

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'INTERACTION  
DES ONDES LONGUES ET DES ONDES COURTES**

Eric BARTHELEMY, Didier CLAMOND & Emmanuel MORIN  
Institut de Mécanique de Grenoble , BP 53X, 38041 GRENOBLE CEDEX

*RESUME*

Dans cette étude expérimentale nous présentons un des aspects de l'interaction de houles courtes de surfaces avec des ondes solitaires de surface . Il s'agit de déterminer le déphasage subi par l'onde courte lors de l'interaction . Une formule simple de ce déphasage est établie sur la base de considérations physiques . Ensuite nous nous attachons à mesurer à l'aide des techniques de l'analyse harmonique ce déphasage . Pour cela des expériences en canal à houle ont été effectués , l'exploitation des résultats est entreprise de manière informatique et des indications sur les erreurs de détermination de ce déphasage sont données .

*SUMMARY*

We present an experimental study of the interaction of long surface waves with short ones . The aim is the measure of the phase shift of the short waves as they interact with solitary waves . A simple formulae derived on physical grounds is given . The phase lag is determined by the mean of an harmonic analysis technique . Experimental results are treated by computer . Estimates of the error on the phase shift as function of other errors (on the frequency of the wave, the signal sampling, ...) are examined .

## I. INTRODUCTION

Avec le développement des techniques satellitaires de détection, il semble non seulement possible d'obtenir une image de l'état de la surface de la mer mais aussi des phénomènes qui ont leur siège au sein de l'océan . Des détecteurs utilisant les propriétés des ondes électromagnétiques (Radar classique, Radar SAR, ...) sont donc à même de fournir des images "volumétriques" de l'océan .

Ces innovations trouveront des applications dans la détection des sous-marins. En effet le sillage turbulent créé par un engin sous-marin dans un océan stratifié en densité, s'effondre en donnant naissance à un champ d'ondes internes. Un sous-marin peut aussi engendrer un système d'onde de Kelvin sur la picnoline associée à la profondeur à laquelle évolue l'engin. Toutes ces ondes internes induisent des dénivellations de la surface trop faibles pour être directement détectées (en effet ces variations sont proportionnelles aux différences relatives de densité de l'océan: 1 o/oo). Mais les ondes internes engendrent des courants proches de la surface libre sur lesquels les houles courtes (20 m de longueur d'onde) se réfractent . Les variations de pentes locales et de longueur d'onde augmentent la diffraction des ondes émises par un Radar. Reste que la question de la détection des engins sous-marins par les techniques SAR est ouverte (T. Stefanick 1987).

En océanographie, mesurer la "rugosité" de la surface de la mer doit permettre d'obtenir indirectement des indications sur le spectre des houles, les courants subsurfaces et les ondes internes (O.M. Phillips 1988). Pour comprendre ces données de la surface de la mer, nous nous proposons, dans une première approche d'analyser les variations et les modulations d'une onde monochromatique induite par le passage soit d'ondes longues de surfaces soit d'ondes longues internes. Bien que l'état de la surface de la mer dépende de nombre de conditions. Un premier pas vers la modélisation de ces modifications exige de considérer une surface libre agitée par des houle simples.

L'objectif de ce travail expérimental, soutenu par la DRET (groupe 6), est de caractériser l'interaction entre une onde longue de surface (en l'occurrence une onde solitaire) et d'une houle de haute fréquence (1 à 3 Hz). Dans une première partie une formule simplifiée permettant de caractériser le déphasage de la houle courte est donnée . Nous nous sommes , dans un deuxième temps , attaché à déterminer expérimentalement ce déphasage subi par l'onde courte après son interaction avec l'onde longue . Une méthode de calcul basée sur l'analyse harmonique a été développée conduisant à des mesures de déphasages satisfaisants . Nous donnons par ailleurs des estimations des erreurs commises par l'emploi d'une telle méthode .

## II. UNE APPROCHE SIMPLIFIEE

Nous avons constaté que la houle courte avant et après le passage du soliton, n'a pas la même phase. Nous avons alors cherché une formule simple permettant de prédire ce déphasage. Pour cela, nous considérons que l'écoulement est une superposition linéaire des deux houles, et nous négligeons le déplacement vertical dû à l'onde solitaire.

