

2èmes JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

13 au 15 Février 1989 - Nantes

---

**SIMULATION NUMERIQUE PAR ELEMENTS FINIS  
DE L'ECOULEMENT TURBULENT AUTOUR D'UN OUTIL DE FORAGE**

Communication proposée pour les Deuxièmes Journées de l'Hydrodynamique

**C.Bratu**  
Institut Français du Pétrole  
B.P. 311  
92506 Rueil-Malmaison

**O.Daubert**  
Laboratoire National d'Hydraulique  
B.P. 49  
78401 Chatou

**I.King**  
PRINCIPIA-I.F.P.  
B.P. 311  
92506 Rueil-Malmaison

**RESUME :**

L'objectif de cette publication est de présenter un code numérique capable de simuler correctement l'écoulement complexe existant autour d'un outil de forage; ce code utilise une méthode d'éléments finis. Il résout les équations de Navier Stokes tridimensionnelles turbulentes pour des fluides newtoniens incompressibles. Une validation a été entreprise sur une configuration d'outil ayant déjà fait l'objet d'essais expérimentaux; les résultats obtenus avec divers modèles turbulents implantés dans le code sont présentés ici. Etant donnée la similitude entre l'écoulement "numérique" et celui prédit par les expérimentations, ce logiciel sera utilisé pour comprendre, quantifier et donc aussi améliorer l'hydraulique des outils afin de réduire les coûts de forage. Quelques tests numériques pour divers débits et orientations de jets en sortie de duse ont déjà été réalisés.

**SUMMARY :**

The aim of this paper is to present a software able to simulate correctly the complex flow existing around a drilling bit; this finite element code solves the three dimensional turbulent Navier Stokes equations for incompressible newtonian fluids. A validation has been done on a bit which has already been used for experimentations; results obtained with several turbulent models developed in the code are presented here. Due to the similarity between the numerical flow and the flow predicted by experimentations, this software will be used to understand, quantify and then improve bits hydraulic design in order to reduce the drilling costs. Several flow rates and jet orientations at the inlet have already been computed.

## INTRODUCTION :

Dans le cadre du projet ARTEP (Association de Recherche sur les Techniques d'Exploitation du Pétrole regroupant les sociétés: CFP/TOTAL, ELF et l'IFP) sur l'hydraulique de forage, un programme de modélisation de l'écoulement autour des outils a été lancé.

L'objectif principal d'une telle étude est d'optimiser les paramètres favorisant la circulation du fluide de forage afin d'assurer un nettoyage complet et continu de toutes les parties de l'outil, et ce pour éviter le phénomène de bourrage et d'élévation de température qui aurait des conséquences néfastes sur la durée de vie de l'outil et le bon déroulement des opérations au fond d'un puits.

L'écoulement du fluide de forage dans un domaine marqué par la complexité géométrique de l'outil ne peut être analysé efficacement que par une double approche:

- . essais sur le banc hydraulique.
- . simulation par un modèle numérique d'écoulement.

En effet, les deux méthodes sont complémentaires, car les essais sur banc nécessitent la mise en oeuvre de moyens importants tandis que la simulation de l'écoulement bénéficie d'une souplesse facilitant les modifications de l'outil et par conséquent l'accès à l'optimisation hydraulique. D'autre part les résultats obtenus sur banc d'essais constituent le seul moyen de validation du modèle de simulation.

La première phase du projet a été consacrée à l'analyse des divers modèles de simulation disponibles en tenant compte des critères suivants :

- . adéquation du modèle avec le caractère particulier de l'outil de forage ; i.e., écoulement turbulent d'un fluide visqueux dans un domaine confiné à géométrie complexe, présence des duses, lames et canaux produisant des phénomènes locaux marqués (tourbillons, courant de retour, etc...),
- . couplage du programme de simulation avec un mailleur compatible,
- . qualité des résultats (fiabilité, stabilité) à des coûts raisonnables (temps de calcul) et cela sans recourir à des adaptations du programme de simulation nécessitant des délais et investissements excessifs.

C'est ainsi qu'une analyse de faisabilité a été effectuée au sein même de l'IFP sur le code aux différences finies KIVA développé pour les écoulements turbulents de fluides compressibles. Les diverses modifications à apporter pour le cas de l'outil de forage étant trop importantes et les délais étant trop courts nous nous sommes tournés vers un autre code mieux adapté à notre problème : N3S code aux éléments finis développé par plusieurs départements de EDF-DER parmi lesquels figure le LNH qui a aujourd'hui la responsabilité de ce projet. Ce code a été conçu pour traiter des écoulements incompressibles dans des géométries complexes.

La seconde phase a consisté, grâce à la collaboration entre l'IFP et le LNH, à tester le modèle numérique N3S sur une configuration particulière d'outil de forage ayant fait l'objet d'une campagne d'essais sur banc ( outil STRATABIT PD11, CFP/TOTAL ).

Des études similaires ont déjà été réalisées par un constructeur américain d'outils de forage: Smith Tool corporation. Mais les résultats obtenus numériquement avec un code Navier Stokes 3-D incompressible de type différences finies ne permettent pas de décrire très précisément l'hydraulique de l'outil du fait des contraintes imposées au maillage par la discrétisation choisie[1].

## DESCRIPTION DU CODE :

N3S est un code de simulation qui a été développé à l'origine pour les calculs de thermohydraulique des réacteurs nucléaires. Mais il peut aussi être utilisé pour d'autres types d'écoulements incompressibles turbulents avec transferts de chaleur ou isothermes comme par exemple ceux rencontrés en aérodynamique [2] ou dans des écoulements turbulents internes [3].

### 1-Préprocesseur

Le préprocesseur du code est le système IDEAS commercialisé par SDRC et composé de deux logiciels assez puissants: GEOMOD pour la partie modélisation géométrique de volumes complexes et SUPERTAB pour le maillage.

### 2-Etape de résolution

#### *Equations de base*

Le code N3S résout les équations de Navier Stokes incompressibles et moyennées (pour modéliser la turbulence) avec un terme source dû à la gravité (approximation de Boussinesq):

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot [(\nu + \nu_t) \nabla \mathbf{u}] + \frac{\delta \rho}{\rho} \mathbf{g}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

où  $\mathbf{u}$  désigne la vitesse moyenne,  $p$  la pression,

$\mathbf{g}$  la gravité,  $\rho$  la densité,

$\delta \rho$  la variation de densité due à l'accroissement de température locale

$\nu$  la viscosité cinématique moléculaire,  $\nu_t$  la viscosité turbulente

ces équations peuvent être couplées avec l'équation de l'énergie moyennée:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot [(\lambda + \lambda_t) \nabla T] + \Phi$$

où  $\lambda$  est la diffusivité thermique moléculaire,  $\lambda_t$  la diffusivité turbulente

$T$  la température,  $\Phi$  un terme source.

