

OPTIMISATION DE LA FORME D'UN ENGIN AXISYMETRIQUE
ET DETERMINATION DE SES PERFORMANCES HYDRODYNAMIQUES

ODILE HEMBISE , PIERRE GUEVEL

Société : PRINCIPIA

Résumé

L'étude présentée concerne l'optimisation des formes géométriques d'un engin axisymétrique, pour obtenir la plus grande vitesse limite possible dans l'eau. Une approche numérique a été entreprise dans le cadre d'une théorie de fluide parfait; les formes avant et arrière de l'engin étant fixées, nous avons cherché à déterminer la forme de l'élément de raccordement de telle sorte que les variations du coefficient de pression soient les plus régulières possible. Des vérifications expérimentales, effectuées tout d'abord en bassin d'essais des carènes, puis en mer, ont validé la démarche théorique .

Summary

This paper deals with the optimization of the geometrical shape of an axisymmetrical device, with a view to obtaining the highest possible speed through the water. A numerical approach has been used according to non-viscous fluid theory : the fore and aft shapes of the device being fixed, it was sought to determine the shape of the central element in such a way as to render the pressure coefficient variations as regular as possible. Experimental checks, carried out in a hull-testing tank, and then at sea, have validated the theoretical approach.

INTRODUCTION

La reconnaissance des fonds marins est un préalable à toute activité destinée à exploiter les richesses de l'océan : hydrocarbures, nodules polymétalliques, énergie thermique, énergie des vagues, ...

Lorsque celle-ci est nécessaire sur des épaisseurs importantes, on procède sans difficulté par carottage, du moins tant que l'intervention n'est pas effectuée en eau très profonde.

Par mer très profonde, de telles opérations sont encore possibles comme l'a démontré récemment l'Institut Français du Pétrole en réalisant une grande première : remonter des carottes de 30 mètres de long par des fonds de 6 000 mètres; par contre, ces opérations mettent en oeuvre une logistique importante. Aussi dans une première approche a-t-on songé à identifier les sols par pénétrométrie balistique. Cette méthode consiste à larguer, à partir d'un support de surface, des engins instrumentés, non propulsés, pénétrant aussi profondément que possible dans le sol.

Les informations délivrées par les différents capteurs qui équipent ces engins, appelés "pénétrateurs" sont transmises au support de surface. Le traitement de ces informations permet, entre autres, de déterminer la cohésion des couches sédimentaires traversées par l'engin au cours de son excursion dans le sol.

La réalisation de tels engins nécessite des développements théoriques et expérimentaux pour lesquels les aspects "dynamique des sols" et "hydrodynamique" sont très étroitement liés. En effet, le comportement hydrodynamique du pénétrateur conditionne fondamentalement son excursion dans le sol : vitesse limite, stabilité de route, verticalité de la trajectoire, ...

Le présent mémoire est limité à l'exposé des études d'hydrodynamique que nous avons effectuées pour définir les formes des pénétrateurs balistiques du Commissariat à l'Energie Atomique.

Ces formes ont été optimisées en vue d'obtenir la plus grande vitesse limite possible, tout en assurant une stabilité de route satisfaisante, et en ne retenant que des formes d'ogive compatibles avec une bonne pénétration dans le sol.

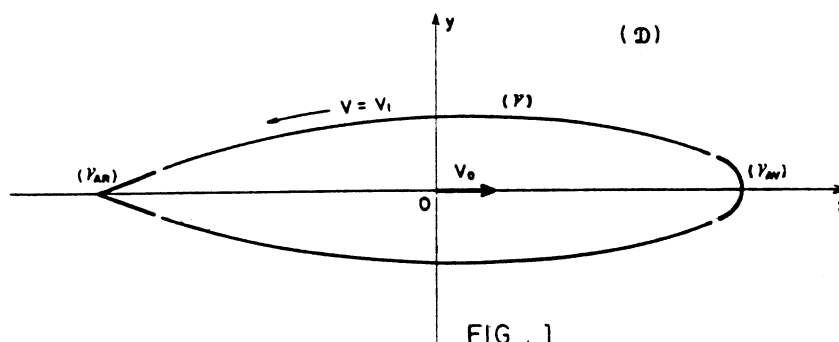
L'optimisation de formes a été entreprise par une approche théorique, fondée sur l'approximation du fluide parfait; le réalisme de cette approche a été démontré à la suite d'essais réalisés, d'abord en bassin des carènes, puis en mer.

I POSITION DU PROBLEME

Soit un profil axisymétrique, d'axe ox , animé d'un mouvement de translation uniforme, de vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \cdot \vec{x}$, dans un milieu fluide illimité.

La forme des extrémités avant et arrière du profil est généralement imposée par des contraintes technologiques liées à la mission spécifique de l'engin. Dans ces conditions, le problème posé consiste à rechercher comment il convient de raccorder les formes avant et arrière pour que la traînée de l'engin soit la plus faible possible.

Dans un plan méridien (o, xy) , la directrice du profil est donc composée des trois éléments (γ_{AR}) , (γ) , (γ_{AV}) , le second de ceux-ci étant inconnu a priori (Fig.1).



II APPROCHE THEORIQUE

II.1 Choix d'un critère d'optimisation

Pour déterminer théoriquement la forme de (γ) , la meilleure méthode consisterait évidemment à greffer un processus d'optimisation sur un programme de calcul capable de déterminer la traînée d'un engin axisymétrique se déplaçant dans un fluide réel; mais, compte-tenu de la complexité des phénomènes de couche limite et de sillage, une telle approche ne paraît pas réaliste actuellement.

