

4e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

1, 2, 3 mars 1993 - Nantes

ATTENUATION DE LA HOULE PAR UNE DALLE HORIZONTALE IMMERGEE ET PERFOREE

Bernard MOLIN
Institut Français du Pétrole
BP 311
92506 Rueil-Malmaison Cedex

Philippe BETOUS
ENSTA
32 Bd Victor
75015 Paris

Résumé

On étudie ici un dispositif atténuateur de houle, constitué d'une dalle horizontale, immergée et perforée. On suppose que les perforations ont pour effet de créer un différentiel de pression, proportionnel au carré de la vitesse traversante. Le cadre théorique est celui du potentiel linéarisé, la houle incidente étant une houle d'Airy. Le problème est résolu de façon itérative, le potentiel de l'écoulement étant décomposé sur des bases de fonctions propres.

On présente quelques applications numériques, où l'on fait varier essentiellement l'immersion de la dalle et le taux de porosité. Par rapport à une dalle opaque, on obtient une diminution substantielle des efforts et de la réflexion.

Summary

Submerged horizontal plates have been suggested as breakwaters for harbor or shore protection. In this paper we perform the hydrodynamic analysis of such breakwater where the plate has become perforated. The theoretical frame is the classical linearized potential theory, with appropriate boundary conditions to model the porous plate: the pressure differential is assumed to be proportional to the square of the filtrating velocity. The problem is solved via the eigen function expansion method, combined with an iterative procedure.

Numerical results are given for different depths of immersion and porosity ratios. As compared to solid plates, porous ones turn out to yield much lower loading and reflection coefficients. Transmission can be either increased or decreased.

INTRODUCTION

Il est connu depuis longtemps qu'une plaque horizontale, immergée sous la surface libre, constitue, dans certaines conditions (d'immersion et de longueur relativement à la profondeur et à la longueur d'onde), un excellent réflecteur de houle. Patarapanich [1] attribue à Burke [2], en 1964, les premiers travaux sur le sujet. Plus récemment Guével et al. [3] l'ont réabordé et proposé l'utilisation de telles plaques pour la protection du littoral. Des travaux complémentaires ont fait suite à Principia et Océanide, via des modélisations numériques et expérimentales.

La plupart des approches théoriques sont basées sur la théorie du potentiel linéarisé, avec ou sans hypothèse complémentaire de faible profondeur d'eau devant la longueur d'onde. Dans le cadre de cette théorie l'énergie est conservée, si bien que les coefficients de réflexion et de transmission vérifient :

$$C_R^2 + C_T^2 = 1$$

Peu de transmission entraîne donc nécessairement une forte réflexion. On peut objecter que physiquement le décollement tourbillonnaire aux extrémités de la plaque et le déferlement créent de la dissipation mais les essais réalisés montrent qu'elle est relativement faible.

Ces essais ont également montré que les efforts hydrodynamiques subis par la plaque sont élevés, et que leurs composantes non linéaires (harmoniques supérieures) sont non négligeables. Ce dernier point n'est pas surprenant car il est connu que les efforts de deuxième ordre par exemple sont directement liés au coefficient de réflexion [4].

On propose ici une petite modification du système, qui consiste à rendre la dalle poreuse, via des perforations. On peut alors s'attendre à ce que les pertes de charge qui se produisent à sa traversée par l'écoulement entraînent une forte dissipation d'énergie, si bien que $C_R^2 + C_T^2$ prenne des valeurs bien inférieures à un. On peut aussi espérer une diminution notable des efforts hydrodynamiques, à la fois pour la composante linéaire (à la fréquence de la houle), et pour les harmoniques, si la réflexion est diminuée. Il reste évidemment à s'assurer que ces gains sont significatifs et qu'ils ne sont pas réalisés aux dépens du coefficient de transmission, que l'on souhaite garder aussi faible que pour la plaque opaque.

Dans cette communication on effectue une modélisation mathématique de ce système. Le cadre théorique reste celui de la théorie du potentiel linéarisé, avec des conditions aux limites appropriées pour modéliser la plaque poreuse. Ces conditions sont détaillées dans la première partie de l'exposé.

Une difficulté qui apparaît est que la condition de perte de charge affichée sur la plaque est non linéaire. Pour la surmonter on fait appel à une méthode de résolution itérative, dont le cas de la plaque opaque est le point de départ.

On commence donc par traiter le cas de la plaque opaque. La méthode utilisée est celle de la décomposition du potentiel de l'écoulement sur des bases de fonctions propres dans les différents sous-domaines fluides, au dessus, au dessous, à gauche et à droite de la plaque (figure 1). Il s'avère alors qu'il est aisé de l'étendre au cas de la plaque poreuse, cinématiquement équivalente à une plaque élastique fixée en ses extrémités.

Enfin on présente, à défaut de comparaisons avec des résultats expérimentaux, quelques applications numériques.

MODELISATION DE LA PLAQUE POREUSE

Cette modélisation est identique à celle appliquée avec succès à la modélisation d'autres structures perforées, telles que les stabilisateurs de tours souples [5] ou les écrans verticaux qui se sont substitués aux plages de déferlement dans certains bassins [6]. Les perforations étant supposées à angles vifs, l'écoulement se sépare à leur traversée, et il est logique (au moins en

écoulement permanent), de relier le différentiel de pression s'appliquant sur les parties solides au carré de la vitesse traversante :

$$\Delta P = \frac{1}{2\mu} \rho V |V| \quad (1)$$

μ étant un coefficient de perte de charge, voisin de 1.

On passe alors au cadre asymptotique où les perforations sont infiniment petites et nombreuses, et on introduit des valeurs locales moyennées du différentiel de pression, soit Δp , et de la vitesse, soit v . Ces quantités se relient alors aux précédentes par :

$$\Delta p = (1 - \tau) \Delta P \quad v = \tau V$$

(τ étant le coefficient de porosité, défini comme le rapport de la surface des trous à la surface totale)

si bien que l'équation (1) prend alors la forme :

$$\Delta p = \frac{1 - \tau}{2\mu \tau^2} \rho v |v| \quad (2)$$

On suppose alors que cette relation reste valable en conditions instationnaires, et qu'on peut faire appel à une modélisation potentielle de l'écoulement, que l'on suppose périodique de pulsation ω :

$$\Phi = \Re\{\varphi e^{-i\omega t}\}$$

Par ailleurs, on applique à $v |v|$ la linéarisation dite de Lorentz :

$$\Re\{\varphi_z e^{-i\omega t}\} |\Re\{\varphi_z e^{-i\omega t}\}| \simeq \frac{8}{3\pi} \|\varphi_z\| \Re\{\varphi_z e^{-i\omega t}\}$$

Ne retenant que le terme instationnaire de la pression, on met alors (2) sous la forme :

$$\varphi^- - \varphi^+ = -i \frac{4(1 - \tau)}{3\pi \mu \tau^2 \omega} \|\varphi_z\| \varphi_z \quad (3)$$

où φ^- désigne le potentiel de l'écoulement au dessous de la plaque et φ^+ celui au dessus.

On peut inverser l'équation précédente :

$$\varphi_z = i \sqrt{\frac{3\pi \mu \tau^2 \omega}{4(1 - \tau)}} \frac{\varphi^- - \varphi^+}{\|\varphi^- - \varphi^+\|^{1/2}} \quad (4)$$

Enfin il convient d'écrire la conservation de la masse, soit :

$$\varphi_z^- = \varphi_z^+ = \varphi_z \quad (5)$$

PLAQUE OPAQUE

Ainsi qu'on l'a mentionné précédemment la première étape à résoudre pour traiter le cas de la plaque poreuse est celui de la plaque opaque. Les équations du problème sont alors :

1. L'équation de continuité :

$$\Delta \varphi = 0 \quad (6)$$

dans le domaine fluide.