#### *modèles de turbulence*

Trois modèles sont implantés dans N3S:

- k-epsilon (modèle à deux équations permettant de prendre en compte les effets de transport fondamentaux dans les mécanismes de la turbulence)
- longueur de mélange (la viscosité est reliée au gradient de vitesse local)
- viscosité turbulente constante (en fait un apport constant en viscosité représente la turbulence dans les équations du modèle laminaire)

Le modèle le plus utilisé reste néanmoins le modèle k-epsilon où la viscosité turbulente calculée en chaque point de l'écoulement est reliée à l'énergie turbulente  $k$  et à son taux de dissipation  $\epsilon$  par:

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

$k$  et  $\varepsilon$  sont alors donnés par deux équations de type convection diffusion:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) k = \nabla \cdot \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \vec{P} \cdot \varepsilon + G$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \varepsilon = \nabla \cdot \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \left[ c_{\varepsilon 1} \vec{P} - c_{\varepsilon 2} \varepsilon + c_{\varepsilon 3} (1 - c_{\varepsilon 3}) G \right] \frac{\varepsilon}{k}$$

$$\text{avec } \vec{P} = \nu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$$

terme source dû aux contraintes de cisaillement

$$G = \beta \lambda_t \vec{g} \cdot \vec{\nabla} T \text{ terme de production induit par les gradients de température}$$

où  $\beta$  est le coefficient de dilatation du fluide

$$\text{et } \lambda_t = \frac{\nu_t}{\sigma_T}$$

et où les constantes ont les valeurs standards suivantes:

$$\sigma_k = 1.00 \quad \sigma_\varepsilon = 1.30 \quad \sigma_T = 1.3$$

$$c_\mu = 0.09 \quad c_{\mu T} = 0.09$$

$$c_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad c_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad c_{\varepsilon 3} = 0 \text{ si } G \geq 0 \\ = 1 \text{ si } G \leq 0$$

Cette modélisation de la turbulence est complétée par des conditions limites aux parois de type "lois de parois". Les conditions aux limites d'adhérence ne peuvent pas être utilisées du fait de la très petite taille de la sous couche visqueuse comparée à celle du maillage. C'est pourquoi on suppose que la frontière du domaine de calcul se trouve à une certaine distance  $y$  de la paroi où la vitesse obéit à un profil logarithmique, tel que:

$$\frac{\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \text{Log} \left( \frac{y u_*}{\nu} \right) + \text{Cte}$$

où  $\boldsymbol{\tau}$  est le vecteur unitaire tangent à la paroi.

$u_*$  la vitesse de frottement à la paroi.

$y$  est la distance à la paroi telle que:

$$y^+ = \frac{y u_*}{\nu} \text{ soit compris entre 30 et 100.}$$

Cette loi est utilisée en fait à chaque pas de temps pour calculer la vitesse de frottement à partir de la vitesse du pas de temps précédent, les conditions aux limites pour le pas de temps en cours sont alors l'imperméabilité et la contrainte tangentielle de frottement:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$\nu_e \frac{\partial}{\partial n} (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) = -u_*^2$$

où  $\mathbf{n}$  est la normale unitaire extérieure à la paroi.

Les conditions limites associées pour  $k$  et  $\epsilon$  sont déduites d'une hypothèse d'équilibre local entre la production  $P$  et la dissipation  $\epsilon$  près de la paroi:

$$k_{\text{paroi}} = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_\mu}} \quad \epsilon_{\text{paroi}} = \frac{u_*^3}{\kappa y}$$

où  $\kappa$  est la constante de Karman

### algorithme de résolution

Il repose sur une discrétisation des équations en temps basée sur la méthode des pas fractionnaires et une formulation en éléments finis en espace à chaque pas de temps.

Cela permet de traiter séparément les termes non linéaires de convection, la partie diffusion des diverses quantités scalaires et le problème de Stokes, et donc de choisir pour chaque partie la méthode numérique la mieux adaptée.

Ainsi pour passer du pas de temps  $t^n$  au pas de temps  $t^{n+1}$ , 3 étapes sont nécessaires:

1ère étape: convection des quantités  $u, T, k, \epsilon$  par le champ de vitesse calculé au pas de temps précédent

$$\frac{\bar{c} - c^n}{\Delta t} + u_i^n \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = s_c$$

avec  $c = u, T, k, \epsilon$

Cette étape est résolue par la méthode des caractéristiques décrite en [4] et [5]; les caractéristiques sont remontées dans le temps, éléments par éléments et des interpolations sont effectuées à leurs pieds au moyen des fonctions de base éléments finis. Cette méthode est inconditionnellement stable si il n'y a pas de terme source. Sinon un traitement semi implicite de ces termes est utilisé pour améliorer la stabilité du schéma.

2nde étape: diffusion des quantités scalaires  $T, k, \epsilon$

$$\frac{c^{n+1} - \bar{c}}{\Delta t} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ K_c \frac{\partial c^{n+1}}{\partial x_i} \right] = \Sigma_c$$

Cette étape utilise une discrétisation éléments finis classique qui conduit à un système linéaire symétrique. Ce système est alors résolu par une méthode de gradient conjugué préconditionné par une factorisation de Cholesky incomplète. Cette méthode est la plus rapide pour de grandes matrices éléments finis creuses.

3ème étape: problème de Stokes

$$\frac{u_i^{n+1} - \bar{u}_i}{\Delta t} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (v + v_t)^n \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{\delta \rho}{\rho} g_i$$

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0$$

Cette étape est résolue par un algorithme itératif de type Uzawa couplé ( car les conditions limites aux parois prises en compte dans la matrice du système couplent les composantes de la vitesse ), préconditionné et qui peut être interprété comme un algorithme de gradient conjugué appliqué au problème équivalent en pression [6]. Cette méthode est très robuste et l'utilisation de bons préconditionneurs permet dans la plupart des cas d'obtenir une convergence en un nombre relativement peu élevé d'itérations.

La discrétisation en espace utilise les éléments finis satisfaisant la condition inf-sup (L.B.B.) qui assure l'existence et l'unicité de la solution du problème de Stokes. Ainsi en dimension 3 les éléments disponibles sont de type tétraèdres P1-P2 ou P1-isoP2 et hexaèdres Q1-Q2 avec discrétisation continue de la pression d'un élément à un autre.

