

Contribution à l'étude des effets de carènes liquides

P. Guevel – J. Bougis – E. Sorasio – F. Scerri

Principia Recherche Développement
06560 Valbonne – France

A. Cariou

Alsthom – Chantiers de l'Atlantique
44608 Saint-Nazaire – France

Résumé

Parmi les différentes méthodes mises en œuvre pour maîtriser le roulis des navires évoluant à faible vitesse, l'une des plus efficaces réside dans l'utilisation de citernes anti-roulis.

Les travaux présentés ici ont été développés en vue d'une application pour laquelle les performances contractuelles étaient particulièrement sévères. Ils ont permis d'optimiser, par le calcul, un dispositif de cuve entièrement passif.

La méthode développée, dans le cadre d'une théorie tridimensionnelle, tient compte de la tenue à la mer du navire avec vitesse d'avance sur houle régulière ou irrégulière monodirectionnelle ou multidirectionnelle.

L'optimisation est effectuée suivant deux critères, l'un concernant les maxima des fonctions de transfert, l'autre étant relatif aux performances globales sur houle irrégulière multidirectionnelle.

La comparaison des résultats numériques avec des résultats expérimentaux réalisés au bassin, permet de mettre en évidence un bon accord.

Abstract

Among all methods implemented to control the rolling of low-speed moving ships, the use of anti-roll tanks happens to be one of the most adequate. The works further on stated were developed for rather hard designed performance data. They actually let a passive tank device be optimised through calculation.

As part of a 3-D theory, the evolved method takes into account a ship behaviour at sea with forward speed on regular swell, mono-directional irregular swell or a multi-directional irregular swell.

This optimisation has been carried out according to two criterium : The first one considers the transfer functions maxima, the second being connected to inclusive performance data on multi-directional swell.

Numerical results compared to experimental results in test-model basin bring up quite a good harmony.

1 Introduction

Dans le cadre d'un marché d'Etat, la Délégation Générale de l'Armement, par l'intermédiaire de la Direction des Constructions Navales et pour le compte de la Direction des Engins, a récemment confié aux Chantiers de l'Atlantique (ALSTHOM-DCN) la réalisation d'un Bâtiment d'Essais et de Mesures (BEM), dont la mission essentielle est de mesurer la cinématique d'engins balistiques lors d'essais de tir.

Il était donc nécessaire de préciser et de quantifier un objectif de performance en tenue à la mer. Le critère finalement retenu par le Service Technique des Constructions et Armes Navales impose que, pendant une durée de 45 minutes, le roulis maximum soit inférieur à 7 degrés avec une probabilité de dépassement de 0.01, et ceci jusqu'à l'état de mer 6 inclus tel que défini par l'OTAN (La formulation mathématique de ce critère est donnée au paragraphe 2.3).

Une autre contrainte concerne la vitesse d'avance du navire qui est au plus égale à 8 nœuds pendant les mesures.

Par ailleurs, les dimensions globales du navire doivent être approximativement les suivantes :

Longueur à la flottaison	200 m
Largeur	25 m
Tirant d'eau	7.5 m
Déplacement	20000 t

Le problème ainsi posé montre la nécessité d'un dispositif anti-roulis de haute performance à l'exclusion d'ailerons actifs qui, pour une taille raisonnable ne seraient efficaces qu'à des vitesses plus élevées. Etant donné l'importance du volume de ballast disponible à l'intérieur du navire et la possibilité d'installer des quilles anti-roulis de grande largeur, notre choix s'est orienté vers des quilles et des cuves anti-roulis de grandes dimensions.

Le niveau de performance requis en roulis nous a conduits à nous assurer de sa faisabilité par une pré-étude fondée sur l'expérience et les bases de données du NSMB (MARIN).

Les conclusions de cette pré-étude ayant été positives, pourvu que le module de stabilité du navire soit suffisamment faible ($GM \simeq 0.70$ m), l'étude d'optimisation proprement dite pouvait commencer.

Cette étude comporte à la fois des calculs numériques confiés principalement à la société PRINCIPIA et des essais en bassin confiés au SSPA de Göteborg. La philosophie directrice de cette démarche consiste à utiliser la souplesse des calculs pour tous les travaux de recherche d'optimum par variation de paramètres; les essais sur modèle étant réservés davantage à des tâches de calibration des modèles numériques (un exemple typique est la détermination des amortissements non-linéaires en roulis pour le navire et la cuve).

La présente publication décrit :

- Les travaux d'optimisation menés à partir de programmes de calcul travaillant dans le domaine fréquentiel.
- Les essais sur modèle (succinctement) :
 - du navire sans cuve (pour connaître entre autre son amortissement en roulis)
 - du navire équipé d'une cuve (pour vérifier et valider les amortissements précédemment déterminés avec cette fois-ci des mouvements proches de ceux du navire stabilisé et optimisé).

2 Approche théorique

2.1 Méthodologie

Afin de déterminer les caractéristiques des citernes anti-roulis les mieux adaptées au navire en projet, on a tout naturellement commencé par établir un programme de calcul traitant du couplage hydromécanique entre un navire, considéré comme un solide, et les carènes liquides qu'il renferme.

Une telle entreprise ne présente pas d'écueil important, du moins, tant qu'on se borne à traiter le problème dans le cadre d'une théorie fondée sur l'approximation du fluide parfait et l'hypothèse des petits mouvements.

Mais, un programme de calcul essentiellement fondé sur la notion de fluide parfait n'est susceptible de fournir des résultats convenables que si on introduit, dans les équations qui régissent les mouvements du navire, des coefficients d'amortissement d'origine visqueuse ayant des valeurs réalistes obtenues par ailleurs.

Les amortissements "externes", induits par les mouvements de la carène et de ses appendices ont été déterminés à la suite d'une campagne d'essais sur modèle réduit. En ce qui concerne les amortissements "internes", induits par les mouvements de carènes liquides, on a adopté la démarche inverse. Ce sont les calculs d'optimisation qui ont d'abord imposé les valeurs à donner à ces amortissements ; les essais expérimentaux, effectués ultérieurement, ont permis de déterminer les données constructives du dispositif induisant les amortissements désirés.

2.2 Calculs sur houle régulière

L'outil de base utilisé pour mener les travaux qui seront décrits ci-après est le programme de calcul DYNAPLOUS qui traite du problème tridimensionnel de diffraction-radiation avec vitesse d'avance d'un navire considéré comme un solide.

Dans le cas présent, il a alors été nécessaire de développer un module de calcul du torseur des efforts exercés sur le navire par le fluide contenu dans les citernes anti-roulis.

Ce torseur (T) intervient dans les équations du mouvement du navire au même titre que tous les autres torseurs de liaison ; il dépend, en particulier, des six amplitudes complexes, inconnues a priori, qui caractérisent les oscillations du navire autour de sa position moyenne à l'instant t .

Le calcul des six composantes R_p du torseur (T) fait l'objet des alinéas suivants.

