

1ères JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

16 au 18 Février 1987 - Nantes

DETERMINATION EXPERIMENTALE ET THEORIQUE DE LA DEFORMEE MOYENNE D'UN CABLE SOUS-MARIN REMORQUE

Pierre-Loïc BOURGET
Dominique MARICHAL

Laboratoire d'Hydrodynamique Navale
E. N. S. M. - 1, rue de la Noè - 44072 NANTES CEDEX (FRANCE)
Tél. : 40-37-16-00 - Telex ENSM NTE 711716F

Résumé

Les exemples d'utilisation des câbles sous-marins sont nombreux : ancrages, remorquages, ombilicaux d'engins d'exploitation des océans, etc...

Afin d'ajuster les prévisions et les mesures d'immersions des corps remorqués, le coefficient de traînée moyenne est généralement pris égal à 1,8 - 1,9.

Nos moyens d'essais nous permettent de relever la déformée moyenne de câbles remorqués, et de mesurer la fréquence de vibration "en tête".

Des remorquages systématiques de câbles "seuls" ou "lestés" nous ont guidé pour proposer une méthode de calcul de déformée moyenne, dans laquelle nous introduisons un coefficient de traînée "équivalent" variable le long du câble. Pour nos exemples, nous constatons une bonne corrélation entre les résultats de calcul et les relevés expérimentaux.

Summary

Submarine cables are commonly used in off-shore industry : moorings, towings, umbilical cables, etc...

In order to predict the immersion depth of towed bodies, it is usually admitted that the cable drag coefficient is between 1.8 and 1.9.

The mean shape of the towed cables can be measured through our testing device and the vibration frequency at the top of the cable is determined.

Systematic tests are performed on cables which can be lested or not. They gave us a guide in proposing a new computational method to determine the mean shape when the drag coefficient is not a constant along the cable. In our examples, a good agreement can be observed between theoretical and experimental results.

I - INTRODUCTION

De très nombreuses structures souples sous-marines sont utilisées dans des applications très diverses (ancrage, remorquage, risers pétroliers, ombilicaux d'engins d'exploitation des océans, etc...).

Pour étudier le remorquage de câbles sous-marins, il est maintenant habituel de prendre un coefficient de traînée moyenne égal à 1,8 - 1,9. La seule justification de cette valeur porte sur l'immersion qui est globalement vérifiée.

Les mouvements transversaux dus aux lâchers de tourbillons alternés semblent affecter de manière importante les coefficients utilisés pour calculer les efforts hydrodynamiques. Les nombreuses études concernant les cylindres rigides ne permettent pas de rendre compte du comportement d'un cylindre souple de grande longueur.

Nous allons proposer une interprétation du coefficient de traînée C_d fondée sur l'analyse de relevés expérimentaux. Nous avons mis au point un dispositif permettant de relever la déformée moyenne d'un câble remorqué à vitesse constante V_0 dans un bassin des carènes [1]. Nous disposons ainsi d'une information importante qui n'est généralement pas connue des auteurs qui s'intéressent au problème de la résistance à l'avancement des câbles. Dans le meilleur des cas, seule l'immersion du corps attaché au câble est mesurée.

Nous déterminons également les fréquences de vibration par une analyse F.F.T. des trois composantes de la force de remorquage [2].

Dans un premier temps, nous pensions pouvoir déterminer le coefficient global de traînée C_d à partir de la mesure de l'angle critique ϕ . Mais nos tentatives pour représenter les variations de ce coefficient en fonction du nombre de Reynolds $Re = V_0 \cdot D / \nu$ (D : diamètre, ν : viscosité cinématique de l'eau) ou d'un nombre de Reynolds normal, $Re_n = V_0 \cdot \sin \phi \cdot D / \nu$, ne nous ont jamais conduits à des résultats cohérents.

Nous présenterons successivement une interprétation des résultats concernant des éléments de câbles "seuls" remorqués et leur généralisation au cas des câbles tractant des corps immergés.