### 3-Postprocesseur:

Le postprocesseur utilisé GRAFN3S a été développé à EDF spécialement pour des applications du type éléments finis en mécanique des fluides.

Le code N3S a été validé sur une gamme assez étendue d'écoulements tels que ceux rencontrés autour d'un véhicule[2] ou dans le collecteur froid d'un réacteur à neutrons rapides[3]; nous allons montrer ici comment il se comporte dans le cas particulier de l'hydraulique de forage.

## APPLICATION A L'OUTIL DE FORAGE

Un outil ayant déjà fait l'objet de tests expérimentaux chez CFP/TOTAL a été choisi pour les simulations numériques: il comporte 3 lames et 3 duses (dont 1 est verticale et les 2 autres inclinées, voir figure 1).

Le fluide de forage sort de l'outil par les duses (i.e., trous circulaires) puis il nettoie et refroidit les parties actives de l'outil avant d'entraîner sur son passage les déblais vers la sortie du puits.

Afin de simplifier le problème dans un premier temps, certaines hypothèses ont été faites:

- le fluide de forage est supposé être de l'eau (même hypothèse que pour les expérimentations).
- les diamants situés sur les lames et qui coupent la roche lors d'un forage ont été négligés afin de limiter le nombre d'éléments pour obtenir un maillage assez raffiné et pas trop important.
- seule la partie significative de l'outil est gardée pour le maillage (les expérimentations ont mis en évidence une stabilisation de l'écoulement à partir d'une certaine distance du haut de l'outil).
- l'écoulement est 3-D, isotherme, instationnaire, sans forces volumiques et au repos à l'état initial.
- l'outil est en position fixe (les expérimentations ont montré que la rotation n'avait pas d'influence sur cet outil particulier).

Le maillage est situé entre l'outil et une boîte cylindrique représentant le fond du puits de forage. L'outil est montré tête en haut pour satisfaire aux conventions des Pétroliers.

*description du maillage:* (voir figure 2)

le maillage contient :

11478 tétraèdres P1-P2

18778 noeuds de vitesse ( 12500 noeuds intérieurs et 6278 noeuds de bord )

2866 noeuds de pression

### 1-calculs :

3 modèles de turbulence ont été testés sur cet outil :

- viscosité turbulente constante[7], (version 1.3 du code N3S)
- k-epsilon[8], (version 2.0)
- longueur de mélange, (version 2.0)

Pour le calcul à viscosité constante on a imposé une viscosité globale ( $\mu = 1.9042 \text{ kg/ms}$  soit  $Re = 1000$ ), pour les calculs en k-epsilon et en longueur de mélange la viscosité de l'eau a été utilisée.

*conditions aux limites pour la vitesse:*

- . sur les parois
  - pour les modèles k-epsilon et longueur de mélange: condition de frottement du type loi log.
  - pour le cas à viscosité constante: adhérence.
- . sur chaque duse
  - pour les 3 cas, un profil de vitesse constant est donné comme condition limite d'entrée.
- . en sortie
  - pour les 3 cas, l'écoulement devant être parallèle aux parois de l'outil, les composantes tangentielles de la vitesse sont nulles et la contrainte normale est fixée à une valeur nulle.

*conditions aux limites pour k et epsilon (uniquement pour le modèle k-epsilon):*

- . sur les parois
  - k et  $\epsilon$  sont définis à partir de la vitesse de frottement à la paroi qui est calculée par la loi log (voir § "modèles de turbulence").
- . sur chaque duse
  - un profil constant en k et epsilon est donné.

*temps de calcul:*

- . pour k-epsilon: 202 pas de temps ( pas de temps  $8.10^{-4} \text{ s}$  )  
 temps total cpu sur un CRAY-XMP = 4 heures,  
 durée moyenne d'un pas de temps à la convergence = 56s  
 ( soit 2.98s pour 1000 noeuds par pas de temps )
- . pour la viscosité constante: 40 pas de temps ( pas de temps  $8.10^{-4} \text{ s}$  )  
 temps total cpu sur un CRAY-XMP = 20min,  
 durée moyenne d'un pas de temps à la convergence = 24s  
 ( soit 1.35s pour 1000 noeuds par pas de temps )

*mémoire de calcul:*

- . pour le k-epsilon: 4.5 Méga-mots
- . pour la viscosité constante: 2.2 Méga-mots
- . pour la longueur de mélange: 2.89 Méga-mots

## 2-Résultats numériques:

Une première approche du problème a été faite avec une modélisation de la turbulence de type viscosité constante qui est la moins coûteuse en temps calcul mais cependant cohérente avec la réalité. Les résultats obtenus sont très proches de ceux provenant des essais expérimentaux malgré les simplifications adoptées pour l'outil modélisé.

Voici un aperçu de l'écoulement mis en évidence lors de la simulation:

Le fluide issu de chaque duse, en heurtant le fond du puits, se divise en plusieurs parties:

- l'une va directement vers le canal latéral de sortie en longeant les parois et en entraînant sur son passage du fluide en recirculation (voir figures 3, 4).
- une autre se dirige vers le centre de l'outil où elle se mêle aux courants engendrés par les 2 autres duses (voir figures 3, 4).

- enfin les 2 dernières se dirigent chacune vers une des lames entourant la duse concernée, y engendrent un tourbillon puis la longent jusqu'au bord de l'outil où elles seront déviées du fait de la présence des parois du puits; cela oblige les 2 courants à se rencontrer puis à se séparer en une partie qui recircule vers la duse et une autre qui rejoint la sortie (voir figures 5, 6).

Ainsi entre les cas numérique et expérimental on retrouve:

- les tourbillons (macro-structures) développés au niveau des lames et dans la zone centrale (où à lieu la rencontre des canaux).
- les courants de retour vers les duses, les zones de rencontre des divers courants, les points de faible débit...
- la différence observée entre les écoulements à la sortie de la duse verticale et celles inclinées et leur influences respectives sur les lames; et donc le manque d'efficacité de la duse verticale.

Du point de vue quantitatif, la distribution des vitesses mesurées sur le banc d'essais se retrouve globalement à travers la simulation.

A la vue de ces premiers résultats, le code N3S semble tout à fait apte à décrire convenablement le fonctionnement hydraulique de l'outil choisi. Il a donc été décidé de poursuivre les travaux avec le modèle de turbulence le plus complet, k-epsilon, pour voir son apport à la simulation.

