

4e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

1, 2, 3 mars 1993 - Nantes

INTRODUCTION D'EFFETS TRIDIMENSIONNELS DE DIFFRACTION RADIATION DANS UN SIMULATEUR BIDIMENSIONNEL D'AGITATION PORTUAIRE

David LAJOIE
Société ACRI
Villantipolis n°10- 473, route des Dollines
06560 VALBONNE

Thierry LEPELLETIER
Société HYDRATEC
Tour Gamma D- 58, quai de la Rapée
75583 PARIS CEDEX 12

Résumé

On cherche à calculer numériquement le champ de vagues à l'intérieur et aux alentours d'un port, protégé par un dispositif d'atténuateurs de houle dynamiques. Le calcul fait l'objet d'un couplage entre deux programmes:

- Un simulateur d'agitation portuaire, de type "éléments finis", intégrant les effets de diffraction, réfraction et réflexion linéaires, en tenant compte d'une bathymétrie faiblement variable.
- Un simulateur de diffraction radiation tridimensionnelle de type "singularités".

Par deux méthodes possibles, on élabore une condition aux limites, reliant le potentiel des vitesses, à la vitesses normale sur la frontière des deux modèles couplés.

L'une des méthodes est appliquée, dans le cadre du calcul d'agitation résiduelle à l'intérieur du port de Taverna, en Corse.

Summary

This paper deals with the numerical calculation of the wave field, inside and around a harbour, protected by dynamic devices, which absorb and reflect waves energy . The calculation is made by coupling together two simulation software applications:

- a harbour roughness simulator, taking in account water waves diffraction, refraction and reflection on slowly varying bottom.
- a three-dimensional diffraction and radiation simulator.

By using two methods, a condition, linking velocity potential to normal velocity, on the coupled models boundary, is established. One of the methods is applied, by calculating the residual roughness in the harbor of Taverna (Corsica).

I Introduction

La protection du littoral ou des ports face aux houles dévastatrices et génératrices d'agitation contraint habituellement à construire des ouvrages massifs, souvent coûteux et inesthétiques, induisant par ailleurs des nuisances en ce qui concerne l'équilibre de l'écosystème.

Aussi d'autres dispositifs tels les barrages à houle dynamiques, ont ils été imaginés dans l'intention de réduire les inconvénients des ouvrages classiques; parmi ceux-ci, les ACRIPELS sont constitués d'une série de caissons immergés, ancrés sur le fond par un système de câbles tendus qui les laissent libres d'osciller en cavalement sous l'action de la houle. Les caissons renferment des carènes liquides compartimentées de la même manière que les citernes anti-roulis. L'atténuation de la houle est obtenue en exploitant au mieux l'ensemble des phénomènes mis en jeu:

- Ceux qui résultent de la nature ondulatoire de la houle.
- Ceux qui résultent des dissipations d'énergie d'origine visqueuse, externes et internes, induites par les mouvements oscillatoires que la houle impose aux caissons.

Le dimensionnement et l'optimisation de tel ou tel dispositif dynamique de protection contre la houle nécessite une modélisation numérique du champ de vagues dans la zone à protéger, compte tenu des spécificités du site et de la présence du futur ouvrage proposé. Ce champ de vagues, issu des différentes diffractions, réflexion, et réfraction de la houle ainsi que des radiations dues aux mouvements des caissons, peut être calculé en couplant deux simulateurs:

- Un simulateur d'agitation portuaire, de type éléments finis, représentatifs des effets de diffraction, réfraction et réflexion dans la baie du port dans lequel on cherche à réduire les agitations.
- Un simulateur de diffraction-radiation en milieu côtier, de type singularités, tenant de plus en compte, les effets tridimensionnels induits par des caissons dans la houle.

Après une brève présentation des deux modèles, on exposera deux méthodes de couplage permettant de simuler tous les effets d'origine ondulatoire ondes mis en jeu. On appliquera ensuite une méthode sur un cas pratique, en simulant les effets d'un dispositif d'ACRIPELS devant la passe d'entrée d'un port agité.

Dans tout le développement qui suit, on se place dans l'hypothèse des écoulements irrotationnels des fluides parfaits, incompressibles. On admet donc l'existence d'un potentiel ϕ , harmonique. La condition de surface libre est linéarisée.

II Le simulateur d'agitation portuaire

Ce modèle, aux éléments finis, est bidimensionnel. Il ne fait intervenir que le potentiel des vitesses défini sur le plan d'eau étudié, les différentes grandeurs étant intégrées sur la profondeur. A chaque noeud du maillage, on définit alors une profondeur h et un nombre d'onde k tels que le potentiel de vitesses ϕ varie selon la loi:

$$\phi(x, y, z, t) = \Re e(\varphi(x, y) \frac{ch(k(z+h))}{ch(kh)} e^{-i\omega t})$$

$$\text{avec } kth(kh) = \frac{\omega^2}{g}$$

ω : pulsation

k : nombre d'onde

h : profondeur

Sur tout le plan d'eau, le potentiel respecte une loi de propagation d'ondes, valable pour les faibles variations de bathymétrie:

$$\operatorname{div}(cc_g \operatorname{grad}(\varphi)) + \frac{c}{c_g} \varphi = 0$$

c : vitesse de phase c_g : vitesse de groupe

En utilisant la première formule de Green, la formulation faible se ramène à:

$$\iint_D (\operatorname{grad}(N_j) \operatorname{grad}(\varphi) - \frac{c}{c_g} N_j \omega^2 \varphi) d(D) = \oint_{\partial D} cc_g N_j \frac{\partial \varphi}{\partial n} d(\partial D)$$

N_j : fonction de forme

On peut résoudre le problème en connaissant les conditions aux limites. Les frontières du modèle sont de deux types:

- Les frontières réfléchissantes, représentant les digues ou les quais, sur lesquelles on applique un coefficient de réflexion, en accord avec la dissipation subie par la vague incidente. Cette condition est exprimée par la relation:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = ik \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \varphi$$

α : coefficient de réflexion $i = \sqrt{-1}$

On admet que, pour une réflexion partielle, cette relation n'est exacte que pour une onde se propageant perpendiculairement à la frontière. Pour une digue à talus, pour laquelle le coefficient α est de l'ordre de 0.5, l'erreur commise ne dépasse pas 10% pour un angle d'incidence de 40° par rapport à la perpendiculaire.