Aussi avons-nous abordé le problème en développant une méthode de calcul fondée sur l'hypothèse du fluide parfait (une telle démarche peut d'ailleurs constituer la première étape de la mise en oeuvre d'une méthode d'optimisation en fluide réel). Dans ces conditions, on ne pourra évidemment pas optimiser la forme de (γ) en recherchant à minimiser la traînée puisque celle-ci est nulle en fluide parfait; on se bornera alors à déterminer (γ) de telle sorte que les variations du coefficient de pression C_p , tout le long de la méridienne du profil, soient les plus régulières possibles; i.e. :

- C_p décroît d'une manière monotone sur la partie avant du profil;
- C_p demeure constant sur l'élément central de celui-ci;
- C_p ne recommence à croître qu'à partir d'une section située le plus près possible de l'arrière;

escomptant ainsi que l'écoulement d'un fluide réel autour d'un tel profil est pratiquement exempt de tout décollement : ni sur l'avant du fait que C_p ne présente pas de minima, ni sur l'arrière puisque l'absence de gradient de pression sur l'élément central favorise le développement d'une couche limite épaisse.

II.2 Hypothèses de calcul

Le fluide est assimilé à un fluide parfait, isovolume et

L'écoulement est supposé irrotationnel. Il en résulte que le champ de vitesses relatif \vec{V} dérive d'une fonction de potentiel harmonique $\Phi(M)$.

Les conditions aux limites consistent à écrire d'une part, que le fluide est au repos à l'infini, et d'autre part, que la composante normale de la vitesse relative est nulle en tous points des parois de l'engin.

Sur l'élément central de l'engin, inconnu a priori, il convient d'afficher en outre que la vitesse relative est constante.

II.3 Problème aux limites

Compte-tenu des ces hypothèses, le problème qu'on se propose de traiter se présente ainsi :

Déterminer l'équation $y=y(x)$ de l'élément (γ) de la méridienne du profil ainsi que la fonction de potentiel du mouvement relatif $\Phi=\Phi(x,y)$, de telle sorte que l'ensemble des équations données ci-après soient satisfaites :

$$(I) \quad \left[\begin{array}{ll} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 & , \text{ dans tout le domaine fluide } (\mathcal{D}) \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 & , \text{ sur } (\gamma_{AV} + \gamma + \gamma_{AR}) \\ |\vec{V}| = |\vec{\text{grad}} \phi| = V_1 & , \text{ sur } (\gamma) \\ \vec{V} + \vec{V}_0 \rightarrow 0 & , \text{ à l'infini } , \end{array} \right.$$

V_1 désignant une constante inconnue a priori

II.4 Difficultés du problème

La première difficulté réside dans la condition non linéaire imposée sur une frontière qui est une inconnue du problème. La deuxième difficulté est que nous ignorons si le système d'équations défini ci-dessus admet toujours une solution lorsque les formes (γ_{AR}) et (γ_{AV}), ainsi que leur position relative sont imposées arbitrairement.

Cette dernière considération nous a dissuadés de vouloir mettre en oeuvre une méthode de résolution numérique avant d'avoir analysé le phénomène et identifié les paramètres qui peuvent être considérés comme indépendants.

La difficulté d'une telle entreprise nous a amenés à traiter tout d'abord le cas plus simple du problème plan, pour lequel nous savons construire des solutions analytiques.

III ETUDE PRELIMINAIRE : RESOLUTION DU PROBLEME PLAN

III.1 Recherche de solutions analytiques

L'objet de cette étude est d'établir la solution exacte de quelques problèmes simples, mais suffisamment instructifs pour qu'on puisse en tirer les enseignements nécessaires à l'élaboration d'un algorithme de calcul numérique permettant de traiter des configurations absolument quelconques. Aussi nous sommes-nous restreints à résoudre le problème des profils symétriques dont les extrémités sont des dièdres de demi-angle d'ouverture α_1 et α_2 .

A) Etude du cas particulier pour lequel $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Les développements analytiques qu'il convient d'effectuer pour établir la solution cherchée se présentent beaucoup plus clairement lorsqu'on suppose que le profil se déplace entre deux plans horizontaux (π) , (π') de cotes $\pm h$. Tous calculs faits, on fera tendre h vers l'infini.

L'écoulement présentant manifestement une symétrie autour de l'axe ox du profil, on se bornera à traiter le problème dans le domaine supérieur (\mathcal{D}) (Fig.2).

Nous désignerons par $f(z) = \phi + i\psi$ avec $z = x + iy$, la fonction de potentiel complexe attachée au potentiel de l'écoulement relatif ϕ ; ψ apparaît alors comme la fonction de courant associée à cet écoulement.

Nous introduirons également la vitesse complexe :

$$(2) \quad W(z) = \frac{df}{dz} = u - iv \quad ,$$

u, v désignant respectivement les composantes horizontales et verticales du vecteur vitesse $\vec{V} = \text{grad}\phi$.

