

4e JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

1, 2, 3 mars 1993 - Nantes

CAVITATION NAISSANTE DANS UN SILLAGE TURBULENT ET TOURBILLONS DE COUCHE LIMITE

B.BELAHADJI - J.P.FRANC - J.M.MICHEL

Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels
Institut de Mécanique de Grenoble
BP 53 X, 38041 GRENOBLE Cedex
Tél. 76-82-50-47 / Fax. 76-82-52-71

Université
Joseph Fourier

CNRS - URA 1509

Institut National
Polytechnique de Grenoble

RESUME

Des structures rotationnelles discrètes ont été mises en évidence par la cavitation dans le sillage proche d'un coin symétrique. Elles sont déversées d'une manière sensiblement périodique par les deux couches limites qui se développent sur les côtés de l'obstacle. Des films rapides montrent que leur fréquence de déversement est entre 7 à 12 fois plus grande que celle des tourbillons de Bénard-Karman selon le développement de la cavitation.

Un critère d'apparition de la cavitation est établi à partir d'un modèle purement bi-dimensionnel basé essentiellement sur ces tourbillons de couche limite. Il conduit à une prévision du paramètre de cavitation naissante en bon accord avec les résultats expérimentaux.

SUMMARY

Discrete rotational structures were visualized by cavitation in the near wake of a symmetric wedge. They are periodically produced by the two boundary layers which develop on the sides of the body.

Ultra rapid movies show that their shedding frequency is from seven to twelve times the frequency of the Bénard-Karman two-dimensional vortices, according to the development of the cavitation.

A criterion of cavitation inception is deduced from a purely two-dimensional model mainly based on these boundary layer vortices. It leads to a forecast of the incipient cavitation parameter in good agreement with the experimental results.

I/. Introduction

L'article que nous présentons expose une partie des résultats d'une recherche consacrée à la naissance, au développement et à l'extinction de la cavitation dans les sillages de corps épais. Lorsque la configuration est bi-dimensionnelle, de tels sillages sont assez généralement le siège d'allées doubles de tourbillons de Bénard-Karman, et ce jusqu'à des valeurs élevées du nombre de Reynolds. A côté des tourbillons périodiques bi-dimensionnels, qualifiés ici de primaires, existent aussi, comme dans les couches cisailées libres, des tourbillons plus ou moins alignés sur l'écoulement principal, qui sont le signe d'une vorticité tri-dimensionnelle et que nous appellons tourbillons secondaires. Toutes ces structures sont le siège de dépressions intenses (Brachet 1990 [1], Douady, Couder et Brachet 1991 [2], Metais et Lesieur [3], Comte, Fouillet et Lesieur [4]) de sorte que la cavitation les met facilement en évidence (Franc, Michel et Lesieur 1982 [5]) tout en modifiant fortement certaines caractéristiques du sillage lorsqu'elle se développe, notamment la périodicité et l'écartement des allées (Young et Holl 1966 [6], Franc 1982 [7]).

Dans quelques cas, et particulièrement lorsque l'obstacle présente des bords vifs - par exemple un coin dont la section droite est un triangle isocèle et qui est placé symétriquement dans l'écoulement incident - la cavitation permet de visualiser un troisième type de structures rotationnelles discrètes (Kourta, Boisson, Chassaing et Ha Minh, 1987 [8]), déversées d'une manière sensiblement périodique par la couche limite dans le sillage proche (voir par exemple la planche 1 de Franc, Michel et Lesieur 1982 [5]). Cette structure appar it clairement sur les films rapides et sur les photos (Planche 1) et sa fréquence de déversement peut être ainsi mesurée. Il est alors possible de l'introduire dans un modèle simple, élaboré d'abord par Arndt (1976) [9] pour les couches cisailées qui bordent le sillage d'un disque circulaire placé perpendiculairement à l'écoulement, et adapté à notre configuration. Il permet effectivement de prédire correctement les conditions d'apparition de la cavitation dans la gamme de nombre de Reynolds expérimentés.