- La frontière radiative, qui ne correspond pas à une frontière physique, faisant intervenir les potentiels des houles incidentes et réfléchies sur les côtés extérieurs des digues, ainsi que le potentiel de diffraction réémis par le port. Cette frontière est circulaire, et entoure largement la passe d'entrée du port. On a alors:

$$\varphi = \varphi_I + \varphi_R + \varphi_D$$

φ_I : Potentiel incident
 φ_R : Potentiel diffracté
 φ_D : Potentiel radié

Si l'on considère un fond plat, à la fois sur la partie du modèle extérieure au port, et au delà de ce modèle, vers le large, on peut calculer analytiquement les potentiels incidents et réfléchis. On relie alors φ à $\partial \varphi / \partial n$ par la condition de radiation:

$$\sqrt{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (\varphi - \varphi_I - \varphi_R) - ik(\varphi - \varphi_I - \varphi_R) \right) \rightarrow 0 \text{ quand } r \rightarrow +\infty$$

Si l'on considère le fond faiblement variable sur tout l'extérieur du port, les potentiels incidents et réfléchis sont alors calculés numériquement en faisant intervenir un programme de réfraction linéaire. La houle loin devant le modèle d'agitation, est alors prise en compte jusqu'à atteindre une profondeur

dite "infinie". La condition de radiation est exprimée en considérant un nombre d'onde dépendant de la profondeur locale à chaque noeud de la frontière radiative. On commet dans ce cas une erreur sur le potentiel de diffraction, car on néglige le changement de direction de propagation de l'onde diffractée, dû aux variations de la bathymétrie. Cette erreur reste infime dans la mesure où très peu d'énergie ressort du port.

Sur les frontières du modèle, les conditions aux limites relient $\partial\varphi / \partial n$, à φ et à d'autres potentiels connus. La formulation faible est alors ramenée à une seule inconnue φ , et peut donc être résolue.

III Le simulateur de diffraction-radiation en milieu côtier

Le modèle tridimensionnel est de type singularités. Son exploitation nécessite de modéliser les frontières du domaine fluide à étudier. Dans la configuration qui nous intéresse, on distingue quatre types de frontière:

- La surface libre (SL)
- Le fond à profondeur variable (F)
- Les parois des caissons (Σ)
- Un cylindre de contrôle, de section elliptique (C)

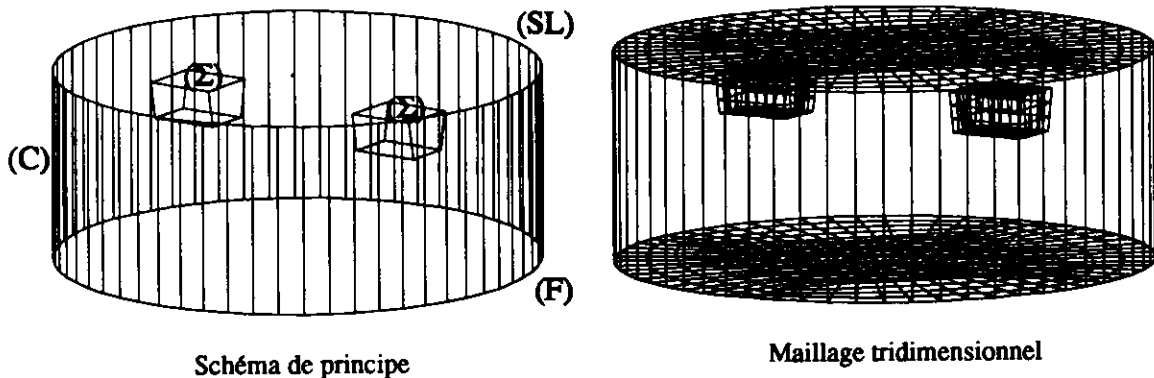


FIGURE 1

On détermine le potentiel dans le domaine intérieur, en exploitant la troisième formule de Green, faisant intervenir une distribution surfacique mixte de sources et de doublets de Rankine. L'utilisation de cette formule est détaillée au chapitre suivant, dans le cadre du couplage avec le simulateur d'agitation portuaire.

IV Le couplage agitation portuaire - diffraction radiation tridimensionnelle

Ce couplage consiste à introduire l'ellipse délimitant (SL) dans le maillage bidimensionnel du plan d'eau destiné au calcul d'agitation. On ajoute ainsi une nouvelle frontière au problème d'agitation, sur laquelle il est indispensable d'appliquer une condition reliant les potentiels et les vitesses normales, si l'on souhaite pouvoir résoudre la formulation faible.

