

2èmes JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

13 au 15 Février 1989 - Nantes

AMELIORATION DES PERFORMANCES DES CODES DE CALCUL
DE DIFFRACTION-RADIATION AU PREMIER ORDRE

G. DELHOMMEAU

L.H.N. - U.R.A. 1217 du C.N.R.S.
Ecole Nationale Supérieure de Mécanique de Nantes

Résumé

Cet article présente une méthode rapide de calcul des coefficients d'influence du problème de diffraction-radiation. La fonction de Green et ses dérivées en profondeur infinie ou finie uniforme sont déterminées à partir de l'interpolation numérique dans des fichiers de 4 fonctions tabulées. On en déduit les coefficients d'influence fonction de la période d'oscillation. Les résultats obtenus par cette méthode sont en bon accord avec les résultats classiques pour des cas usuels. Avec cette technique, les temps de calcul des coefficients d'influence du problème avec surface libre sont du même ordre de grandeur que ceux du double modèle. Le temps de résolution des systèmes linéaires devenant prépondérant, on présente les résultats obtenus par la méthode du gradient bi-conjugué.

Summary

IMPROVEMENT OF FIRST ORDER DIFFRACTION RADIATION COMPUTER CODES

We present here a fast numerical method for computing influence coefficients of the diffraction radiation problem. The Green function and its space derivatives in infinite or uniform finite depth are calculated using numerical interpolation of 4 tabulated functions. The influence coefficients for a given period are then deduced. The results of this method are in good agreement with those of classical methods. The computation time for the free surface problem is reduced at the same duration as in infinite fluid. The main remaining time is for solving linear systems. We show the results obtained with the bi-conjugate gradient method.

I - INTRODUCTION

L'étude du comportement de structures, de position moyenne fixe, sollicitées par la houle en présence d'un fond horizontal est un des problèmes fondamentaux de l'hydrodynamique. La formulation mathématique de ce problème pour des petits mouvements conduit au problème de diffraction-radiation tridimensionnel du premier ordre en profondeur infinie ou finie uniforme.

Les premières solutions numériques du problème ont été obtenues en 1968 [1], et depuis une dizaine d'années, les codes de calcul correspondants sont d'un usage courant en ingénierie océanique.

La majorité de ces codes utilise la méthode des singularités et le principe du calcul peut être résumé comme suit. Après avoir représenté la partie immergée du corps par un ensemble d'éléments quadrilatéraux (les facettes), on remplace celle-ci par des opérateurs mathématiques (les singularités). La résolution du problème nécessite alors la constitution de systèmes linéaires dont les éléments (les coefficients d'influence) prennent en compte la surface libre par l'intermédiaire d'une fonction de Green et dont les inconnues sont les singularités. Après résolution des systèmes, on peut calculer les efforts sur les corps, l'équation de la mécanique donnant les mouvements. Les temps de calcul croissent, pour le calcul des coefficients d'influence, comme le carré du nombre de facettes et pour la résolution des systèmes linéaires, comme le cube de ce nombre.

La limitation d'emploi due aux temps de calcul est très pénalisante lorsqu'on s'intéresse à des structures complexes, éventuellement composées de plusieurs corps, particulièrement en profondeur faible, ou bien lorsqu'on cherche à résoudre le problème de diffraction-radiation aux ordres supérieurs.

C'est pourquoi plusieurs auteurs [2] [3] [4] ont récemment proposé des méthodes d'évaluation des fonctions de Green permettant de réduire la durée des calculs des coefficients d'influence. Le principe de ces méthodes est d'approcher la fonction de Green par un ensemble de formules analytiques, chacune valable dans une partie du domaine de variation de la fonction.

Dans ce qui suit, nous proposons une méthode permettant de diminuer les temps de calcul sans avoir à effectuer de développements analytiques préalables complexes. Pour ce faire, on constitue un fichier de quatre fonctions élémentaires de deux paramètres, données par une intégrale simple d'intégration numérique aisée, permettant de reconstituer les fonctions de Green en profondeur infinie ou finie uniforme. Le calcul pour des valeurs intermédiaires s'obtient par interpolation dans les tables, les calculs en dehors du domaine de variation des paramètres étant réalisés par des formules asymptotiques.

Cette méthode de calcul a été appliquée avec les singularités de type sources et doublets normaux utilisées dans le programme AQUADYN [5] par un simple remplacement du module de calcul des coefficients d'influence (version AQUADYN 2.1).

Les tests ont été effectués pour différents cas de calcul significatifs : le caisson D.N.V. et une structure immergée en profondeur infinie, le pieu cylindrique et la barge N.S.M.B. utilisée par Pinkster en profondeur finie uniforme. Les résultats et les temps de calcul sont comparés à ceux des programmes initiaux.

Après la réduction des temps de calcul des coefficients d'influence, l'étape suivante consiste à chercher une méthode de résolution des systèmes linéaires plus rapide que la méthode directe de triangularisation de Gauss utilisée habituellement. Nous présentons ici les résultats obtenus avec la méthode du gradient bi-conjugué en complexe.