Sous l'action d'une onde solitaire, une particule fluide subit un déplacement horizontal d'une quantité  $L$  (cf figure 1). Si cette particule est de plus animée d'un mouvement orbital alternatif (c'est à dire soumise à l'action d'une houle courte de période  $T=2\pi/\omega$  et de longueur d'onde  $\Lambda=2\pi/\lambda$ , où  $\lambda$  est le nombre d'onde). La surface libre se trouve donc déphasée de la quantité:

$$\delta\phi = 2\pi L / \Lambda \quad (1)$$

La théorie de l'eau peu profonde exprimée en variables de Lagrange donne (A. Temperville 1985):

$$L = \frac{4h}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{a}{h}} \quad (2)$$

où  $a$  est l'amplitude de l'onde solitaire et  $h$  la profondeur d'eau au repos. Compte tenu des définitions de  $L$  et  $\Lambda$ , le déphasage s'écrit:

$$\delta\phi = \frac{4\lambda h}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{a}{h}} \quad (3)$$

ou, sous forme adimensionnelle:

$$\frac{\delta\phi}{\lambda h} = \frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{a}{h}} \quad (4)$$

Cette formule ne tient évidemment pas compte des non linéarités induites par le couplage des deux houles. Par conséquent, nous aurons une bonne approximation du déphasage tant que l'onde solitaire n'aura pas une trop grosse amplitude.

### III. INSTALLATION EXPERIMENTALE

Afin de mettre en évidence les phénomènes liés à l'interaction entre une onde solitaire et une houle sinusoïdale, nous avons procédé à une série d'expériences. Les mesures ont été effectuées pour des profondeurs d'eau allant de 20 cm à 30 cm, avec des amplitudes relatives de soliton ( $a/h$ ) de 0,05 à 0,6 et des houles courtes de fréquences voisines de 2Hz et d'amplitude 5 mm. Les ondes courtes ont donc des célérités de l'ordre de 50 cm/s et des longueurs d'onde  $\Lambda$  d'environ 20 cm ( $\Lambda/h$  est bien d'ordre 1 comme requis par la théorie linéarisée). Les ondes solitaires quant à elle se propagent avec des vitesses de l'ordre de 1,5 m/s.

Nous avons procédé à ces essais dans le canal à houle en surface vitrée de l'IMG (36m x2m x0,55 m). Pour superposer expérimentalement deux types d'ondes (d'une part une onde solitaire et d'autre part une onde haute fréquence) nous disposons de deux générateurs de houle. A une extrémité du canal est placé un batteur de type piston commandé par un ensemble hydro-pneumatique asservi par un micro-ordinateur. Par principe le batteur piston est particulièrement adapté à la génération des ondes longues (champ de vitesse quasiment uniforme

sur une verticale) . Ce batteur nous permet d'engendrer des ondes solitaires presque "pures" . C'est à dire que l'amplitude de l'onde dispersive qui suit l'onde solitaire n'excède pas le  $1/10^{\circ}$  de l'amplitude de cette dernière (Welt F., 1989) .

Pour produire l'onde courte nous avons mis au point un batteur de type coin . Notre système nous permet d'engendrer, suivant l'amplitude, des ondes monochromatiques jusqu'à des fréquences de 3Hz . Au delà de ces fréquences les légères imperfections du mouvement du batteur créés des ondes transverses au canal . Nous avons testé ce générateur . La figure 2 présente des enregistrements en plusieurs points du canal d'une houle courte obtenue avec ce batteur coin . Mis à part le relevé de la sonde 0 qui présente une instabilité du train d'onde , les autres enregistrements sont presque monochromatiques, ce que nous avons vérifié par FFT .

#### IV. DETERMINATION EXPERIMENTALE DU DEPHASAGE

A titre d'exemple la figure 3 montre l'interaction dans le temps d'une onde solitaire externe avec une houle courte de surface (  $f=2,27$  Hz ;  $A/h=0,25$  ;  $h=0,255$  m ) . Cette figure présente toutes les caractéristiques observées pour les autres cas . La figure est l'enregistrement temporel de la dénivellation de la surface libre en un point donné pour une expérience donnée. Nous avons cherché à mesurer les modifications que subit la houle courte après le passage de l'onde solitaire . Nous pouvons constater sur ces enregistrements que l'onde courte est déphasée après le passage de l'onde solitaire, tandis que l'amplitude et la fréquence semblent inchangées . Afin de vérifier l'invariance de la fréquence entre la partie A et C (fig 3), nous avons effectué une transformation de Fourier de la houle courte avant et après le passage de l'onde solitaire. Nous avons observé que la fréquence prépondérante est la même dans les deux cas.

Nous avons vérifié, par analyse harmonique, que les variations d'amplitudes des divers harmoniques sont inférieures aux erreurs de mesures. Nous ne pouvons donc rien affirmer quant à d'éventuels échanges d'énergie qui se traduiraient par des modifications d'amplitudes. Il semble toutefois que des échanges d'énergie entre l'onde courte et l'onde solitaire doivent se produire. Il se peut que lors d'une expérience effectuée dans le canal de l'IMG, les temps d'interaction soient beaucoup trop courts pour conduire à des modifications d'amplitudes substantiels. En effet, compte tenu des dimensions du canal le temps d'interaction significatif n'excède pas dix secondes.