LARGE

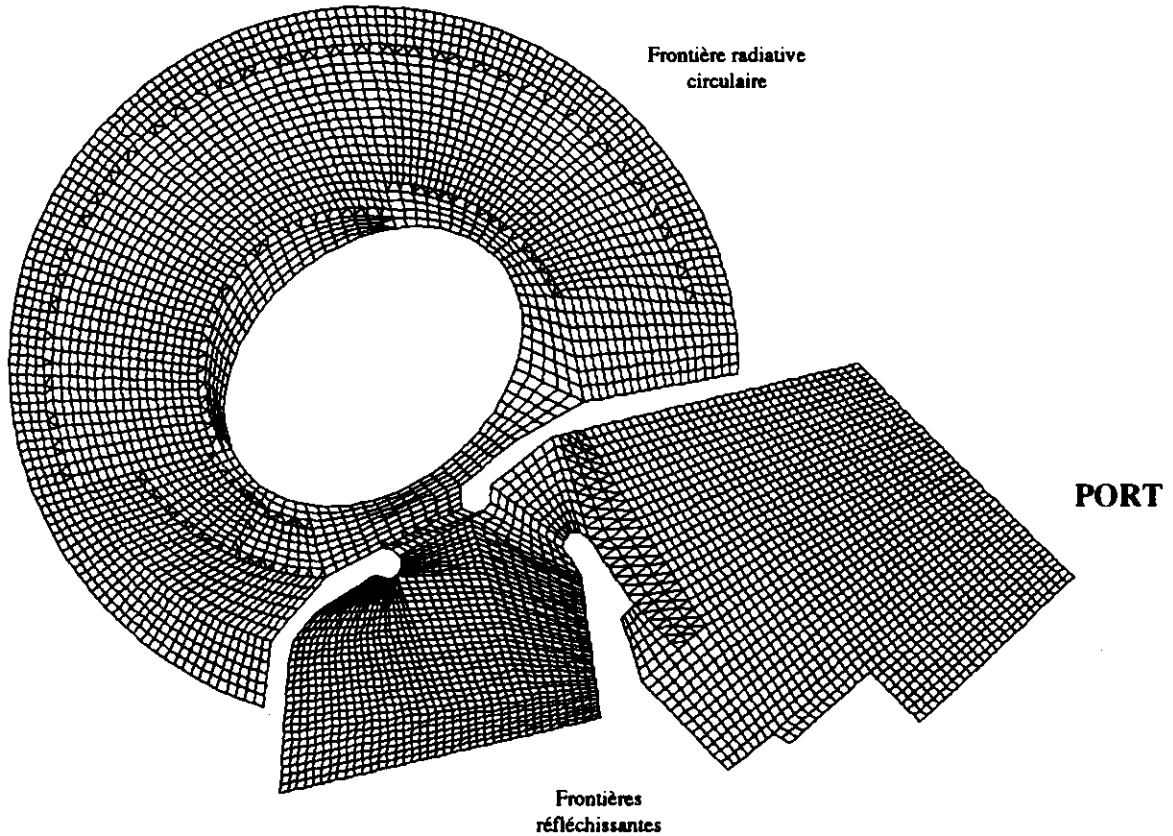


FIGURE 2

Exemple d'introduction d'une frontière elliptique traduisant des effets tridimensionnels dans le maillage bidimensionnel du Port de TAVERNA (Corse)

1) Condition aux limites sur l'ellipse

La présence de caissons dans la houle crée un champ de vagues proches, négligeable en première approximation à une distance avoisinant trois fois la profondeur. Pour le couplage, on place le cylindre de section elliptique suffisamment loin pour négliger ce champ, et ainsi estimer avoir une décroissance

exponentielle locale en $\frac{ch(k(z+h))}{ch(kh)}$ sur toute la paroi verticale du cylindre. Cette considération sur la

frontière elliptique est indispensable dans la mesure où le calcul d'agitation portuaire intègre toutes les grandeurs sur la profondeur. Il ne peut alors pas tenir compte des vagues proches.

Afin de simplifier les équations, on considère d'abord que les caissons restent fixes, ne faisant que diffracter la houle. On applique la troisième formule de Green, appliquée sur un domaine fermé D , tridimensionnel, et tel que $\Delta\phi = 0$ dans tout le domaine.

On admet $\phi(x, y, z, t) = \Re e(\varphi(x, y, z)e^{-i\omega t})$.

$$\left. \begin{array}{l} M \in D \quad \varphi(M) \\ M \in \partial D \quad \frac{1}{2} \varphi(M) \\ M \notin D \quad 0 \end{array} \right\} = \iint_{\partial D} \varphi(M') \frac{\partial}{\partial n(M')} \left(\frac{1}{MM'} \right) dS(M') - \iint_{\partial D} \frac{\partial \varphi}{\partial n}(M') \frac{1}{MM'} dS(M')$$

Les conditions aux limites sont données par:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \varphi \right|_{z=0}^{SL} = 0 \quad \text{Condition de surface libre linéarisée}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\Sigma} = 0 \quad \text{Glissement sur les caissons}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_F = 0 \quad \text{Glissement sur le fond}$$

La condition sur le cylindre de contrôle reste à déterminer. Pour M appartenant à la frontière du domaine, l'équation intégrale s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \varphi(M) = & \iint_{SL} \varphi(M') \left(\frac{1}{MM'} - \frac{\omega^2}{g} \frac{\partial}{\partial n(M')} \left(\frac{1}{MM'} \right) \right) dS(M') + \iint_{\Sigma+F} \varphi(M') \frac{1}{MM'} dS(M') \\ & + \iint_C \varphi_0 \frac{ch(k(z'+h))}{ch(kh)} \frac{1}{MM'} dS(M') - \iint_C \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \frac{ch(k(z'+h))}{ch(kh)} \frac{\partial}{\partial n(M')} \left(\frac{1}{MM'} \right) dS(M') \end{aligned}$$

φ_0 et $\frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$ sont les potentiel et vitesse normale sur (C) , calculés en limite de la surface libre.