II. PRINCIPE DE CALCUL DES FONCTIONS DE GREEN :

2.1. Fonction de Green en profondeur infinie :

En profondeur infinie, la fonction de Green du problème de diffraction-radiation s'écrit [5] [8] :

$$\tilde{S} = -\frac{1}{4\Pi} [s^0 - s^1 + \tilde{s}^2]$$

avec

$$s^0 = \frac{1}{MM'}, \quad s^1 = \frac{1}{MM'_1}, \quad M'(x', y', z'), \quad M'(x', y', -z')$$

$$\tilde{s}^2 = \frac{2k_0}{\Pi} \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} [J(\zeta^0) - \frac{1}{\zeta^0}] d\Theta + 2i k_0 \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} e^{\zeta^0} d\Theta = s^{*2} + i s^{2**}$$

avec

$$\zeta^0 = k_0 [z + z' + i[(x-x') \cos\Theta + (y-y') \sin\Theta]]$$

$k_0 = \omega^2/g$, ω pulsation du mouvement, g accélération de la pesanteur

$$J(\zeta^0) = e^{\zeta} [E_1(\zeta^0) + i\Pi] \text{ pour } \operatorname{Im} \zeta \geq 0$$

$$J(\zeta^0) = e^{\zeta} [E_1(\zeta^0) - i\Pi] \text{ pour } \operatorname{Im} \zeta < 0$$

$E_1(\zeta)$ étant l'exponentielle intégrale complexe d'ordre 1.

Si l'on pose : $\alpha = [ox, M'\vec{M}]$ et $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$, on peut écrire ζ^0 sous la forme :

$$\zeta^0 = k_0 [z + z' + i r \cos(\Theta - \alpha)]$$

Compte tenu des propriétés des fonctions $J(\zeta)$ et e^{ζ} , on a :

$$J(\bar{\zeta}) = \overline{J(\zeta)} \text{ et } e^{\bar{\zeta}} = \overline{e^{\zeta}}, \text{ la barre désignant la quantité complexe conjuguée.}$$

Ceci entraîne que les intégrales figurant dans l'expression de \tilde{S}^2 sont périodiques de période Π . Leur valeur est donc inchangée si l'on écrit \tilde{S}^2 sous la forme :

$$\tilde{S}^2 = \frac{2k_0}{\Pi} \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} \left[J(\zeta) - \frac{1}{\zeta} \right] d\theta + 2i k_0 \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} e^{\zeta} d\theta$$

avec $\zeta = k_0 [z+z'+ircos\theta]$

Ce qui était évident d'après la propriété de symétrie de révolution de la fonction de Green du problème de diffraction-radiation au point fixe.

2.2. Dérivées de la fonction de Green en profondeur infinie :

Dans le calcul des coefficients d'influence, on est amené à calculer les dérivées de la fonction de Green par rapport aux variables d'espace M' et M .

2.2.1. Dérivées par rapport à M' :

On pose :

$$\tilde{D} = -\frac{1}{4\Pi} [D^0 + D^1 + \tilde{D}^2] = \frac{\partial}{\partial n_{M'}} S$$

avec

$$D^0 = \frac{\partial}{\partial n_{M',MM'}} \frac{1}{r}, \quad D^1 = \frac{\partial}{\partial n_{M',MM'_1}} \frac{1}{r}$$

et

$$\tilde{D}^2 = \frac{2k_0}{\Pi} \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} \frac{\partial}{\partial n_{M'}} J(\zeta) d\theta + 2i k_0 \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} \frac{\partial}{\partial n_{M'}} e^{\zeta} d\theta = D^{2*} + i D^{2**}$$

On a :

$$\frac{\partial}{\partial n_{M'}} = p' \frac{\partial}{\partial x'} + q' \frac{\partial}{\partial y'} + r' \frac{\partial}{\partial z'}, \quad (p', q', r') \text{ étant les cosinus directeurs}$$

de la normale en M' .

D'après l'expression de $\zeta = k_0 [z+z'+ircos\theta]$, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial x'} = -i k_0 \cos\theta \frac{x-x'}{r} \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial y'} = -i k_0 \cos\theta \frac{y'-y'}{r} \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial z'} = k_0 \frac{\partial}{\partial \zeta}$$

l'expression \tilde{D}^2 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \tilde{D}^2 = & \frac{2k_0^2}{\Pi} \left[-(p' \frac{x-x'}{r} + q' \frac{y'-y'}{r}) \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} i \cos\theta \left[J(\zeta) - \frac{1}{\zeta} \right] d\theta + r' \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} \left[J(\zeta) - \frac{1}{\zeta} \right] d\theta \right] \\ & + 2i k_0^2 \left[-(p' \frac{x-x'}{r} + q' \frac{y'-y'}{r}) \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} i \cos\theta e^{\zeta} d\theta + r' \operatorname{Re} \int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} e^{\zeta} d\theta \right] \end{aligned}$$

2.2.2. Dérivées par rapport à M :

Les dérivées par rapport à x, y et z s'écrivent :

$$v_u = -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{\partial}{\partial u} S^0 - \frac{\partial S^1}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial u} \tilde{S}^2 \right] = -\frac{1}{4\pi} \left[v_u^0 - v_u^1 + \tilde{v}_u^2 \right], \quad u = x, y, z$$