2. La condition de glissement sur le fond :

$$\varphi_z = 0 \quad z = 0 \quad (7)$$

3. La condition de glissement sur la plaque (de longueur $2b$) :

$$\varphi_z = 0 \quad -b \leq x \leq b \quad z = d \quad (8)$$

4. La condition de surface libre :

$$g \varphi_z - \omega^2 \varphi = 0 \quad z = h \quad (9)$$

5. La forme du potentiel à l'infini amont :

$$\varphi = A_I \frac{\text{ch} k_0 z}{\text{ch} k_0 h} \left(e^{i k_0 x} + C_R e^{-i k_0 x} \right) \quad (10)$$

6. Et à l'infini aval :

$$\varphi = A_I \frac{\text{ch} k_0 z}{\text{ch} k_0 h} C_T e^{i k_0 x} \quad (11)$$

k_0 est le nombre d'onde donné par $\omega^2 = g k_0 \text{th} k_0 h$, $A_I = a_I g / \omega$, où a_I est l'amplitude de la houle incidente, C_R est le coefficient (complexe) de réflexion, et C_T celui de transmission.

On divise alors le domaine fluide en 4 sous-domaines (figure 1) :

- domaine 1 : $-\infty < x \leq -b$ $0 \leq z \leq h$ (gauche de la plaque)
- domaine 2 : $b \leq x < \infty$ $0 \leq z \leq h$ (droite)
- domaine 3 : $-b \leq x \leq b$ $d \leq z \leq h$ (dessus)
- domaine 4 : $-b \leq x \leq b$ $0 \leq z \leq d$ (dessous).

Ces domaines rectangulaires admettent des bases de fonctions propres à variables séparées. Dans chacun on développe le potentiel de l'écoulement φ :

Domaine 1 :

$$\varphi_1 = \frac{\text{ch} k_0 z}{\text{ch} k_0 h} \left(A_I e^{i k_0 x} + a_0 e^{-i k_0 (x+b)} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos k_n z e^{k_n (x+b)} \quad (12)$$

Domaine 2 :

$$\varphi_2 = \frac{\text{ch} k_0 z}{\text{ch} k_0 h} \left(A_I e^{i k_0 x} + b_0 e^{i k_0 (x-b)} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos k_n z e^{-k_n (x-b)} \quad (13)$$

Domaine 3 :

$$\varphi_3 = \left(c_{10} \frac{\cos \lambda_0 x}{\cos \lambda_0 b} + c_{20} \frac{\sin \lambda_0 x}{\sin \lambda_0 b} \right) \frac{\text{ch} \lambda_0 (z-d)}{\text{ch} \lambda_0 (h-d)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_{1n} \frac{\text{ch} \lambda_n x}{\text{ch} \lambda_n b} + c_{2n} \frac{\text{sh} \lambda_n x}{\text{sh} \lambda_n b} \right) \cos \lambda_n (z-d) \quad (14)$$

Domaine 4 :

$$\varphi_4 = d_{10} + d_{20} \frac{x}{b} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(d_{1n} \frac{\text{ch} \mu_n x}{\text{ch} \mu_n b} + d_{2n} \frac{\text{sh} \mu_n x}{\text{sh} \mu_n b} \right) \cos \mu_n z \quad (15)$$

où les k_n, λ_n, μ_n sont les solutions de :

$$\omega^2 = g k_0 \text{th} k_0 h = -g k_n \text{tg} k_n h \quad (16)$$

$$\omega^2 = g \lambda_0 \text{th} \lambda_0 (h-d) = -g \lambda_n \text{tg} \lambda_n (h-d) \quad (17)$$

$$\mu_n = n \pi / d \quad (18)$$

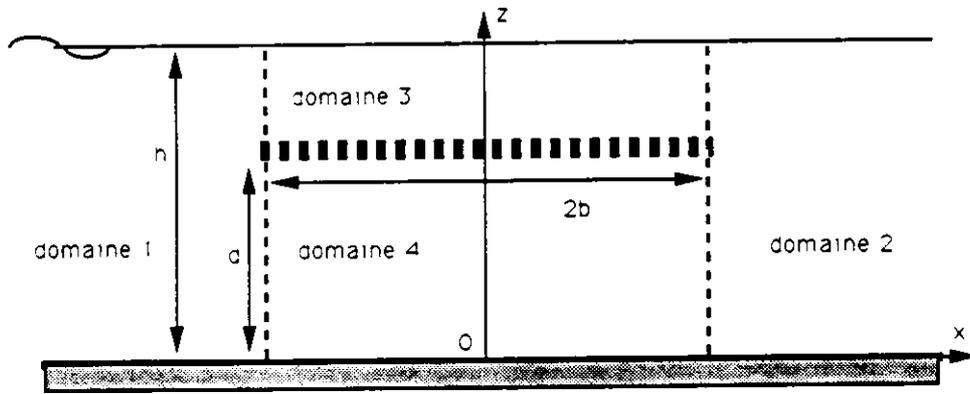


Figure 1

Ainsi écrits les potentiels $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ satisfont l'équation de Laplace et toutes les conditions aux limites du problème. Seul reste à assurer leur raccordement en $x = -b$ et $x = b$, c'est à dire l'égalité des potentiels et de leurs dérivées horizontales.

Pour ce faire on tire parti de l'orthogonalité, sur leurs domaines de définition, des fonctions propres en z , en suivant la méthode proposée par Garrett [7].

Egalité des potentiels

Considérons par exemple l'égalité des potentiels φ_1 et φ_3 en $x = -b$ et pour $d \leq z \leq h$. Elle s'écrit :

$$(c_{10} - c_{20}) \frac{\text{ch} \lambda_0(z-d)}{\text{ch} \lambda_0(h-d)} + \sum_{m=1}^{\infty} (c_{1m} - c_{2m}) \cos \lambda_m(z-d) = A_I \frac{\text{ch} k_0 z}{\text{ch} k_0 h} e^{-ik_0 b} + a_0 \frac{\text{ch} k_0 z}{\text{ch} k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos k_n z$$

En multipliant les deux membres par $\text{ch} \lambda_0(z-d)/\text{ch} \lambda_0(h-d)$, et en intégrant en z de d à h , on obtient une relation entre $(c_{10} - c_{20})$ et les a_n . Répétant la même opération avec les $\cos \lambda_m(z-d)$, on obtient l'égalité vectorielle :

$$\vec{C}_1 - \vec{C}_2 = A_I \vec{S}_3 + \mathbf{CA} \cdot \vec{A} \quad (19)$$

avec :

$$\vec{C}_1 = (c_{10}, c_{11}, \dots, c_{1N_3}) \quad \vec{C}_2 = (c_{20}, c_{21}, \dots, c_{2N_3}) \quad \vec{A} = (a_1, a_2, \dots, a_{N_1})$$

De même l'égalité des potentiels φ_2 et φ_3 en $x = b$ conduit à :

$$\vec{C}_1 + \vec{C}_2 = A_I e^{2ik_0 b} \vec{S}_3 + \mathbf{CA} \cdot \vec{B} \quad (20)$$

et celles des potentiels φ_1 et φ_4 , puis φ_2 et φ_4 :

$$\vec{D}_1 - \vec{D}_2 = A_I \vec{S}_4 + \mathbf{DA} \cdot \vec{A} \quad (21)$$

$$\vec{D}_1 + \vec{D}_2 = A_I e^{2ik_0 b} \vec{S}_4 + \mathbf{DA} \cdot \vec{B} \quad (22)$$