Pour résoudre cette équation, les frontières du domaine sont discrétisées par pavés constants sur la surface libre, le fond et les caissons, et par lanières verticales sur le cylindre de contrôle. Le potentiel φ_i , calculé au centre M_i de la facette i , s'exprime alors de la façon suivante:

$$\frac{1}{2} \varphi_i = \sum_{j(SL)} \varphi_j \left(D_{ij} - \frac{\omega^2}{g} S_{ij} \right) + \sum_{j(F)} \varphi_j D_{ij} + \sum_{j(\Sigma)} \varphi_j D_{ij} + \sum_{j(C)} \varphi_{0j} D_{ij}^0 - \sum_{j(C)} \frac{\partial \varphi_{0j}}{\partial n} S_{ij}^0$$

S_{ij} et D_{ij} , sont les coefficients d'influence classiques des sources et doublets de la facette j sur la facette i . S_{ij}^0 et D_{ij}^0 sont ces mêmes coefficients intégrés sur la profondeur de la lanière j .

L'équation ci-dessus, écrite pour chaque facette ou lanière i , conduit à un système d'équations, dont on exploite la linéarité pour relier $\partial \varphi_0 / \partial n$ et φ_0 . Ainsi, on fixe φ_{0k} à 1 sur la seule lanière k , et $\varphi_0 = 0$

sur les $n-1$ restantes. En répétant l'opération pour chaque lanière, on résout n fois le système écrit ci-dessous pour la lanière (k) .

$$-\frac{1}{2}\varphi_i^{(k)} + \sum_{j(SL)} \varphi_j^{(k)} (D_{ij} - \frac{\omega^2}{g} S_{ij}) + \sum_{j(F)} \varphi_j^{(k)} D_{ij} + \sum_{j(\Sigma)} \varphi_j^{(k)} D_{ij} - \sum_{j(C)} \frac{\partial \varphi_{0j}^{(k)}}{\partial n} S_{ij}^0 = -1 * D_{ik}^0$$

Par linéarité des différents systèmes, on a alors:

$$\frac{\partial \varphi_{0j}}{\partial n} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \varphi_{0j}^{(k)}}{\partial n} \varphi_{0k}$$

Tous les termes du système étant réels, on montre ainsi qu'il existe une matrice réelle $[M_{jk} = \partial \varphi_{0j}^{(k)} / \partial n]$

reliant les vecteurs complexes $\{\partial \varphi_{0j} / \partial n\}$ et $\{\varphi_{0j}\}$, représentant les valeurs de $\partial \varphi_0 / \partial n$ et φ_0 aux centres et sommets des lanières du cylindre. On peut ainsi appliquer une condition aux limites sur l'ellipse introduite dans le maillage bidimensionnel, et résoudre le problème d'agitation portuaire à l'extérieur et sur la frontière elliptique. Dans la mesure où l'on fait coïncider les deux maillages, intérieur et extérieur à cette frontière, la condition aux limites pour le problème d'agitation n'est pas donnée aux noeuds, mais aux centres des segments de l'ellipse. La vitesse normale est donc considérée comme constante le long de ces segments.

La connaissance du champ de vagues à l'intérieur de l'ellipse est immédiate, une fois les potentiels φ_{0k} connus sur chaque segment de l'ellipse. Tout comme on a relié le vecteur $\partial \varphi_{0j} / \partial n$ à φ_{0k} , on peut relier n'importe quel φ_j des facettes j du modèle tridimensionnel à φ_{0k} , par la relation:

$$\varphi_j = \sum_{k=1}^n \varphi_j^{(k)} \varphi_{0k}$$

La connaissance du potentiel de surface libre à l'intérieur de l'ellipse permet alors d'obtenir le champ de vagues complet.

2) Introduction de la radiation

Si maintenant, les caissons sont en mouvements sous l'action de la houle, la condition de glissement sur chaque caisson Σ_p devient

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\Sigma_p} = \vec{V}_E \cdot \vec{n} \Big|_{\Sigma_p} \quad \vec{V}_E \text{ étant la vitesse d'entraînement du caisson } \Sigma_p$$

En admettant l'hypothèse des petits mouvements, et considérant que le système de câbles tendus n'autorise que les mouvements de translations horizontales aux caissons, on a alors

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\Sigma_p} = -i\omega(a_{1p} \vec{e}_1 \cdot \vec{n} + a_{2p} \vec{e}_2 \cdot \vec{n})$$

a_{1p} et a_{2p} étant les amplitudes complexes du mouvement du caisson Σ_p suivant les deux axes horizontaux de vecteurs directeurs \bar{e}_1 et \bar{e}_2 . Pour un modèle comprenant P caissons, l'équation intégrale discrétisée est alors ramenée à:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}\varphi_i + \sum_{j(SL)} \varphi_j (D_{ij} - \frac{\omega^2}{g} S_{ij}) \\ & + \sum_{j(F)} \varphi_j D_{ij} + \sum_{p=1}^P \sum_{j(\Sigma)} \varphi_j D_{ij} + \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^2 (i\omega a_{ip} \sum_{j(\Sigma_p)} ((\bar{e}_m \cdot \bar{n}) S_{ij})) \\ & + \sum_{j(C)} \varphi_{0j} D_{ij}^0 - \sum_{j(C)} \frac{\partial \varphi_{0j}}{\partial n} S_{ij}^0 = 0 \end{aligned}$$

Les amplitudes complexes a_{1p} et a_{2p} peuvent être calculées en écrivant la relation fondamentale de la dynamique pour chaque caisson. Les forces agissant sur chaque caisson sont composées:

- des forces hydrodynamiques extérieures, calculées en intégrant la pression hydrodynamique complexe ρ , directement lié au potentiel des vitesses:

$$\bar{F}_h \text{ ext} = - \iint_{\Sigma_p} \rho \bar{U} dS = i\rho\omega \iint_{\Sigma_p} \varphi \bar{U} dS$$

$$\bar{U} = \begin{Bmatrix} \bar{e}_1 \cdot \bar{n} \\ \bar{e}_2 \cdot \bar{n} \end{Bmatrix} \quad \rho : \text{masse volumique de l'eau}$$