Compte tenu des résultats expérimentaux existants (les moyens utilisés jusqu'à présent pour faire les mesures ne permettent pas d'obtenir une bonne description quantitative de l'écoulement, une étude de vélocimétrie Laser est d'ailleurs envisagée pour l'avenir) et étant données les contraintes d'utilisation, on a constaté que le modèle k-epsilon n'est pas forcément le plus adéquat. En effet, l'allure globale de l'écoulement est similaire à celle du modèle précédent (voir figures 3 à 6), les seuls changements observés sont très locaux et dûs soit aux conditions aux limites non compatibles (adhérence dans le cas de la viscosité constante, loi de frottement en k-epsilon, voir figure 7) soit au fait que dans certaines zones (par exemple sur les lames) la viscosité turbulente calculée en k-epsilon est beaucoup plus faible que celle imposée partout dans l'autre calcul.

Pour être tout à fait complet un calcul a été envisagé avec l'approximation de type longueur de mélange, intermédiaire en niveau de complexité entre les deux précédentes approximations. Mais le calcul n'est pas suffisamment avancé pour montrer ici les premiers résultats.

Par ailleurs une étude de l'efficacité de diverses configurations de duses a été entreprise. En voici les premiers résultats: à débit constant, pour la forme modélisée de l'outil une configuration avec des duses inclinées azimuthalement semblerait permettre un meilleur nettoyage des lames. De même, une variation de débit n'apporte dans l'écoulement que quelques changements du point de vue quantitatif.

## REFERENCES:

- [1] R.CROUSE, R.CHIA  
 " Optimization of PDC bit hydraulics by fluid simulation"  
 60th annual technical conference of SPE, sept 1985, ref 14221



- [2] J.P.CHABARD, P.LALANNE  
" Application of the N3S finite element code to vehicle aerodynamics computations"  
rapport EDF, ref HE-41/88-26, 1988
- [3] O.DAUBERT  
" Projet N3S: Film d'animation de résultats 1988"  
rapport EDF, ref HE-41/88-14, 1988
- [4] J.P.BENQUE, B.IBLER, A.KERAMSI, G.LABADIE  
" A new finite element method for Navier-Stokes equations coupled with a temperature equation"  
4th International Symposium on Finite Element Flow Problems  
North Hollands, 1982
- [5] O.PIRONNEAU  
" Méthodes d'éléments finis pour les fluides"  
Masson, 1988
- [6] J.CAHOUET, J.P.CHABARD  
" Some fast finite element solvers for the generalized Stokes problem"  
Int. J. Num. Meth. Fluids, vol 8, 1988
- [7] C.BRATU, I.KING  
" Simulation hydraulique de l'outil de forage, comparaison avec les essais expérimentaux"  
rapport ARTEP confidentiel, ref IFP36015, Mars 1988
- [8] C.BRATU, I.KING  
" Simulation hydraulique de l'outil de forage, validation du modèle de simulation,  
influence de l'orientation des duses et de leur débit sur l'efficacité hydraulique de l'outil"  
rapport ARTEP confidentiel, ref IFP36387, Août 1988

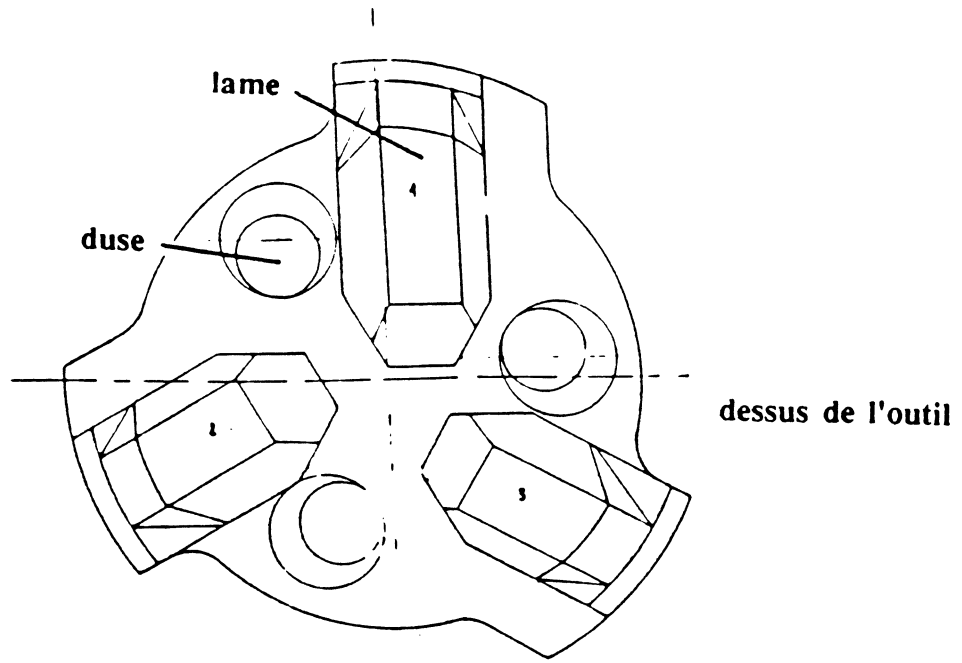
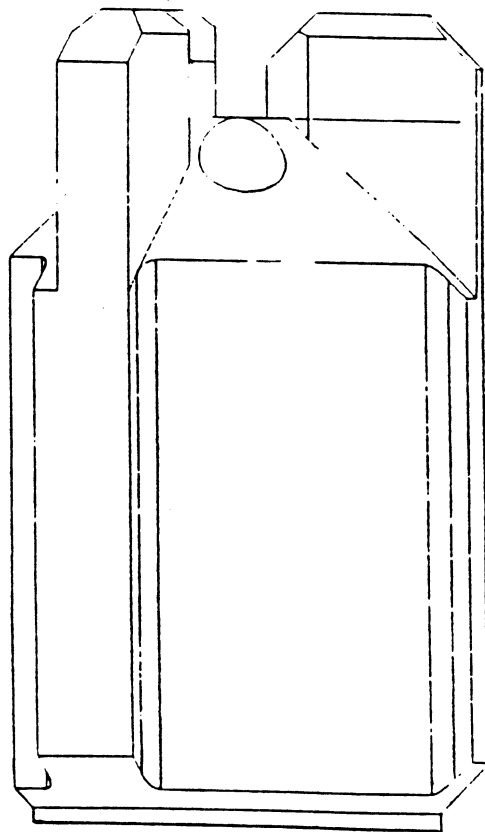