Enfin, nous poserons :

$$(3) \quad \mathcal{W}(z) = \frac{1}{W(z)} = \frac{dz}{df} = \frac{u + iv}{V^2}$$

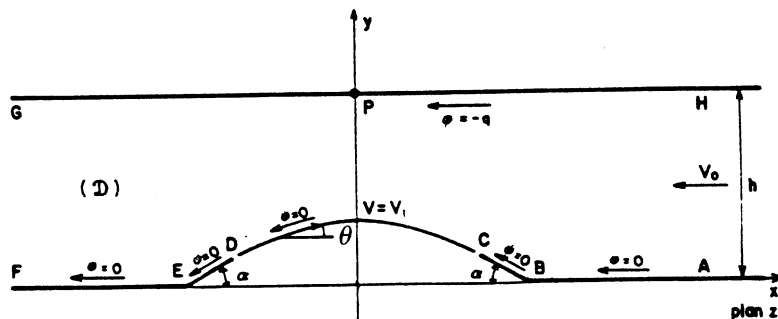


FIG. 2

Le domaine \mathcal{D}_1 , homologue du domaine (\mathcal{D}) dans le plan de l'hodographe inverse $\mathcal{W}_1 = v_1 \mathcal{W}$, est représenté sur la figure 3. L'examen de cette figure montre que l'écoulement qui s'établit dans le plan de l'hodographe inverse est manifestement symétrique par rapport à l'axe réel; il apparaît donc que le profil cherché sera nécessairement amphidrome. Tout programme de calcul numérique devra tenir compte de cette contrainte, qui peut s'exprimer ainsi : s'imposer l'égalité des ouvertures des dièdres (γ_{AR}) et (γ_{AV}) impose également l'égalité des longueurs de ces dièdres.

Singularité	Affixe	Débit
Source	$\mathcal{W}_1^{\odot} = -\frac{V_1}{V_0} + i\varepsilon$	$q = V_0 h$
Puits	$\mathcal{W}_1^{\ominus} = -\frac{V_1}{V_0} - i\varepsilon$	$q = V_0 h$

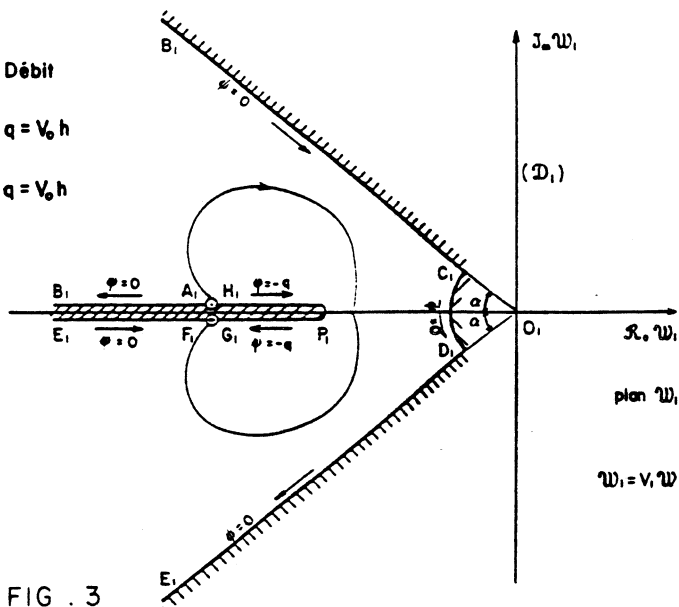


FIG. 3

Afin de déterminer l'équation de la courbe (γ) , nous faisons subir à l'écoulement du plan (\mathcal{W}_1) , une succession de transformations conformes dans les plans $\mathcal{W}_2, \mathcal{W}_3, \mathcal{W}_4, Z, t$ (Figures 4, 5, 6, 7, 8).

Singularité	Affixe	Débit
Source	$\mathcal{W}_2^{\odot} = \frac{V_1}{V_0} - i\varepsilon$	$q = V_0 h$
Puits	$\mathcal{W}_2^{\ominus} = \frac{V_1}{V_0} + i\varepsilon$	$q = V_0 h$