Egalité des dérivées

On suit une procédure similaire en utilisant cette fois-ci l'orthogonalité des fonctions propres en z sur $[0, h]$. Par exemple en $x = -b$ on écrit :

$$\varphi_{1x} = \begin{cases} \varphi_{3x} & d \leq z \leq h \\ \varphi_{4x} & 0 \leq z \leq d \end{cases}$$

En multipliant à gauche et à droite par $\text{ch}k_0z$ (puis par $\cos k_n z$), et en intégrant de 0 à h , on obtient :

$$\vec{A} = A_I \vec{S}_1 + \text{AC} \cdot [\text{T}_1 \cdot \vec{C}_1 + \text{T}_2 \cdot \vec{C}_2] + \text{AD} \cdot [\text{U}_1 \cdot \vec{D}_1 + \text{U}_2 \cdot \vec{U}_2] \quad (23)$$

où $\text{T}_1, \text{T}_2, \text{U}_1, \text{U}_2$ sont des matrices diagonales.

De même en $x = b$:

$$\vec{B} = -A_I e^{2ik_0b} \vec{S}_1 + \text{AC} \cdot [\text{T}_1 \cdot \vec{C}_1 - \text{T}_2 \cdot \vec{C}_2] + \text{AD} \cdot [\text{U}_1 \cdot \vec{D}_1 - \text{U}_2 \cdot \vec{U}_2] \quad (24)$$

Résolution

Elle est immédiate. Ajoutant et soustrayant membre à membre (19) et (20), puis (21) et (22), on déduit :

$$2\vec{C}_1 = A_I (1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_3 + \text{CA} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) \quad (25)$$

$$2\vec{C}_2 = A_I (-1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_3 - \text{CA} \cdot (\vec{A} - \vec{B}) \quad (26)$$

$$2\vec{D}_1 = A_I (1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_4 + \text{DA} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) \quad (27)$$

$$2\vec{D}_2 = A_I (-1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_4 - \text{DA} \cdot (\vec{A} - \vec{B}) \quad (28)$$

De même en ajoutant et soustrayant (23) et (24) :

$$\vec{A} + \vec{B} = A_I (1 - e^{2ik_0b}) \vec{S}_1 + 2 \text{AC} \cdot \text{T}_1 \cdot \vec{C}_1 + 2 \text{AD} \cdot \text{U}_1 \cdot \vec{D}_1 \quad (29)$$

$$\vec{A} - \vec{B} = A_I (1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_1 + 2 \text{AC} \cdot \text{T}_2 \cdot \vec{C}_2 + 2 \text{AD} \cdot \text{U}_2 \cdot \vec{D}_2 \quad (30)$$

D'où finalement les systèmes linéaires en $\vec{A} + \vec{B}$ et $\vec{A} - \vec{B}$:

$$\begin{aligned} & [\text{I} - \text{AC} \cdot \text{T}_1 \cdot \text{CA} - \text{AD} \cdot \text{U}_1 \cdot \text{DA}] (\vec{A} + \vec{B}) = \\ & = A_I (1 - e^{2ik_0b}) \vec{S}_1 + A_I (1 + e^{2ik_0b}) [\text{AC} \cdot \text{T}_1 \cdot \vec{S}_3 + \text{AD} \cdot \text{U}_1 \cdot \vec{S}_4] \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & [\text{I} + \text{AC} \cdot \text{T}_2 \cdot \text{CA} + \text{AD} \cdot \text{U}_2 \cdot \text{DA}] (\vec{A} - \vec{B}) = \\ & = A_I (1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_1 + A_I (-1 + e^{2ik_0b}) [\text{AC} \cdot \text{T}_2 \cdot \vec{S}_3 + \text{AD} \cdot \text{U}_2 \cdot \vec{S}_4] \end{aligned} \quad (32)$$

PLAQUE POREUSE

Ainsi qu'on l'a indiqué on fait appel à une méthode itérative, où l'on suppose, à chaque itération, que le différentiel de potentiel sur la plaque est donné. Via l'équation (4) on en déduit la vitesse verticale à travers la plaque :

$$\varphi_z = g(x)$$

Le différentiel de pression étant nul en $x = \pm b$, on a :

$$g(b) = g(-b) = 0$$

De façon très générale on peut donc mettre φ_z sous la forme :

$$\varphi_z = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin \nu_n(x - b)$$

où $\nu_n = n\pi/2b$.

Les fonctions $\sin \nu_n(x - b)$ sont orthogonales sur $[-b, b]$. $g(x)$ étant donné, il est donc immédiat de déduire les coefficients f_n .

Comme pour la plaque opaque, il est approprié, en raison de la symétrie de la géométrie, de séparer parties paires et impaires. On écrit donc :

$$\varphi_z = \sum_{n=1}^{N_P} f_{1n} \cos \nu_{1n}x + f_{2n} \sin \nu_{2n}x \quad (33)$$

avec $\nu_{1n} = (2n - 1)\pi/2b$, $\nu_{2n} = n\pi/b$.

On cherche alors, dans les domaines 3 et 4, des solutions particulières vérifiant (33). Dans le domaine inférieur (4) on obtient :

$$\varphi_{4P} = \sum_{n=1}^{N_P} f_{1n} \cos \nu_{1n}x \frac{\text{ch}\nu_{1n}z}{\nu_{1n} \text{sh}\nu_{1n}d} + f_{2n} \sin \nu_{2n}x \frac{\text{ch}\nu_{2n}z}{\nu_{2n} \text{sh}\nu_{2n}d} \quad (34)$$

Et dans le domaine supérieur (3) :

$$\begin{aligned} \varphi_{3P} = \sum_{n=1}^{N_P} f_{1n} \cos \nu_{1n}x [\alpha_{1n} \text{ch}\nu_{1n}(z - d) + \beta_{1n} \text{sh}\nu_{1n}(z - d)] \\ + f_{2n} \sin \nu_{2n}x [\alpha_{2n} \text{ch}\nu_{2n}(z - d) + \beta_{2n} \text{sh}\nu_{2n}(z - d)] \end{aligned} \quad (35)$$

où $\beta_{in} \nu_{in} = 1$ et où les α_{in} sont déterminés de façon que soit satisfaite la condition de surface libre (9).