Figure 1: vue 3D de l'outil modélisé



profil

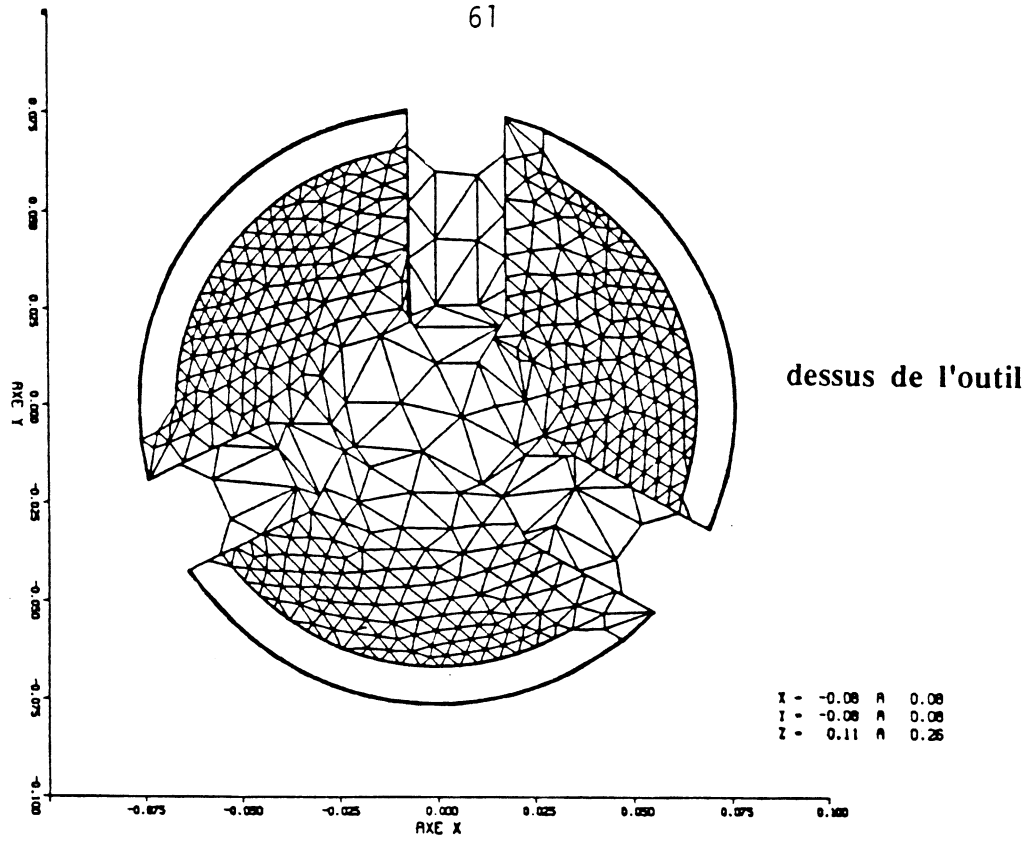
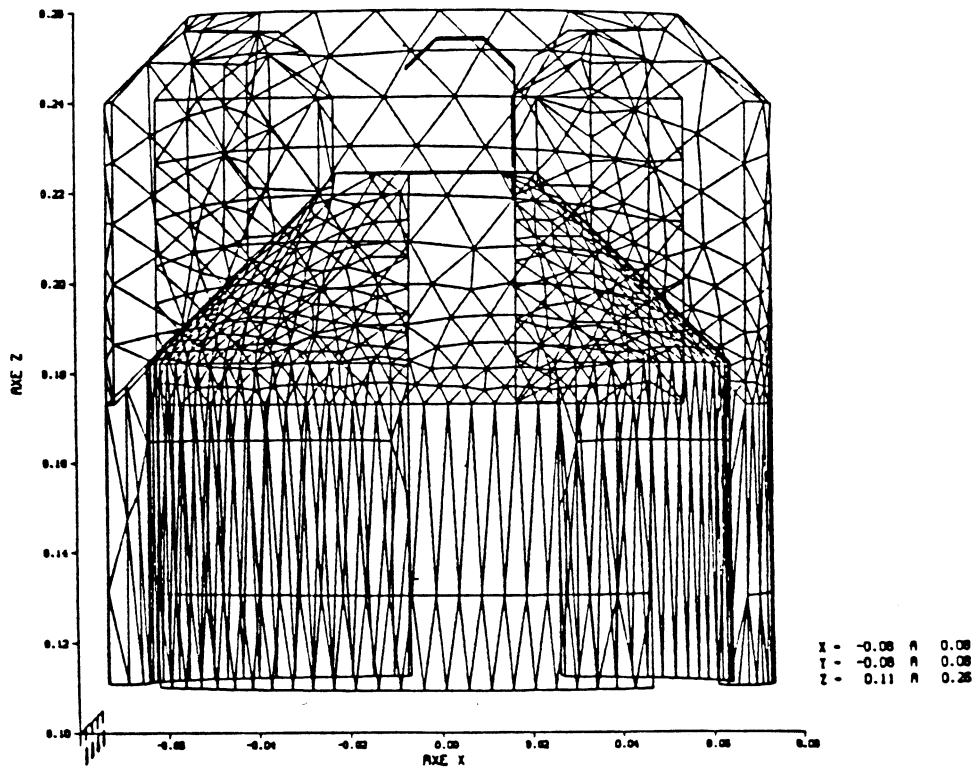