2.2.1 Hypothèses de calcul

Les hypothèses adoptées ici sont les mêmes que celles déjà retenues pour traiter le problème extérieur. Notons que l'approximation du fluide parfait n'est pas aussi pénalisante qu'il y paraît a priori du fait que les citernes envisagées seront toujours équipées d'un système dissipatif, évitant ainsi l'obtention de résultats aberrants au voisinage des périodes de résonance ; quant à l'hypothèse des petits mouvements, elle sera d'autant mieux satisfaite que l'objectif de l'étude aura été atteint plus pleinement ...

2.2.2 Notations

Soit (A, XYZ) un système d'axes, de directions fixes $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, entraîné dans le mouvement de translation horizontal moyen du navire ; \vec{k} est le vecteur unitaire d'une verticale ascendante. On considère également le système d'axes (o, xyz) , de vecteurs unitaires $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, lié au navire.

On note, par ailleurs :

- ω , la pulsation de rencontre ;
- $a_q = \mathcal{R}_e(A_q e^{-i\omega t})$, pour $q = 1, 2, 3$, les élongations linéaires du repère (o, xyz) par rapport au repère (A, XYZ) ;
- $\theta_{q-3} = \mathcal{R}_e(A_q e^{-i\omega t})$, pour $q = 4, 5, 6$, les élongations angulaires de (o, xyz) par rapport à (A, XYZ) ;
- et, plus généralement, pour toute grandeur $X(t)$ fonction sinusoïdale du temps, de pulsation ω :
 $X(t) = \mathcal{R}_e(X e^{-i\omega t})$

2.2.3 Etude des citernes à parois lisses, entièrement passives

Dans ce type de citernes, l'eau est libre de se déplacer sans rencontrer d'obstacle de quelque nature qu'il soit (fig.1).

Le problème posé dans le cadre de l'approximation du fluide parfait et des hypothèses de linéarisation revient à déterminer la fonction de potentiel :

$$(1) \quad \Phi(M, t) = \mathcal{R}_e [\Phi(M) e^{-i\omega t}],$$

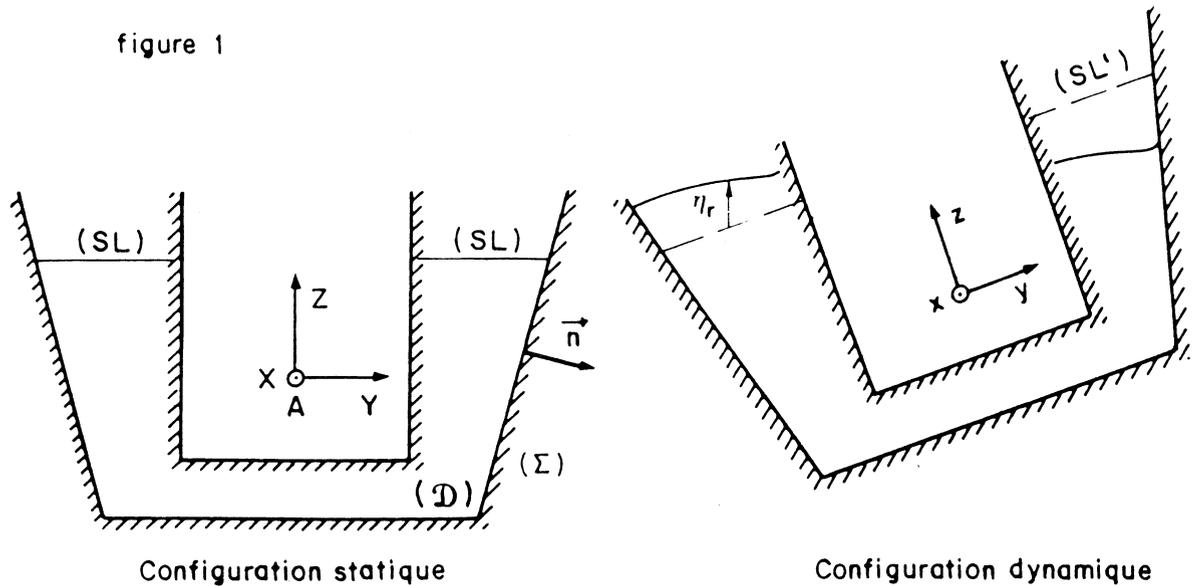
$\Phi = \Phi(M)$ étant caractérisé par le système d'équations ci-dessous :

$$(2) \quad \begin{cases} \Delta \Phi = 0 & , \text{ dans le domaine fluide } (\mathcal{D}) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \vec{v}_E \cdot \vec{n} & , \text{ sur les parois } (\Sigma) \text{ de la citerne} \\ -\frac{\omega^2}{g} \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 & , \text{ sur la surface libre } (SL) \text{ à l'état de repos} \end{cases}$$

\vec{V}_E désignant la vitesse d'entraînement qui s'explique ainsi :

$$(3) \quad \vec{V}_E = -i\omega \left[\sum_{q=1}^3 \mathcal{A}_q \vec{e}_q + \sum_{q=4}^6 \mathcal{A}_q (\vec{e}_{q-3} \wedge O\vec{M}) \right],$$

\vec{n} désignant la normale extérieure au domaine fluide (\mathcal{D})



Etant donné la linéarité de ces équations, on pourra poser :

$$(4) \quad \Phi = -i\omega \sum_{q=1}^6 \mathcal{A}_q \varphi_q,$$

les six potentiels élémentaires φ_q étant des fonctions harmoniques purement réelles, devant satisfaire les conditions aux limites suivantes :

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{\partial \varphi_q}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \begin{cases} \vec{e}_q \cdot \vec{n} & , \text{ pour } q = 1, 2, 3 \\ (\vec{e}_{q-3} \wedge O\vec{M}) \cdot \vec{n} & , \text{ pour } q = 4, 5, 6 \end{cases} \\ -k_0 \varphi_q + \frac{\partial \varphi_q}{\partial n} \Big|_{SL} = 0 & , \text{ en posant } k_0 = \omega^2/g \end{cases}$$

Pour déterminer la solution de l'un quelconque des six problèmes aux limites définis ci-dessus, on a mis en œuvre une méthode fondée sur l'utilisation d'une distribution superficielle de singularités de RANKINE du type mixte de GREEN ; celle-ci est composée de sources et de doublets normaux, répartis sur toutes les frontières ($\delta\mathcal{D}$) du domaine (\mathcal{D}) avec les densités

$$(6) \quad \begin{cases} \sigma_q = -\partial \varphi_q / \partial n \\ \mu_q = \varphi_q \end{cases}$$

Une fois déterminés les six potentiels élémentaires φ_q , il est aisé d'expliquer les différentes grandeurs auxquelles on s'intéresse ; par exemple :

• la surélévation complexe de surface libre, comptée au dessus du plan (SL'), entraîné dans le mouvement de la citerne, et qui coïncidait avec le plan d'eau (SL) à l'état de repos :

$$(7) \quad \eta = \left[\mathcal{A}_3 + y\mathcal{A}_4 - x\mathcal{A}_5 + k_0 \sum_{q=1}^6 \mathcal{A}_q \varphi_q \right]$$

• les six composantes complexes du torseur des efforts de liaison (T) qui devront être introduites dans les équations du mouvement du navire :

$$(8) \quad \mathcal{R}_p = \rho g \sum_{q=1}^6 CR_{pq} \mathcal{A}_q, \quad p = 1, 2, \dots, 6$$

avec :

$$(9) \quad CR_{pq} = CD_{pq} + CS_{pq}$$

$$(10) \quad CD_{pq} = CD_{qp} = k_0 \iint_{\Sigma} \left(\varphi_q \frac{\partial \varphi_p}{\partial n} \right) dS,$$

et :

$$(11) \quad \begin{cases} CS_{33} = \iint_{SL} dS & , & CS_{34} = \iint_{SL} y dS & , & CS_{35} = - \iint_{SL} x dS \\ CS_{43} = CS_{34} & , & CS_{44} = \iint_{SL} y^2 dS & , & CS_{45} = - \iint_{SL} xy dS \\ CS_{53} = CS_{35} & , & CS_{54} = CS_{45} & , & CS_{55} = \iint_{SL} x^2 dS \end{cases}$$

les coefficients CS_{pq} non répertoriés ci-dessus étant nuls.