Compte tenu de l'identité :

$$\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\zeta}$$

avec $\zeta = k_0[(z+z') + r \cos\theta]$, $R_1 = k_0 \sqrt{(z+z')^2 + r^2}$ et $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$

\tilde{S}^2 peut s'écrire sous la forme :

$$\tilde{S}^2 = \frac{2k_0}{\pi} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} J(\zeta) d\theta + \frac{2k_0}{R_1} + 2ik_0 \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^\zeta d\theta$$

Comme précédemment, on a :

$$\frac{\partial}{\partial x} = ik_0 \cos\theta \frac{x-x'}{r} \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = ik_0 \cos\theta \frac{y-y'}{r} \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = k_0 \frac{\partial}{\partial \zeta}$$

d'où

$$\tilde{v}_x^2 = \frac{2k_0^2}{\pi} \frac{x-x'}{r} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} i \cos\theta \left[J(\zeta) - \frac{1}{\zeta} \right] d\theta - 2k_0^2 \frac{x-x'}{R_1^3} + 2ik_0^2 \frac{x-x'}{r} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} i \cos\theta e^\zeta d\theta$$

$$\tilde{v}_y^2 = \frac{2k_0^2}{\pi} \frac{y-y'}{r} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} i \cos\theta \left[J(\zeta) - \frac{1}{\zeta} \right] d\theta - 2k_0^2 \frac{y-y'}{R_1^3} + 2ik_0^2 \frac{y-y'}{r} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} i \cos\theta e^\zeta d\theta$$

$$\tilde{v}_z^2 = \frac{2k_0^2}{\pi} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[J(\zeta) - \frac{1}{\zeta} \right] d\theta - 2k_0^2 \frac{z-z'}{R_1^3} + 2ik_0^2 \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^\zeta d\theta$$

On peut remarquer que les dérivées d'ordre supérieur feraient intervenir les mêmes intégrales en θ que les dérivées premières.

2.3. Tabulation des fonctions élémentaires :

2.3.1. Fonctions élémentaires :

Toutes les intégrales en θ figurant dans les expressions précédentes

peuvent être calculées à partir de l'évaluation des 4 fonctions élémentaires :

$$D_1(Z, X) = \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (-i \cos \theta) [J(\zeta) - \frac{1}{\zeta}] d\theta = \operatorname{Im} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta [J(\zeta) - \frac{1}{\zeta}] d\theta$$

$$D_2(Z, X) = \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (-i \cos \theta) e^{\zeta} d\theta = \operatorname{Im} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta e^{\zeta} d\theta$$

$$Z_1(Z, X) = \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [J(\zeta) - \frac{1}{\zeta}] d\theta$$

$$Z_2(Z, X) = \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{\zeta} d\theta$$

avec $\zeta = Z + iX \cos \theta$, $Z < 0$, $X \geq 0$

Dans l'intervalle de variation : $\operatorname{Im}(\zeta) > 0$, la fonction $J(\zeta)$ se calcule directement à partir de $E_1(\zeta)$ par :

$$J(\zeta) = e^{\zeta} [E_1(\zeta) + i\pi]$$

Pour $X = 0$ et $Z \rightarrow 0^-$, les fonctions D_1 et Z_1 tendent vers l'infini, avec un comportement logarithmique. D_2 tend vers 0 et Z_2 vers π .

2.3.2. Constitution du fichier :

Compte tenu de leur comportement à l'origine, les quatre fonctions ont été tabulées suivant 2 échelles logarithmiques en Z et une échelle logarithmique, puis linéaire en X , suivant les formules ci-dessous :

$$1 \leq J \leq 46$$

Pour J = 1,20

$$Z(J) = -10^{**} (J/5. - 6)$$

Fin pour

Pour J = 21,46

$$Z(J) = -10^{**} (J/8. - 4.5)$$

Fin pour

$1 \leq I \leq 328$

$X(1) = 0.$

Pour I = 2.31

$X(I) = 10^{**} ((I-1.)/5. - 6).$

Fin pour

Pour I = 32.328

$X(I) = 4./3. + (I-32.)/3.$

Fin pour

Ces formules peuvent s'inverser et pour des valeurs quelconques de X et Z, les indices immédiatement précédents des fonctions tabulées sont donnés par :

Si $X \geq 1$ alors
 $I = \text{INT} (3*X) + 28$
 sinon
 $I = \text{INT} (5*(\text{LOG}10 (X + 1.E - 20) + 6)) + 1$
Finsi

avec $1 \leq I \leq 328.$

Si $(-Z) \geq 0.01$ alors :
 $J = \text{INT} (8*(\text{LOG}10 (-Z) + 4.5))$
 sinon :
 $J = \text{INT} (5*(\text{LOG}10 (-Z) + 6))$
Finsi

avec $1 \leq J \leq 46$

Chaque fonction tabulée est ainsi représentée par 46 valeurs en Z ($-1.5 E-6 \leq Z \leq -16.$) et 328 valeurs en X ($0 \leq X \leq 100.$).

Le fichier correspondant pour les quatre fonctions tabulées représente, en ajoutant les vecteurs des valeurs pivots de X et Z, 242904 octets lorsque les réels sont représentés par 4 octets.

Le calcul des fonctions élémentaires est réalisé par intégration numérique directe suivant la méthode de Simpson, l'intervalle $[-\pi/2, +\pi/2]$ étant divisé en 551 points.