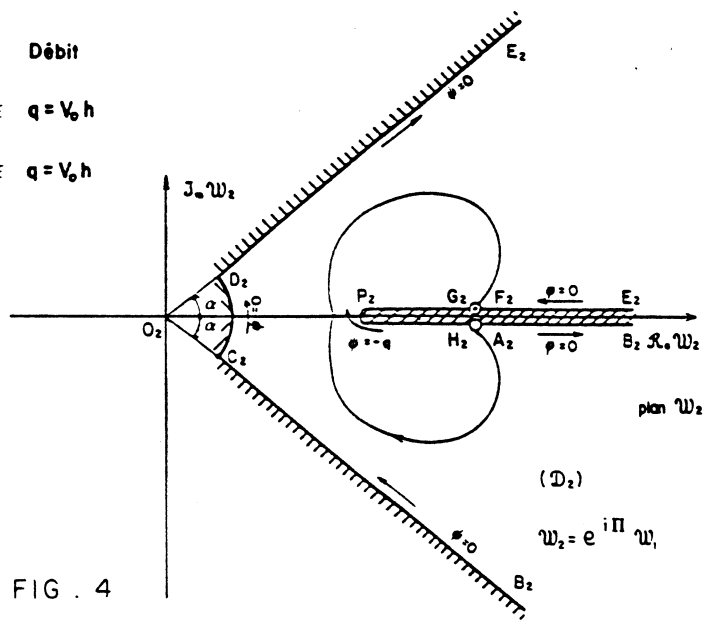


FIG. 4

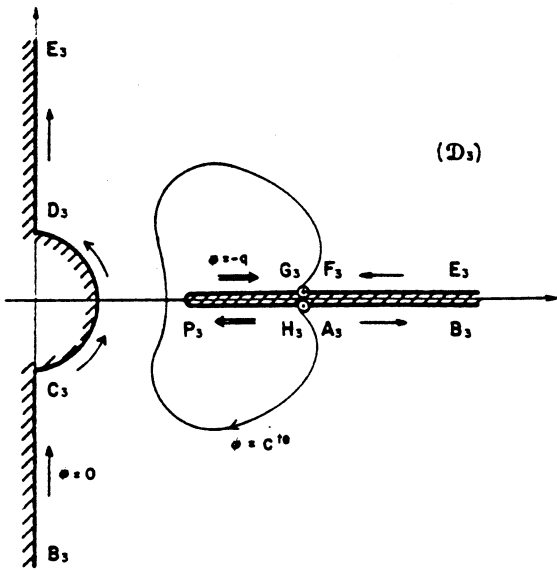


figure 5 - plan \mathcal{W}_3

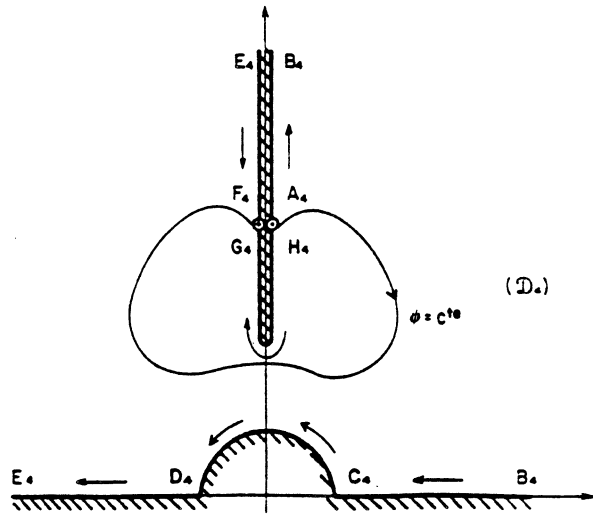


figure 6 - plan \mathcal{W}_4

Rotation $\pi/2$

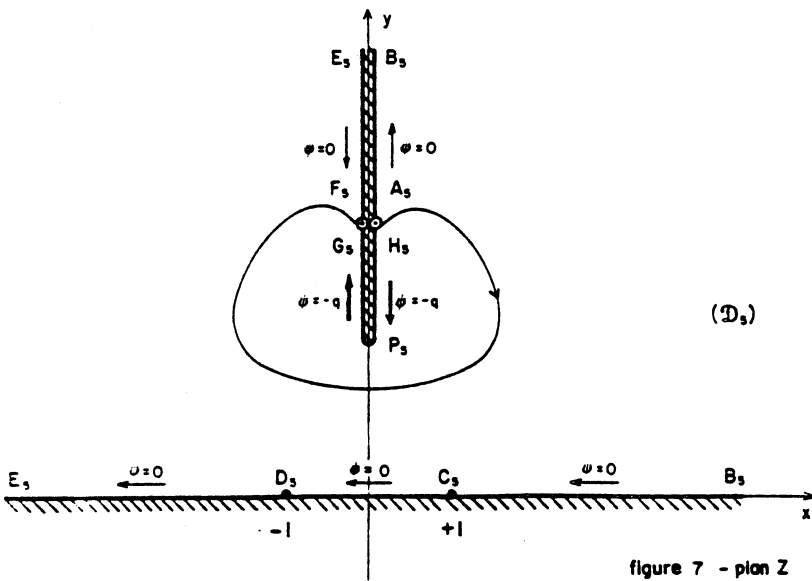


figure 7 - plan \mathcal{Z}

JOUKOWSKI

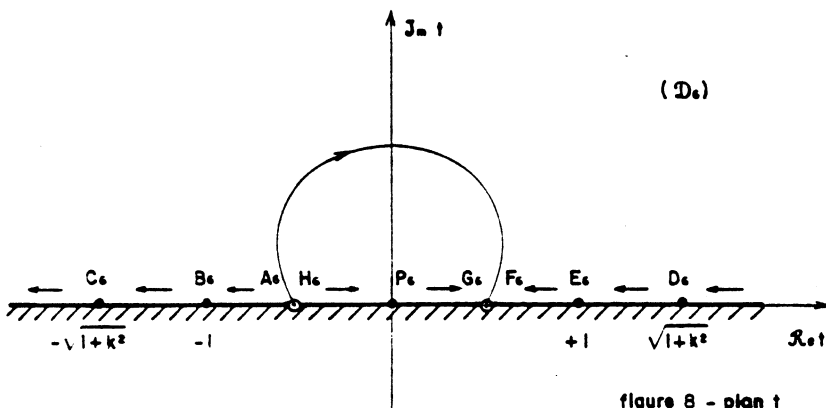


figure 8 - plan \mathcal{t}

SCHWARZ

La fonction de potentiel complexe f qui régit l'écoulement du plan t s'identifie manifestement à celle qui serait induite, en milieu illimité, par une source et un puits, de même débit $Q = 2q$, centrés respectivement sur les points d'affixes t^\ominus et t^\oplus . D'où, explicitée en fonction de la variable t , l'expression de ce potentiel complexe :

$$(4) \quad f = \frac{q}{\pi} \operatorname{Log} \left[\frac{t + \sqrt{1 - \left(\frac{K}{m}\right)^2}}{t - \sqrt{1 - \left(\frac{K}{m}\right)^2}} \right], \quad q = V_0 h$$