On peut alors reprendre la même procédure que pour la plaque opaque, avec ces expressions rajoutées à φ_3 et φ_4 . Rien ne change en ce qui concerne l'égalité des potentiels en $x = \pm b$ puisque $\varphi_{3P}(\pm b) = \varphi_{4P}(\pm b) \equiv 0$. L'égalité des dérivées fait apparaître des termes supplémentaires dans les deuxièmes membres des équations (23) et (24), qui deviennent :

$$\vec{A} = A_I \vec{S}_1 + \mathbf{AC} \cdot [\mathbf{T}_1 \cdot \vec{C}_1 + \mathbf{T}_2 \cdot \vec{C}_2] + \mathbf{AD} \cdot [\mathbf{U}_1 \cdot \vec{D}_1 + \mathbf{U}_2 \cdot \vec{U}_2] + \mathbf{AF}_1 \cdot \vec{F}_1 + \mathbf{AF}_2 \cdot \vec{F}_2 \quad (36)$$

$$\vec{B} = -A_I e^{2ik_0b} \vec{S}_1 + \mathbf{AC} \cdot [\mathbf{T}_1 \cdot \vec{C}_1 - \mathbf{T}_2 \cdot \vec{C}_2] + \mathbf{AD} \cdot [\mathbf{U}_1 \cdot \vec{D}_1 - \mathbf{U}_2 \cdot \vec{U}_2] + \mathbf{AF}_1 \cdot \vec{F}_1 - \mathbf{AF}_2 \cdot \vec{F}_2 \quad (37)$$

Les systèmes linéaires (31) et (32) prennent alors la forme :

$$\begin{aligned} [\mathbf{I} - \mathbf{AC} \cdot \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{CA} - \mathbf{AD} \cdot \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{DA}] (\vec{A} + \vec{B}) = \\ = A_I (1 - e^{2ik_0b}) \vec{S}_1 + A_I (1 + e^{2ik_0b}) [\mathbf{AC} \cdot \mathbf{T}_1 \cdot \vec{S}_3 + \mathbf{AD} \cdot \mathbf{U}_1 \cdot \vec{S}_4] + 2 \mathbf{AF}_1 \cdot \vec{F}_1 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{I} + \mathbf{AC} \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{CA} + \mathbf{AD} \cdot \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{DA}] (\vec{A} - \vec{B}) = \\ = A_I (1 + e^{2ik_0b}) \vec{S}_1 + A_I (-1 + e^{2ik_0b}) [\mathbf{AC} \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \vec{S}_3 + \mathbf{AD} \cdot \mathbf{U}_2 \cdot \vec{S}_4] + 2 \mathbf{AF}_2 \cdot \vec{F}_2 \end{aligned} \quad (39)$$

Etant donné qu'on doit résoudre ces deux systèmes linéaires à chaque itération on a évidemment intérêt à calculer et stocker les matrices inverses.

On déduit ainsi des nouvelles valeurs des coefficients \vec{A} , \vec{B} , \vec{C}_i , \vec{D}_i . On peut alors calculer le différentiel de pression agissant sur la plaque et en déduire, par (4) et (33), de nouvelles valeurs de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 . Pour assurer la convergence du schéma on introduit un paramètre de relaxation ζ ($0 < \zeta < 1$), et on passe de l'itération j à l'itération $j + 1$ par :

$$\vec{F}_i^{(j+1)} = \vec{F}_i^{(j)} + \zeta (\vec{F}_i^{(j+1/2)} - \vec{F}_i^{(j)})$$

où les $\vec{F}_i^{(j+1/2)}$ sont les nouvelles valeurs des \vec{F}_i obtenues à l'itération j .

Le schéma démarre avec la solution plaque opaque, soit donc les $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}_i, \vec{D}_i$ déduits de (31) et (32), et $\vec{F}_i^{(0)} = 0$. La convergence est habituellement obtenue en quelques dizaines d'itérations.

RESULTATS

Le nombre de paramètres géométriques intervenant dans le problème est important : profondeur d'eau (h), immersion ($h - d$) et longueur ($2b$) de la plaque, période de la houle, et, dans le cas "poreux", taux de porosité et cambrure de la houle. Il est donc illusoire de vouloir couvrir tous les domaines de variation de ces paramètres.

On a donc, arbitrairement, fixé quelques uns d'entre eux, et pris la longueur de plaque ($2b$) égale à 12 mètres et sa distance au fond (d) égale à 8 mètres.

Après quelques tests préliminaires de convergence, on a pris le même ordre de troncature pour les expansions du potentiel dans les 4 sous-domaines fluides ($N_1 = N_3 = N_4 = 50$), et $N_P = 5$.

On présente tout d'abord quelques résultats relatifs à des plaques opaques, dont on fait varier l'immersion (d étant fixé à 8 mètres, c'est la profondeur d'eau qui varie). La figure 2 présente les coefficients de réflexion obtenus, en fonction de la période de la houle, et pour quatre immersions différentes de la dalle (0.5, 1, 1.5 et 2 mètres). Pour $h = 9$ mètres (1 mètre d'immersion), le coefficient de réflexion est très voisin de 1 sur une plage de périodes allant de 5 à 8 secondes. La plaque remplit donc parfaitement son office de réflecteur, à supposer que ce soit les houles de ces périodes que l'on veuille réfléchir. On observe par contre que le comportement de la plaque se dégrade très rapidement dès que l'immersion varie, ne serait-ce que de 50 centimètres.

La figure 3 présente les résultats de calculs similaires, où l'on a augmenté la profondeur d'eau de 8 mètres ($d=16$ m). On retrouve à peu près les mêmes courbes. La profondeur d'eau est donc un paramètre d'importance secondaire devant l'immersion.

On passe maintenant aux applications plaque poreuse. Deux nouveaux paramètres apparaissent donc : l'amplitude de la houle, soit a_I , et le taux de porosité τ (plus le coefficient de perte de charge μ que l'on a pris ici égal à 1). L'analyse montre en fait que ces deux paramètres ne sont pas indépendants, et que coefficients de réflexion et de transmission dépendent du seul paramètre :

$$\frac{1 - \tau}{\mu \tau^2} k_0 a_I$$

$k_0 a_I$ étant la cambrure de la houle.

On a donc choisi de fixer l'amplitude de houle et de faire varier le taux de porosité. Compte tenu des faibles immersions de la plaque, on est en droit d'émettre des inquiétudes en ce qui concerne la valeur maximale de l'amplitude de houle pour laquelle la théorie linéaire est applicable. D'un autre côté ce ne sont pas les houles d'amplitude infinitésimale que l'on veut renvoyer au large, mais des houles d'amplitude appréciable. On a donc pris, audacieusement, $a_I = 1$ mètre, soit l'immersion maximale considérée pour les applications poreuses.

Enfin on a retenu trois taux de porosité : 5, 10 et 15 %.

On considère tout d'abord l'immersion 1 mètre, cas le plus favorable pour la plaque opaque (la plaque étant revenue à 8 mètres du fond). Les figures 4 à 8 présentent respectivement, en fonction de la période de houle, et pour les 4 taux de porosité : 0, 5, 10, 15 % :

- le coefficient de réflexion C_R ;
- le coefficient de transmission C_T ;

- le facteur $C_R^2 + C_T^2$;
- l'effort vertical (par unité de largeur) ;
- le couple de renversement, exprimé par rapport au point $x = 0 \quad z = d$.

On constate que le coefficient de réflexion diminue rapidement lorsque le taux de porosité augmente. En ce qui concerne la transmission, la porosité conduit à des moindres performances aux périodes de houle supérieures à 5 secondes. Par contre elles sont bien meilleures aux basses périodes (inférieures à 5 secondes). Sur la figure 6 on voit qu'une fraction significative de l'énergie est dissipée par les plaques poreuses. Le taux de dissipation atteint 80 % aux basses périodes pour les deux plus forts taux de porosité. Il est d'environ 50 % après 6 secondes, quelle que soit la porosité. Enfin les figures 7 et 8 montrent que, comme on pouvait s'y attendre, les efforts subis par la plaque diminuent notablement lorsque le taux de porosité augmente : 10 % de porosité conduisent à des efforts divisés par 3, par rapport à la plaque opaque.

Sur les figures 9 et 10 on présente maintenant les coefficients de transmission obtenus pour des immersions de 1.5 et 2 mètres ($h = 9.5$ et 10 mètres). Comme on l'a déjà vu les performances de la plaque opaque diminuent sensiblement. Celles des plaques poreuses diminuent également, mais dans une bien moindre proportion, si bien qu'à 2 mètres d'immersion la transmission est globalement plus faible pour les plaques poreuses.