II - ETUDE DES ELEMENTS DE CABLES "SEULS"

1 - Vitesse normale instantanée

Le câble est remorqué à une vitesse constante V_0 suivant \vec{X} et sa position moyenne est située dans un plan vertical (\vec{X}, \vec{Z}) , fig. 1.

Chaque élément du câble est supposé soumis à un déplacement transversal de la forme $a \sin \omega t$ suivant \vec{Y} (a est l'amplitude moyenne du mouvement).

Nous considérons un repère $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{b})$ lié à cet élément tel que \vec{n} est le vecteur unitaire de la normale à l'élément contenu dans le plan vertical, \vec{t} le vecteur unitaire tangent à l'élément de câble et \vec{b} le vecteur unitaire perpendiculaire au plan vertical de remorquage.

La traînée de chaque élément est due à la composante normale de la vitesse qui en l'absence de vitesse transversale est $V_0 \sin \phi$.

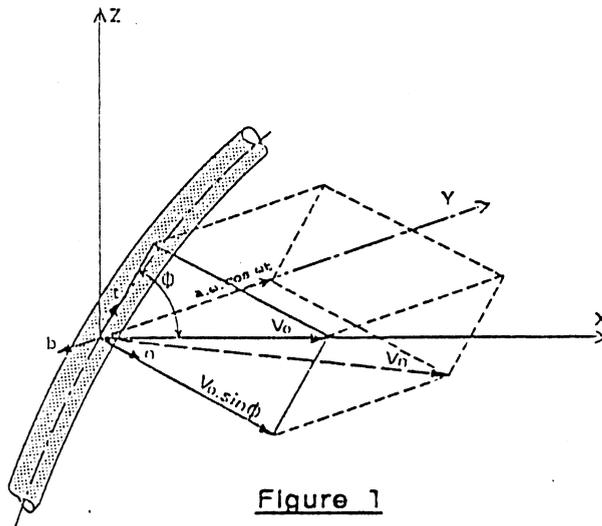


Figure 1

L'amplitude a du déplacement transversal est faible (de l'ordre du diamètre) mais la fréquence de vibration peut être grande (plusieurs Hz) ce qui entraîne que la vitesse transversale $a \omega \cos \omega t$ n'est pas négligeable par rapport à $V_0 \sin \phi$. Par suite, la traînée instantanée d'un élément n'est pas contenue dans le plan vertical de remorquage. Si la composante perpendiculaire au plan de remorquage a une valeur moyenne nulle, il n'en est pas de même de la composante contenue dans ce plan qui influence la forme moyenne du câble.

La vitesse normale instantanée \vec{V}_n pour chaque élément est donnée par :

$$\vec{V}_n \begin{vmatrix} V_0 \sin \phi \\ 0 \\ a \omega \cos \omega t \end{vmatrix} \quad (1)$$

2 - Coefficient de traînée "équivalent"

Pour un câble remorqué "seul", l'énergie fournie par le travail de la force de liaison au point de remorquage est dissipée par les travaux résistants de la force de traînée et de la force de frottement tangentiel. Dans une première approche, nous négligeons l'énergie dissipée en frottement tangentiel.

Nous considérons que malgré les vibrations, un câble remorqué "seul" est rectiligne et que par voie de conséquence la traînée moyenne est constante le long du câble.

Dans les analyses classiques la puissance dissipée P est :

$$P = 1/2 \rho \ell d V_0^3 \sin^3 \phi C_d \quad (2)$$

(ρ masse volumique de l'eau, d diamètre du câble, ℓ longueur du câble).