Il est important de noter que les formules (8), (9) et (10) ne sont valables que si les conventions suivantes sont respectées :

- Le poids du liquide contenu dans la citerne est pris en compte dans le devis de poids global du navire dans ses lignes.
- Les efforts de rappel d'origine hydrostatique sollicitant le navire sont calculés en considérant que le liquide contenu dans la citerne se comporte comme un solide indéformable, au même titre que toutes les masses structurales ; autrement dit, on ne doit pas tenir compte des effets de carènes liquides dans le calcul des rayons métacentriques.
- La matrice d'inertie structurale est établie citerne vide.

Un programme de calcul a été élaboré à partir des développements exposés ci-dessus ; mais il n'a été exploité que pour s'assurer qu'il constituait un élément de base parfaitement fiable avant de l'adapter à des configurations plus complexes que celles des citernes entièrement passives.

Les tests numériques ont été effectués sur différents exemples pour lesquels on connaît une solution analytique :

- Le réservoir parallélépipédique, entraîné dans des mouvements d'oscillations forcées selon ses six degrés de liberté.
- Le réservoir cylindrique, d'axe vertical, entraîné dans un mouvement de cavement.

On a également vérifié les particularités suivantes, valables pour les réservoirs de forme absolument quelconque :

$$(12) \quad \begin{cases} CR_{13} = CR_{31} = 0 & , & CR_{23} = CR_{32} = 0 & , & CR_{33} = k_0 W_0 \\ CR_{43} = CR_{34} = k_0 W_0 y_c & , & CR_{53} = CR_{35} = -k_0 W_0 x_c & , & CR_{63} = CR_{36} = 0 \end{cases}$$

x_c , y_c désignant respectivement l'abscisse et l'ordonnée du centre d'inertie du volume fluide W_0 .

2.2.4 Etude des citernes à parois lisses, équipées d'un dispositif de contrôle pneumatique

On imagine ici (fig.2) qu'il est possible d'agir comme suit sur les pressions $p^+(t)$, $p^-(t)$ qui règnent respectivement sur les surfaces libres (SL^+) , (SL^-) des deux compartiments constituant la citerne :

$$(13) \quad p^+(t) = \rho g \mathcal{R}_e(\xi e^{-i\omega t}); \quad p^-(t) = -\rho g \mathcal{R}_e(\xi e^{-i\omega t}),$$

ξ étant un paramètre complexe, homogène à une pression exprimée en hauteur d'eau.

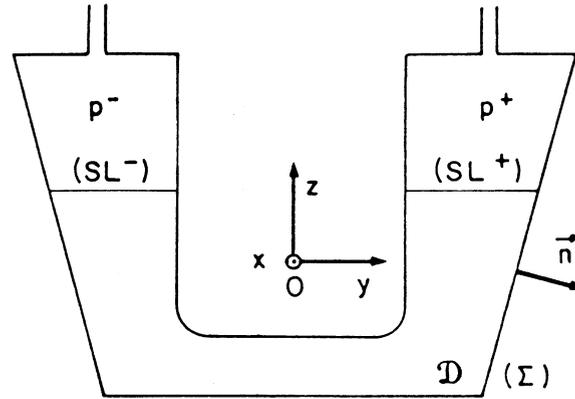


figure 2

Le système d'équations, devant être satisfait par le potentiel complexe $\Phi = \Phi(M)$ qui régit l'écoulement dans ce cas, se présente sous une forme analogue au système d'équations (2) établi dans l'alinéa précédent ; seule est différente la condition de surface libre qui, maintenant, se décompose ainsi :

$$(14) \quad \begin{cases} -k_0\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{SL^-} = -i\omega\xi & , \quad \text{sur } (SL^-) \\ -k_0\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{SL^+} = +i\omega\xi & , \quad \text{sur } (SL^+) \end{cases}$$

Il en résulte qu'on a ici :

$$(15) \quad \Phi = -i\omega \left[\xi\varphi_0 + \sum_{q=1}^6 A_q\varphi_q \right],$$

les sept potentiels élémentaires φ_0 , φ_q étant des fonctions harmoniques caractérisées par les conditions aux limites suivantes :

$$(16) \quad \begin{cases} \frac{\partial\varphi_0}{\partial n}\Big|_{\Sigma} = 0 \\ -k_0\varphi_0 + \frac{\partial\varphi_0}{\partial n} = \begin{cases} +1 & , \quad \text{sur } (SL^-) \\ -1 & , \quad \text{sur } (SL^+) \end{cases} \end{cases}$$

$$(17) \quad \begin{cases} \frac{\partial\varphi_q}{\partial n}\Big|_{\Sigma} = \begin{cases} \vec{e}_q \cdot \vec{n} & , \quad q = 1, 2, 3, \\ (\vec{e}_{q-3} \wedge \vec{OM}) \cdot \vec{n} & , \quad q = 4, 5, 6, \end{cases} \\ -k_0\varphi_q + \frac{\partial\varphi_q}{\partial n}\Big|_{SL} = 0 & , \quad (SL = SL^- + SL^+) \end{cases}$$

Les six potentiels φ_q s'identifient à ceux qui ont été introduits dans l'alinéa précédent (cf. formule 5) ; dans le cas présent on a donc à résoudre qu'un seul problème aux limites supplémentaire : celui défini par les équations (16).

Toutes les grandeurs physiques auxquelles on s'intéresse s'explicitent aisément en fonction des potentiels élémentaires φ_0, φ_q ; on obtient entre autre :

- la surélévation complexe de la surface libre, toujours comptée au dessus du plan (SL') lié à la citerne :

$$(18) \quad \begin{cases} \eta^- = \left[\mathcal{A}_3 + y\mathcal{A}_4 - x\mathcal{A}_5 + (1 + k_0\varphi_0) \xi + k_0 \sum_{q=1}^6 \mathcal{A}_q \varphi_q \right]_{SL^-} \\ \eta^+ = \left[\mathcal{A}_3 + y\mathcal{A}_4 - x\mathcal{A}_5 - (1 - k_0\varphi_0) \xi + k_0 \sum_{q=1}^6 \mathcal{A}_q \varphi_q \right]_{SL^+} \end{cases}$$

- les six composantes complexes du torseur des efforts de liaison (T):

$$(19) \quad R_p = \rho g \left[CR_{p,0} \xi + \sum_{q=1}^6 CR_{pq} \mathcal{A}_q \right]$$

avec :

$$(20) \quad \begin{cases} CR_{p,0} = CD_{p,0} + CS_{p,0} \\ CD_{p,0} = k_0 \iint_{\Sigma} \left(\varphi_0 \frac{\partial \varphi_p}{\partial n} \right) dS \\ CS_{p,0} = \begin{cases} 0 & , \text{ pour } p \neq 4 \\ \iint_{SL^+} y dS - \iint_{SL^-} y dS & , \text{ pour } p = 4, \end{cases} \end{cases}$$

les coefficients CR_{pq} , pour $q = 1, 2, \dots, 6$, étant encore ceux déjà explicités par les formules (9) et les suivantes.