En remontant la filière des différentes transformations conformes qui ont permis d'appliquer le domaine (\mathcal{D}_1) du plan \mathcal{W}_1 sur le domaine (\mathcal{D}_0) du plan t , il est alors possible d'établir la relation de dépendance entre \mathcal{W}_1 et f . On obtient ensuite, compte tenu de la formule (3) qui résulte de la définition même de la transformation par hodographe inverse :

$$(5) \quad dz = \frac{1}{V_1} \mathcal{W}_1(f) df ;$$

ce qui permet, entre autres, d'obtenir les caractéristiques géométriques du profil par simples quadratures. On obtient ainsi :

- L'équation paramétrique de la courbe (γ) :

$$(6) \quad \frac{z - z_0}{h} = -\frac{2n}{\pi} \left(m \frac{V_0}{V_1} \right) \sqrt{m^2 - K^2} \int_{-\alpha}^{\theta} \frac{e^{i\theta} \cos n\theta d\theta}{(m^2 + \sin^2 n\theta) \sqrt{K^2 + \sin^2 n\theta}} \quad -\alpha < \theta < +\alpha$$

où θ est l'argument de la tangente au contour (γ) , décrit de D vers E.

- La longueur des éléments d'extrémité (γ_{AR}) et (γ_{AV}) :

$$(7) \quad \frac{|ED|}{h} = \frac{|BC|}{h} = \frac{1}{\pi} \left(m \frac{V_0}{V_1} \right) \sqrt{m^2 - K^2} \int_0^1 \left[\frac{\sqrt{u}}{1 + \sqrt{1-u}} \right]^{1/n} \frac{du}{(1 + m^2 u) \sqrt{1 + K^2 u}}$$

en rappelant :

$$(8) \quad n = \frac{\pi}{2\alpha}, \quad m = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^n - \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{-n} \right], \quad \frac{V_1}{V_0} > 1, \quad 0 < K \leq m$$

Pour une valeur donnée du demi-angle d'ouverture α , on obtient des profils d'autant plus allongés que le paramètre de survitesse V_1 / V_0 est plus proche de l'unité; par ailleurs, le degré de confinement des profils entre les deux plans parallèles (π) , (π') diminue au fur et à mesure que la valeur de K se rapproche de celle de m .

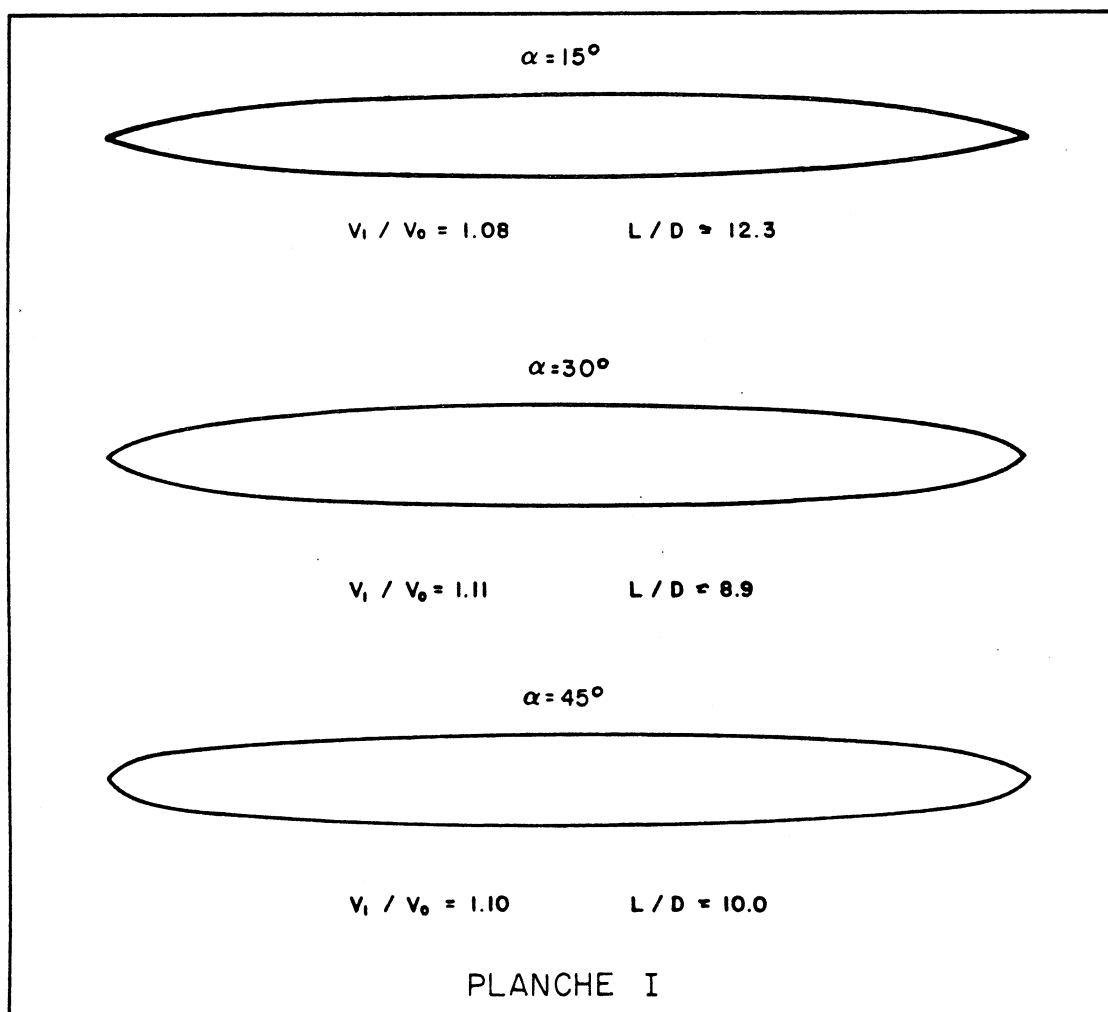
Pour rejeter ces parois à l'infini, il suffit d'ailleurs de faire tendre $(m-K)$ vers zéro, le produit $h\sqrt{m^2 - K^2}$ conservant une valeur finie. A la limite, la singularité qui régit l'écoulement du plan t est un doublet d'axe horizontal centré sur l'origine.