II/. La configuration d'écoulement

La configuration est montr e ci-dessous:

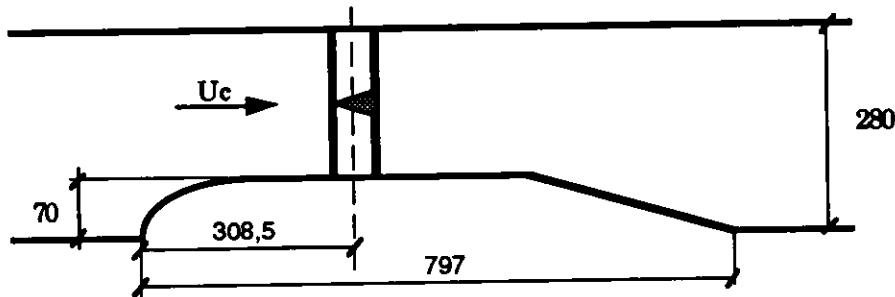


Fig. 1 - Veine d'essai du Tunnel Hydrodynamique du LEGI-IMG

Le coin symétrique (base $b = 35$ mm, côté du triangle isocèle $l = 80$ mm, demi-angle au sommet $12,64$ deg.) est placé verticalement dans une restriction de longueur 400 mm, largeur 175 mm, hauteur 210 mm, de la 1 re veine d'essais du Tunnel hydrodynamique du LEGI-IMG [10]. Cette disposition est adoptée en vue de l'étude de l'extinction de la cavitation à l'aval. Nous sommes concernés ici par la cavitation commençante et prenons comme conditions de référence celles qui existent dans la restriction ("col") en l'absence d'obstacle. La vitesse U_c au col peut être ajustée entre 4 et 15 m/s environ d'où des valeurs de nombres de Reynolds comprises entre 120.000 et 520.000 environ. Les nombres adimensionnels sont définis comme suit:

$$\text{Nombre de Reynolds: } Re_b = U_c b / \nu \quad , \quad \text{Nombre de cavitation: } \sigma = 2(p_c - p_v) / \rho U_c^2$$

Le nombre de cavitation peut être abaissé jusqu'à 1 environ.



Planche 1 - Ecoulement de droite à gauche, $Re = 221\ 400$, $\sigma_c = 1.32$,
 $s = 0.311$, $f = 53\ \text{Hz}$, $F = 477\ \text{Hz}$, $U_c = 5.97\ \text{m/s}$.

Les expériences menées sur la veine d'essai, ont montré l'existence de trois différentes zones schématisées dans la figure 2 .

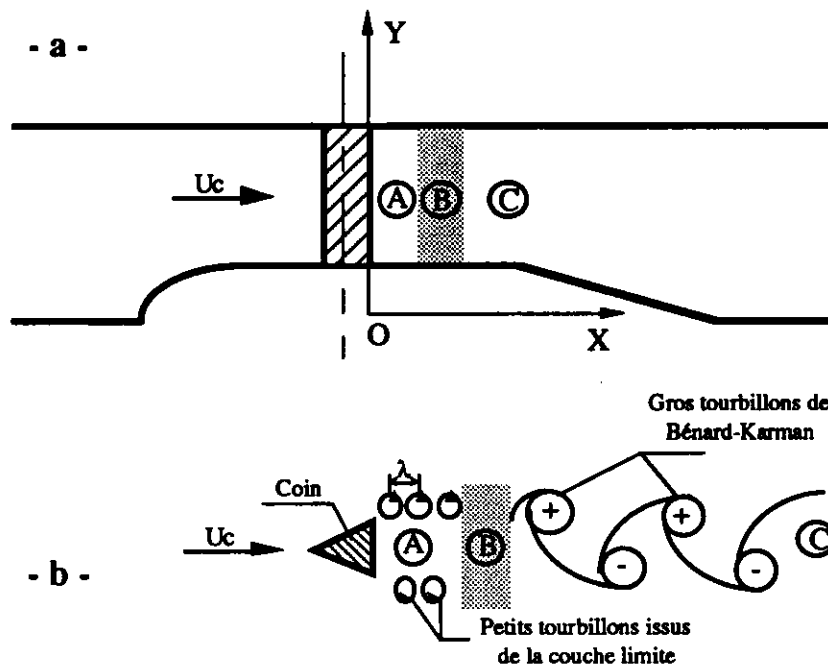


Fig. 2 - Zones d'étude
a - Vue de face
b - Vue de dessus

La zone (A) est une zone d'eau morte dans laquelle des bulles de vapeur semblent être emprisonnées et sur laquelle évoluent les tourbillons de couche limite. Ces derniers sont convectés, soit individuellement, soit collectivement, comme on le verra plus bas, vers la zone (B) dite zone de formation des tourbillons primaires (bi-dimensionnels) de Bénard-Karman. Ceux-ci sont par la suite entraînés par le fluide ambiant et évoluent individuellement dans la zone (C). Ils sont reliés les uns aux autres par des tourbillons secondaires (tri-dimensionnels).

Dans tout ce qui suit, on s'intéressera essentiellement à l'étude des tourbillons de couche limite et à leur évolution sur les bords de la zone (A). On tentera, par ailleurs, de donner un critère d'apparition de la cavitation par l'établissement d'un modèle basé sur ces tourbillons de couche limite.