Enfin, sur les figures 11 à 15, on a doublé la longueur de la plaque (24 mètres). L'immersion est de 2 mètres, toujours dans une profondeur de 10 mètres. La zone d'efficacité de la plaque opaque est décalée vers les hautes périodes (au delà de 8 secondes). Avec 10 % de porosité, le coefficient de transmission est inférieur à 0.25 aux périodes de houle inférieures à 7 secondes, et le coefficient de réflexion encore plus faible, si bien que la dissipation d'énergie dépasse 90 %. Par rapport à la longueur 12 mètres, les efforts subis par les plaques poreuses augmentent évidemment, surtout le couple de renversement dont le pic est décalé vers les plus hautes périodes. Ils sont toutefois comparables à ceux qui s'exercent sur la plaque opaque de longueur 12 mètres et immersion 1 mètre.

A titre d'illustration on présente, sur la figure 16, l'élévation de surface libre à deux instants différents, pour une dalle de longueur 24 mètres et porosité 10 %, et une houle de période 6 secondes et amplitude 1 mètre.

COMMENTAIRES ET CONCLUSION

Une première critique que l'on peut émettre est celle du domaine de validité de la théorie, en terme d'amplitude de houle, lorsqu'on considère des immersions de l'ordre du mètre. Cette critique s'applique aux plaques poreuses comme aux plaques opaques, et même peut-être plus encore à ces dernières dont on a vu que les performances sont très sensibles à l'immersion. Pour y répondre il n'y a guère que les essais en bassin, ou les modèles complètement non-linéaires [8]. On peut néanmoins espérer que les résultats que l'on a obtenus ont une certaine valeur qualitative.

Si l'on s'arrête au coefficient de transmission la comparaison plaque opaque - plaque poreuse tourne à l'avantage de la plaque opaque, lorsqu'on se trouve dans son domaine de bon fonctionnement. Ce domaine est malheureusement relativement étroit, en périodes de houle, et en immersion. Dès qu'on en sort l'avantage est aux plaques poreuses.

Les différences les plus sensibles portent sur les coefficients de réflexion et les efforts prédits par la théorie linéaire. Diminuer la réflexion peut sembler superflu mais on est conduit à réviser rapidement ce jugement lorsqu'on fait entrer en jeu les effets non linéaires. Dans le cadre des théories de deuxième ordre, une forte réflexion entraîne des efforts de fréquence

double importants [4], et aussi, en houle irrégulière, la génération d'ondes longues vers la côte [9], phénomène peu souhaitable pour des ouvrages de protection portuaire. Il est plus que probable que le facteur 3 de diminution des efforts donnés par la théorie linéaire se trouve encore augmenté lorsqu'on rajoute les composantes non linéaires.

Il serait évidemment souhaitable de procéder à une campagne expérimentale pour étayer ces considérations.

REFERENCES

- [1] PATARAPANICH : "Maximum and zero reflection from submerged plate", J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., Vol. 110, N^o2, 1984.
- [2] BURKE : "Scattering of surface waves on an infinitely deep fluid", J. Mathematical Physics, Vol. 5, N^o6, 1964.
- [3] GUÉVEL, LANDEL, BOUCHET et MANZONE : "Le phénomène du mur d'eau oscillant et son application pour protéger un site côtier soumis à l'action de la houle", ATMA, 1985.
- [4] NEWMAN : "Second-harmonic wave diffraction at large depths", J. of Fluid Mechanics, Vol. 213, pp. 59-70, 1990.
- [5] MOLIN : "Etude hydrodynamique de structures circulaires à porosité surfacique", 3èmes Journées de l'Hydrodynamique, Grenoble, 1991.
- [6] MOLIN et FOUREST : "Numerical modeling of progressive wave absorbers", 7th Int. Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Val de Reuil, 1992.
- [7] GARRETT : "Wave forces on a circular dock", J. of Fluid Mechanics, Vol. 46, pp. 129-139, 1971.
- [8] COINTE : "Quelques aspects de la simulation numérique d'un canal à houle", Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1989.
- [9] LIU et ISKANDARANI : "Scattering of short wave groups by submerged horizontal plate", J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 117, N^o 3, 1991.

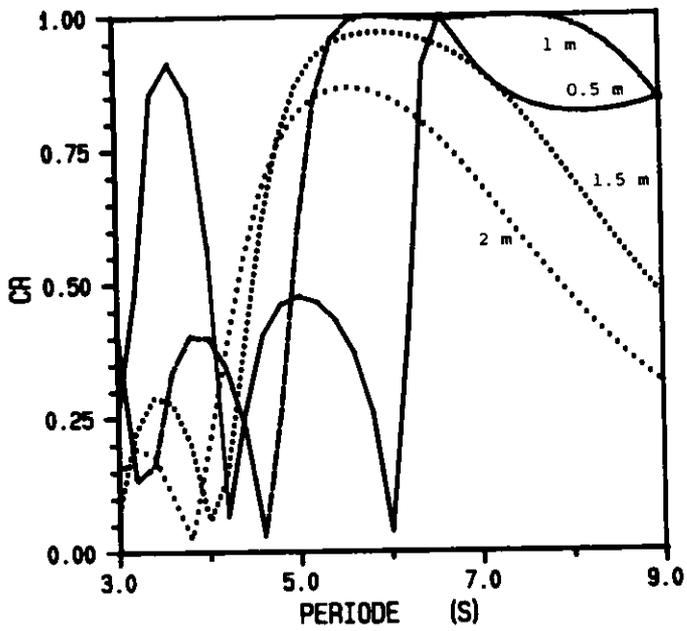


Figure 2 : Plaque opaque. Coefficient de réflexion pour différentes immersions ($d = 8 \text{ m}$; $b = 6 \text{ m}$).

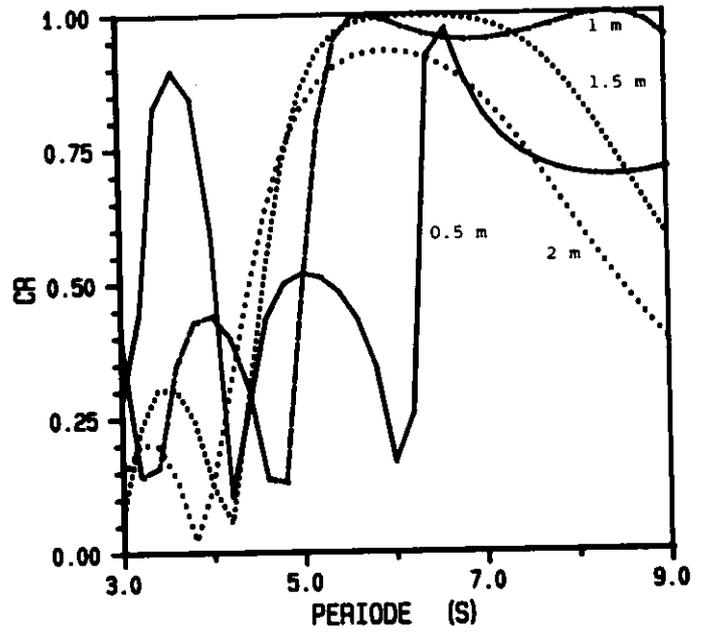


Figure 3 : Plaque opaque. Coefficient de réflexion pour différentes immersions ($d = 16 \text{ m}$; $b = 6 \text{ m}$).