Nous pouvons assimiler un élément courant du câble à un cylindre circulaire de coefficient de traînée C_{do} en l'absence de vibrations transversales. Lorsqu'il vibre, sa traînée instantanée \vec{R} , exprimée dans le repère (\vec{n}, \vec{t}, b) , peut s'écrire :

$$\vec{R} \begin{cases} 1/2 \rho \ell d (V_0^2 \sin^2 \phi + a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t)^{1/2} V_0 \sin \phi C_{do} \\ 0 \\ 1/2 \rho \ell d (V_0^2 \sin^2 \phi + a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t)^{1/2} a \omega \cos \omega t C_{do} \end{cases} \quad (3)$$

Le travail instantané de \vec{R} est : $T = \vec{R} \cdot \vec{V}_n dt$

Nous pouvons exprimer la puissance moyenne dissipée par l'élément de câble pendant une période du mouvement de vibration transversal.

$$P = \frac{1}{2} \rho \ell d \frac{1}{T} \int_0^T (V_0^2 \sin^2 \phi + a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t)^{3/2} dt C_{do}$$

Nous introduisons un coefficient de traînée "équivalent" C_{d^*} qui nous permet d'écrire la puissance dissipée P sous une forme analogue à (2) :

$$P = \frac{1}{2} \rho \ell d V_0^3 \sin^3 \phi C_{d^*}$$

avec

$$C_{d^*} = C_{do} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(V_0^2 \sin^2 \phi + a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t)^{3/2}}{V_0^3 \sin^3 \phi} dt$$

ou en posant :

$$\lambda = \frac{2 \pi a F}{V_0 \sin \phi} \quad (4)$$

$$C_{d^*} = C_{do} \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{(1 + \lambda^2 \cos^2 \theta)^{3/2}}{f(\lambda)} d\theta \quad (5)$$

$f(\lambda)$ peut être intégrée numériquement et être représentée par un polynôme du 3ème degré en λ .

$$f(\lambda) = A + B \lambda + C \lambda^2 + D \lambda^3 \quad (6)$$

Nous obtiendrons la valeur du coefficient de traînée "équivalent" sous réserve de connaître le coefficient de traînée d'un cylindre circulaire C_{do} (en l'absence de vibrations transversales), a et F respectivement amplitude et fréquence des vibrations transversales.

3 - Coefficient de traînée de cylindres rigides

Afin de préciser les coefficients de traînée C_{do} , nous avons systématiquement remorqué une série de tubes rigides de diamètres et de masses comparables à ceux de nos câbles.

Nous avons constaté que le remorquage d'un tube rigide tel que son axe est situé dans le plan vertical de remorquage définit une configuration d'écoulement peu étudiée. En effet, les résultats connus des coefficients de traînée de cylindres concernent généralement des cylindres fixes, éventuellement sur appuis élastiques, et soumis à un courant incident tel que ϕ varie de 90 à 30° environ.

Or dans nos conditions de remorquage, chaque tube cylindrique prend librement sa position d'équilibre à partir de laquelle nous définissons un coefficient de traînée par une relation identique à celle de l'angle critique pour un câble. L'angle ϕ peut atteindre des valeurs très faibles, de l'ordre de dix degrés.

La fig.2 donne les valeurs du coefficient de traînée d'un tube cylindrique de 20 mm de diamètre, de 3 m de long et de masse volumique variable. Nous constatons deux régimes d'écoulement bien distincts suivant que l'inclinaison ϕ est inférieure ou supérieure à quinze degrés environ. Pour les faibles incidences, le coefficient de traînée décroît rapidement avec l'incidence. Cette zone n'est pas sans analogie avec les courbes de portance. L'hypothèse d'une traînée de pression normale pourrait ainsi ne pas être justifiée pour les faibles incidences. Pour les incidences supérieures à quinze degrés nous observons que le coefficient de traînée semble varier autour de deux valeurs moyennes de l'ordre de 1 et 1,5. Nous ne sommes pas en mesure d'expliquer ce qui pourrait être à l'origine de ces deux types d'écoulement.

