fondamental ou des harmoniques vérifient $\frac{h_0}{\Lambda} \geq 0,15$. Cette correction nous a ainsi permis de faire coexister une houle courte et une onde longue dans un modèle d'onde longue. L'étude de l'interaction d'une houle courte de haute fréquence avec une onde solitaire nous a conduit à mesurer le déphasage que subit l'onde courte après le passage du soliton. Les mesures de déphasage obtenus se révèlent très proches des valeurs des essais expérimentaux, et parfaitement en accord avec la courbe heuristique. On met ainsi en évidence que le déphasage est le phénomène prépondérant. Tout modèle analytique ou autre qui s'attacherait à décrire ce type d'interaction devra tout particulièrement le prédire.

VI - BIBLIOGRAPHIE

- [1] : E. BARTHELEMY, D. CLAMOND, J.P. GERMAIN : Action d'une onde solitaire interne avec des ondes de surface.
Rapport de Synthèse final - Identification D.R.E.T. n° 88/102 (1990)
- [2] : E. BARTHELEMY, D. CLAMOND, E. MORIN : Etude expérimentale de l'interaction des ondes longues et des ondes courtes.
Troisièmes Journées de l'Hydrodynamique - Grenoble, le 18 - 19 - 20 février 1991
- [3] : J. BOUSSINESQ : Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal (1872).
Journal de Mathématiques Pures et appliquées, 2, 17, 55 - 108
- [4] : G. CHAPALAIN : Etude hydrodynamique et sédimentaire des environnements littoraux donnés par la houle.
Thèse de l'Université Joseph Fourier (1988) - Grenoble

- [5] : P.A. MADSEN, R.MURRAY, O.R. SORENSEN : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics.
Coastal Engineering, 15 (1991) 371-388
- [6] : F.J. SEABRA SANTOS : Contribution des ondes de gravité bidimensionnelles en eau peu profonde.
Thèse d'état (1985) - Université de Grenoble
- [7] : F. SERRE : Contribution à l'étude des écoulements permanents et variables dans les canaux.
La Houille Blanche (1953) 374-388
- [8] : A. TERMPERVILLE : Contribution des ondes de gravité en eau peu profonde.
Thèse d'état (1985) - Université de Grenoble