La constitution du fichier nécessite environ 30 minutes CPU sur VAX 8700 (6 Mips).

Les lignes de niveau des fonctions D_1 , D_2 , Z_1 , Z_2 sont représentées sur la planche 1 pour $0 \leq X \leq 30$ et $0,1 \leq -Z \leq 10$.

L'interpolation dans les fichiers pour des valeurs quelconques de X et Z est effectuée en utilisant les formules de Lagrange d'ordre 1 (interpolation linéaire) ou d'ordre 4.

2.3.5. Formules asymptotiques

Pour $|\zeta|$ grand, on utilise des formules asymptotiques issus des développements au premier ordre des relations suivantes :

$$e^{\zeta [E_1(\zeta) - \frac{1}{\zeta}]} = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{m!}{\zeta^{m+1}} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial^m}{\partial Z^m} \frac{1}{\zeta}$$

$$i \cos \Theta e^{\zeta [E_1(\zeta) - \frac{1}{\zeta}]} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial^{m-1}}{\partial Z^{m-1}} \frac{1}{\zeta}, \quad \zeta = Z + iX \cos \Theta$$

on en déduit :

$$D_1 \sim -\frac{iX}{R^3} + \pi e^Z \sqrt{\frac{2\pi}{X}} \left[\cos\left(X - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2X} \sin\left(X - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$D_2 \sim e^Z \sqrt{\frac{2\pi}{X}} \left[\sin\left(X - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2X} \cos\left(X - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$Z_1 \sim \frac{\pi Z}{R^3} - \pi e^Z \sqrt{\frac{2\pi}{X}} \sin\left(X - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Z_2 \sim e^Z \sqrt{\frac{2\pi}{X}} \cos\left(X - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{avec } R = \sqrt{X^2 + Z^2}$$

Ces développements sont utilisés pour $X > 100$ et $|Z| > 16$.

2.4 - Fonction de Green en profondeur finie

Les développements précédents peuvent encore être utilisés en profondeur finie si l'on utilise l'expression de la fonction de Green obtenue par P. Guével et J.C. Daubisse à l'aide du lissage par exponentielles intégrales [6] [7] [8].

Cette expression peut alors s'écrire sous la forme :

$$\tilde{S} = -\frac{1}{4\pi} [S^0 + S^1 + \tilde{S}^2]$$

avec :

$$S^0 = \frac{1}{MM'} , M'(x', y', z') , S^1 = \frac{1}{MM'_0} , M'(x', y', -z'-2h)$$

$$\tilde{S}^2 = \frac{A}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\Theta \left[J(\zeta_1) - \frac{1}{\zeta_1} + J(\zeta_2) - \frac{1}{\zeta_2} + J(\zeta_3) - \frac{1}{\zeta_3} + J(\zeta_4) - \frac{1}{\zeta_4} \right]$$

$$- \frac{A}{2} \left[\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}} + \frac{1}{R_{40}} \right]$$

$$+ i \frac{A}{2} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [e^{\zeta_1} + e^{\zeta_2} + e^{\zeta_3} + e^{\zeta_4}] d\Theta$$

$$A = \frac{1}{h} \frac{(m_0 h + k_0 h)^2}{[(m_0 h)^2 - (k_0 h)^2 + k_0 h]} \quad m_0 \text{ solution de } k_0 = \frac{\omega^2}{g} = m_0 \operatorname{th} m_0 h$$

avec :

$$\zeta_1 = m_0(z+z'+i\bar{\omega}) \quad R_{10} = m_0 \sqrt{(z+z')^2 + r^2} , \quad R_{20} = m_0 \sqrt{(z'-z-2h)^2 + r^2}$$

$$\zeta_2 = m_0(z'-z-2h+i\bar{\omega}) \quad R_{30} = m_0 \sqrt{(z-z'-2h)^2 + r^2} , \quad R_{40} = m_0 \sqrt{(z+z'+4h)^2 + r^2}$$

$$\zeta_3 = m_0(z-z'-2h+i\bar{\omega}) \quad r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

$$\zeta_4 = m_0[-(z+z'+4h)+i\bar{\omega}] \quad \bar{\omega} = r \cos \Theta$$

$$S^3 = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{1}{M_{1n} M'} + \frac{1}{M_{2n} M'} + \frac{1}{M_{3n} M'} + \frac{1}{M_{4n} M'} \right)$$

ou $a_0 = 2$, $\lambda_0 = 0$

$$M_{1n}(x, y, -z-\lambda_n h) ; M_{2n}(x, y, z+2h-\lambda_n h) ; M_{3n}(x, y, z-2h+\lambda_n h) \\ M_{4n}(x, y, -z-4h+\lambda_n h)$$

Les coefficients a_n et λ_n $n \geq 1$ étant obtenus à partir de la décomposition de la fonction régulière $F_1(k)$ suivant son développement en série d'exponentielles :

$$F_1(k) = \frac{(k+k_0) e^{kh}}{kshkh - k_0 chkh + i(o)} - \frac{A}{k - [m_0 \pm i(o)]} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{\lambda_n hk}$$

Ecritte sous cette forme, la fonction de Green en profondeur finie fait apparaître une somme de 4 fonctions de ζ pouvant être traitée chacune comme en profondeur infinie, plus des termes en $1/R$ ne posant pas de problèmes numériques particuliers.