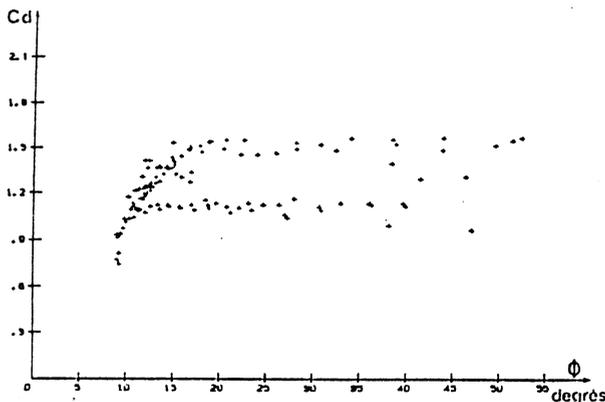


Figure 2

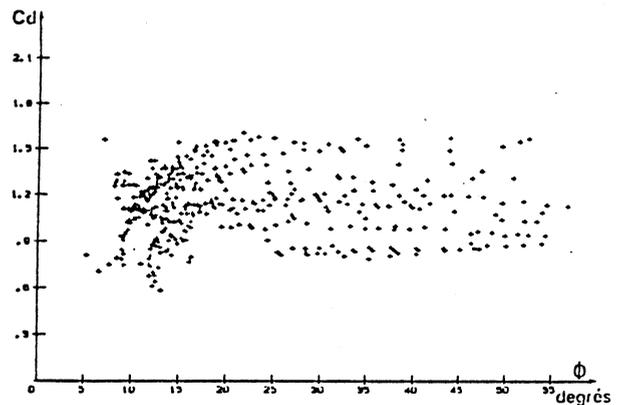


Figure 3

Fig.3. nous avons regroupé les résultats concernant environ 450 remorquages de cylindres de diamètre variant de 20 à 36 mm, de longueur constante égale à 3 m et de masse volumique variable.

Nous obtenons un véritable nuage de points mais l'incidence de quinze degrés confirme bien une frontière entre deux types d'écoulements.

A défaut de loi plus précise, et pour une incidence supérieure à quinze degrés, nous continuerons à utiliser la valeur "classique" $C_{d0} = 1,2$ qui d'ailleurs correspond sensiblement à la valeur moyenne du nuage des C_d de la fig. 3.