Figure 2: vue 3D du maillage éléments finis sur les bords



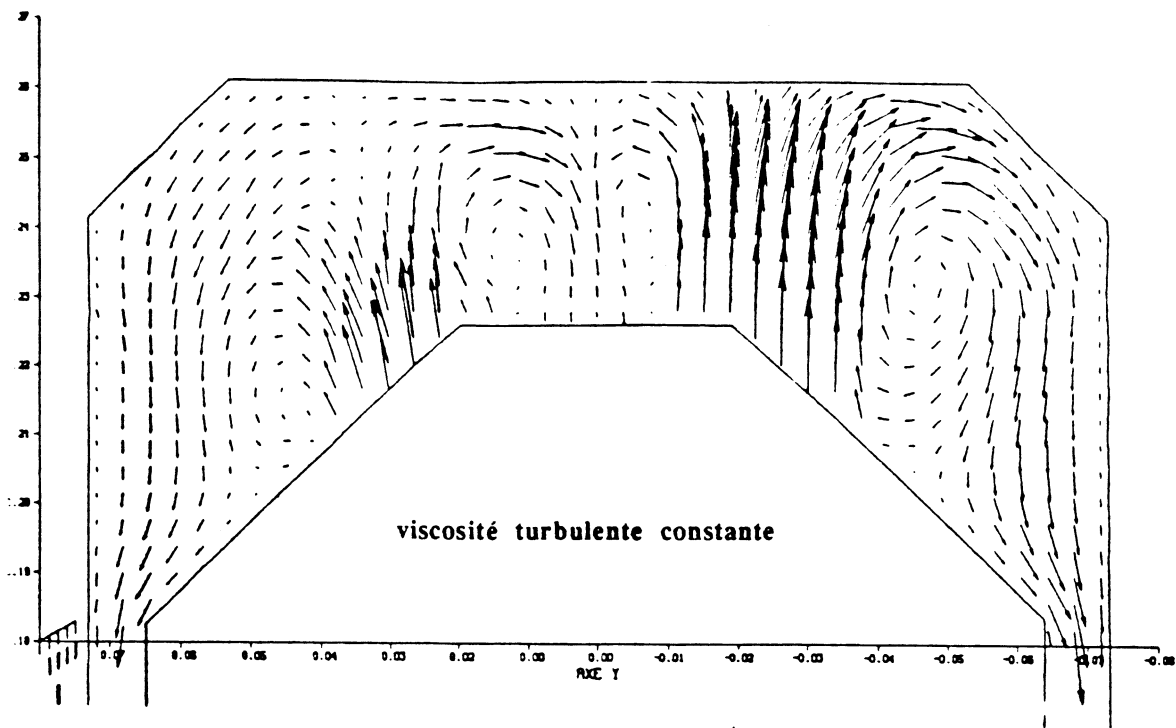
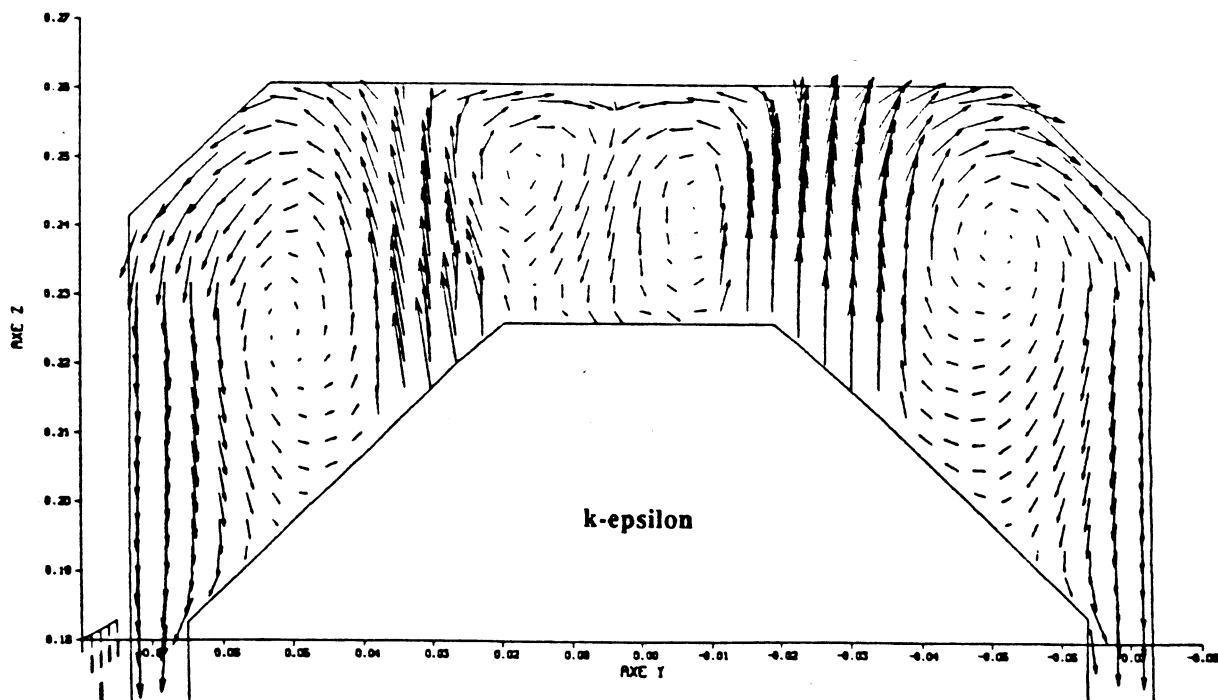
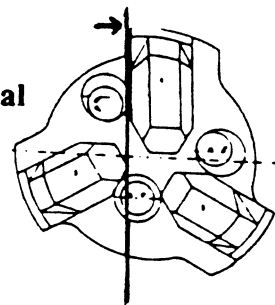
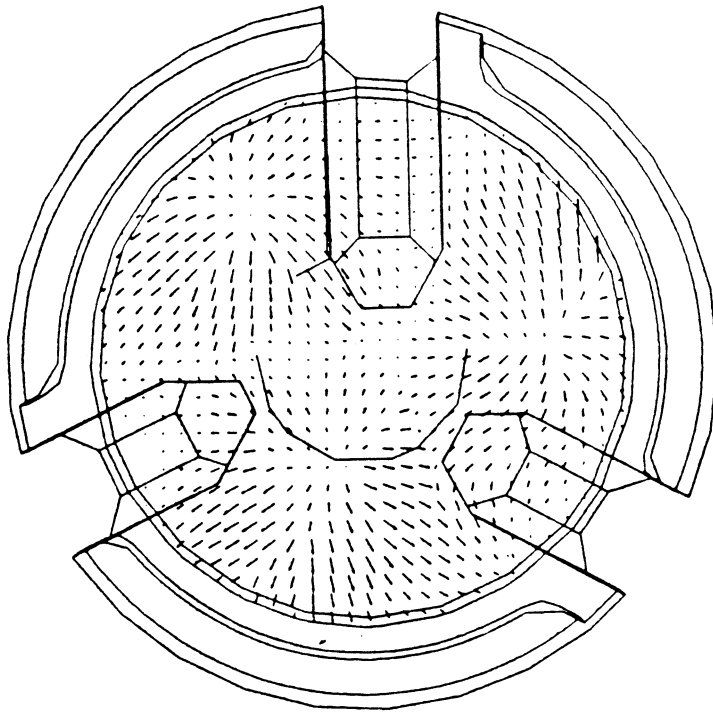