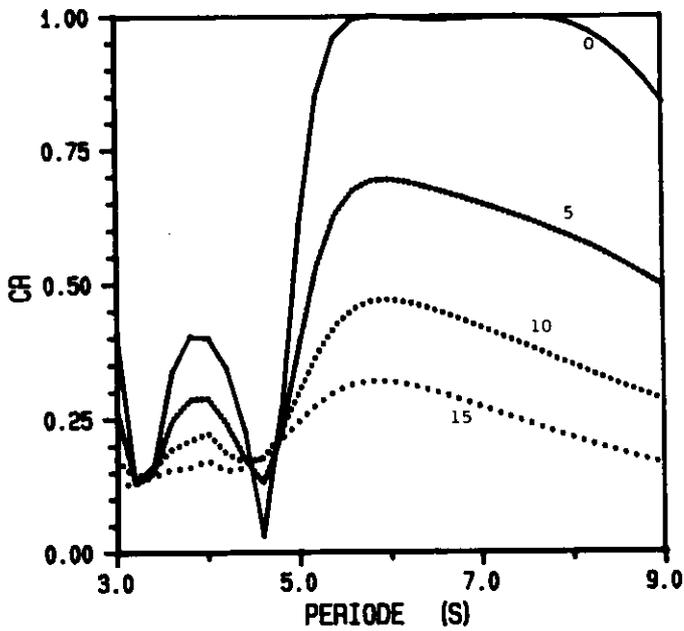


Figure 4 : Coefficient de réflexion pour 0, 5, 10, 15 % de porosité ($a = 1 \text{ m}$; $h = 9 \text{ m}$; $d = 8 \text{ m}$; $b = 6 \text{ m}$).

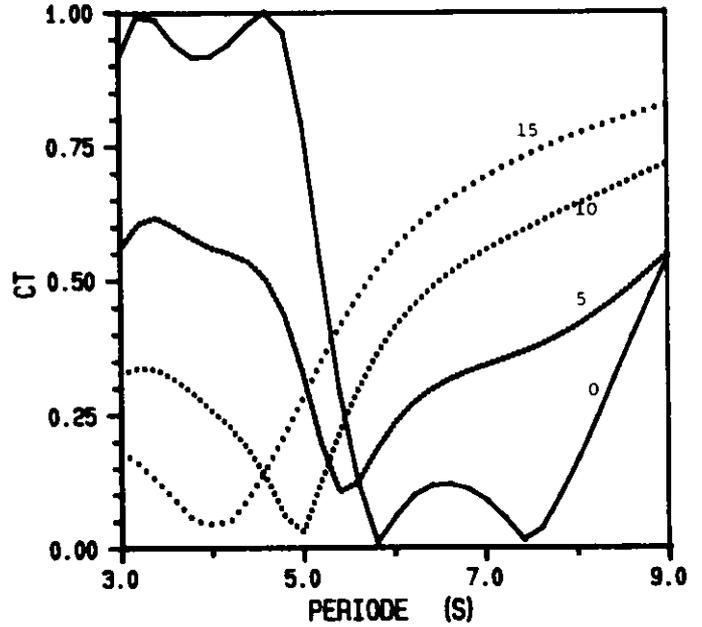


Figure 5 : Coefficient de transmission pour 0, 5, 10, 15 % de porosité ($a = 1 \text{ m}$; $h = 9 \text{ m}$; $d = 8 \text{ m}$; $b = 6 \text{ m}$).

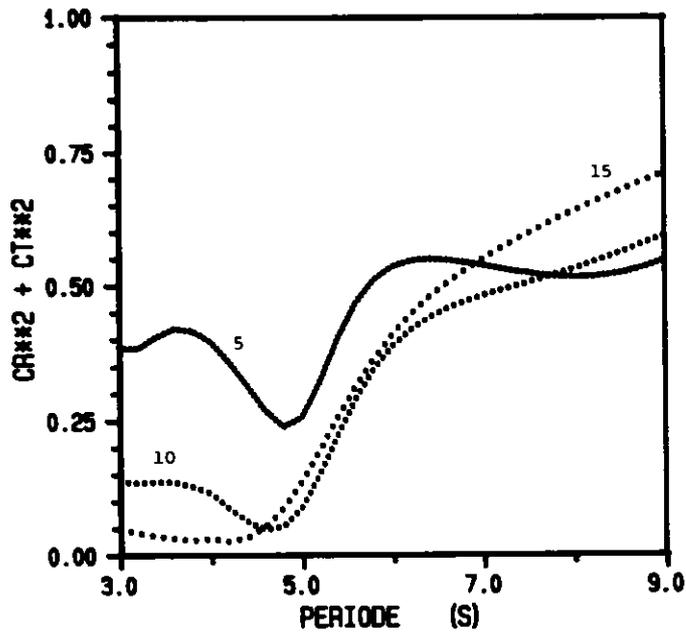


Figure 6 : Facteur $C_R^2 + C_T^2$ pour 0, 5, 10, 15 % de porosité ($a = 1$ m ; $h = 9$ m ; $d = 8$ m ; $b = 6$ m).

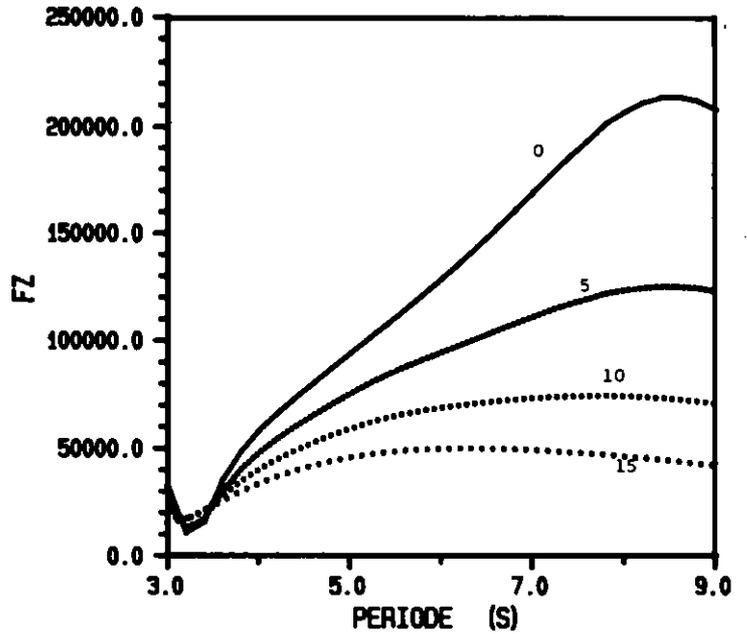


Figure 7 : Effort vertical (en Newtons) pour 0, 5, 10, 15 % de porosité ($a = 1$ m ; $h = 9$ m ; $d = 8$ m ; $b = 6$ m).

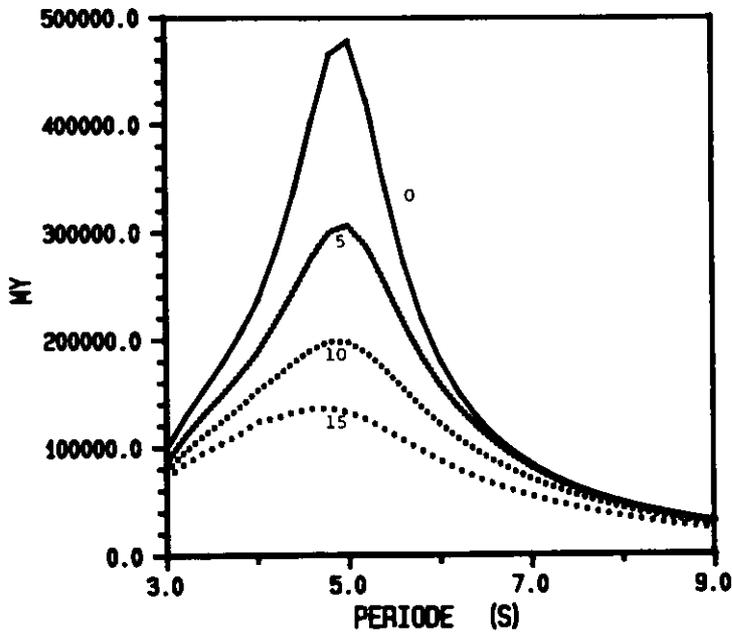


Figure 8 : Moment horizontal (en mN) pour 0, 5, 10, 15 % de porosité ($a = 1$ m ; $h = 9$ m ; $d = 8$ m ; $b = 6$ m).