- des efforts induits par les câbles tendus, assimilables à ceux induits par une raideur

$$\bar{F}_c \Big|_{\Sigma_p} = -\bar{K}_p \bar{A}_p$$

$$\bar{A}_p = \begin{Bmatrix} a_{1p} \\ a_{2p} \end{Bmatrix} \quad \bar{K}_p \text{ matrice raideur}$$

- des forces hydrodynamiques intérieures, dues aux ballottements des carènes liquides et à la dissipation visqueuse. Ces forces sont représentées sous forme de masses d'eau ajoutées et de coefficients d'amortissement.

$$\bar{F}_h \text{ int} \Big|_{\Sigma_p} = \omega^2 \bar{M}_p \bar{A}_p + i\omega \bar{B}_p \bar{A}_p$$

$$\bar{M}_p : \text{matrice des masses d'eau ajoutées.} \quad \bar{B}_p : \text{matrice des coefficients d'amortissement.}$$

La relation fondamentale de la dynamique permet de calculer les amplitudes des mouvements de chaque caisson en fonction du potentiel des vitesses sur la carène des caissons:

$$\bar{F}_{h \text{ ext}} + \bar{F}_c + \bar{F}_{h \text{ int}} = -\omega^2 \bar{m}_p \bar{A}_p \quad \bar{m}_p: \text{matrice masse}$$

$$i\rho\omega \iint_{\Sigma_p} \varphi \bar{U} ds = (-\omega^2 (\bar{M}_p + \bar{m}) - i\omega \bar{B}_p + \bar{K}_p) \bar{A}_p = \bar{C}_p \bar{A}_p$$

$$\bar{A}_p = i\rho\omega (\bar{C}_p^{-1}) \iint_{\Sigma_p} \varphi \bar{U} ds$$

On peut désormais écrire l'équation intégrale discrétisée, ne faisant intervenir comme inconnue que le potentiel sur toutes les frontières, ainsi que les vitesses normales sur le cylindre de contrôle.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \varphi_i + \sum_{j(SL)} \varphi_j (D_{ij} - \frac{\omega^2}{g} S_{ij}) + \sum_{j(F)} \varphi_j D_{ij} \\ & + \sum_{p=1}^P \sum_{j(\Sigma_p)} \varphi_j D_{ij} + \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^2 i\omega (i\rho\omega \bar{C}_p^{-1} \sum_{j(\Sigma_p)} \varphi_j \bar{U} s(j)) \cdot \bar{e}_m (\sum_{j(\Sigma_p)} (\bar{e}_m \cdot \bar{n}) S_{ij}) \\ & + \sum_{j(C)} \varphi_{0j} D_{ij}^0 - \sum_{j(C)} \frac{\partial \varphi_{0j}}{\partial n} S_{ij}^0 = 0 \end{aligned}$$

$s(j)$ représente la surface d'une facette j .

Ce système d'équations étant linéaire, on peut appliquer exactement le même raisonnement que pour le problème de diffraction seule, afin d'établir une matrice de couplage. L'introduction de coefficients d'amortissement internes aux caissons conduit à une matrice complexe, et non plus réelle.

Ce principe de décomposer le potentiel sur chaque lanier prouve l'existence d'une matrice de couplage, mais semble inefficace pour l'élaborer.

En effet, établir la matrice de cette façon, revient directement à vouloir trouver les vitesses normales au cylindre, en connaissant les potentiels sur ce même cylindre. Cela s'apparente également à l'autre raisonnement possible, qui consiste à trouver le potentiel en appliquant des vitesses normales connues sur toutes les lanières du cylindre. Dans ce dernier cas, on laisse apparaître des fréquences irrégulières, qui sont, en fait, les fréquences de résonance du bassin elliptique, directement comparable à la "boite" du modèle tridimensionnel. Pour une cuve circulaire de rayon R , ces fréquences correspondent aux nombres d'onde k , tels que $J_n(kR) = 0$ ($n \geq 0$). J_n est la dérivée de la fonction de Bessel de première espèce. Dans le cas développé ici, où l'on fixe le potentiel pour trouver les vitesses normales sur le cylindre, ces fréquences irrégulières apparaissent des nombres d'onde tels que $J_n(kR) = 0$ ($n \geq 0$).

Ces effets de résonance font l'objet des courbes de la figure 3. On compare les vitesses normales exactes et calculées, d'une simple houle progressive, sur les parois du cylindre à base circulaire du modèle tridimensionnel, à fond plat et sans caisson. Le calcul des vitesses normales fait intervenir les matrices de couplage correspondant au modèle pour chacune des périodes.

$$\left\{ \frac{\partial \varphi_{0j}}{\partial n} \right\}_{\text{calculé}} = [Mjk] \left\{ \varphi_{0k} \right\}_{\text{exact}}$$

Les graphiques montrent les résultats pour deux périodes irrégulières successives. Ces périodes correspondent à des racines de J_0 et J_1 , égales à 7,45 s et 9,59 s pour une cuve de 70 m de rayon et 20 m de profondeur. Ils comparent les mêmes résultats théoriques et numériques, pour une période intermédiaire de 8s.