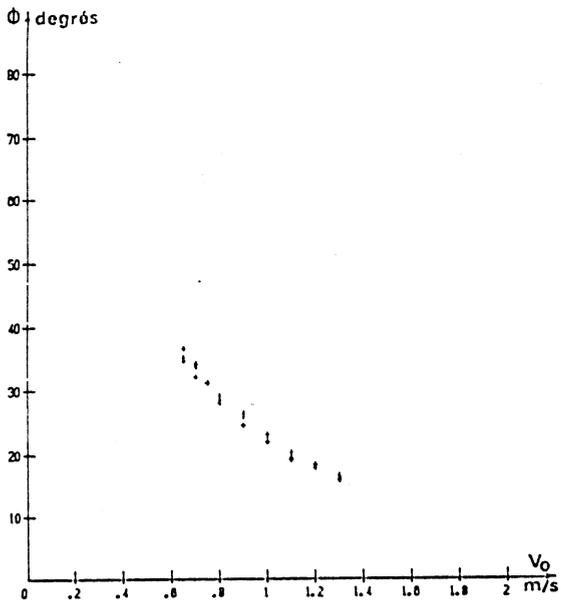


Figure 4

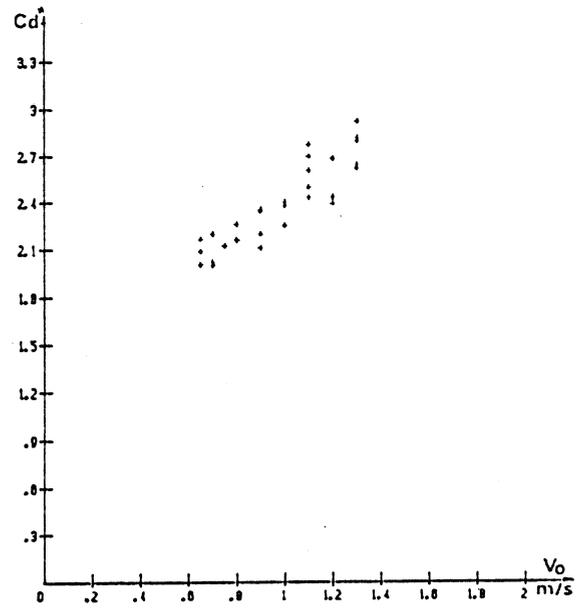


Figure 5

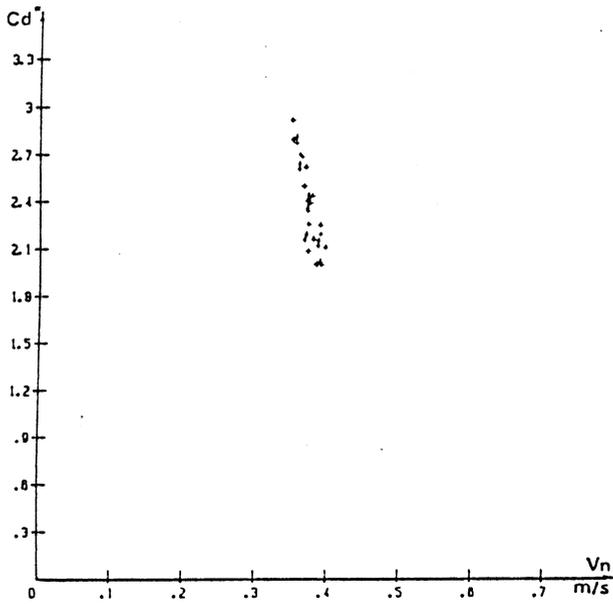


Figure 6

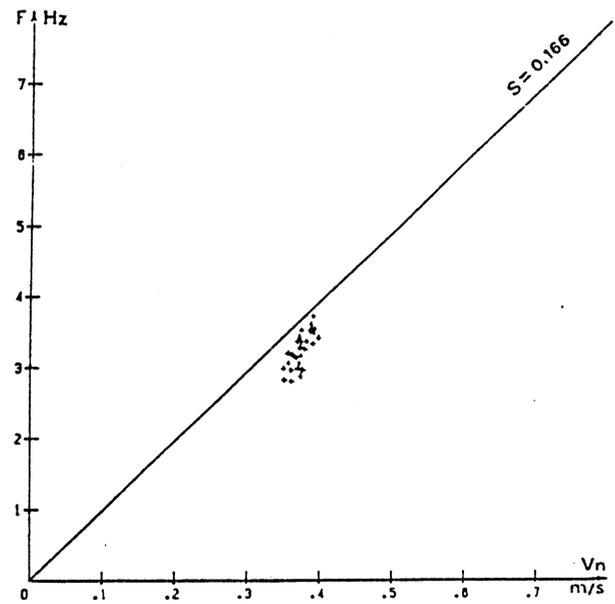


Figure 7

$$V_n = V_0 \cdot \sin \phi$$

EXEMPLE DE CABLE "SEUL"

Diamètre : $D = 17 \text{ mm}$

Longueur : $L = 3,80 \text{ m}$

Masse volumique : $\rho_s = 2365 \text{ kg/m}^3$

4 - Coefficient de traînée "équivalent" de câbles "seuls"

Nous présentons les résultats expérimentaux concernant un câble "seul" de diamètre $D = 17$ mm, de longueur $L = 3,80$ m et de masse volumique $\rho_s = 2365$ kg/m³.

Les fig. 4 et 5 représentent respectivement l'angle d'incidence ϕ et le coefficient de traînée "équivalent" Cd^* en fonction de la vitesse de remorquage V_0 .

Nous définissons une vitesse normale $V_n = V_0 \sin \phi$.

Le coefficient de traînée "équivalent" Cd^* et la fréquence F mesurée en tête du câble sont tracées en fonction de la vitesse normale respectivement fig. 6 et 7.