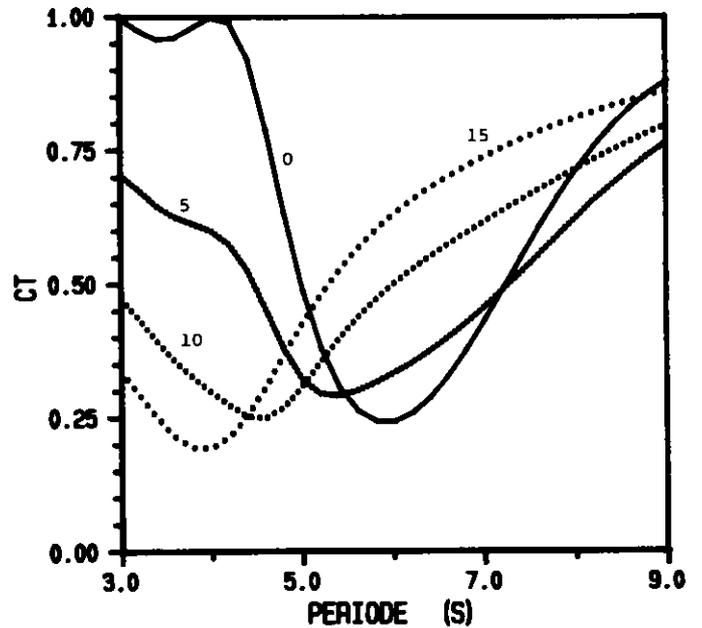


Figure 9 : Coefficient de transmission pour 0, 5, 10, 15 % de porosité et 1.5 m d'immersion ($a = 1$ m ; $h = 9.5$ m ; $d = 8$ m ; $b = 6$ m).

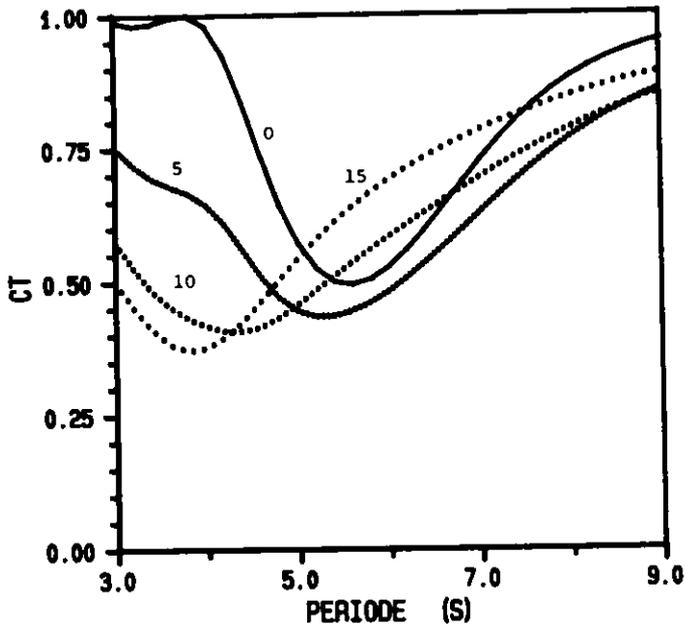


Figure 10 : Coefficient de transmission pour 0, 5, 10, 15 % de porosité et 2 m d'immersion ($a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 6$ m).

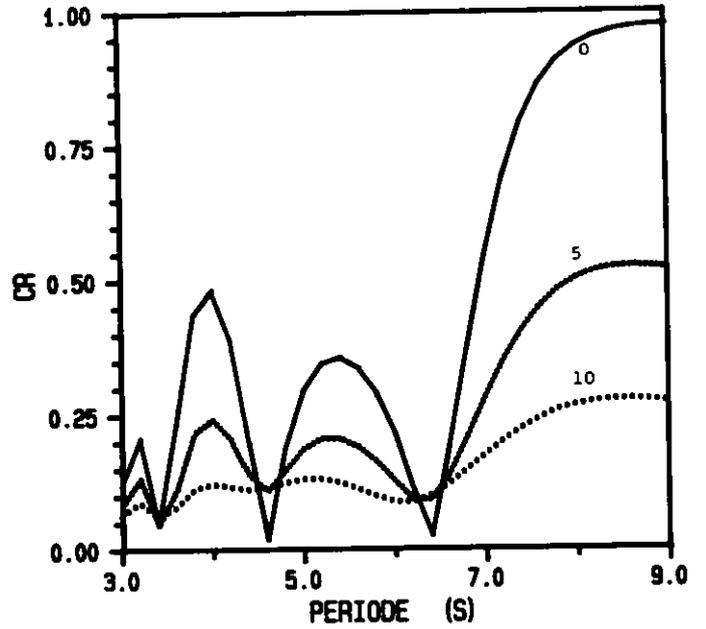


Figure 11 : Coefficient de réflexion pour 0, 5, 10 % de porosité et 24 m de longueur de plaque ($a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 12$ m).

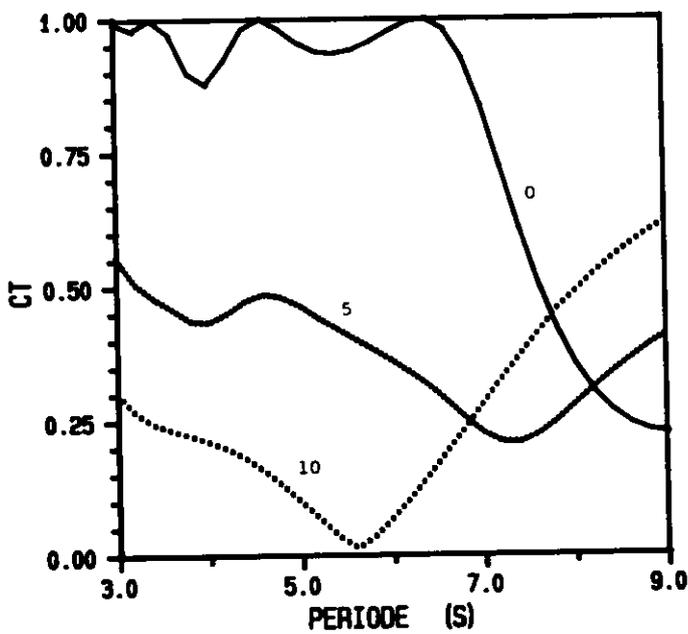


Figure 12 : Coefficient de transmission pour 0, 5, 10 % de porosité et 24 m de longueur de plaque ($a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 12$ m).