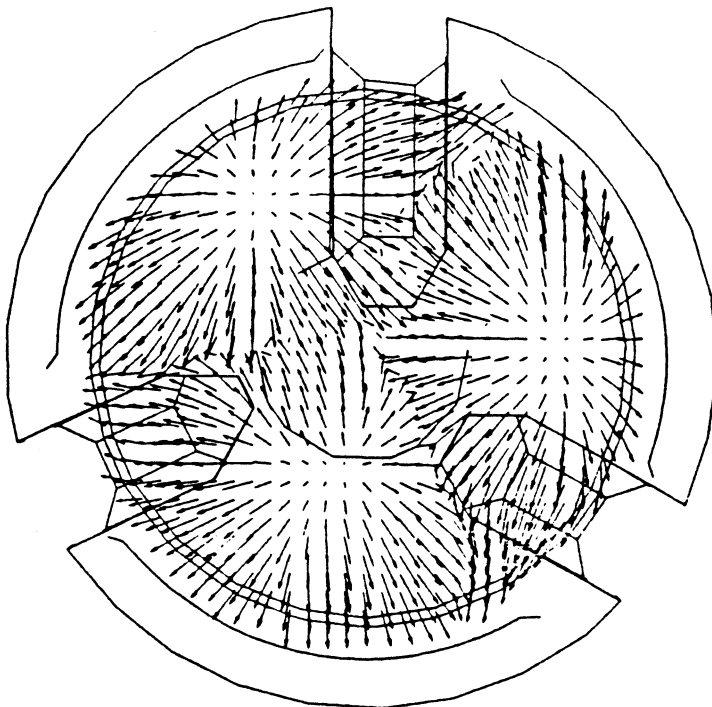
Figure 3: écoulement autour de l'outil dans un plan vertical





viscosité turbulente constante

Figure 4: écoulement dans un plan horizontal passant au dessus des lames de l'outil



k-epsilon

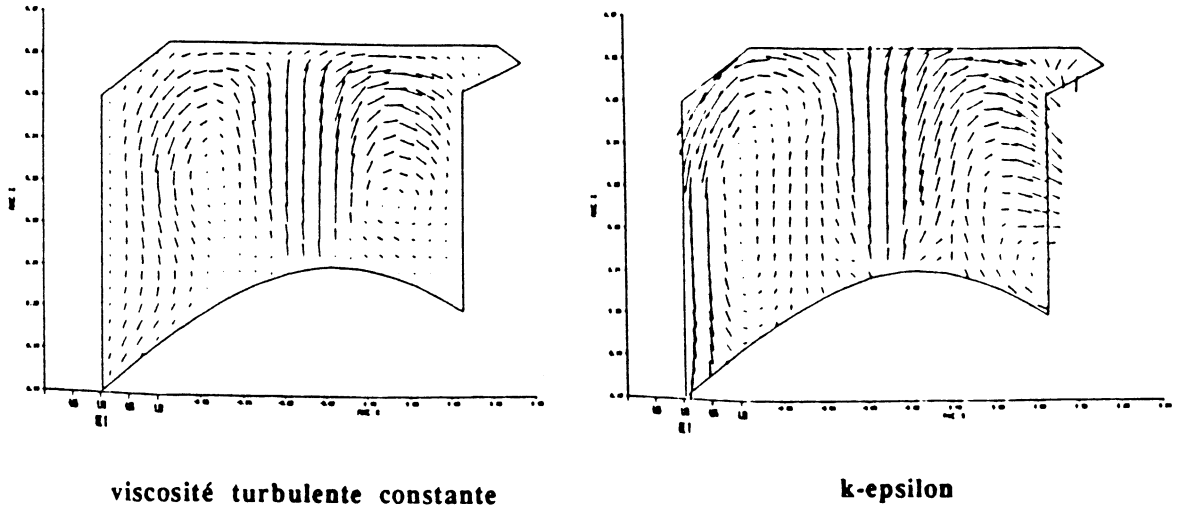
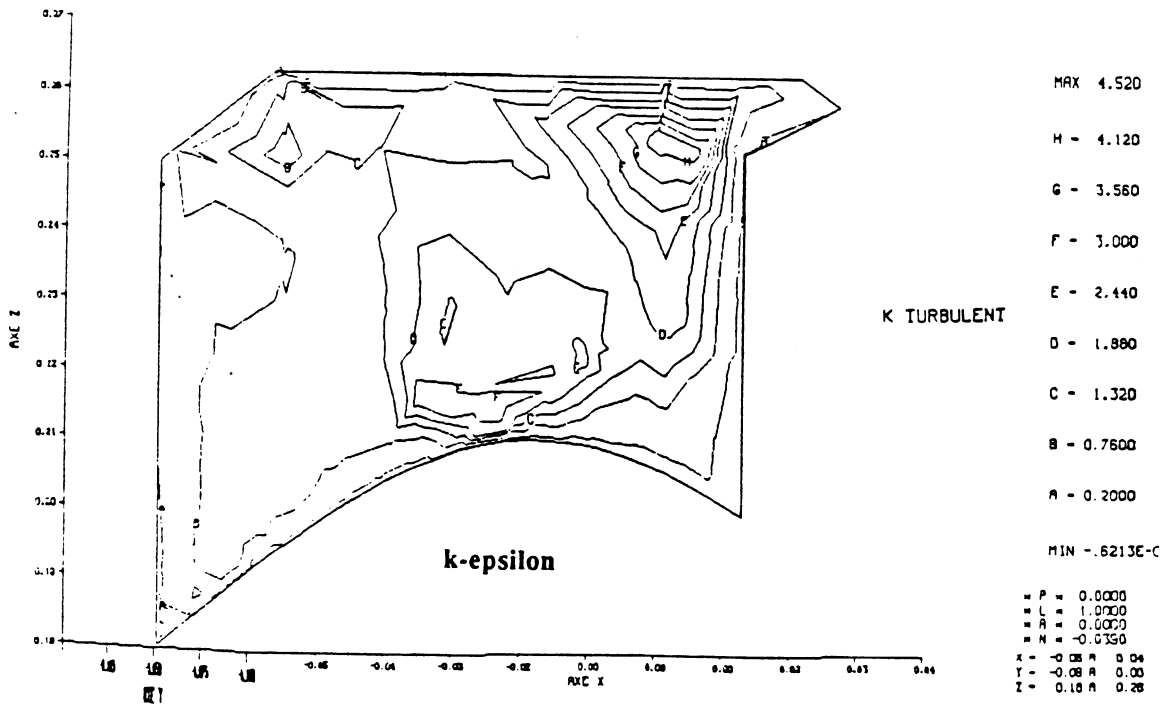
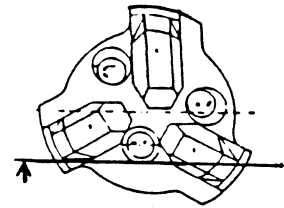