III/. Les tourbillons de couche limite

Le bord du sillage proche (zone A) est idéalisé par une couche cisailée simple contenant une rangée de petits tourbillons bi-dimensionnels. On peut en effet supposer que l'écoulement rotationnel issu de la couche limite est déversé dans le sillage sous la forme discrète de ces petits tourbillons. Il est cependant difficile de préciser si la concentration en structures discrètes est effectuée au sein de la couche limite ou si elle s'opère seulement dans la couche cisailée.

3.1/. Fréquence de déversement

Les films rapides (7500 images/s) montrent qu'il faut environ N tourbillons de couche limite pour engendrer un tourbillon primaire de Bénard-Karman ⁽¹⁾. Le rapport $N = F/f$ (où f

(1) Dans son article, Arndt déterminait la fréquence des tourbillons dans la couche cisailée par ajustement du modèle aux résultats expérimentaux concernant α_{vi} .

désigne la fréquence d'émission des tourbillons primaires) diminue progressivement de la valeur 12, lorsque le régime est proche des conditions de cavitation commençante, jusqu'à une valeur voisine de 7 lorsque la cavitation devient très développée (voir figure 3).

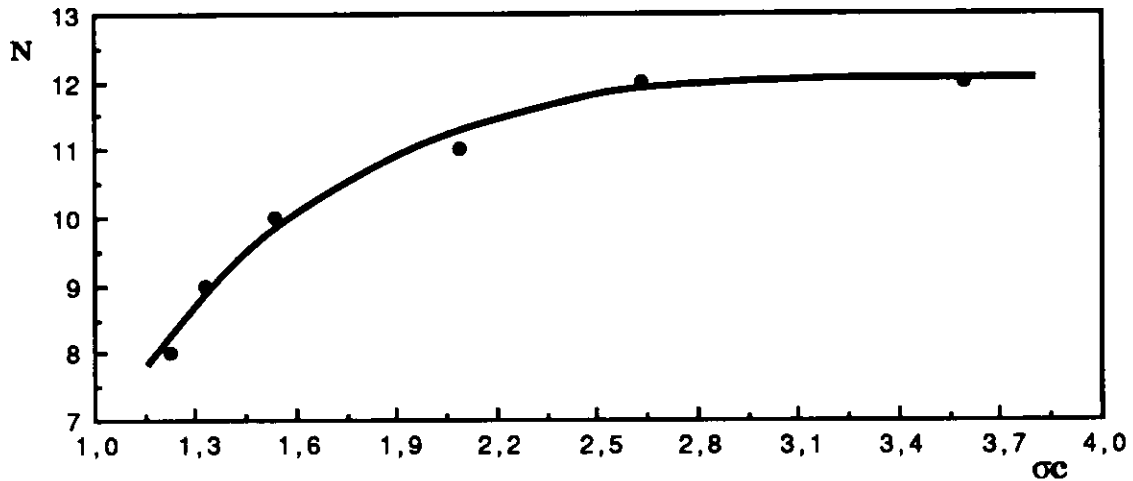


Fig. 3 - Variation du rapport N en fonction du paramètre de cavitation au col

3.2/. Vitesse d'advection

Le suivi des tourbillons de couche limite le long de la zone (A) à une ordonnée Y fixe permet d'obtenir (voir fig. 4) la vitesse à laquelle ils sont advectés jusqu'à la zone (B) de formation des tourbillons de Bénard-Karman.