L'objet de l'étude est la détermination du déphasage du train de la partie A par rapport aux ondes contenues dans la partie C . On peut considérer que les trains de la partie A et C n'interagissent plus avec l'onde solitaire . Une fois données la fréquence exacte du batteur coin, la hauteur d'eau dans le canal, et l'accélération de la gravité, nous faisons une analyse harmonique du signal de la partie A . Cette portion A est constituée d'une houle quasi monochromatique . Les 10 premiers coefficients de Fourier sont obtenus . Connaissant ces coefficients nous pouvons extrapoler le signal pour tout temps ultérieur .

En effet nous cherchons à "approcher" au sens des moindres carrés les points

expérimentaux par une fonction périodique . Soit  $F_k(t)$  une série de Fourier tronquée au  $k$  premiers harmoniques,

$$F_k(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^k a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t \quad (5)$$

et soient  $(t_i, y_i)$  les couples temps/déniivellation expérimentaux . La pulsation  $\omega$  du signal quasi monochromatique est obtenue par mesure. La méthode consiste à chercher les paires  $(a_n, b_n)$  de coefficients de Fourier telles que

$$E = \sum_{i=1}^N [y_i - F_k(t_i)]^2 \quad (6)$$

soit minimum . On en déduit un système linéaire pour les  $a_n$  et  $b_n$  qui s'inverse numériquement de manière aisée . Ainsi définie la fonction  $F_k$  est continue pour tout  $t$  appartenant à  $[0, \infty]$  . La phase  $\phi_n$  du  $n^{\text{ième}}$  harmonique du signal approximé est  $\phi_n = \arctg(b_n/a_n)$  . Ensuite les coefficients du signal de la partie C sont calculés en utilisant cette même méthode . Muni de ces deux séries de coefficients nous en déduisons les phases respectives du fondamental de A et C dans l'intervalle  $[t', \infty]$  où  $t'$  correspond au début du signal C . La différence de ces deux phases constitue le déphasage . Dans la pratique le déphasage déduit est une moyenne de déphasages calculés sur 5 sondes très rapprochées . Le faible écart entre ces sondes est une assurance que les trains d'ondes sont identiques d'un bout à l'autre du "peigne" de sondes .

La méthode est très sensible aux erreurs de détermination sur la fréquence . Nous avons testé cette méthode en utilisant des signaux "synthétiques" dont nous maîtrisons les caractéristiques . Ces signaux sont construits à l'aide de fonctions dont l'expression est connue analytiquement . Soit le signal sinusoïdal pur suivant composé d'une partie  $S_2$  déphasée :

$$\begin{aligned} S_1(t) &= 5. \sin(\omega t) && \text{pour } t \leq 10 T \\ S_2(t) &= 5. \sin(\omega t + 1.) && \text{pour } 10 T \leq t \leq 20 T \end{aligned} \quad (7)$$

avec  $\omega = 2\pi f$ ,  $f = 3\text{Hz}$  et  $T = 2\pi/\omega$  . Chaque signal comprend 10 périodes .  $S_1$  et  $S_2$  sont chacun discrétisé sur 500 points . Nous calculons le retard entre ces deux signaux à l'aide de notre méthode numérisée . Nous faisons varier la valeur de  $f$  afin d'évaluer l'erreur commise sur le déphasage par une mauvaise appréciation de la fréquence . Pour le signal pur défini ci-dessus on obtient la table suivante,

Fréquence	Retard calculé
3.0	1.00006
2.999	1.02
2.99	1.211

Nous avons effectué d'autres tests en superposant au signal sinusoïdal pur des harmoniques, des basses fréquences (inférieures au fondamental), du bruit aléatoire ou des modulations d'enveloppe . Tous ces essais révèlent que la précision sur la fréquence est

prépondérante pour la qualité de la valeur du déphasage . Soit  $F'_k(t)$  le développement de Fourier calculé avec une pulsation  $\omega' = \omega + \delta\omega$  où  $\omega$  est la vraie pulsation tel que

$$F'_k(t) = \frac{a'_0}{2} + \sum_{n=1}^k a'_n \cos n\omega't + b'_n \sin n\omega't \quad (8)$$

Après un calcul simple on en déduit que  $b_n/a_n$  tangente de la vraie phase  $\phi_n$  correspondant à la pulsation  $\omega$  est