Les développements réalisés en profondeur infinie restent applicables et la fonction de Green et ses dérivées en profondeur finie peuvent être exprimées d'après les mêmes fonctions élémentaires qu'en profondeur infinie.

III - ORGANISATION DU CODE DE CALCUL

3.1 - Coefficients d'Influence

Les coefficients d'Influence représentent l'intégrale par rapport à M' sur la facette influençante des fonctions de Green et de leurs dérivées. A la suite d'essais numériques, la méthode retenue est la suivante :

- Les termes S^0 , S^1 , D^0 , D^1 , V_U^0 , V_U^1 sont intégrés analytiquement à l'aide des formules de Hess et Smith modifiées par P. Guével [9].

- Les autres termes (\tilde{S}^2 , \tilde{D}^2 , \tilde{V}_U^2 en profondeur infinie, \tilde{S}^2 , \tilde{D}^2 , \tilde{V}_U^2 , S^3 , D^3 , V_U^3 en profondeur finie) sont calculés en multipliant la valeur au point de contrôle par l'aire de la facette.

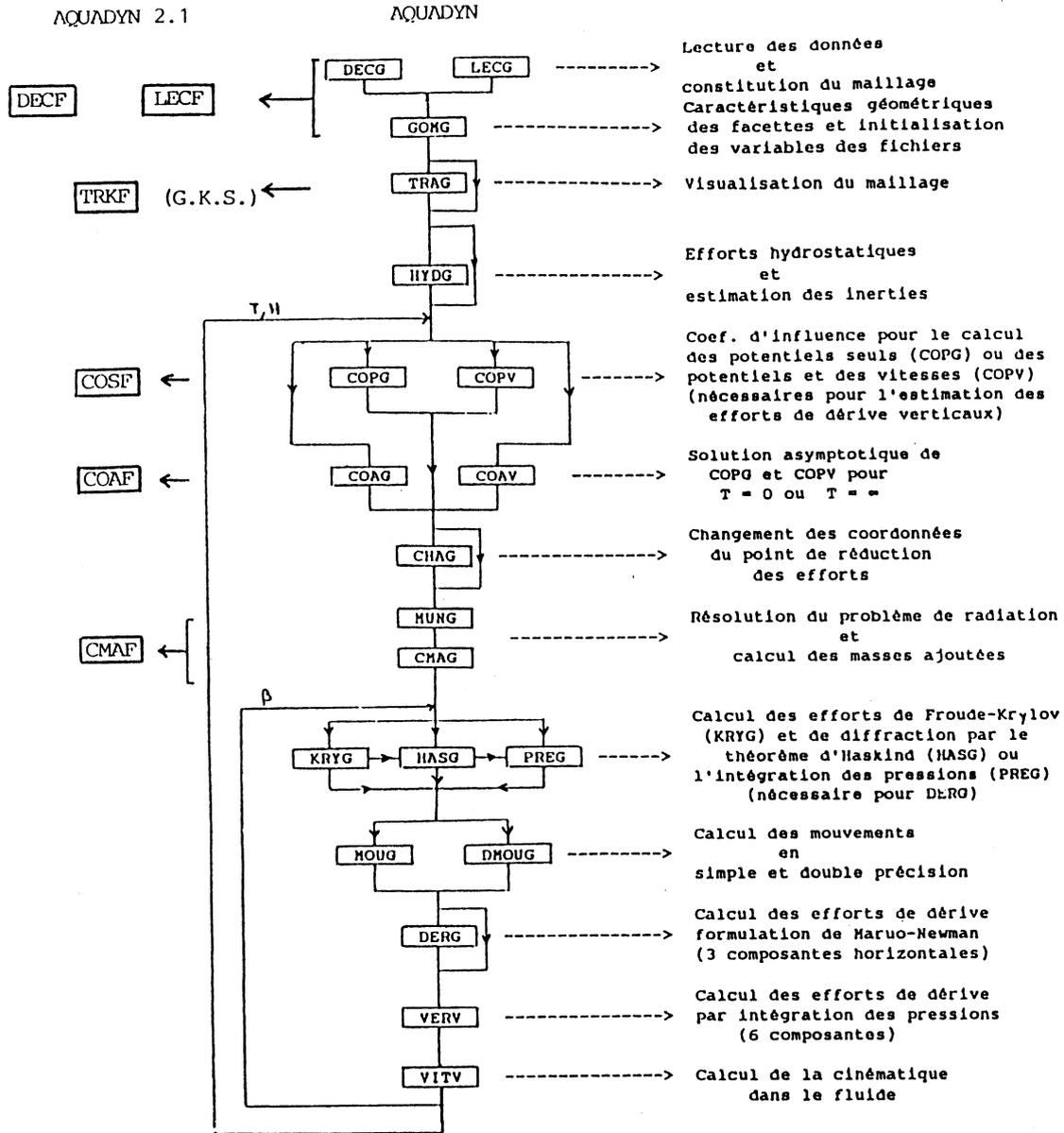
3.2 - AQUADYN 2.1.