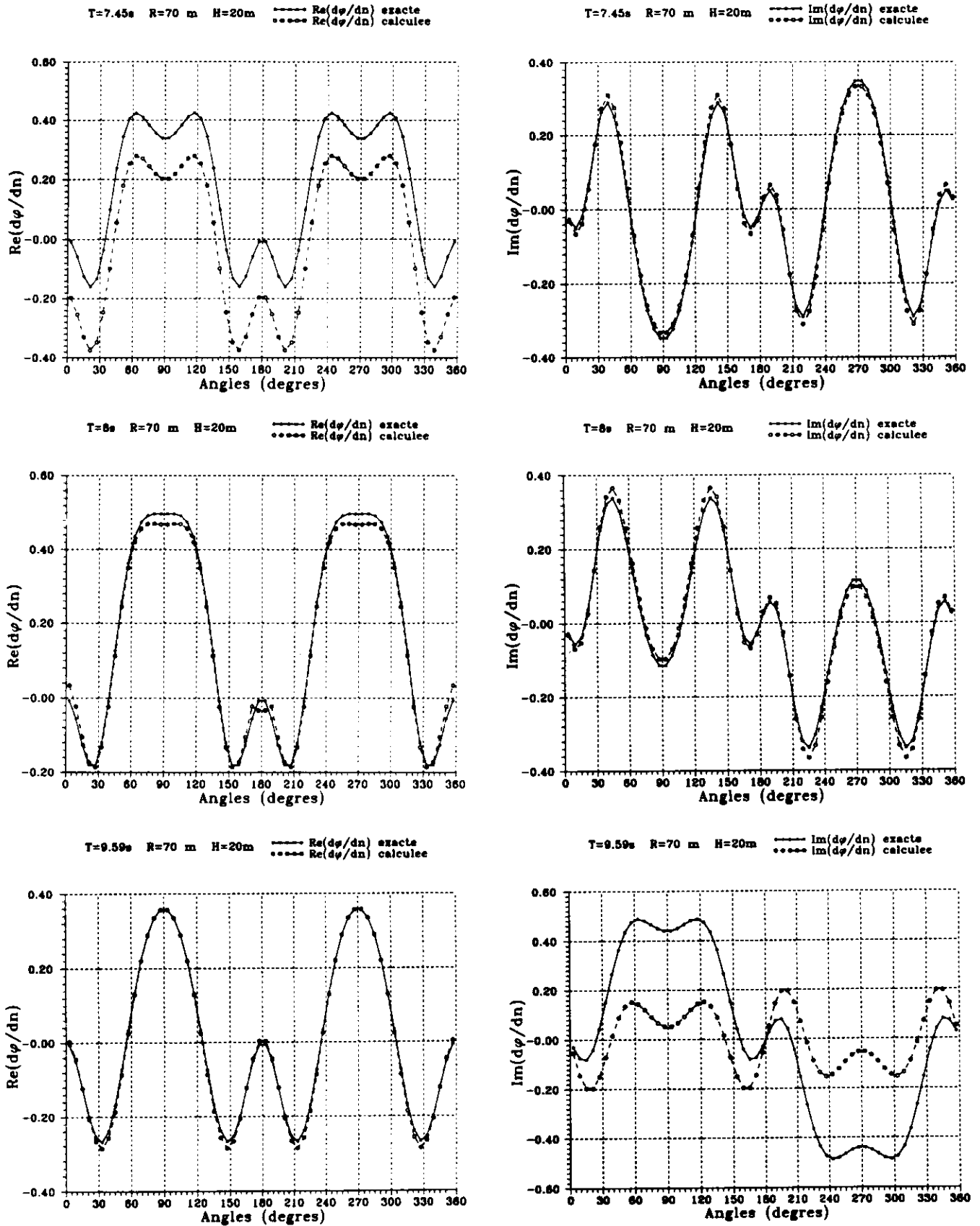


FIGURE 3

Mise en évidence de fréquences irrégulières:
 Comparaison des vitesses normales, théoriques et numériques,
 d'une houle progressive, sur le cylindre (C).

La méthode employée pour trouver la matrice de couplage est certes avantageuse dans la mesure où elle permet d'introduire un calcul de diffraction-radiation sur un fond variable. Néanmoins, elle montre toutes ses limites lorsque la simulation se situe proche des fréquences irrégulières.

3) Autre méthode de calcul

Afin de supprimer les fréquences irrégulières, on peut employer une toute autre méthode pour trouver la matrice de couplage. Compte tenu de la linéarité, on se propose d'utiliser le modèle de diffraction-radiation tridimensionnelle en dissociant les potentiels incidents, diffractés, et radiés, qui composent le potentiel total.

On pose alors $\varphi = \varphi_I + \varphi_D + \varphi_{Rad}$. Chacun des potentiels respectent la condition de surface libre linéarisée.

En considérant le fond plat, φ_I , le potentiel incident d'une houle progressive de direction déterminée, est calculé analytiquement. Les conditions de glissement sur les caissons et sur le fond sont donnés par:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \varphi_D}{\partial n} \right|_{\Sigma_p} &= - \left. \frac{\partial \varphi_I}{\partial n} \right|_{\Sigma_p} & \left. \frac{\partial \varphi_{Rad}}{\partial n} \right|_{\Sigma_p} &= \vec{V}_E \cdot \vec{n} \Big|_{\Sigma_p} \\ \left. \frac{\partial \varphi_D}{\partial n} \right|_F &= 0 & \left. \frac{\partial \varphi_{Rad}}{\partial n} \right|_F &= 0 \end{aligned}$$

Pour résoudre l'équation intégrale, il importe de définir une condition de radiation ou de diffraction reliant $\partial \varphi_{Rad} / \partial n$ et $\partial \varphi_D / \partial n$ respectivement à φ_{Rad} et φ_D sur (C). Au delà des vagues proches et suffisamment "loin" des caissons, on considère que ces potentiels peuvent s'écrire, sous la forme:

$$\varphi_{D Rad} = \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta)) \frac{ch(k(z+h))}{ch(kh)} H_n(kr)$$

H_n fonction de Hankel.