Le programme de calcul, élaboré à partir des développements ci-dessus, constitue une première généralisation du précédent.

2.2.5 Etude des citernes équipées d'un dispositif de contrôle interposé dans le conduit de raccordement de leurs deux compartiments

Soient (S^-) et (S^+) deux sections droites fictives du conduit de raccordement disposées de part et d'autre du dispositif de contrôle (fig.3), celles-ci sont supposées suffisamment éloignées de tout appendice pour qu'on puisse admettre qu'elles sont traversées par un courant uniforme de vitesse relative :

$$(21) \quad \vec{U} = \vec{e}_2 \mathcal{R}_e (U e^{-i\omega t})$$

On admet également que l'écoulement s'effectuant dans le domaine compris entre (S^-) et (S^+) a pu être étudié par une approche relevant des méthodes spécifiques de l'hydraulique industrielle et, par conséquent, qu'on dispose d'une relation de dépendance entre la vitesse de débit $U(t)$ et la différence des pressions $P^-(t), P^+(t)$ qui règnent respectivement dans les sections (S^-), (S^+).

Dans ces conditions, on se trouve confronté à deux problèmes d'hydrodynamique disjoints, posés dans les domaines (\mathcal{D}^-) et (\mathcal{D}^+) situés respectivement à gauche de (S^-) et à droite de (S^+).

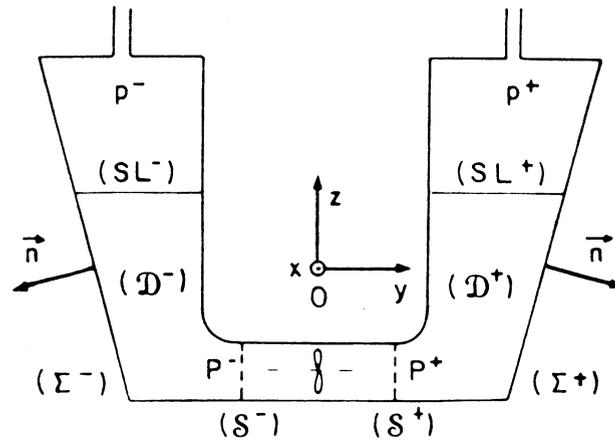


figure 3

Bien qu'il ne semble guère plausible que, dans la pratique, on ait recours à deux dispositifs de contrôle distincts, on a néanmoins, effectué les calculs en tenant compte d'une éventuelle différence entre les pressions $p^+(t)$, $p^-(t)$ qui règnent sur (SL^+) et (SL^-) ; ne serait-ce d'ailleurs que pour traiter le cas où des phénomènes pneumatiques non contrôlés risquent de se manifester.

Le potentiel complexe $\Phi^- = \Phi^-(M)$ qui régit l'écoulement dans le domaine (D^-) est caractérisé par les conditions aux limites suivantes :

$$(22) \quad \begin{cases} \frac{\partial \Phi^-}{\partial n} = \begin{cases} \vec{V}_E \cdot \vec{n} & , \text{ sur } (\Sigma^-) \\ (\vec{U} + \vec{V}_E) \cdot \vec{n} & , \text{ sur } (S^-) \end{cases} \\ k_0 \Phi^- - \frac{\partial \Phi^-}{\partial n} = i\omega \xi & , \text{ sur } (SL^-) \end{cases}$$

où, on a noté comme dans tout ce qui précède :

$$(23) \quad \vec{V}_E = -i\omega \left[\sum_{q=1}^3 \mathcal{A}_q \vec{e}_q + \sum_{q=4}^6 \mathcal{A}_q (\vec{e}_{q-3} \wedge O\vec{M}) \right]$$

$$(24) \quad \xi = \frac{p}{\rho g} |_{SL^+} = -\frac{p}{\rho g} |_{SL^-}$$

La solution du système linéaire ci-dessus peut manifestement être décomposée ainsi :

$$(25) \quad \Phi^- = \frac{i\omega}{k_0} \xi + \mathcal{U} \psi^- - i\omega \sum_{q=1}^6 \mathcal{A}_q \varphi_q^- ,$$

les sept potentiels élémentaires ψ^- , φ_q^- étant des fonctions harmoniques caractérisées par les conditions aux limites suivantes :

$$(26) \quad \begin{cases} \frac{\partial \psi^-}{\partial n} \Big|_{\Sigma^-} = 0 & ; \quad \frac{\partial \psi^-}{\partial n} \Big|_{S^-} = 1 \\ -k_0 \psi^- + \frac{\partial \psi^-}{\partial n} \Big|_{SL^-} = 0 \end{cases}$$

$$(27) \quad \begin{cases} \frac{\partial \varphi_q^-}{\partial n} \Big|_{\Sigma^- + S^-} = \begin{cases} \vec{e}_q \cdot \vec{n} & , \quad q = 1, 2, 3 \\ (\vec{e}_{q-3} \wedge \overrightarrow{OM}) \cdot \vec{n} & , \quad q = 4, 5, 6 \end{cases} \\ -k_0 \varphi_q^- + \frac{\partial \varphi_q^-}{\partial n} \Big|_{SL^-} = 0 \end{cases}$$

On obtient de la même manière la détermination du potentiel Φ dans le domaine (\mathcal{D}^+) soit :

$$(28) \quad \Phi^+ = -\frac{i\omega}{k_0} \xi - \mathcal{U} \psi^+ + i\omega \sum_{q=1}^6 \mathcal{A}_q \varphi_q^+,$$

les potentiels élémentaires ψ^+ , φ_q^+ étant des fonctions harmoniques satisfaisant des conditions aux limites en tous points analogues à celles explicitées en (26) et (27).

La détermination des potentiels élémentaires ψ^- , φ_q^- , ψ^+ , φ_q^+ ne pose pas plus de difficulté que dans les configurations précédemment traitées ; par contre, les calculs deviennent beaucoup plus complexes lorsqu'il s'agit d'expliciter les grandeurs physiques auxquelles on s'intéresse.