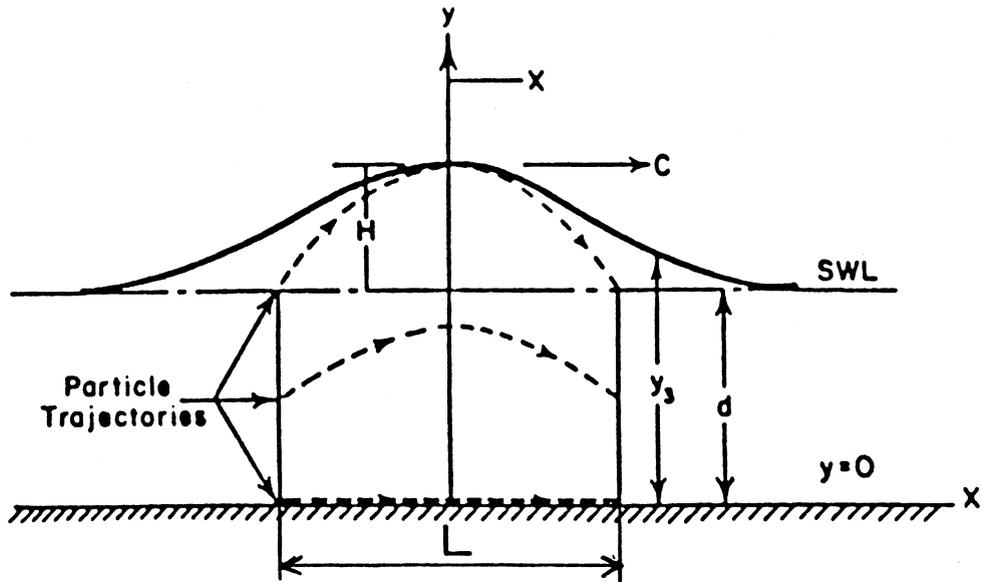
$$\frac{b_n}{a_n} \approx \frac{b'_n}{a'_n} \left[ 1 - \left( \frac{a'_n}{b'_n} + \frac{b'_n}{a'_n} \right) n t \delta\omega \right] \quad (9)$$

et ceci pour des petits  $\delta\omega$  . Nous en déduisons que  $b_1/a_1$  sera égal à  $b'_1/a'_1$  à 0,1 près pour un signal d'une longueur de 10s si  $\omega$  est donné à 0,01 près . Les résultats du tableau ci-dessus vérifie clairement cette estimation des erreurs .

La formule (3) est comparée aux résultats expérimentaux (voir figure 4 et 5) . On constate un bon accord qualitatif . Compte tenu des erreurs expérimentales et de méthode nous arrivons à mesurer le déphasage à 30% près environ . Ce résultat est remarquable du fait de la difficulté que représentent les mesures de déphasages ( C. Marcou, 1969) . Pour des ondes solitaires dont l'amplitude réduite  $A/h$  est forte, les points représentatifs semblent s'écarter des courbes . En effet pour des ondes solitaires dont l'amplitude est importante, l'interaction avec l'onde courte prend un caractère très non-linéaire et n'est plus représentée par la formule (3) qu'avec une marge d'erreur plus élevée .

## V. REFERENCES

- C. Marcou (1969): Contribution expérimentale à l'étude de la houle complexe de laboratoire. Thèse d'état. Université de Grenoble
- P.H. Perroud (1957): The solitary wave reflection along a vertical wall at oblique incidence. Ph.D.Thesis Univ. Calif.
- O.M. Phillips (1977): Remote sensing of the sea surface. Ann. Rev. Fluid Mech. V20, p89.
- T. Stefanick (1987): Strategic antisubmarine warfare and naval strategy. Institute for Defense & Desarmement Studies, Lexington Books.
- A. Temperville (1985): Contribution à l'étude des ondes de gravité en eau peu profonde. Thèse d'état. Université de Grenoble.
- F. Welt (1990): Rapport de recherches postdoctorales pour l'année 88/89. Institut de Mécanique de Grenoble



Coordinate system for the solitary wave (after Perroud, 1957)