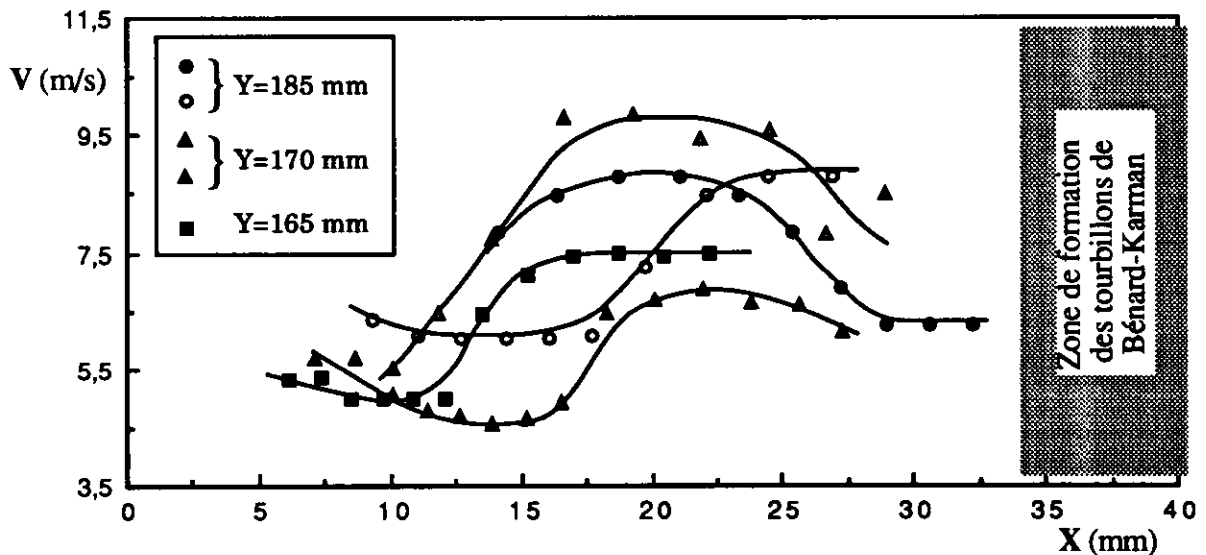


Fig. 4 - Vitesse d'advection des tourbillons issus de la couche limite

$$Re = 315\ 000, S = 0.305, \sigma_c = 1.33, V_c = 8.61 \text{ m/s}, \\ V_s \approx 12.5 \text{ m/s}, f = 75 \text{ Hz}, F = 675 \text{ Hz}$$

La vitesse d'advection n'est pas identique pour tous les tourbillons de couche limite. L'allure

des courbes semble, cependant, être la même. Les tourbillons, émis tout d'abord avec une vitesse de l'ordre du tiers de la vitesse V_s de l'écoulement extérieur à la sortie du coin, sont réentraînés par l'écoulement extérieur et peuvent atteindre des vitesses de l'ordre de $3/4$ de V_s . Les tourbillons qui ont une vitesse plus grande arrivent généralement à s'apparier avec ceux émis avant eux et cela avant d'être admis dans la zone (B) de formation des tourbillons primaires. L'appariement s'accompagne le plus souvent d'une diminution de la vitesse et d'une augmentation du diamètre comme on le verra plus bas.

3.3/. Longueur d'onde

La longueur d'onde λ , distance séparant deux tourbillons de couche limite successifs (voir figure 2b), est représentée dans la figure 5 en fonction de l'abscisse moyenne, pour un Reynolds Re et un paramètre de cavitation au col σ_c donnés.

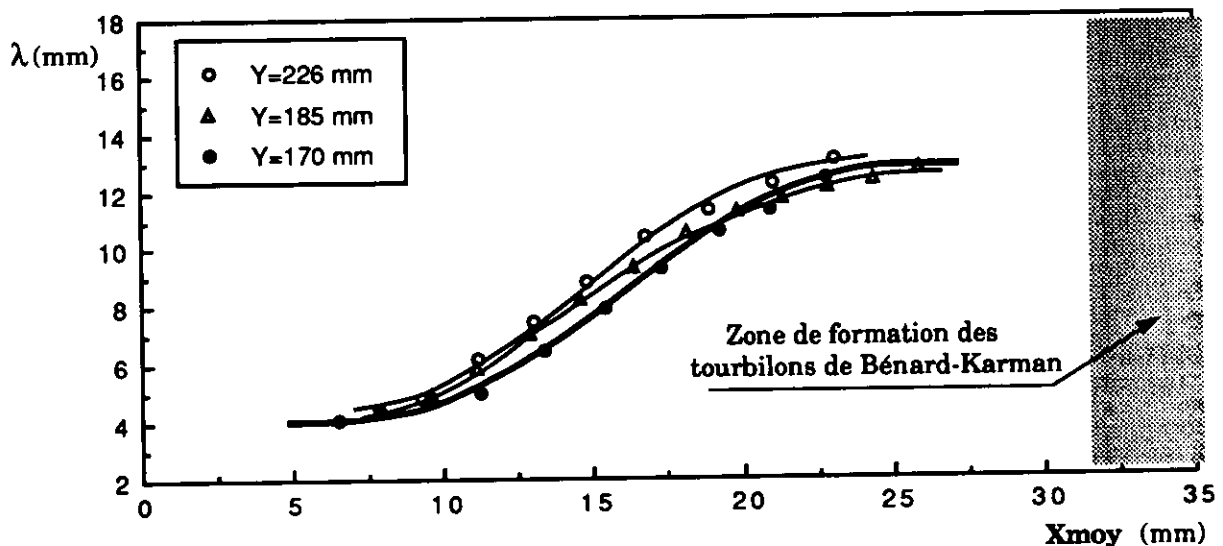


Fig. 5 - Longueur d'onde des tourbillons issus de la couche limite
 $Re = 315\,000$, $S = 0.305$, $\sigma_c = 1.33$, $V_c = 8.61$ m/s,
 $V_s = 12.5$ m/s, $f = 75$ Hz, $F = 675$ Hz