Le modèle de calcul des coefficients d'Influence par la méthode décrite ci-dessus (COSF) peut se substituer au module correspondant (COPV) du code AQUADYN. Compte tenu des valeurs tabulées en Z, la période maximum possible pour le calcul T_{max} est indiquée en début de programme. Cette période est très supérieure à celles utilisées en pratique, les coefficients d'Influence pouvant être calculés à l'aide des formules asymptotiques valables pour une période infinie ($T_{max} > 5000$ s pour le caisson D.N.V.).

Après regroupement de divers modules utilisés séquentiellement :

- lecture des données et calcul des caractéristiques géométriques des corps. (modules LECF et DECF).
 - résolution du problème de radiation et calcul des masses d'eau ajoutées (module CMAF)
- et possibilité de choix du type d'interpolation (degré 1 ou degré 4), le nouveau code de calcul, qui constitue une version rapide du code AQUADYN compatible avec celui-ci, a été nommé AQUADYN 2.1.

L'organigramme de ces deux codes est indiqué ci-dessous.



IV - RESULTATS NUMERIQUES

4.1 - Précision des résultats

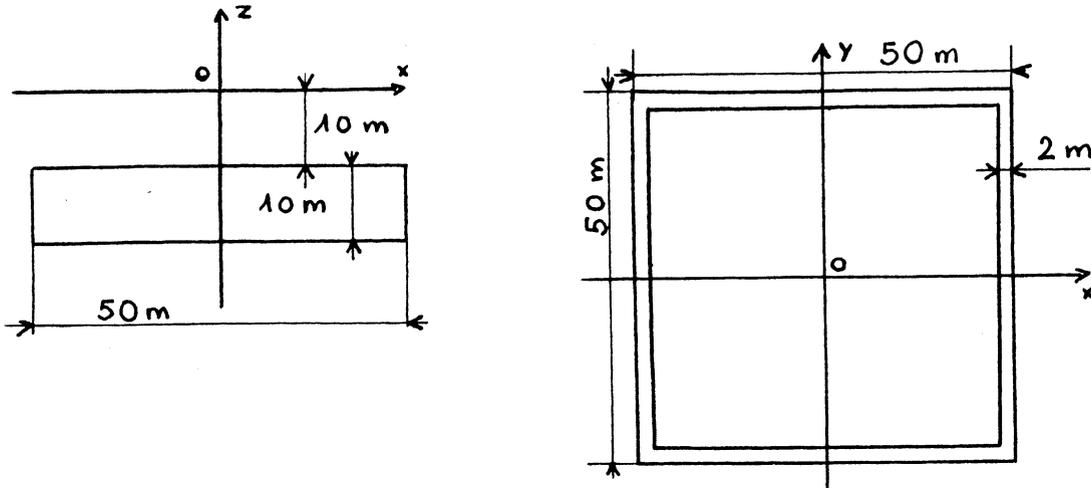
4.1.1. Le caisson D.N.V. :

La planche 2 montre la comparaison des résultats obtenus avec les codes AQUADYN et AQUADYN 2.1. avec interpolation linéaire dans le cas du caisson D.N.V. (90x90x40) discrétisé en 96 facettes sur la moitié (192 facettes au total). La figure du haut montre les coefficients d'amortissement en pilonnement et la figure du bas, les efforts de dérive dans la direction de la houle. L'accord est satisfaisant, y compris pour les efforts de dérive, qui sont obtenus après résolution de 3 systèmes linéaires faisant intervenir les coefficients d'influence, pourvu que l'on ait plus de 10 facettes par longueur d'onde.

4.1.2. Le caisson immergé :

Le deuxième test illustre l'influence de l'interpolation dans les fichiers sur les résultats.

Le corps testé est un caisson vertical carré ouvert de 10 m de haut et 50 m de large immergé à une profondeur de 10 m suivant le schéma ci-dessous :



Il s'agit donc d'un corps de faible épaisseur et de grand tirant d'eau.

La planche 3 montre les résultats des coefficients d'amortissement en cavalement et en lacet pour ce type de structure, les fonctions D_1 , D_2 , Z_1 , Z_2 étant interpolées par des polynômes de Lagrange de degré 1 ou de degré 4.

On remarque, dans le cas de l'interpolation linéaire, que le comportement asymptotique (pour $\omega^2 L/g < 1$) des coefficients d'amortissement les plus petits (CA66) présente des irrégularités. Des essais systématiques ont montré que l'erreur absolue engendrée par l'interpolation linéaire sur les coefficients hydrodynamiques était de l'ordre de $\pm 1 \cdot 10^{-5}$, l'interpolation par des polynômes de degré 4 donnant une erreur absolue $< 10^{-7}$. Ces irrégularités n'affectent généralement que les coefficients hydrodynamiques les plus petits (amortissements en roulis, tangage et lacet) et si l'on ne s'intéresse qu'aux grandeurs globales (mouvements, efforts dus à la houle), l'interpolation linéaire est suffisante.