Le potentiel est exprimé en coordonnées polaires, ayant pour origine le centre de l'ellipse sur (SL). En utilisant

le développement asymptotique des fonctions de Hankel jusqu'à l'ordre 3 en $\frac{1}{kr}$, on détermine la relation suivante, valable sur une ellipse ayant a et b pour longueurs des demi-axes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_{D Rad}}{\partial n} &= \left(\frac{-1}{2kr} \left(1 - \frac{1}{4(kr)^2} \right) + i \left(1 + \frac{1}{8(kr)^2} \right) \right) k \varphi_{D Rad} \\ &+ \frac{1}{r} \sin \theta \cos \theta \left(\frac{a-b}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \right) \frac{\partial \varphi_{D Rad}}{\partial \theta} \\ &+ \left(\frac{1}{2(kr)^3} + \frac{i}{2(kr)^2} \right) \left(\frac{a \sin^2 \theta + b \cos^2 \theta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \right) k \frac{\partial^2 \varphi_{D Rad}}{\partial \theta^2} \end{aligned}$$

En admettant l'hypothèse des petits mouvements, on découple le problème de radiation en problèmes élémentaires, associés aux différents mouvements de translation de chaque caisson. La relation fondamentale de la dynamique, la connaissance des efforts de diffraction et des efforts élémentaires de radiation permettent de calculer les amplitudes de ces mouvements, et donc le potentiel des vitesses dans tout le domaine tridimensionnel.

Si on calcule le potentiel incident par l'intermédiaire d'un programme de réfraction, il est possible de résoudre le même problème pour un fond à bathymétrie variable. Une erreur serait cependant commise sur la condition de radiation.

Aussi, pour cette méthode, nous nous sommes limités au modèle tridimensionnel à fond plat.

Pour une période donnée, on peut obtenir la matrice de couplage en simulant un grand nombre de directions de houles incidentes. On cherche ainsi à avoir un large échantillon de valeurs de vitesses normales sur une même lanière du cylindre, à associer avec les valeurs correspondantes des potentiels sur toutes les lanières.

En fait, le programme de calcul stocke toutes les vitesses normales $\partial\varphi_{0j}^{(q)} / \partial n$ sur chaque lanière, pour toutes les houles incidentes. $\partial\varphi_{0j}^{(q)} / \partial n$ représente la vitesse normale sur la lanière j, pour la simulation de la q^{ème} direction de houle incidente. On stocke de la même manière toutes les valeurs $\varphi_{0k}^{(q)}$ de toutes les lanières. La solution du système complexe surdéterminé

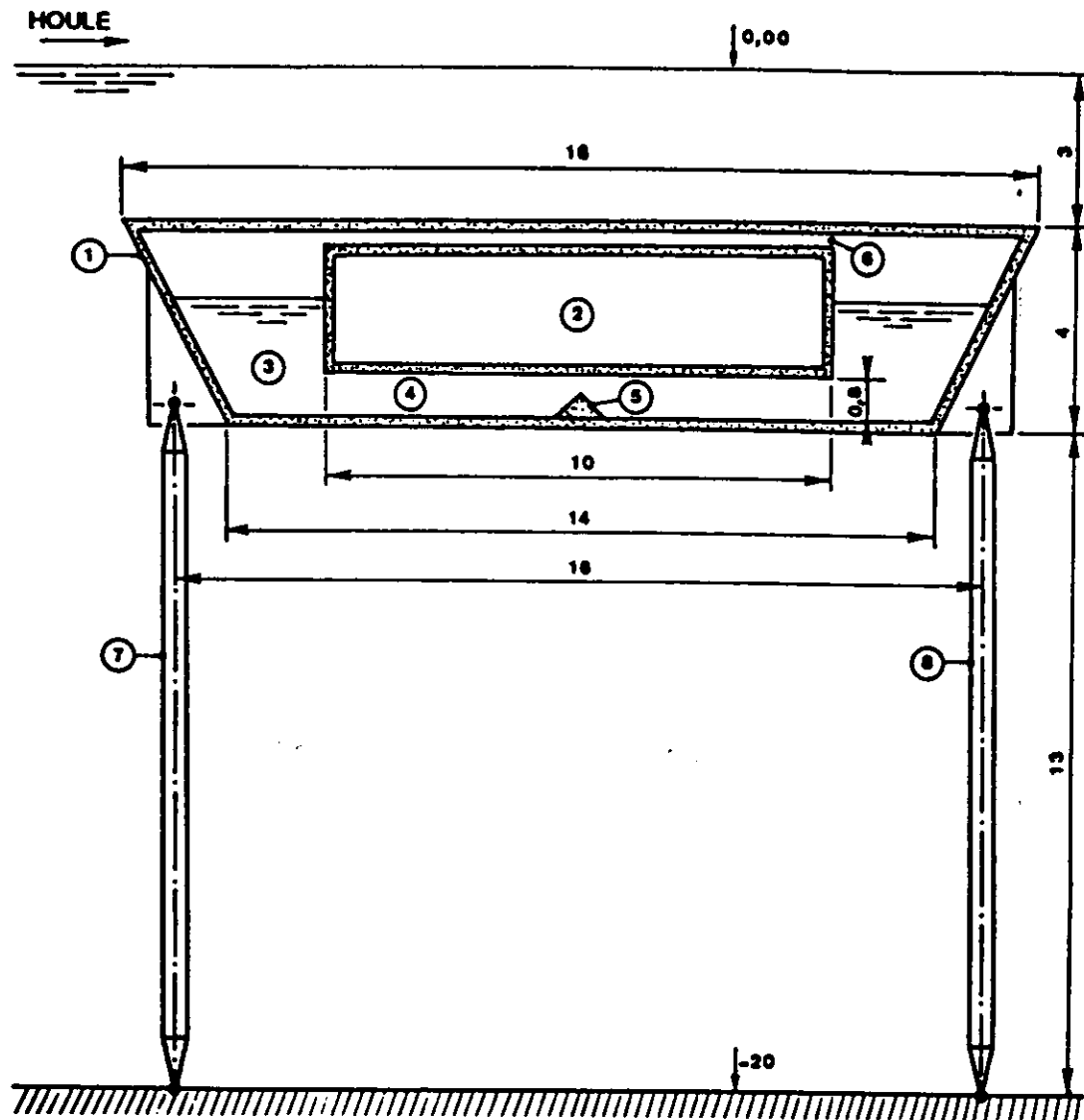
$$[A_{qk} = \varphi_{0k}^{(q)}] \{X_k\} = \left\{ B_q = \frac{\partial\varphi_{0j}^{(q)}}{\partial n} \right\}$$