D'où, les équations donnant les caractéristiques géométriques du profil cherché lorsque celui-ci est animé d'un mouvement de translation uniforme dans un fluide illimité :

$$(9) \quad \left[\begin{array}{l} |EDI| = |BCI| = \mathcal{L} \int_0^1 \left[\frac{\sqrt{u}}{1 + \sqrt{1-u}} \right]^{1/n} \frac{du}{(1 + m^2 u)^{3/2}} \\ z - z_0 = -2n \mathcal{L} \int_{\pi}^{\theta} \frac{e^{i\theta} \cos n\theta}{(m^2 + \sin^2 n\theta)^{3/2}} d\theta \\ n = \frac{\pi}{2\alpha}, \quad m = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^n - \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{-n} \right], \quad \frac{V_1}{V_0} > 1 \\ \mathcal{L} = \frac{L}{2} \left\{ \frac{1}{\cos \alpha \int_0^1 \left[\frac{\sqrt{u}}{1 + \sqrt{1-u}} \right]^{1/n} \frac{du}{(1 + m^2 u)^{3/2}} + 2n \int_0^{\alpha} \frac{\cos \theta \cos n\theta}{(m^2 + \sin^2 n\theta)^{3/2}} d\theta} \right\} \end{array} \right.$$

L désignant la longueur du profil.

L'exploitation des formules ci-dessus permet de construire une famille de profils amphidromes à deux paramètres α et V_1 / V_0 ; quelques résultats de calcul sont illustrés sur la planche (I).

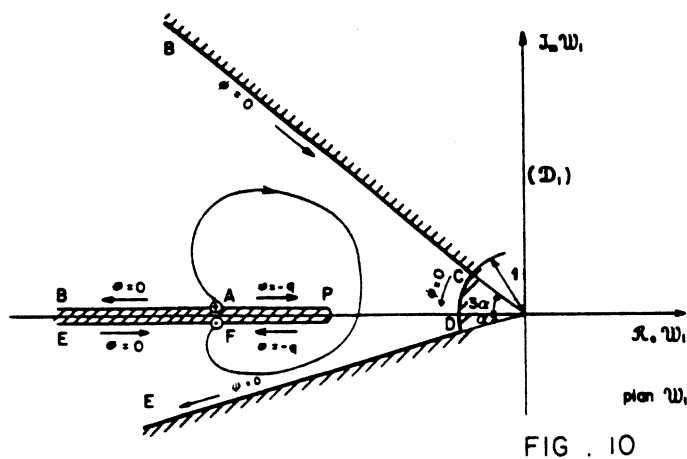
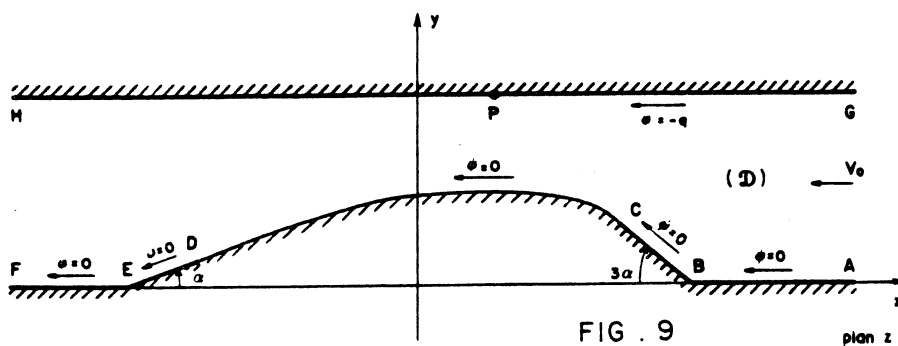