On se bornera alors à exposer la méthode suivie pour expliciter les amplitudes complexes des six composantes du torseur des efforts de liaison (\mathcal{T}). Par application du théorème des quantités de mouvement à toute la masse fluide contenue dans la citerne on obtient tout d'abord une expression de la forme:

$$(29) \quad \mathcal{R}_p = \rho g \left[\sum_{q=1}^6 CR_{pq} \mathcal{A}_q + CR_p \mathcal{U} \right] + \Delta R_p$$

dans laquelle les coefficients CR_{pq} , CR_p sont connus dès lors qu'on a déterminé les quatorze potentiels élémentaires ; ils ne dépendent que des caractéristiques géométriques des domaines (\mathcal{D}^-) et (\mathcal{D}^+). Par contre, le terme ΔR_p ne pourra être explicité qu'une fois défini le dispositif de contrôle interposé dans le domaine ($\Delta\mathcal{D}$) compris entre les sections (S^-) et (S^+) ; dans le cas le plus général, on a :

$$(30) \quad \Delta R_p = i\rho\omega \begin{cases} \iiint_{\Delta\mathcal{D}} (\vec{e}_p \cdot \vec{\nabla}) d\mathcal{D} & , \quad p = 1, 2, 3 \\ \iiint_{\Delta\mathcal{D}} (\vec{e}_{p-3} \wedge \overrightarrow{OM}) \cdot \vec{\nabla} d\mathcal{D} & , \quad p = 4, 5, 6 \end{cases}$$

$\vec{\nabla}$ désignant l'amplitude complexe du champ de vitesses dans le domaine fluide ($\Delta\mathcal{D}$).

A ce stade des calculs, la vitesse de débit \mathcal{U} reste encore inconnue ; pour l'expliciter, il est évident qu'on doit établir une relation d'interface entre le domaine ($\Delta\mathcal{D}$) d'une part, et les domaines (\mathcal{D}^-) et (\mathcal{D}^+) d'autre part. Cette relation sera obtenue en exprimant de deux manières différentes le saut de pression $P|_{S^+} - P|_{S^-} = \mathcal{R}_e \{ \|\mathcal{P}\| e^{-i\omega t} \}$ induit par le dispositif de contrôle interposé entre (S^-) et (S^+).

En exploitant les formules "d'hydrodynamique" (25) et (28), on a tout d'abord :

$$(31) \quad \|\mathcal{P}\| = 2\rho g \xi + C_0 \mathcal{U} + \sum_{q=1}^6 C_q \mathcal{A}_q$$

C_0 , C_q étant des constantes ne dépendant que de la géométrie des domaines (\mathcal{D}^-) et (\mathcal{D}^+).

La seconde expression de $\|\mathcal{P}\|$ sera fournie par la caractéristique "débit–pression" du dispositif de contrôle ; si, par exemple, ce dispositif a seulement pour effet d'induire des pertes de charge proportionnelles à la vitesse de débit, on a simplement :

$$(32) \quad \|\mathcal{P}\| = -\rho g K U$$

K étant une constante réelle positive.

La confrontation des expressions (31), (32) de \mathcal{P} permet d'explicitier U en fonction de $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_6$ et, par suite, d'exploiter les formules (29) et (30).

Les différents modules de calcul fondés sur les modèles mathématiques adoptés en (2.2.3), (2.2.4), (2.2.5), ont été développés dans le cadre du logiciel DIODORE.

2.2.6 Optimisation des caractéristiques des citernes anti-roulis du navire BEM

Dans une première approche, on a tenté de satisfaire les performances contractuelles avec des citernes entièrement passives dont les conduits de raccordement sont seulement équipés de dispositifs induisant des pertes de charge proportionnelles à la vitesse de débit U .

Les paramètres d'optimisation sur lesquels on pouvait agir sont, d'une part :

- Le GM modifié du navire,
 - La largeur des quilles anti-roulis du navire,
- et d'autre part :
- La hauteur e du conduit de raccordement des citernes,
 - Le taux de remplissage τ de ces citernes,
 - Le coefficient de perte de charge K défini par la formule (32).

Afin d'éviter de se livrer à des investigations aveugles en exploitant systématiquement le programme de calcul traitant, dans toute sa généralité, le problème du couplage hydromécanique entre le navire et les carènes liquides, nous avons dû opérer par étapes, du plus simple au plus compliqué.

Les caractéristiques hydromécaniques de la carène du navire ayant été établies une fois pour toutes, on a d'abord mis à profit la simple théorie du tube en U afin d'avoir une expression analytique de la composante \mathcal{R}_4 du torseur de liaison (\mathcal{T}) ; ce qui nous a permis :

- d'apprendre dans quel sens \mathcal{R}_4 varie lorsque l'on modifie les paramètres e , τ , et K ;
- de nous assurer qu'il n'y avait pas d'impossibilité redhibitoire à la tenue des performances souhaitées, avec des citernes ne devant pas contenir plus de 2000 m^3 d'eau pour un bateau déplaçant 20 120 tonnes ;
- de confirmer, comme cela était déjà apparu au cours des toutes premières études de faisabilité, que le pari ne pouvait être tenu qu'en adoptant une très faible valeur du GM modifié et une très grande largeur de quilles.

Compte-tenu des contraintes de sécurité en cas d'avarie, on a alors adopté un GM modifié de 0.7 mètre ; pour des raisons d'ordre technique, la largeur des quilles anti-roulis a été limitée à 1 mètre.

Dans une deuxième étape, on a remplacé le tube en U par des citernes "bidimensionnelles", négligeant ainsi les couplages dus aux mouvements de cavement, de tangage et de lacet du navire ; l'exploitation de la version bidimensionnelle du programme de calcul fournissant les composantes du torseur de liaison (\mathcal{T}) étant peu coûteux, on a pu rechercher méthodiquement les meilleures valeurs qu'il convenait de donner aux paramètres e , τ et K afin d'obtenir les plus faibles valeurs possibles de la fonction de transfert pour une houle périodique de travers.

En retenant $e = 1.80 \text{ m}$, $\tau = 69\%$ et $K = 0.7$, les variations de cette fonction de transfert sont représentées par la courbe dessinée en traits pleins sur la figure 4 ; la courbe en traits interrompus correspond au navire, non équipé de citernes de stabilisation, mais dont l'équilibrage des masses est modifié de telle sorte que son GM vrai soit égal à 0.7 mètre.

Enfin, dans une troisième étape, on a exploité le programme de calcul complet "bateau 3D – citerne 3D", la citerne-compartmentée selon trois éléments de formes et de longueurs différentes – ayant été finement discrétisée.

Les résultats obtenus ont confirmé de très près ceux dégagés à l'issue de l'étude précédente ; seule, la hauteur e du conduit a dû être légèrement augmentée.