La valeur λ_s à la sortie du coin vaut environ 4 mm. Elle peut être adimensionnalisée par:

$$\alpha = \pi h / \lambda_s$$

Ici, h peut être considéré comme étant l'épaisseur de la couche limite c'est-à-dire (dans l'approximation de la plaque plane [11])

$$h \cong 5l / \sqrt{Re_l}$$

ou encore

$$h \cong 5\sqrt{l \cdot b} / \sqrt{Re_b}$$

La longueur d'onde adimensionnelle α vaut alors 0,37. Cette valeur est de l'ordre de celles qui sont données par Drazin et Reid [12]. En effet pour des instabilités de type Kelvin-Helmholtz, ce qui est notre cas, la valeur de α est comprise entre 0 et 0,64 et la perturbation maximale s'opère pour α voisin de 0,4.

3.4/. Diamètre des tourbillons

La figure 6 illustre l'évolution du diamètre des tourbillons cavitants qui sont soumis à un champ de pression variable. L'appariement éventuel de deux tourbillons consécutifs se traduit par une croissance brutale du diamètre du tourbillon résultant.

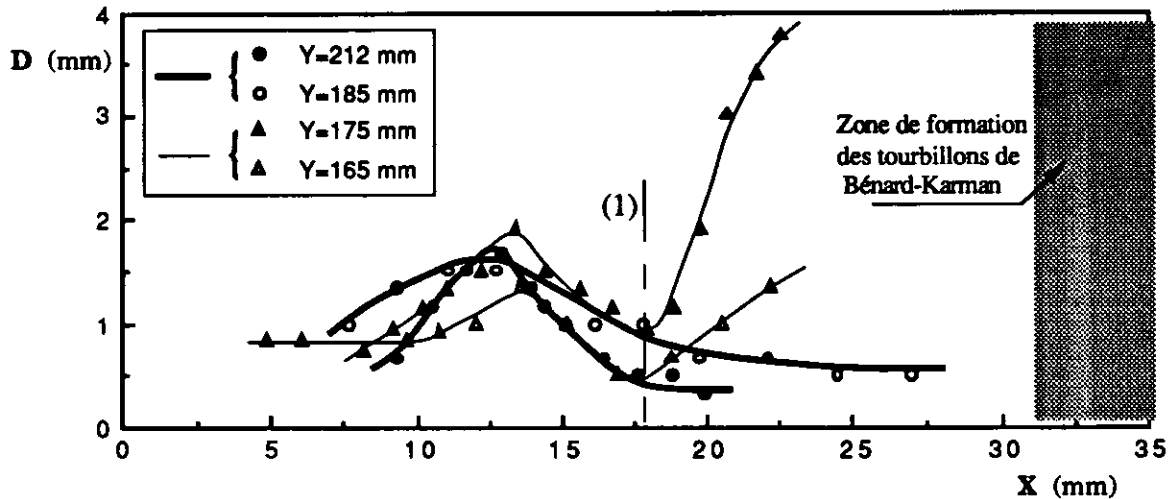


Fig. 6 - Diamètre des tourbillons issus de la couche limite

$$Re = 315\,000, S = 0.305, \sigma c = 1.33, V_c = 8.61 \text{ m/s}, \\ V_s \approx 12.5 \text{ m/s}, f = 75 \text{ Hz}, F = 675 \text{ Hz}$$

- Evolution du diamètre des tourbillons issus de la couche limite et advectés individuellement jusqu'à la zone de formation des tourbillons bi-dimensionnels de Bénard-Karman.
- Evolution du diamètre des tourbillons issus de la couche limite et qui, s'animent d'une grande vitesse d'advection, s'apparient avec d'autres tourbillons à l'endroit (1) par exemple.

En régime subcavitant, la plus grande dépression est atteinte au centre des tourbillons. La question qui se pose alors est: est-ce que la dépression qui règne dans le tourbillon est suffisante pour rendre celui-ci entièrement cavitant ? Nous tenterons de répondre à cette question dans le chapitre suivant.

IV/. Cavitation naissante

Dans ce qui suit, nous développons un modèle basé sur les petits tourbillons issus de la couche limite, pour tenter d'obtenir un critère d'apparition de la cavitation au cœur de ceux-ci. L'approche, purement bi-dimensionnelle, est basée sur une analyse semi-empirique développée par Arndt [9].