4.1.3. Cas de la profondeur finie :

Le programme de calcul en profondeur finie a été testé dans le cas du pieu cylindrique pour lequel on dispose de résultats analytiques. Le demi-corps a été discrétisé en 48 facettes (8 facettes horizontalement sur une demi-circonférence et 6 facettes verticalement sur la hauteur, le maillage étant régulier dans les deux cas). Les figures de la planche 4 montrent la comparaison des résultats analytiques avec les résultats du code AQUADYN 2.1. avec interpolation linéaire pour un pieu cylindrique de rayon $R = 0,5$ m et de hauteur $H = 1$ m. Les coefficients représentés sont les coefficients adimensionnels $CF^* = F^*/\rho g R^2 a$ et $CF^{**} = F^{**}/\rho g R^2 a$ ou F^* et F^{**} sont les efforts d'excitation horizontaux en phase et en quadrature avec la houle incidente à l'origine, d'amplitude a . L'accord avec les résultats analytiques est aussi bon qu'avec le code AQUADYN.

Les essais effectués avec d'autres corps (caisson D.N.V., barge de Pinkster) en profondeur finie ont montré que les résultats obtenus étaient pratiquement identiques à ceux d'AQUADYN dès que l'on a plus de 6 facettes par longueur d'onde.

4.2 - Temps de calcul :

La comparaison des temps de calcul en secondes sur Vax 8700 pour deux cas pratiques est donnée dans les tableaux suivants :

Caisson D.N.V. 96 facettes sur la moitié, profondeur infinie

	AQUADYN			AQUADYN 2.1 toutes périodes	
	T = 6s	T = 10s	T = 20s	Interp. lin.	Interp. d ^o 4
termes en 1/R (1ère période seulement)	8	8	8	8	8
termes f(T)	512	260	199	4.5	8
radiation	4	4	4	4	4
diffraction	4	4	4	4	4
mouvements et dérive	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5

Barge de Pinkster 60 facettes sur la moitié, h = 50 m

	AQUADYN			AQUADYN 2.1 toutes périodes	
	T = 6s	T = 10s	T = 15s	Interp. lin.	Interp. d ^o 4
termes en 1/R (1ère période seulement)	2.6	2.6	2.6	3.2	3.2
termes f(T)	1221	575	383	11.5	15.5
radiation	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
diffraction	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5
mouvements et dérive	2	2	2	2	2

On remarque, pour le code AQUADYN 2.1., qu'en profondeur infinie, les temps de calcul des coefficients d'influence dépendant de la période sont du même ordre de grandeur que ceux des termes en milieu infini (dépendant de $1/R$) et environ 4 fois plus longs en profondeur finie. Dans tous les cas, les temps de résolution des systèmes linéaires deviennent importants, et même prépondérants pour des discrétisations plus fines.

V - RESOLUTION DES SYSTEMES LINEAIRES :

Pour diminuer encore les temps de calcul, il faut minimiser les temps de résolution des systèmes linéaires.

Des résultats ont déjà été obtenus avec une distribution de sources seules, ce qui permet de ne résoudre qu'un seul système avec plusieurs seconds membres (radiation et plusieurs angles d'incidence en diffraction). On divise alors le temps de calcul total pour une résolution complète par un facteur supérieur à 2.

On peut par ailleurs diminuer le temps de résolution des systèmes linéaires en utilisant la méthode itérative du gradient bi-conjugué (G.B.C.) en complexe [10] programmée par P. Queutey.

Cette méthode peut s'avérer intéressante pour les gros systèmes linéaires bien qu'elle ne se prête pas au traitement simultané de plusieurs seconds membres.

Le tableau ci-dessous donne les temps de calcul obtenus par cette méthode et par la méthode directe de triangularisation de Gauss dans le cas du caisson D.N.V. avec une symétrie pour la résolution des problèmes de radiation et de diffraction par le code AQUADYN 2.1.

Temps de calcul en secondes sur VAX 8700

Nombre de facettes sur la moitié		150	96	54	24
Problème de radiation(*)	Gauss	13.5	3.9	1.1	0.2
	G. B. C.	11.6	5.2	1.9	0.5
Problème de diffraction(**)	Gauss	22.2	7.4	2.1	0.4
	G. B. C.	15.3	6.3	2.0	0.5

* 2 systèmes à 3 seconds membres.

** 2 systèmes à 1 second membre.

Le nombre d'itérations nécessaires pour assurer la convergence de la méthode du gradient bi-conjugué est dans ces cas de l'ordre de 10 en moyenne.

On doit cependant noter que pour certains corps (carène type Série 60) le nombre moyen d'itérations peut croître jusqu'à 30, ce qui diminue considérablement le champ d'application de la méthode.

VI - CONCLUSION :

La technique de tabulation de la fonction de Green du problème de diffraction-radiation permet de diminuer considérablement le temps de calcul des coefficients d'influence. La comparaison des résultats du programme avec interpolation linéaire avec ceux des programmes initiaux montrent un bon accord entre les résultats à discrétisation égale pour les cas usuels, certains cas exceptionnels pouvant nécessiter une plus grande précision dans l'interpolation, ce qui peut être réalisé aisément à l'aide des polynômes de Lagrange de degré 4 sans augmenter la taille des fichiers des fonctions tabulées. Ces programmes permettent surtout de raffiner la discrétisation tout en diminuant les temps de calcul, ce qui améliore la qualité des résultats et permet de faire plus aisément des études de convergence en fonction des maillages.