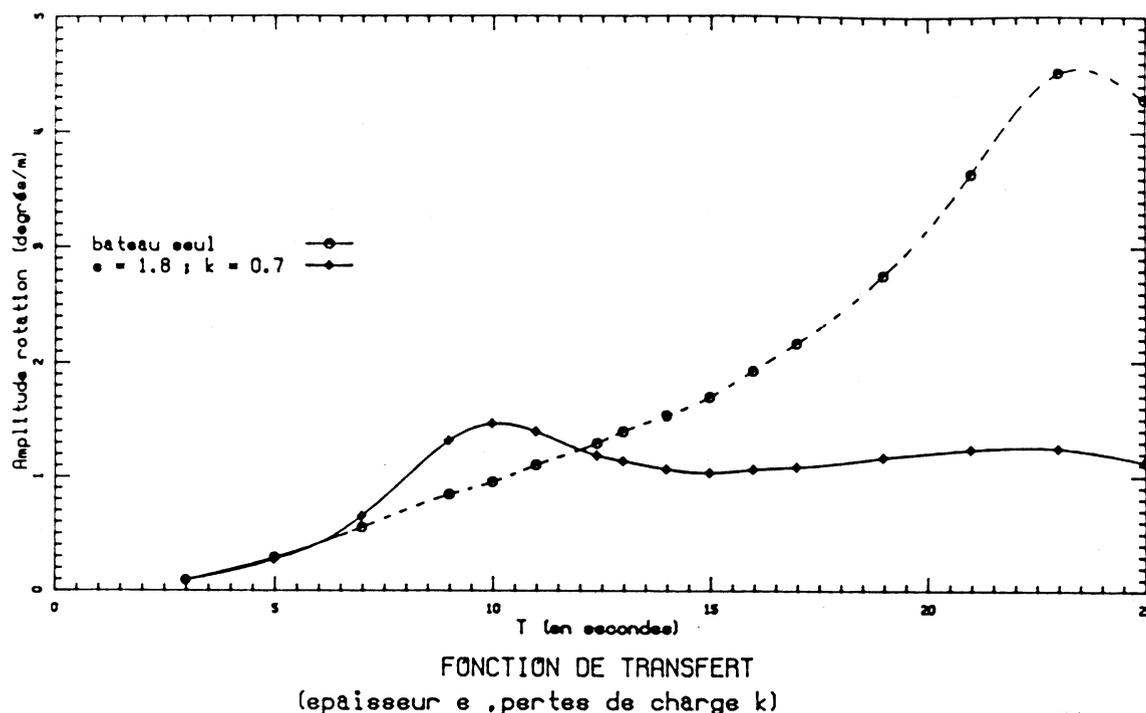


Figure 4

2.3 Exploitation stochastique des résultats déterministes sur houle régulière

2.3.1 Position du problème

Le comportement des ondes à la surface de la mer et des océans relevant, de toute évidence, davantage de l'analyse stochastique que de l'analyse déterministe, il est raisonnable de juger de l'efficacité des citernes anti-roulis sur des critères qui tiennent compte de ces aspects stochastiques.

Une telle approche est nécessairement soumise à des hypothèses simplificatrices qui permettent, sous réserve qu'elles soient vérifiées, la mise en œuvre de l'outil mathématique. Elles concernent, bien sûr, la modélisation des états de mer, mais aussi celle de la réponse du navire.

A ce sujet, deux remarques s'imposent :

- Les résultats mathématiques utilisés ont été établis sur la base de processus aléatoires supposés stables (ou stationnaires), ergodiques et linéaires, et ne faisant intervenir que des variables gaussiennes indépendantes ;
- Le comportement du navire étant approché par l'intermédiaire de ses fonctions de transfert sur houle régulière, le traitement qui permet de passer des informations stochastiques concernant les états de mer, aux conclusions probabilistes concernant la réponse du navire, relève essentiellement de l'analyse spectrale. Il convient alors de noter que la représentation spectrale de la houle possède des limites qui correspondent globalement au sixième degré de l'échelle de Douglas.

2.3.2 Spectres de houle utilisés

On appelle couramment spectre de houle multidirectionnelle la fonction densité spectrale $\Phi_{\zeta\zeta}(\omega, \theta)$ qui est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation de la dénivelée de la surface libre $\zeta(t)$. Il est fonction de la pulsation ω et de l'incidence θ .

Ce spectre est classiquement mis sous une forme à variables séparées :

$$(33) \quad \Phi_{\zeta\zeta}(\omega, \theta) = \phi_{\zeta\zeta}(\omega)M(\theta)$$

expression dans laquelle $\phi_{\zeta\zeta}(\omega)$ représente le spectre de houle monodirectionnelle et $M(\theta)$ la fonction de directivité de la houle ; elle vérifie la relation :

$$(34) \quad \int_{-\pi}^{+\pi} M(\theta)d\theta = 1$$

Si la houle est unidirectionnelle (long crested sea), elle est formée d'ondes planes qui se déplacent toutes dans la même direction β .

Si la houle est multidirectionnelle (short crested sea), elle est formée d'ondes planes qui se déplacent dans des directions θ dispersées dans un secteur $[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$ autour d'une direction principale de propagation β . La fonction de répartition peut alors prendre plusieurs formes. La forme la plus usitée, et qui est recommandée par l'ITTC et l'OTAN (avec $n = 1$) et par l'ISSC (avec $n = 2$), est la suivante :

$$(35) \quad M(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\frac{1}{2})} \cos^{2n}(\beta - \theta) & \text{pour } |\beta - \theta| < \frac{\pi}{2} \\ 0. & \text{pour } |\beta - \theta| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Les variables ω et θ étant séparées, l'étude des spectres de houle en fonction de la fréquence se réduit à des spectres monodirectionnels.

Le spectre de houle monodirectionnelle utilisé dans le cadre de ces travaux, est celui de Pierson-Moskowitz. Il est bien adapté aux états de mer complètement développés de l'Atlantique nord. Il s'écrit sous la forme générale suivante :

$$(36) \quad \phi_{\zeta\zeta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}}$$

Les constantes A et B sont données par des formules recommandées par divers organismes.

Les expressions retenues dans le cas présent sont celles conseillées par l'OTAN :

$$(37) \quad A = \frac{483.5H_s^2}{T_p^4}, \quad B = \frac{1944.5}{T_p^4} \text{ et } n = 1$$

Expressions dans lesquelles H_s désigne la hauteur significative de la houle, et T_p la période de pic du spectre de Pierson-Moskowitz. Les calculs ont été effectués pour trois couples de valeurs correspondant à l'état de mer 6 défini par l'OTAN pour l'atlantique nord : ($H_s = 6$ m, $T_p = 9.8$ s), ($H_s = 6$ m, $T_p = 12.4$ s) et ($H_s = 6$ m, $T_p = 16.2$ s).

2.3.3 Méthode d'obtention des spectres de réponse

Les spectres de réponses s'obtiennent, en théorie linéaire, à partir du spectre d'entrée - c'est à dire du spectre de houle - et des fonctions de transfert qui sont, par définition, les quotients respectifs entre les sorties et l'entrée.

En désignant par $H_{\eta_i, \zeta}(\omega)$ les fonctions de transfert complexes entre l'entrée $\zeta(\omega)$ et les six sorties de modes rigides $\eta_i(\omega)$ définies respectivement par :

$\eta_1(\omega)$ cavalement $\eta_2(\omega)$ embardée $\eta_3(\omega)$ pilonnement
 $\eta_4(\omega)$ roulis $\eta_5(\omega)$ tangage $\eta_6(\omega)$ lacet

les six spectres de réponse des déplacements en modes rigides s'écrivent respectivement :

$$(38) \quad \phi_{\eta_i, \eta_i}(\omega) = |H_{\eta_i, \zeta}(\omega)|^2 \phi_{\zeta\zeta}(\omega)$$

Il en va évidemment de même en ce qui concerne le déplacement de n'importe quel point de la structure suivant l'un des trois degrés de liberté.