4.1/. Le modèle

Le sillage proche du coin est idéalisé par une couche cisillée axisymétrique contenant une rangée de petits tourbillons bi-dimensionnels comme indiqué sur la figure 7.

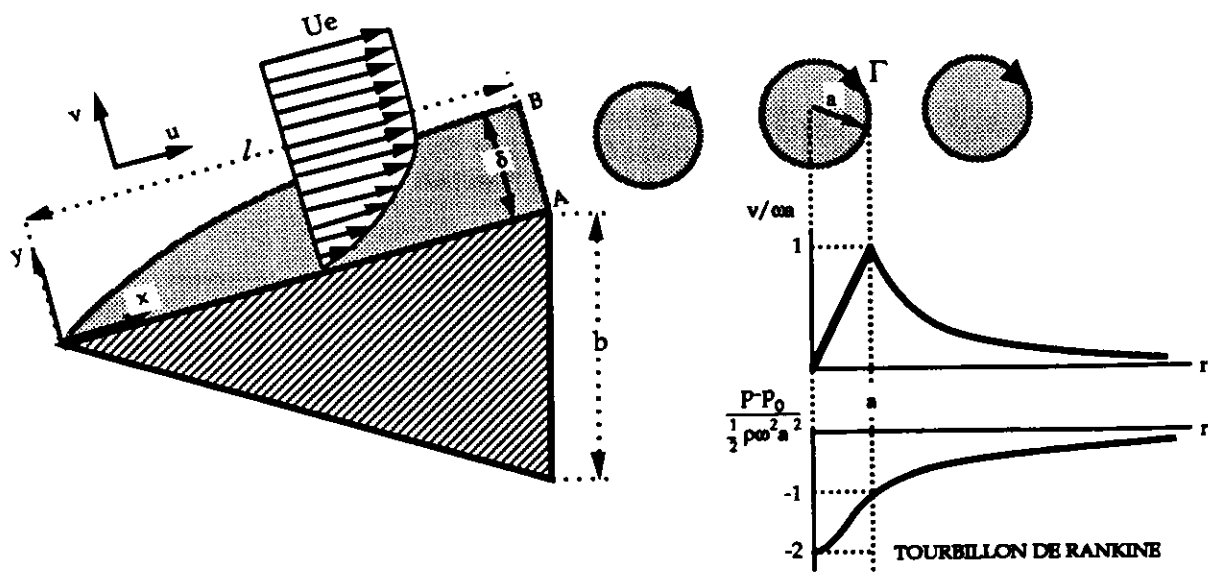


Fig. 7 - Le modèle

Ces petits tourbillons sont considérés comme des tourbillons de Rankine caractérisés par le rayon a , la circulation $\Gamma = 2\pi a \cdot \omega a$, et la dépression au centre:

$$\Delta p = p_{\text{coeur}} - p_M = -\rho \left[\frac{\Gamma}{2\pi a} \right]^2$$

La couche limite est le siège de la production du rotationnel. En écoulement bi-dimensionnel, le rotationnel de la vitesse est perpendiculaire au plan de l'écoulement et a pour valeur:

$$\Omega = \text{rot } \mathbf{V} = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$$

où u et v sont les deux composantes de la vitesse suivant ox et oy respectivement. D'après les approximations classiques de la couche limite, on a $|\partial v / \partial x| \ll |\partial u / \partial y|$ et on peut donc approximer Ω par:

$$\Omega \approx -\partial u / \partial y$$

On assimile la pression ambiante p_M des tourbillons à la pression p_s qui règne dans le sillage à la base du coin. La cavitation se produit lorsque la pression au coeur devient égale à la pression de vapeur p_v de l'eau. On a alors:

$$(1) \quad \sigma_v = -C_{ps} + 2 \left[\frac{\Gamma}{2\pi a U_c} \right]^2 \quad \text{avec} \quad C_{ps} = 2 \frac{p_s - p_c}{\rho U_c^2}$$

Soit F la fréquence d'émission des tourbillons de couche limite et V_s la vitesse de l'écoulement extérieur à la sortie du coin:

$$V_s = U_c \sqrt{1 - C_{ps}}$$

En vue d'exprimer le second terme de (1), on évalue le débit volumique et le débit de rotationnel

issu de la couche limite. Des calculs classiques donnent:

$$Q_v = V_s (\delta_s - \delta_{1s}) = \pi a^2 F \quad Q_\Omega = \frac{V_s^2}{2} = \Gamma F$$