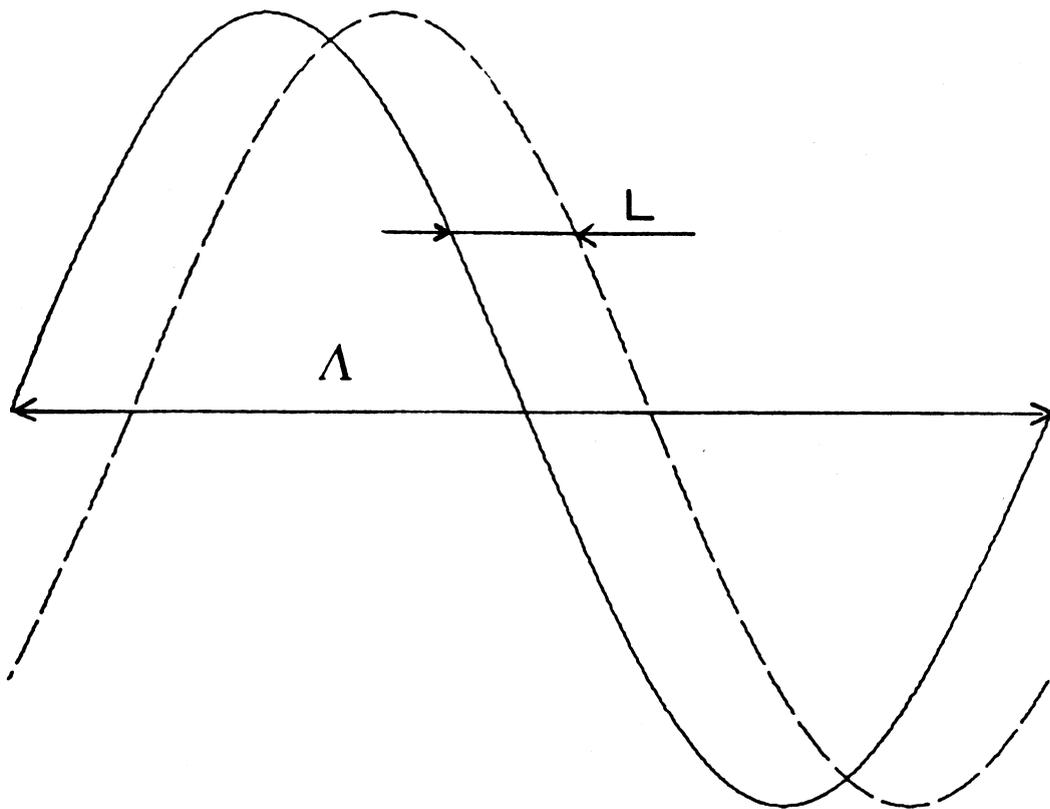
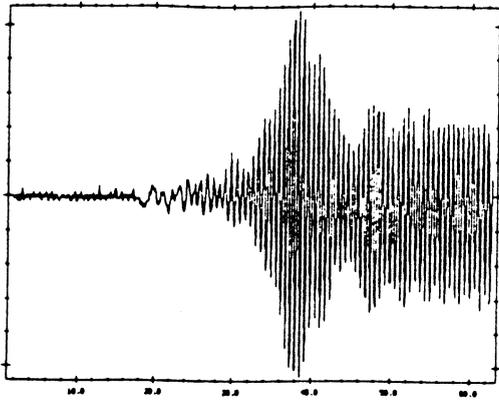
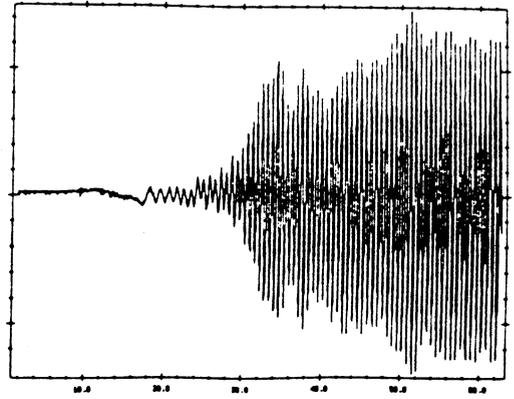


figure 1 : Déplacement de la surface libre sous l'action d'une onde solitaire.