Des formules identiques sont obtenues également pour toute autre fonction de transfert correspondant à toute autre grandeur (vitesse, accélération, effort ...).

Dans le cadre de la théorie utilisée, la connaissance des grandeurs stochastiques relatives à un spectre donné $\phi_{XX}(\omega)$ est gouvernée par celle de ses moments m_0 , m_2 , m_4 et m_8 définis par :

$$(39) \quad m_{2n} = \int_0^{\infty} \omega^{2n} \phi_{XX}(\omega) d\omega, \quad n \in [0, 1, 2, 4]$$

Il convient de rappeler ici, que dans le cas d'un spectre de houle multidirectionnelle d'incidence principale β , ces moments s'écrivent :

$$(40) \quad m_{2n} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\infty} \omega^{2n} \phi_{XX}(\omega, \beta + \theta) d\omega \right] M(\theta) d\theta$$

Le calcul de ces intégrales présente deux difficultés :

- Les fonctions de transfert doivent être connues sur un intervalle infini $[0, \infty[$;
- Il est nécessaire de connaître les valeurs des fonctions de transfert en un grand nombre de points pour pouvoir réaliser une intégration numérique avec une précision acceptable.

La première difficulté est résolue en découpant l'intervalle d'intégration en deux ou trois parties (suivant qu'on a, ou non, calculé les valeurs asymptotiques), et en traitant analytiquement les lois de comportement asymptotiques obtenues pour les diverses fonctions de transfert après les avoir ajustées sur le premier ou le dernier point calculé.

La seconde difficulté est ensuite levée en résolvant, pour un grand nombre de valeurs de ω , l'équation des mouvements à partir d'une interpolation (ou d'un lissage) des éléments hydrodynamiques calculés pour un nombre limité de valeurs de ω . Une intégration numérique est alors réalisée sur l'intervalle borné qui résulte de l'étape précédente.

2.3.4 Critères d'optimisation sur houle irrégulière

Pour maîtriser le mouvement de roulis sur houle irrégulière, il est nécessaire de posséder un outil susceptible de le quantifier ou, plus précisément de quantifier la probabilité qu'il dépasse un seuil donné. On définit alors la fonction de répartition des pics comme la probabilité d'apparition d'un pic d'amplitude supérieure ou égale à une valeur donnée. La fonction de densité de probabilité des pics s'écrit :

$$(41) \quad f_X(x) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} e^{-\frac{x^2}{2m_0\varepsilon^2}} + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{m_0} x e^{-\frac{x^2}{2m_0}} \left\{ 0.5 + \operatorname{erf} \left[\frac{x}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}} \right] \right\}$$

La fonction de probabilité de répartition des pics s'obtient en intégrant cette expression sur l'intervalle $[x, \infty[$; un calcul analytique conduit alors au résultat suivant :

$$(42) \quad F_X(x) = \left[\varepsilon^2 + \sqrt{1-\varepsilon^2} \right] \left\{ 0.5 - \operatorname{erf} \left[\frac{x}{\varepsilon \sqrt{m_0}} \right] \right\} + \sqrt{1-\varepsilon^2} e^{-\frac{x^2}{2m_0}} \left\{ 0.5 + \operatorname{erf} \left[\frac{x}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}} \right] \right\}$$

expressions dans lesquelles ε est la largeur de bande du spectre définie par :

$$(43) \quad \varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$$

Ainsi, si la largeur de bande est nulle, on retrouve la loi de Rayleigh, tandis que si la largeur de bande est égale à l'unité, le phénomène est gouverné par la loi de Gauss.

Il s'agit maintenant de considérer la plus grande valeur des maxima V_{max} qui est susceptible de se produire pendant une durée significative donnée T_{ds} – souvent de l'ordre de vingt minutes à une heure.

Pour cela, considérons la probabilité que la grandeur X prenne une valeur supérieure à X_{max} :

$$(44) \quad \text{Prob}[X \geq X_{max}] = F_X(X_{max})$$

La probabilité que toutes les valeurs de la grandeur, prises lors de N tirages indépendants, soient inférieures à X_{max} est alors :

$$(45) \quad \text{Prob}[X < X_{max}] = [1 - F_X(X_{max})]^N$$

et celle qu'au moins une des valeurs dépasse X_{max} est donnée par :

$$(46) \quad \text{Prob}[X \geq X_{max}] = 1 - [1 - F_X(X_{max})]^N$$

Ainsi, la probabilité que la valeur maximale rencontrée soit comprise entre X_{max} et $X_{max} + dX_{max}$ est égale à la probabilité qu'elle soit supérieure à X_{max} moins celle qu'elle soit supérieure à $X_{max} + dX_{max}$. La fonction densité de répartition des maxima est donc :

$$(47) \quad g_X(X_{max}) = \frac{d[1 - F_X(X_{max})]^N}{dX_{max}}$$

La probabilité α qu'un maxima X_{max} soit supérieur à $X_{max}^{(\alpha)}$ s'écrit donc :

$$(48) \quad \alpha = \text{Prob}[X_{max} \geq X_{max}^{(\alpha)}] = \int_{X_{max}^{(\alpha)}}^{\infty} g_X(X_{max}) dX_{max} = 1 - [1 - F_X(X_{max}^{(\alpha)})]^N$$

Cette équation peut alors se mettre sous la forme explicite suivante :

$$(49) \quad F_X(X_{max}^{(\alpha)}) = 1 - [1 - \alpha]^{1/N}$$

Si la probabilité α est petite, il devient possible de développer le binôme en série pour n'en garder que le premier terme :

$$(50) \quad \alpha \simeq N F_X(X_{max}^{(\alpha)})$$

De plus, si ε n'est pas trop proche de l'unité ($\varepsilon < 0.9$), il est possible de ne garder que le premier terme du développement de $F_X(X_{max}^{(\alpha)})$, ce qui conduit à une solution approchée :

$$(51) \quad X_{max}^{(\alpha)} \simeq \sqrt{2m_0 \text{Log}(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \frac{N}{\alpha})}$$

Le nombre de maxima rencontrés est obtenu en faisant le quotient de la durée significative par la période des maxima T_{max} ; d'où, en désignant par T_{up} la période de passage par zéro par valeurs croissantes :

$$(52) \quad X_{max}^{(\alpha)} \simeq \sqrt{2m_0 \text{Log}(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \frac{T_{ds}}{T_{max} \alpha})} = \sqrt{2m_0 \text{Log}(\frac{T_{ds}}{T_{up} \alpha})}$$

La moyenne des valeurs supérieures à $X_{max}^{(\alpha)}$ s'obtient ensuite en appliquant la formule de la moyenne et en intégrant par partie :

$$(53) \quad \bar{X}_{max}^{(\alpha)} = X_{max}^{(\alpha)} + \frac{1}{\alpha} \int_{X_{max}^{(\alpha)}}^{\infty} F_X(x) dx$$

Le calcul numérique effectué par DIODORE permet d'obtenir des valeurs exactes quelle que soit la largeur de bande.

2.3.5 Méthode d'optimisation sur houle irrégulière

L'optimisation sur houle irrégulière consiste à réaliser des balayages systématiques en fonction de l'épaisseur e du conduit de raccordement et du coefficient de perte de charge K .