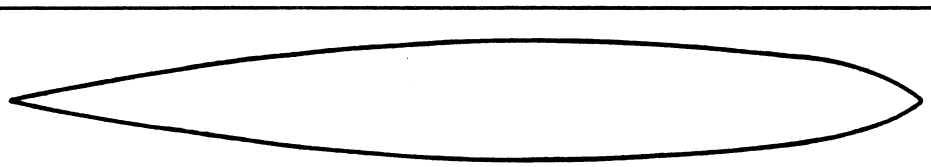
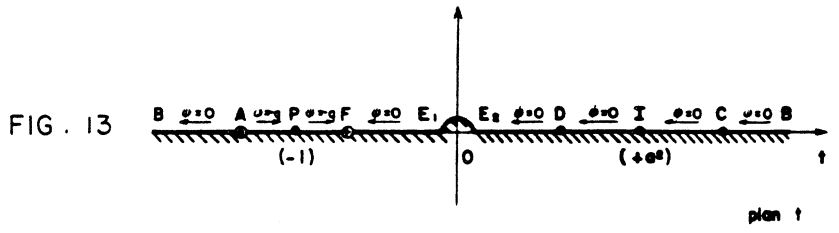
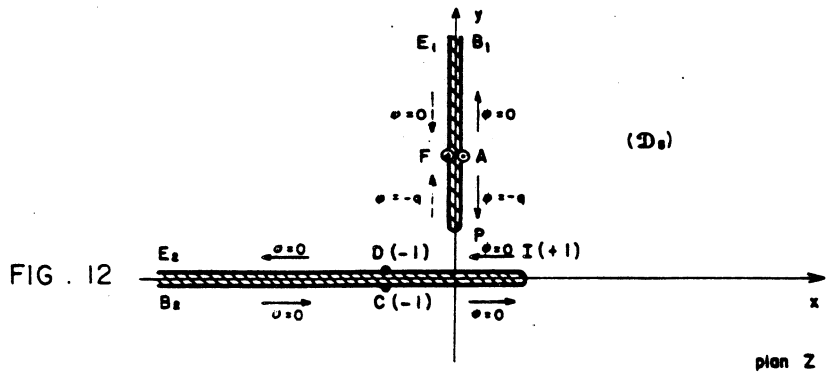
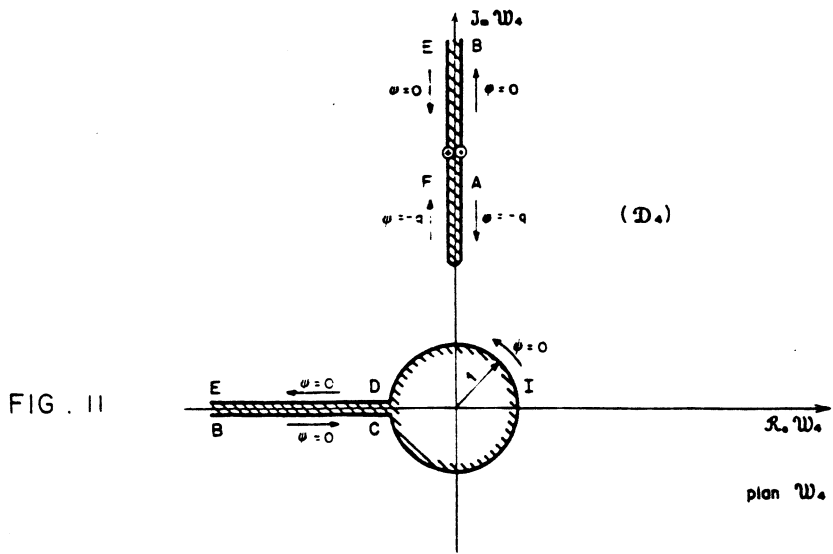
B) Etude du cas particulier pour lequel $\alpha_2 = 3\alpha_1$

Il ne semble pas, du moins en première analyse, qu'il soit possible d'établir la solution théorique du problème posé dans le cas où α_1 et α_2 sont quelconques, par contre, pour $\alpha_2 = 3\alpha_1$, on bénéficie d'une circonstance favorable qui permet de mener les calculs analytiques à leur terme.

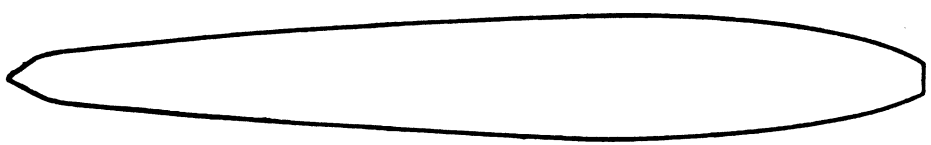
Nous nous sommes donc attachés à traiter ce cas particulier afin d'établir les équations paramétriques d'une famille de profils non amphidromes.

Les calculs qui ont été développés à cet effet sont en tous points analogues à ceux qui ont été exposés dans l'alinéa précédent; aussi, nous nous bornerons à donner les résultats de ces calculs, après avoir néanmoins illustré sur les figures (9), (10), (13) les différentes transformations conformes que nous avons été amenés à effectuer. La raison pour laquelle on a pu tirer profit de la particularité $\alpha_2 = 3\alpha_1$ apparaît clairement sur la figure (11) : dans le plan \mathcal{W}_4 les cloisons BC, DE se confondent avec l'axe réel, de sorte que la configuration suivante, après transformation de JOUKOWSKI, se présente sous une forme particulièrement simple.





$\alpha_1 = 10^\circ$
 $V_1 / V_0 = 1.14$



$\alpha_1 = 30^\circ$
 $V_1 / V_0 = 1.14$

Une conclusion se dégage de ce calcul analytique : Le problème aux limites défini au §II.3 n'admet généralement pas de solution lorsque les formes (γ_{AR}) et (γ_{AV}) ainsi que leur position relative sont choisies arbitrairement.

Ceci impose pour aborder le problème numérique :

- Soit, dans le cas d'un profil amphidrome, de se fixer la longueur du corps ainsi que la forme avant et alors de laisser comme inconnues le coefficient de survitesse V_1 / V_0 et le rapport d'allongement L/D .
- Soit, dans le cas d'un profil non amphidrome, de laisser comme inconnue la longueur de l'élément arrière en plus de V_1 / V_0 et L/D .

III.2 Forme asymptotique de la ligne (γ) au voisinage des éléments d'extrémités $(\gamma_{AV}), (\gamma_{AR})$

La mise en oeuvre de la méthode de calcul numérique, qui sera décrite par la suite, exige de connaître la loi selon laquelle s'effectuent les raccordements entre la ligne (γ) et chacun des éléments d'extrémités $(\gamma_{AR}), (\gamma_{AV})$, quelle que soit la forme géométrique de ces derniers.