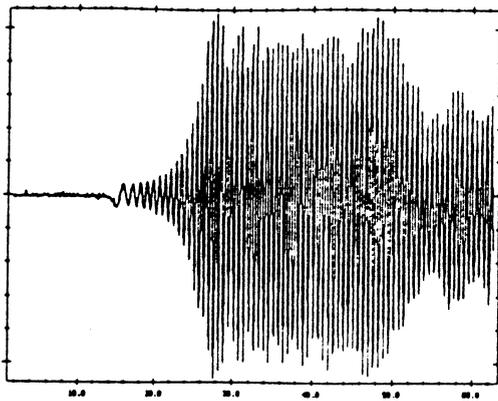
Sonde 0



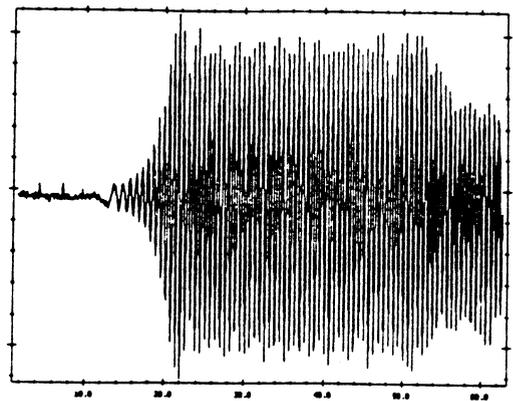
Sonde 1



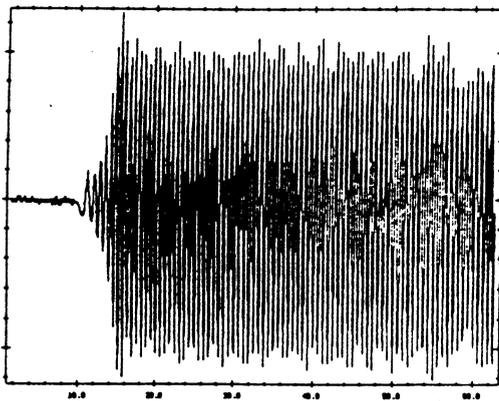
Sonde 2



Sonde 3



Sonde 4



Sonde 5

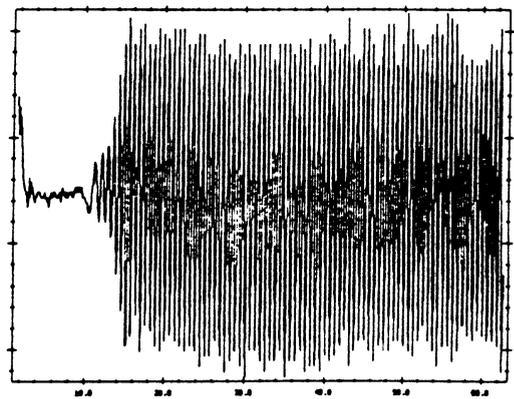


figure 2 : Evolution temporelle de la houle courte en divers points du canal. Distances des sondes par rapport au batteur coin: sonde 0 17m50, sonde 1 5m50, sonde 2 5m00, sonde 3 4m50, sonde 4 4m00, sonde 5 3m50. Profondeur d'eau 197mm, fréquence 1,6Hz, amplitude 4,7mm.