Figure 5: champ des vitesses et répartition de l'énergie cinétique turbulente dans un plan vertical



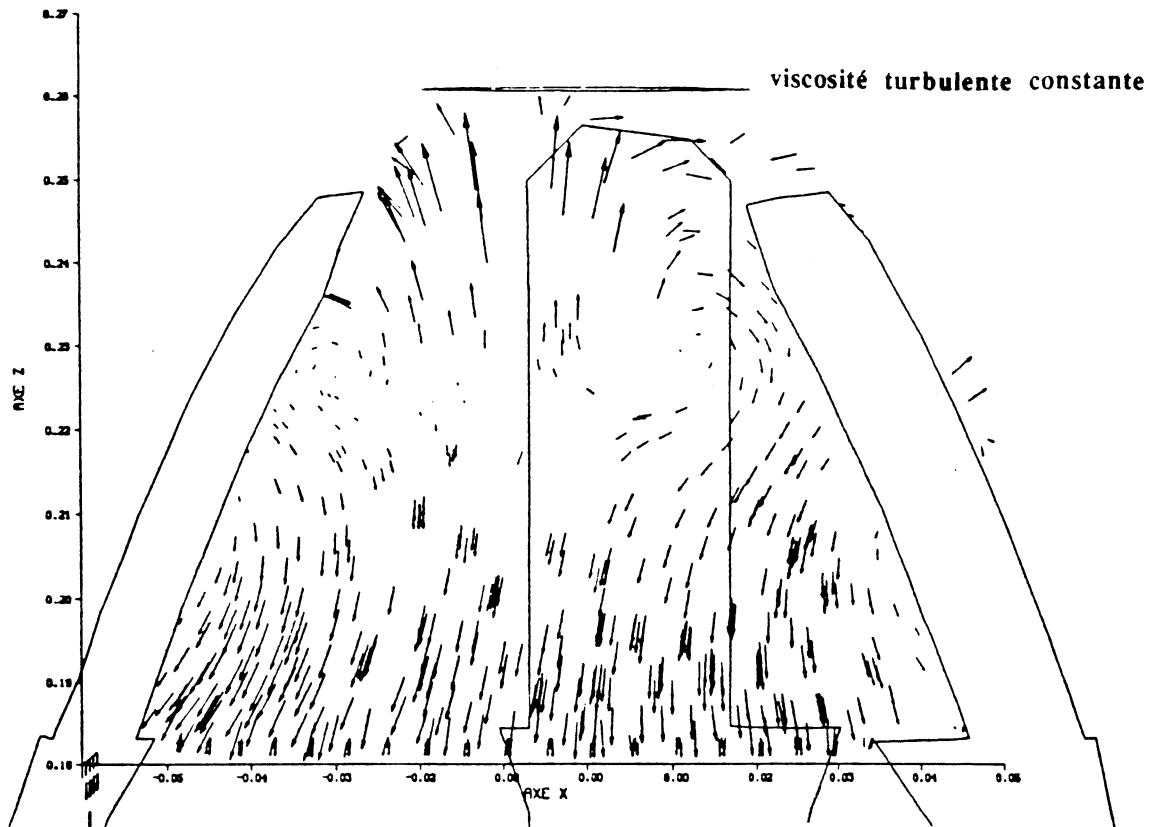


Figure 6: écoulement sur un cône recouvrant le dessus de l'outil

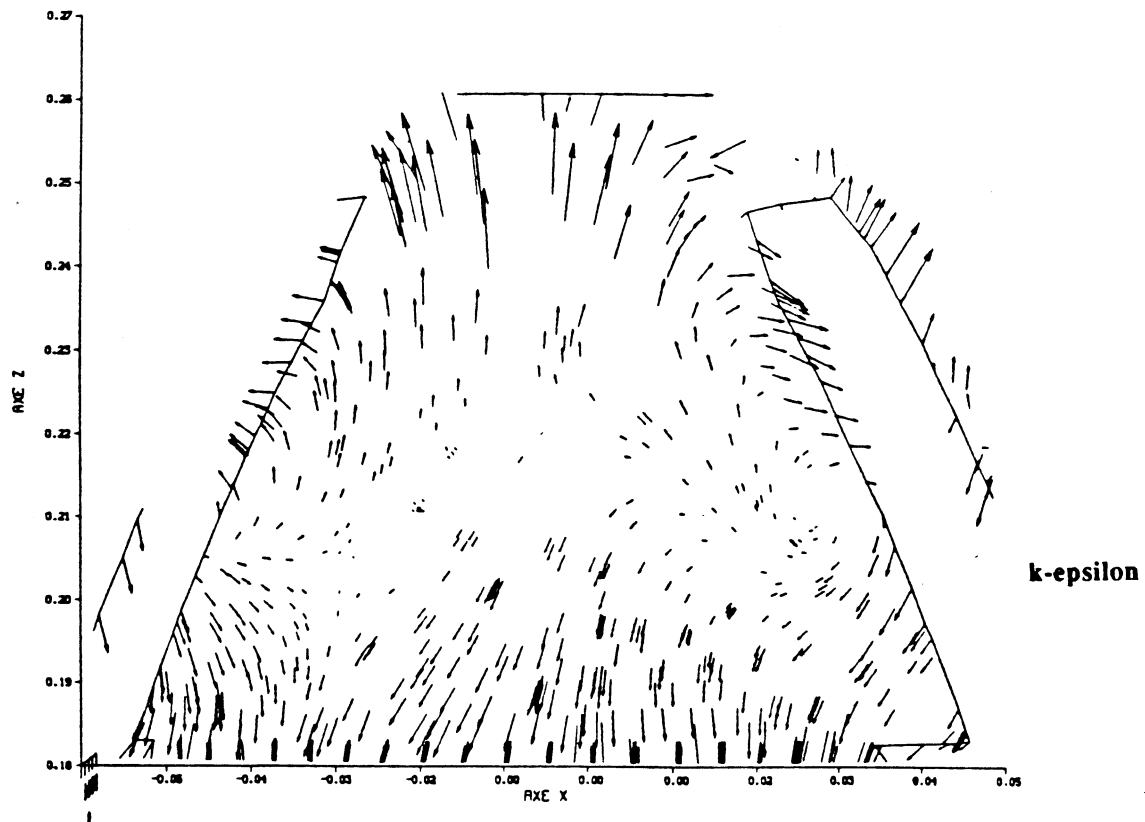


Figure 7: champ des vitesses à la paroi (modèle k-epsilon)