En ce qui concerne les fréquences, nous observons que les points expérimentaux sont situés au voisinage de la droite $F = 0,166 \cdot V_n/D$ représentée par analogie avec les travaux de GRIFFIN [3]. Ceux-ci portaient sur l'étude de cylindres rigides montés sur appuis élastiques et montraient que le maximum d'amplitude a eu lieu pour une vitesse réduite égale à 6 (soit un nombre de Strouhal = $0,166 = FD/V_0 \sin \phi$), le rapport a/D étant égal à 0,5.

A partir de la relation (5), connaissant Cd^* et Cd_0 (1.2), nous pouvons déterminer $f(\theta)$. Nous en déduisons la valeur du paramètre λ et l'amplitude a est donnée par (4). Le rapport de l'amplitude a du mouvement transversal au diamètre est alors connu fig. 8.

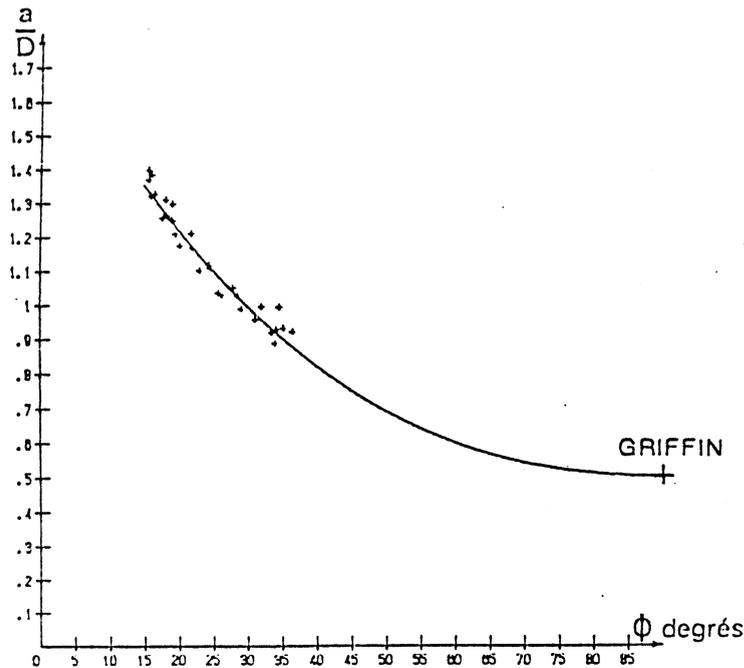


Figure 8

Nous observons que a/D varie de 0,9 à 1,4. Ceci est un résultat nouveau qui est sensiblement différent de celui donné par GRIFFIN.

Toutefois a/D peut être représenté par un polynôme du second degré en ϕ qui tend vers 0,5 pour $\phi = 90^\circ$

$$a/D = A_1 + B_1\phi + C_1\phi^2 \quad (7)$$

Ces valeurs calculées du rapport a/D restent à confirmer par des mesures d'amplitude très délicates que nous n'avons pas encore effectuées.

III - ETUDE DES CABLES "LESTES"

1 - Généralisation de la méthode précédente

L'analyse présentée dans le chapitre précédent nous a suggéré une méthode originale de calcul de la déformée moyenne de câbles remorquant un corps immergé (nous les désignerons par câbles "lestés").

Le câble de longueur L est décomposé en n éléments égaux auxquels nous appliquons les résultats précédents.

Nous déterminons une première déformée du câble par une méthode de PODE [5], [6], en supposant le coefficient de traînée "équivalent" Cd^* constant et égal à Cd_0 , soit 1,2. Ceci nous permet d'obtenir une forme approchée, phase d'initialisation d'un calcul itératif.

L'étude expérimentale nous a montré que la fréquence caractéristique des vibrations des câbles "lestés" était, elle aussi, liée à l'angle "en tête" ϕ_n par une solution de la forme

$$F = \frac{0,166 V_o \sin \phi_n}{D} \quad (9)$$

Nous pouvons donc calculer une valeur approchée de la fréquence.