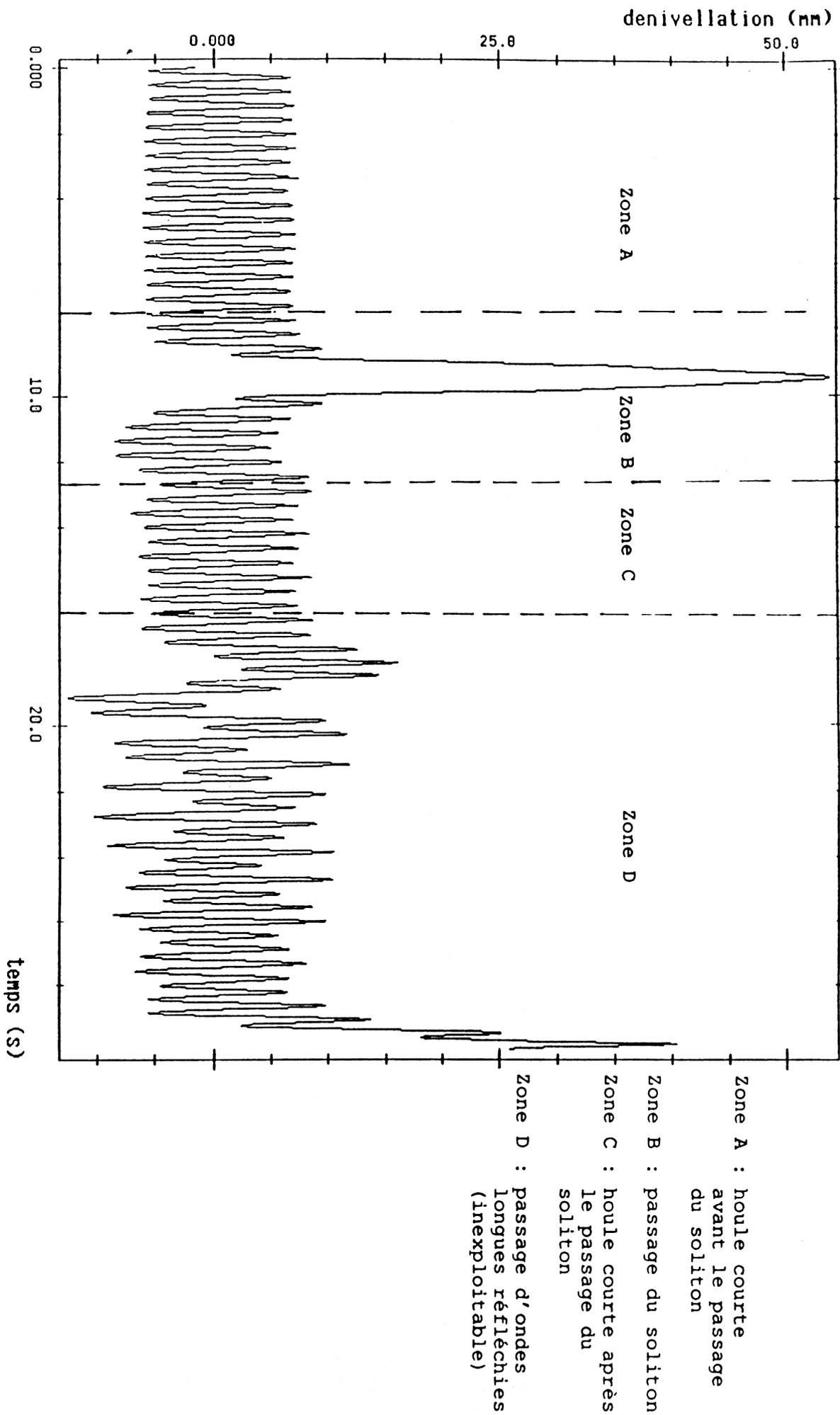


figure 3 : Exemple d'interaction soliton-onde courte.  
Evolution temporelle en un point (amplitude relative  
du soliton 0,25, profondeur d'eau 255mm, fréquence  
de l'onde courte 2,3Hz, amplitude de l'onde courte  
6mm).

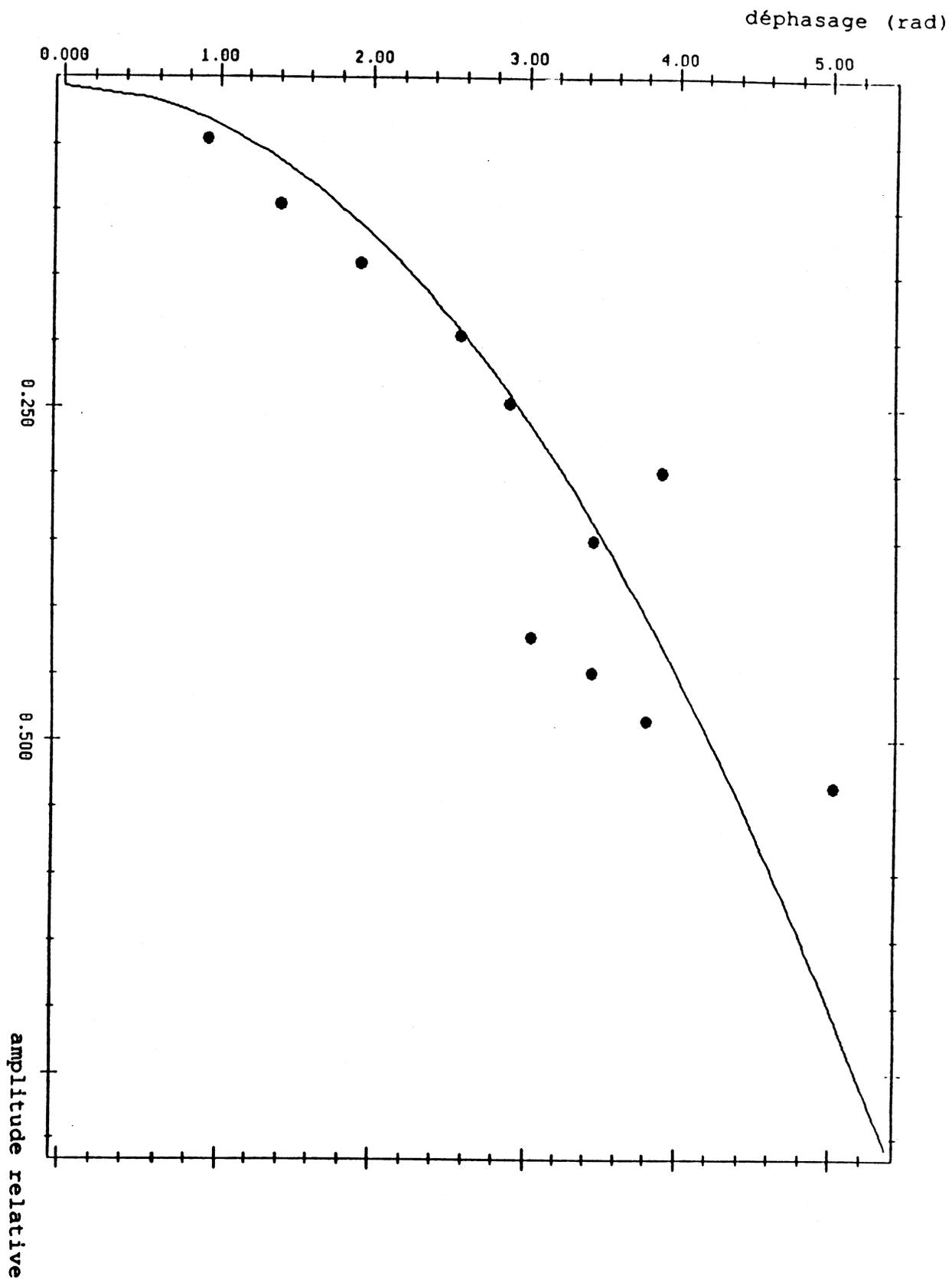


figure 4 : Evolution du déphasage de la houle courte en fonction de l'amplitude relative du soliton.  
Amplitude de l'onde courte 4,7mm, fréquence 1,582Hz, profondeur d'eau 255mm.