Les programmes ainsi réalisés semblent compétitifs avec ceux utilisant un ensemble de formules analytiques, chacune valable dans une partie du domaine de calcul [3] [4], d'autant plus que nos programmes ont été écrits sans tenir compte de la symétrie des fonctions de Green ($G(M, M') = G(M', M)$). Ceci devrait permettre ultérieurement de diviser par 2 le nombre d'interpolations dans les tables, au prix d'une plus grande complexité informatique du programme correspondant.

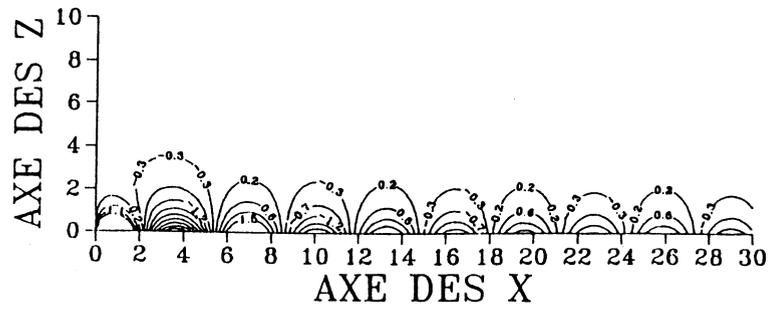
Les développements futurs porteront donc sur l'optimisation du calcul de la fonction de Green et sur la recherche d'algorithmes de résolution de systèmes linéaires adaptés au problème.

VII - BIBLIOGRAPHIE :

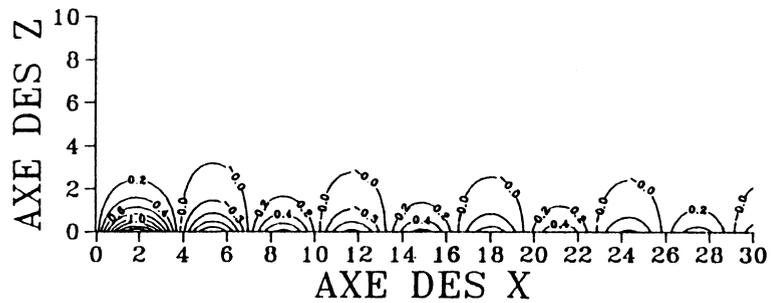
- [1] J.C. LEBRETON, A. MARGNAC
Calcul des mouvements d'un navire ou d'une plate-forme amarrée dans la houle.
La Houille Blanche, Vol. 23, pp. 379-389 (1968).
- [2] J.N. NEWMAN
The evaluation of free-surface Green functions
Fourth International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics
Washington September 1985.
- [3] F.T. KORSMEYER, C-H. LEE, J.N. NEWMAN, P.D. SCLAVOUNOS
The Analysis of wave effects on tension-leg platforms
OMAE 88 Conference Houston February 1988.
- [4] F. NOBLESSE
The Green Function in the Theory of Radiation and Diffraction of Regular Water Waves by a Body
J. Eng. Maths. 16, pp 137-69, 1982.

- [5] P. GUEVEL, J.C. DAUBISSE, G. DELHOMMEAU
AQUADYN - Code de calcul de diffraction-radiation
L.H.N. - E.N.S.M. Nantes, 1981.
- [6] J.C. DAUBISSE
Some results on approximation by exponential series applied
to hydrodynamic problems
Third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics,
Paris, June 1981.
- [7] J.C. DAUBISSE
Sur quelques méthodes numériques spécifiques de l'hydrodynamique
navale.
Thèse de Doctorat ès Sciences E.N.S.M. Nantes, Juillet 1984.
- [8] G. DELHOMMEAU
Les Problèmes de Diffraction-Radiation et de Résistance de
Vagues : Etude théorique et résolution numérique par la
méthode des singularités.
Thèse de Doctorat ès Sciences E.N.S.M. Nantes, Juillet 1987.
- [9] P. GUEVEL
Corps solide animé d'un mouvement quelconque en fluide illimité.
Cours de la S.S.H.N.A., E.N.S.M. Nantes, 1976.
- [10] ZORAN MIKIC', EDWARD C. MORSE
The Use of Preconditioned Bi-Conjugate Gradient Method for
Hybrid Plasma Stability Analysis.
Journal of Computational Physics, pp. 154-185, Vol.61, Number 1,
October 1985.

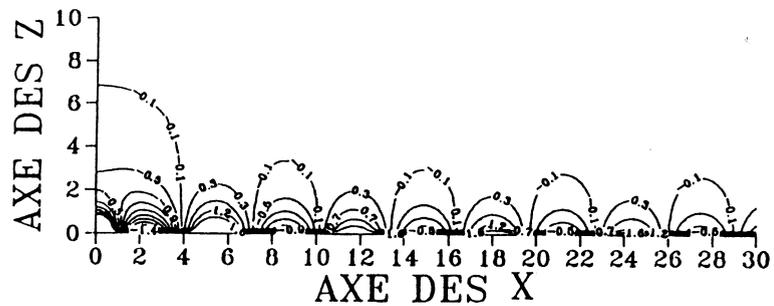
FONCTION D1



FONCTION D2



FONCTION Z1



FONCTION Z2