A partir de cette valeur, nous calculons successivement a/D par (7), λ par (4) en fonction de l'incidence ϕ_i de chaque élément i . Nous en déduisons un coefficient de traînée "équivalent" Cd^*_i variable pour chaque élément par (5).

Nous obtenons ainsi une nouvelle déformée à partir de laquelle nous pouvons éventuellement recommencer une itération.

Un test de convergence, portant par exemple sur la stabilité de l'immersion du corps, assure la fin des itérations.

Nous obtenons alors toutes les caractéristiques de l'équilibre du câble "lesté".

2 - Remarque

La méthode de PODE suppose connue la tension exercée par le corps remorqué. Elle résulte du poids apparent P du corps remorqué et de la traînée TF .

Celle-ci est donnée par l'intermédiaire d'un coefficient C_x tel que :

$$C_x = \frac{T_F}{\frac{1}{8} \rho \pi D_p^2 V_0^2} \quad (10)$$

Dans la gamme des nombres de Reynolds de nos essais, C_x est de l'ordre de 0,45 pour une sphère fixe [7]. P et T_F nous permettent de calculer l'angle du premier élément ϕ_0 .

$$\phi_0 = \text{Arc tg} (P/T_F) \quad (11)$$

D'une part, nous avons eu la surprise de constater que cet angle était sensiblement différent de celui relevé expérimentalement. D'autre part, des études en cours dans notre laboratoire ont mis en évidence que le coefficient de traînée d'une sphère "libre" pouvait être très différent de celui donné dans [7]. Il peut être presque doublé. Nous rencontrons donc une difficulté imprévue puisque la tension exercée par le corps remorqué ne semble pas être connue avec certitude.

Après différentes tentatives, nous calculons T_F par (10) en prenant $C_x = 0,90$.

3 - Exemple

Nous présentons fig. 9 un cas de remorquage à une vitesse $V_0 = 1,30$ m/s, d'un câble de longueur $L = 3,845$ m, de diamètre $D = 17$ mm, de masse volumique $\rho_s = 2383$ kg/m³ traînant une sphère de diamètre $D_p = 100$ mm et de masse $M_p = 1,47$ kg.

Le coefficient de traînée "équivalent" C_d^* varie de 1,25 au voisinage de la sphère à 3 au point de remorquage. (Nous avons borné sa valeur possible à 3,0, compte-tenu des mesures effectuées sur les différents câbles).