Les quantités δ_s et δ_{1s} sont les épaisseurs de couche limite et de déplacement à la sortie du coin. On peut estimer à partir de ces expressions la taille "a" des petits tourbillons, ainsi que leur vitesse de rotation " ω ":

$$(2) \quad a^2 = V_s (\delta_s - \delta_{1s}) / \pi F$$

$$(3) \quad \omega = V_s / 4 (\delta_s - \delta_{1s})$$

La relation (1) devient alors:

$$(4) \quad \sigma_v = -C_{ps} + \frac{1 - C_{ps}}{8 \pi} \frac{d_s}{S (\delta_s - \delta_{1s})}$$

Dans cette dernière expression, S est le nombre de Strouhal basé sur une longueur locale d_s , par exemple la distance λ_s entre deux tourbillons consécutifs à la sortie du coin, et sur la vitesse à la sortie V_s :

$$S = F \cdot \lambda_s / V_s$$

En introduisant le rapport N des fréquences, ce nombre de Strouhal s'écrit autrement:

$$S = N \cdot Sp \cdot \lambda_s / b \sqrt{1 - C_{ps}}$$

où, $Sp = f \cdot b / U_c$, est le nombre de Stouhal des tourbillons primaires. Lorsque la cavitation est commençante, le nombre de Strouhal Sp vaut environ 0,25.

A titre d'exemple, pour $Re = 315\,000$ et $\sigma_c = 1.33$, le nombre de Strouhal S vaut 0.22.

Dans notre géométrie, le rapport d'obstruction apporté par l'obstacle est assez petit: $35/175 = 0.2$, de sorte que l'on peut évaluer les épaisseurs de couche limite par les formules de la plaque plane [11]:

$$\frac{\delta_s}{l} = \frac{5}{\sqrt{Re_l}} \quad \frac{\delta_{1s}}{l} = \frac{1,73}{\sqrt{Re_l}}$$

La relation (4) devient maintenant:

$$(5) \quad \sigma_v = -C_{ps} + \sqrt{\frac{b}{l}} \cdot \frac{(1 - C_{ps})^{3/2}}{26,16 \cdot \pi} \cdot \frac{\sqrt{Re_b}}{N \cdot Sp}$$

- Coefficient de pression:

Il a été trouvé sensiblement constant dans le domaine restreint de valeurs du nombre de Reynolds considérés ici, soit 120.000 à 240.000 environ (les valeurs plus grandes de la vitesse entraînent une cavitation développée lorsque le Tunnel n'est pas mis en surpression):

$$C_{ps} = -1,48 \pm 0,03$$

La relation (5) s'écrit finalement:

$$(6) \quad \sigma_v = 1,48 + 0,0105 \cdot \sqrt{Re_b}$$

4.2/. Observation du début de cavitation

La figure 8 ci-dessous montre d'une part les résultats expérimentaux donnant la valeur du nombre de cavitation en fonction du nombre de Reynolds et d'autre part la représentation de la relation (6). L'accord entre le modèle et l'expérience est bon compte-tenu des approximations faites. Pour la gamme assez étroite de nombres de Reynolds considérée, les variations du nombre de cavitation sont sensiblement linéaires.

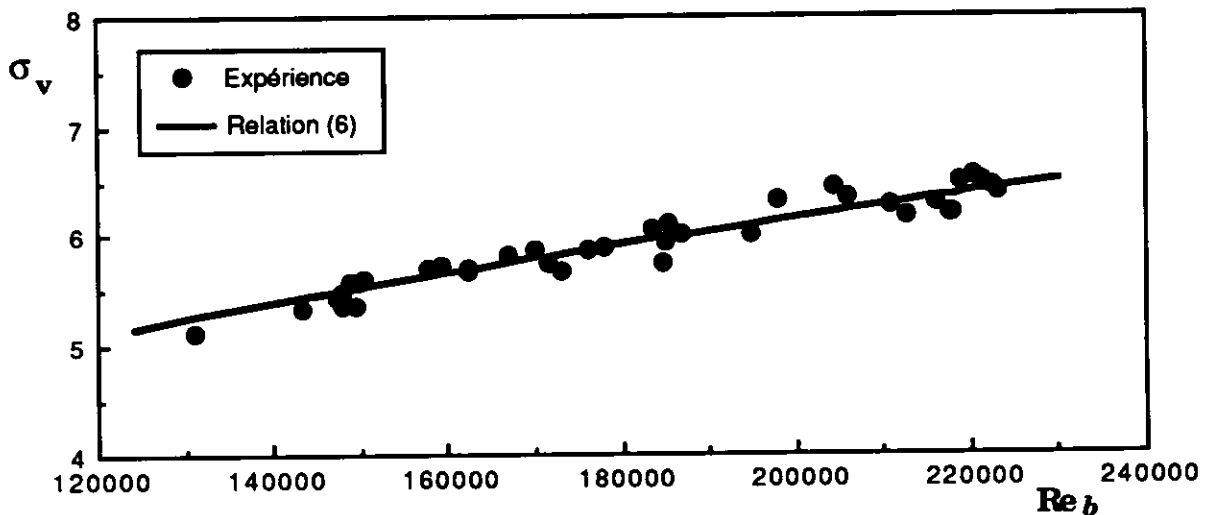


Fig. 8 - Carte d'apparition de la Cavitation

4.3/. Taille des tourbillons

Le modèle présenté ci-dessus permet d'évaluer la taille des tourbillons à la sortie du coin. En explicitant les épaisseurs de couche limite et de déplacement dans la relation (2), on obtient:

$$a^2 = \frac{3,27 \sqrt{l \cdot b} V_s}{\pi F \sqrt{Re_b}}$$

Pour les conditions d'écoulement considérées dans le paragraphe 3.4/., la taille "a" des tourbillons est estimée à 1.35 mm, d'où un diamètre à 2.7 mm. Cette valeur est environ trois fois plus grande que la valeur D_v obtenue expérimentalement à la sortie du coin pour les tourbillons cavitants. On ne doit pas oublier cependant que, eu égard à la conservation de la matière, le diamètre initial de la zone transformée en vapeur doit être beaucoup plus petit que D_v puisqu'on doit avoir sensiblement, pour des structures gardant la même dimension axiale:

$$\frac{D_l}{D_v} \approx \sqrt{\frac{\rho v}{\rho l}} \approx \frac{1}{230}$$

Si ce schéma est correct, la vaporisation ne s'opère que sur environ 1/700 ème du cœur visqueux initial non cavitant.

4.4/. Vitesse de rotation des tourbillons

La vitesse de rotation des tourbillons de couche limite peut être calculée à partir de la relation (3) pour les mêmes conditions que précédemment. Elle est de l'ordre de 10143 rad/s ou encore 1614 tr/s. Cette valeur est très grande, elle reste cependant de l'ordre des vitesses de rotation mesurées à l'intérieur des tourbillons d'extrémités d'ailes (Fruman et al. [13]). Elle est environ dix fois plus grande que la valeur expérimentale trouvée pour les gros tourbillons cavitants de Bénard-Karman.

Références

- [1] Brachet M.E., 1990, "Géométrie des structures à petite échelle dans le vortex de Taylor-Green", C.R.A.S, t. 311, série II, pp. 775-780.
- [2] Douady S., Couder Y. et Brachet M.E., 1991, "Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence", Physical Review Letters, Volume 67, Number 8, 19 August 1991.
- [3] Metais O. et Lesieur M., 1992, "Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence", Journal of Fluids Mechanics, vol. 239, pp. 157-194.
- [4] Comte P., Fouillet Y., Lesieur M., 1992, "Simulation numérique des zones de mélange compressibles", Revue Scientifique et Technique de la Défense, 3ème trim. 92, pp. 43-63.
- [5] Franc J.P., Michel J.M. et Lesieur M., 1982, "Structures rotationnelles bi et tri-dimensionnelles dans un sillage cavitant", C.R.A.S, t. 295, série II, pp. 773-777.
- [6] Young J.O. et Holl J.W., 1966, "Effects of cavitation on periodic wakes behind symmetric wakes", Journal of Basic Engineering, pp. 163-176, March 1966.
- [7] Franc J.P., 1982, "Sillages cavitants d'obstacles épais - Etude physique", Thèse de Docteur Ingénieur, I.M.G, Grenoble, Septembre 1982.
- [8] Kourta A., Boisson H.C., Chassaing P., and Ha Minh H., 1987, "Nonlinear interaction and the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder", Journal of Fluids Mechanics, vol. 181, pp. 141-161.
- [9] Arndt R.E.A., 1976, "Semi-empirical analysis of cavitation in the wake of a sharp-edged disk", A.S.M.E, Journal of Fluids Engineering, pp. 560-562, September 1976.
- [10] Briançon-Marjollet L. et Michel J.M., 1990 "The hydrodynamic tunnel of I.M.G: former and recent equipments", A.S.M.E, Journal of Fluids Engineering, pp. 338-342, Vol. 112, September 1990.
- [11] Schlichting H., 1987, "Boundary layer theory", Mc Graw-Hill Book Company, 1987.
- [12] Drazin P.G. and Reid W.H., 1981, "Hydrodynamic stability", Cambridge University Press, 1981.
- [13] Fruman D.H., Dugué C., Pauchet A., Cerrutti P. et Briançon-Marjollet L., 1992, "Tip vortex roll-up and cavitation", Congrès de l'O.N.R, Séoul, 1992.