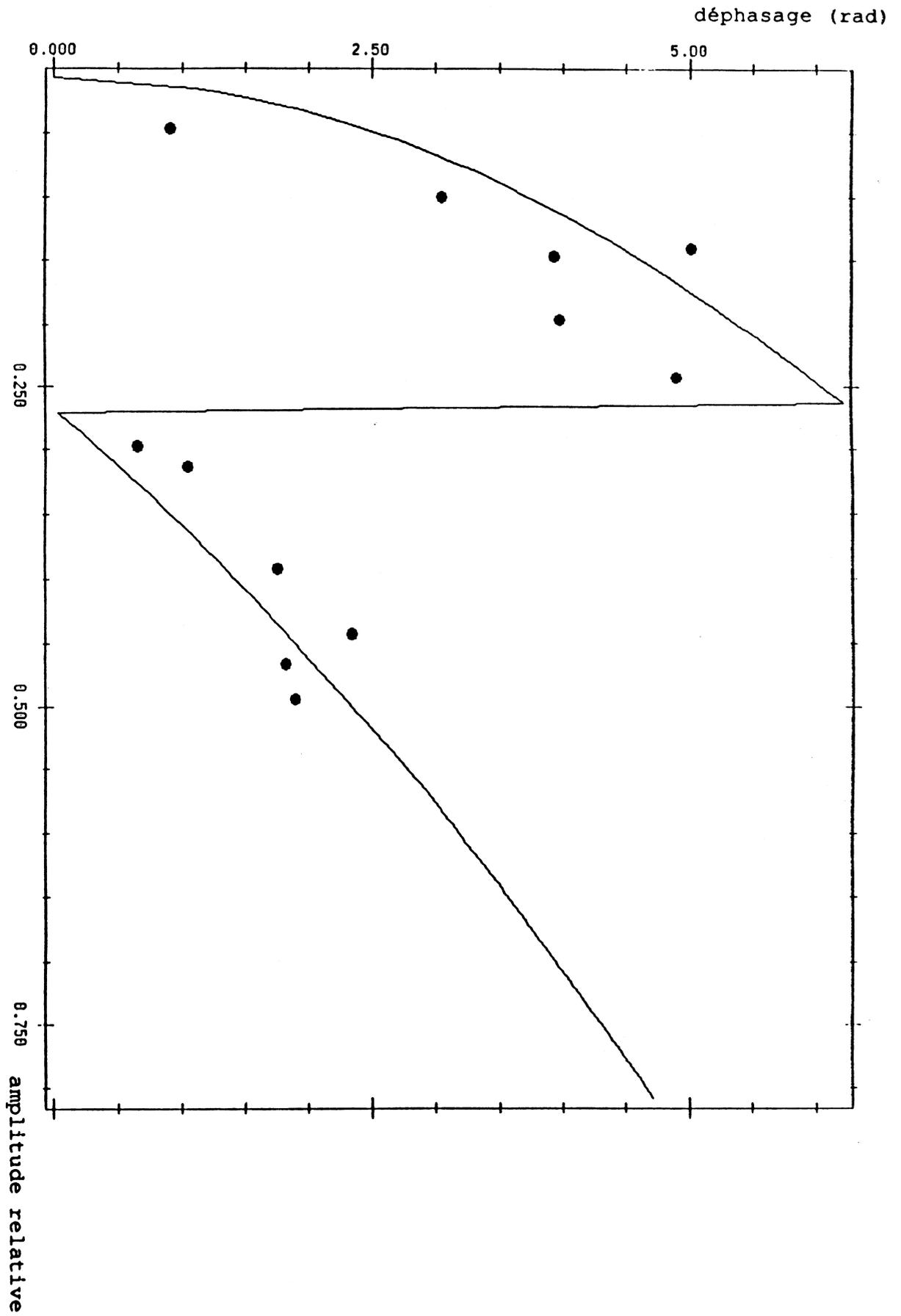


figure 5 : Evolution du déphasage de la houle courte en fonction de l'amplitude relative du soliton.  
Amplitude de l'onde courte 4,7mm, fréquence 2,277Hz, profondeur d'eau 255mm.