donne alors la j^{ème} ligne de la matrice de couplage, reliant les potentiels sur les lanières à la vitesse normale de la lanière j. On résout ainsi autant de systèmes surdéterminés qu'il y a de lignes dans la matrice de couplage. On applique également la même méthode pour relier chaque potentiel de la surface libre aux potentiels sur le cylindre. On connaît alors le champ de vagues total, une fois le couplage avec l'agitation portuaire effectué.

En dissociant ainsi le potentiel total, on s'affranchit des fréquences irrégulières. En effectuant l'échantillon de directions de houle sur 360° autour du modèle, la matrice calculée permet d'obtenir une précision inférieure au dixième de pourcent, sur les vitesses normales dont les valeurs exactes sont connues analytiquement.

L'utilisation de cette méthode débouche également sur un constat intéressant, à savoir la non unicité de la matrice de couplage. La décomposition du potentiel sur chaque lanière prouve que cette matrice existe sans démontrer son unicité. On remarque, en fait, qu'une variation du nombre de directions dans l'échantillon de houles incidentes, change complètement les valeurs des coefficients de la matrice, sans modifier le résultat final du couplage.

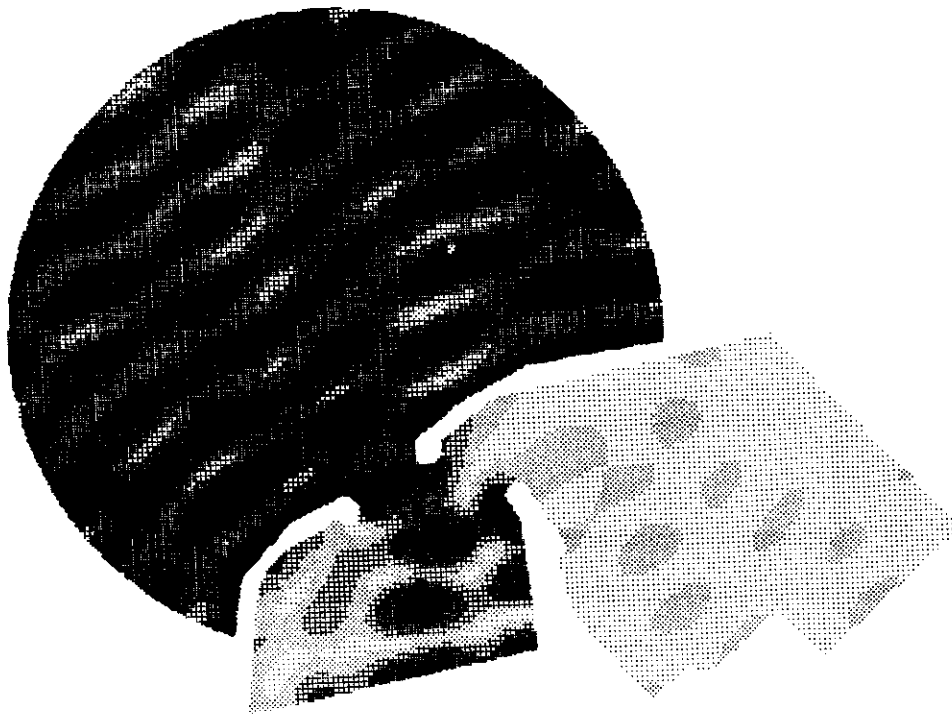
La figure 5 est une application de la méthode démontrée ici, sur le cas du port de Taverna en Corse. Deux premières simulations ont été effectuées: l'une avec un modèle tridimensionnel sans caisson, l'autre avec un dispositif d'ACRIPELS. Les dimensions de ces caissons ont été calculées dans le but de les placer à une profondeur d'eau de 20 m, et être efficaces pour les houles allant de 7 à 9 s. Une coupe bidimensionnelle, avec les dimensions en mètres d'un des caissons est représentée figure 4. Le test de couplage sur le port de Taverna simule quatre ACRIPELS de 30m de large, disposés en quinconce.



- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| ① Enveloppe extérieure | ⑤ Restriction de section |
| ② Compartiment étanche | ⑥ Conduit d'air |
| ③ Carène liquide | ⑦ Bielle avant |
| ④ Conduit de raccordement | ⑧ Bielle arrière |

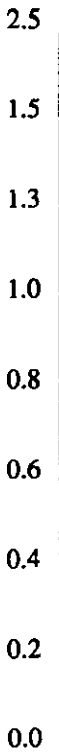
FIGURE 4

Coupe bidimensionnelle d'un ACRIPÉL



Champ de vagues sans ACRIPEL

Coefficients d'amplification



Champ de vagues avec ACRIPELS

Coefficients d'amplification

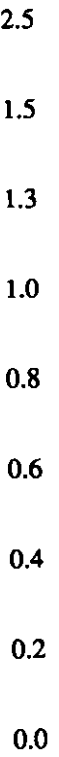


FIGURE 5
AGITATION DANS LE PORT DE TAVERNA