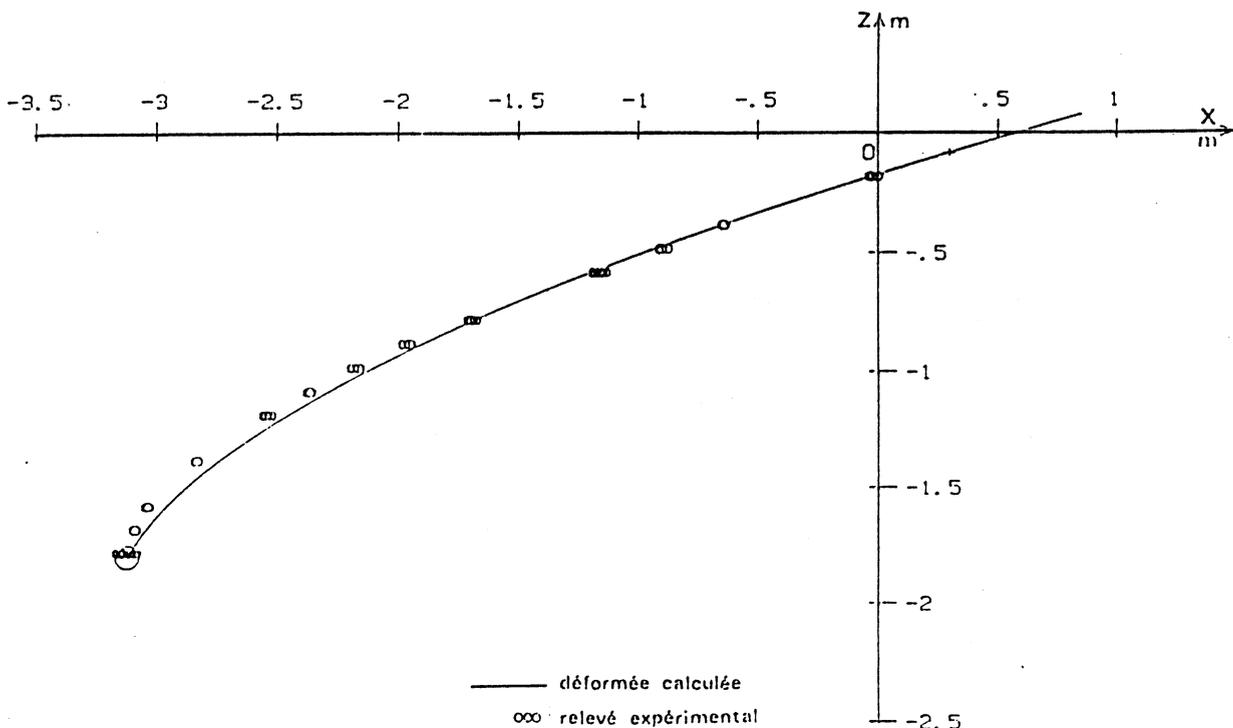


Figure 9

L'angle ϕ_n au point de remorquage est de $16,28^\circ$ et la fréquence de vibration égale à 3,56 Hz. Cette dernière valeur est à confronter à la valeur expérimentale qui est de 4,07 Hz.

Nous observons que globalement la déformée obtenue par le calcul est voisine du relevé expérimental. En particulier, l'immersion de la sphère est assez bien vérifiée.

IV - CONCLUSION

Nous avons esquissé une méthode de calcul qui semble donner des premiers résultats encourageants. Mais nos travaux n'ayant porté que sur des câbles de même type, nous souhaiterions disposer maintenant de relevés en vraie grandeur afin de valider nos hypothèses et notre méthode de calcul.

Nous regrettons de n'avoir pas été en mesure de vérifier expérimentalement l'amplitude du mouvement de vibration transversal et nous considérons que la connaissance du comportement local du câble est indispensable à de nouveaux progrès dans la connaissance du couplage hydroélastique de ces structures sous-marines.

La notion de coefficient de traînée "équivalent" C_d^* variable le long du câble permet une approche plus fine des phénomènes hydrodynamiques que celle effectuée à partir d'un coefficient de traînée C_d supposé constant mais introduit empiriquement.

Cette étude a été réalisée avec l'aide de la Direction des Recherches Etudes Techniques du Ministère des Armées (contrat n°82-179).

REFERENCES

- [1] P.L. BOURGET & D. MARICHAL : Proceeding of the NUMETA'85
Conférence/Swansea, 7-11 January 1985 pp 653-658.
- [2] D. MARICHAL & P.L. BOURGET : CADMO 86,
September 86, Washington D.C.
- [3] O.M. GRIFFIN - J.H. PATTISON - R.A. SKOP - S.E. RAMBERG -
D.J. MEGGIT : Vortex-excited vibrations of marine cables
Journal of the Waterway Port Coastal And Ocean Division,
Mai 1980, pp 183-204.
- [4] J.P. LE GOFF : Calcul de la déformée d'un câble remorqué
soumis à des vibrations hydroélastiques.
Rapport D. R. E. T. 1983.
- [5] L. PODE : A method of determining optimum lengths of towing
câble OTMB,
report 717, 1950.
- [6] D. MARICHAL : Contribution à l'étude statique et dynamique
des câbles sous-marins.
Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Nantes 1978.
- [7] H. SCHLICHTING : Boundary Layer Theory p. 17, Seventh Edition
M. C. Graw-Hill Book Company New-York.