Le critère à satisfaire est que l'angle de roulis maximal qui a une probabilité $\alpha = 0.01$ d'être dépassé pendant une durée significative T_d , de 45 minutes soit inférieur à une valeur de 7 degrés. la performance devant être atteinte quelle que soit l'incidence principale de la houle multidirectionnelle, pour des états de mer inférieurs ou égaux au degré 6 de l'échelle définie par l'OTAN.

Il convient de noter qu'il n'aurait pas été convenable d'employer cette méthode isolément, sans s'assurer des performances minimales sur les fonctions de transfert, sous peine de satisfaire le critère retenu par simple déplacement du pic de la fonction de transfert par rapport à celui du spectre de la houle incidente, ce qui pourrait conduire à des résultats catastrophiques pour d'autres états de mer, a priori, moins défavorables !

2.3.6 Résultats numériques

Le tableau suivant donne les résultats obtenus en roulis (degrés) pour les trois états de mer retenus, en fonction de l'incidence principale β de la houle multidirectionnelle, pour une probabilité α de 0.01. Ces valeurs sont issues de l'étape d'optimisation sur houle irrégulière ; elles correspondent aux paramètres $e = 1.80$ m, $\tau = 69\%$ et $K = 0.4$. Il est à noter, que l'optimisation sur houle irrégulière multidirectionnelle a conduit à modifier la valeur du coefficient de perte de charge fourni par l'optimisation sur les fonctions de transfert.

β	$T_s = 9.8$		$T_s = 12.4$		$T_s = 16.2$	
	sans cuve	avec cuve	sans cuve	avec cuve	sans cuve	avec cuve
0	6.13	4.41	8.51	5.15	11.99	6.17
15	6.36	4.61	8.77	5.29	12.40	6.31
30	6.93	5.19	9.46	5.67	13.41	6.65
45	7.54	5.70	10.20	6.03	14.53	6.99
60	8.01	6.24	10.74	6.31	15.34	7.18
75	8.12	6.35	10.83	6.27	15.54	7.07
90	7.90	6.35	10.46	6.02	15.04	6.65
105	7.31	5.91	9.69	5.45	13.90	5.95
120	6.48	5.35	8.49	4.77	12.27	5.09
135	5.50	4.58	7.18	4.00	10.39	4.19
150	4.54	3.81	5.90	3.28	8.52	3.38
165	3.80	3.23	4.90	2.76	7.06	2.79
180	3.51	3.00	4.51	2.57	6.47	2.56

3 Approche expérimentale

Les essais expérimentaux ont été effectués au bassin de houle du SSPA de Göteborg sur un modèle auto-propulsé, réalisé à l'échelle 1/40 ; celui-ci étant suivi, dans ses évolutions, par une plateforme asservie.

Au cours d'une première campagne d'essais, la maquette n'était pas encore équipée de citerne anti-roulis ; cependant l'équilibrage des masses a été effectué de telle sorte que le module de stabilité du modèle testé soit identique à celui du modèle équipé de citernes, alors en projet. Ces essais ont été utiles, en particulier, pour caler les valeurs du coefficient d'amortissement d'origine visqueuse qu'il convenait d'introduire dans les programmes de calcul.

La seconde campagne d'essais a été effectuée dans des conditions proches de la version définitive du BEM, la maquette étant alors équipée des trois citernes constituant le stabilisateur anti-roulis complet. Une vanne papillon était interposée dans chacun des trois conduits de raccordement. Les ouvertures de ces vannes ont été pré-établies sur banc, de manière à régler la période propre des citernes à la valeur désirée ; le coefficient d'amortissement adimensionnel ξ a ensuite été évalué par la méthode du décrément logarithmique. Ce coefficient d'amortissement ξ est lié au "coefficient de perte de charge" K , défini en (32), par la relation $\xi = (\omega\mathcal{L}/4e)K$, où \mathcal{L} désigne la largeur d'un compartiment au niveau de la surface libre.

Dans la configuration suggérée à l'issue des calculs théoriques ($T = 2\pi/\omega = 10,1$ s, $\mathcal{L} = 4.8$ m, $e = 1.8$ m, $K=0.4$), on obtient $\xi = 0.166$, soit une valeur se situant sensiblement au milieu de la fourchette des valeurs mesurées expérimentalement pour différentes élongations angulaires initiales imposées aux citernes au cours des essais d'oscillations libres.

Parmi les différentes configurations d'essais, deux ont été en quasi conformité avec les données fournies par l'approche numérique ; on peut ainsi dresser le tableau comparatif pour les valeurs maximales du roulis $\theta_{1max}^{(\alpha)}$ en degrés, avec $\alpha = 0.01$.

T_s	houle monodirectionnelle		houle multidirectionnelle	
	théorie	expérience	théorie	expérience
9.8	8.21	8.80	6.35	7.06
16.2	8.80	8.57	7.18	6.95

4 Conclusion

En l'état actuel d'avancement des travaux, on peut très légitimement espérer que les performances contractuelles de BEM pourront être tenues ; alors qu'on est déjà très près du résultat, de nombreuses autres ressources restent à explorer :

- poursuivre les calculs d'optimisation sur houle irrégulière afin d'affiner les valeurs à donner aux paramètres de réglage (τ , e , K) ;
- régler ces paramètres de manière différente pour chacune des trois citernes élémentaires constituant le stabilisateur complet ;
- asservir le paramètre de perte de charge K à l'état de mer du moment, en agissant sur une vanne disposée dans le conduit de raccordement ;
- recourir à un système de contrôle pneumatique induisant une pression différentielle sur les surfaces libres des deux compartiments de chaque citerne.

Le programme des essais de réception du futur bâtiment à la mer est très complet ; aussi sera-t-il extrêmement instructif de pouvoir confronter les prévisions, déduites de la complémentarité des approches théoriques et expérimentales, aux résultats de mesures effectuées à la mer.

Bibliographie

- | | |
|---|---|
| [1] BRATU C. et BERHAULT C.
"Dynamique des réservoirs de stockage flottants"
ATMA tome 77. Paris 1977. | [4] GUEVEL P. et HONG D.C.
"Quelques problèmes d'hydrodynamique navale
envisagés sous l'angle de la théorie de la
récupération de l'énergie des vagues"
ATMA tome 83. 1983. |
| [2] BOUGIS J.
"Etude de la diffraction-radiation dans le cas
d'un flotteur indéformable animé d'une vitesse
moyenne constante et sollicité par une houle
sinusoïdale de faible amplitude"
Thèse de Docteur-Ingénieur. Nantes 1980. | [5] GUEVEL P.
"La récupération de l'énergie des vagues"
Mémorial de l'Artillerie Française, Sciences
et Techniques de l'Armement. tome 60-1. Paris 1986. |
| [3] GUEVEL P. et BOUGIS J.
"Ship-motions with forward speed in infinite depth"
International Shipbuilding Progress.
Vol.29. n° 332. 1982. | [6] LE ROUZIC G.
"Représentation par des singularités élémentaires des
potentiels d'écoulements oscillants intérieurs et extérieurs"
Thèse de Docteur-Ingénieur. Nantes 1983. |