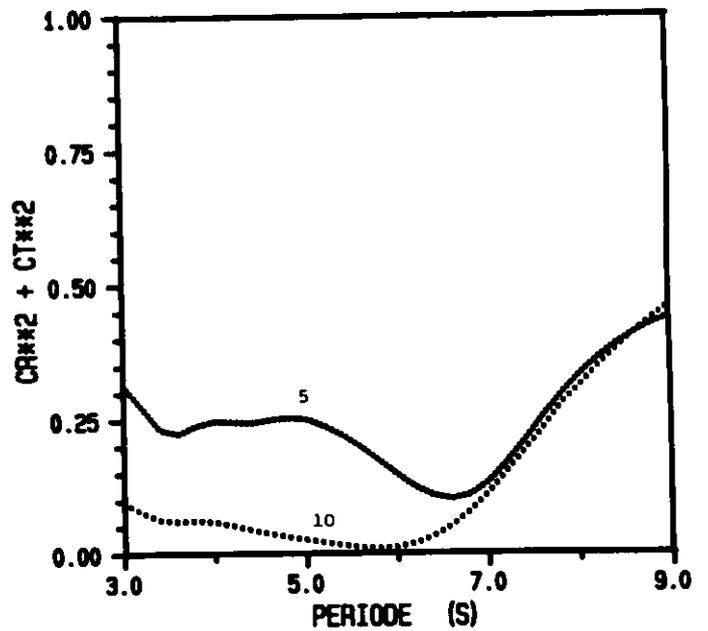


Figure 13 : Facteur $C_R^2 + C_T^2$ pour 0, 5, 10 % de porosité et 24 m de longueur de plaque ($a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 12$ m).

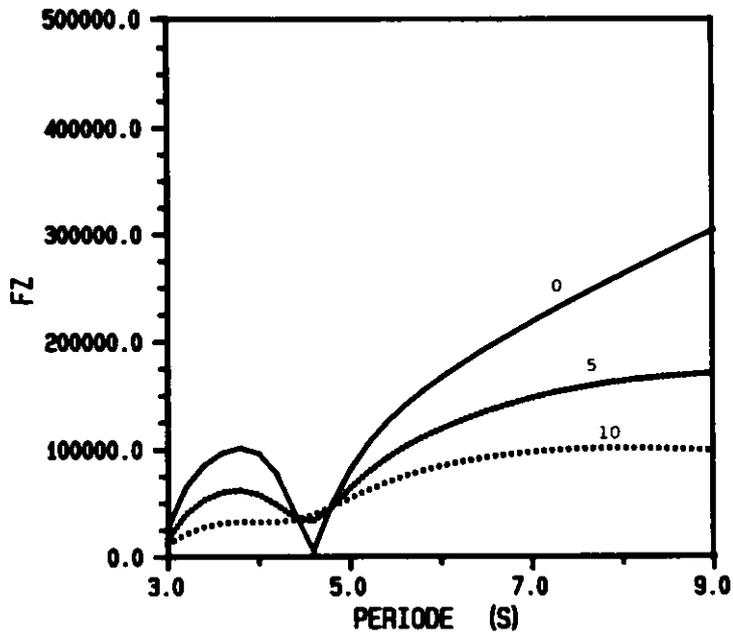


Figure 14 : Effort vertical pour 0, 5, 10 % de porosité et 24 m de longueur de plaque ($a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 12$ m).

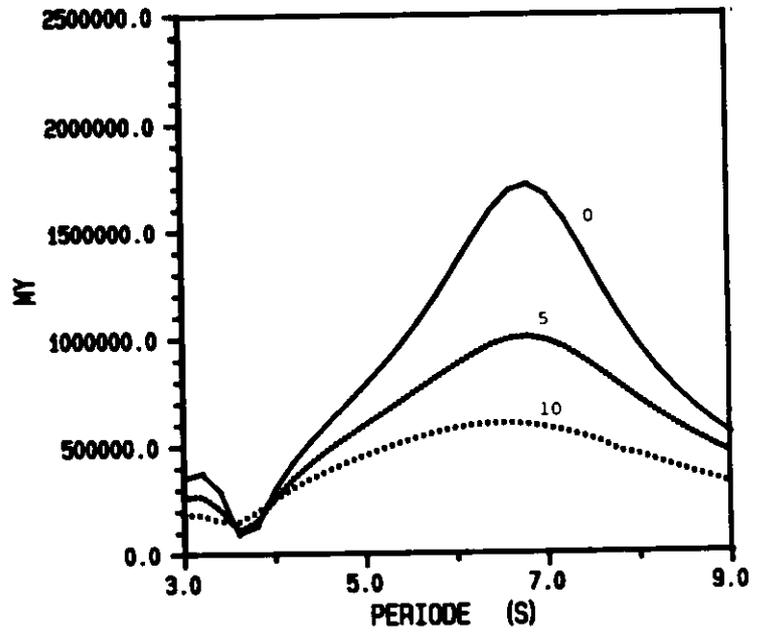


Figure 15 : Moment horizontal pour 0, 5, 10 % de porosité et 24 m de longueur de plaque ($a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 12$ m).

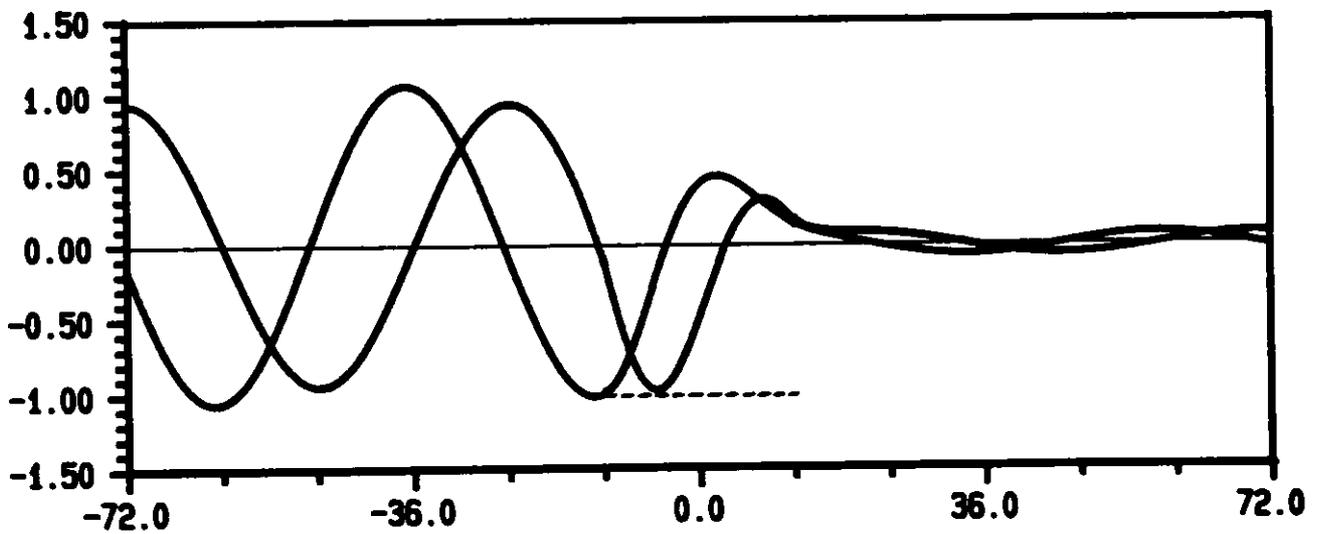


Figure 16 : Elévations de surface libre pour 10 % de porosité et 24 m de longueur de plaque ($T = 6$ sec ; $a = 1$ m ; $h = 10$ m ; $d = 8$ m ; $b = 12$ m).