Nous nous proposons d'établir ici cette loi de raccordement, que nous dénommerons "condition de coiffe". Nous ne diminuerons en rien la généralité des résultats en nous bornant à déterminer la forme asymptotique de (γ) au voisinage de (γ_{AV}) ; celle-ci sera tout d'abord établie dans le repère local (C, XY) , l'axe CY coïncidant avec la normale extérieure à l'extrémité C de (γ_{AV}) (Fig.14).

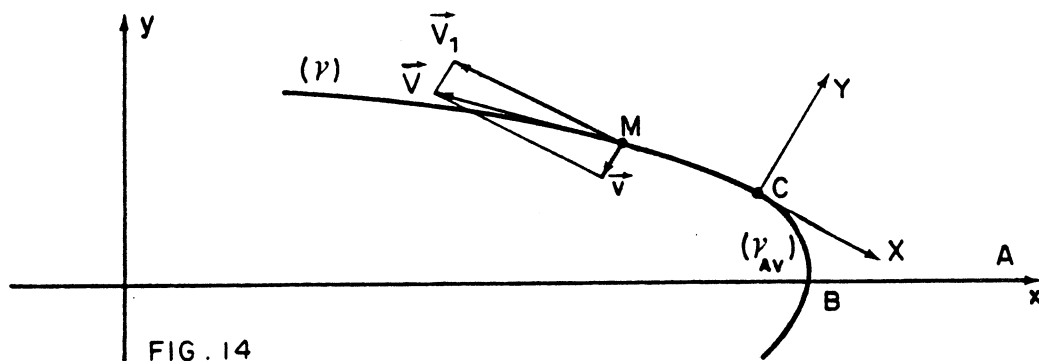


FIG. 14

La vitesse relative \vec{V} en un point courant M de (γ) est un vecteur tangent à celle-ci, d'intensité constante V_1 ; nous poserons :

$$(10) \quad \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{v}$$

$\vec{V}_1 = -V_1 \vec{X}$ désignant la vitesse relative à l'extrémité C de l'élément (γ_{AV}) .

Avec ces notations, on a pour M voisin de C : $v \leq V_1$ et, par suite :

$$|\vec{V}|^2 = V^2 + 2\vec{v} \cdot \vec{V}_1$$

Mais comme par hypothèse on a : $|\vec{V}| = V_1$, la relation ci-dessus se réduit à :

$$(11) \quad \vec{v} \cdot \vec{X}|_{\gamma} = 0 \quad ,$$

de sorte que le vecteur $\vec{v} = \vec{\text{grad}}\phi$ est sensiblement normal à la tangente au bord de fuite C de la forme avant.

Toujours du fait que le point M est très voisin de C, il est licite d'afficher la condition (11), non pas sur la courbe (γ), mais sur l'axe CX.

D'où, compte tenu des diverses approximations consenties ci-dessus, la condition qui doit être satisfaite par la fonction de potentiel ϕ :

$$(12) \quad \phi(x < 0, y = 0) = 0, \text{ en choisissant arbitrairement } \phi(C) = 0$$

Par ailleurs, la condition de glissement sur (γ_{AV}) impose :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} \Big|_{(\gamma_{AV})} = -V_1 \cdot \vec{n} \Big|_{(\gamma_{AV})}$$

soit, en transformant cette condition de Neumann en une condition de Dirichlet :

$$(13) \quad \psi \Big|_{(\gamma_{AV})} = V_1 Y, \quad ,$$

ψ désignant la fonction de courant associée au potentiel ϕ , et à laquelle on a attribué arbitrairement la valeur zéro au point C.

En assimilant localement (γ_{AV}) à son cercle ausculteur, de rayon R, puis en affichant la condition (13) sur l'axe OX, on obtient alors :

$$(14) \quad \phi(x > 0, y = 0) = -V_1 \frac{x^2}{2R}$$

La fonction de potentiel complexe $f(z) = \phi + i\psi$, satisfaisant simultanément les conditions (12) et (14), a manifestement pour expression :

$$f(z) = z^{1/2} [a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots] - i \frac{V_1}{2R} z^2$$

Le coefficient a_0 est nécessairement nul, sinon la vitesse en C serait infinie.

Par ailleurs, comme tous les développements précédents ont été effectués dans l'hypothèse où $|z|$ est très petit, nous retiendrons simplement :

$$(15) \quad f(z) = a_1 z^{3/2} - i \frac{V_1}{2R} z^2, \quad ,$$

a_1 étant une constante réelle qui demeure inconnue.

La fonction de courant $\psi(x, y)$ attachée au champ de vitesses $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{v}$ est par conséquent :

$$\psi = -V_1 Y + a_1 \rho^{3/2} \sin \frac{3\theta}{2} - \frac{V_1}{2R} (x^2 - y^2),$$

ρ, θ désignant les coordonnées polaires de M dans le repère (C, XY).

La courbe cherchée (γ), qui constitue un élément de la ligne de courant $\psi = 0$, a alors pour équation, du moins au degré d'approximation admis jusqu'ici :

$$(16) \quad Y = -\frac{x^2}{2R} - K|x|^{3/2},$$

$K = a_1 / V_1$ étant une nouvelle constante qui reste toujours inconnue.

Dans le repère général (o, xy) , l'équation de la courbe (\mathcal{P}) , au voisinage de l'élément (\mathcal{P}_{AR}) , prend finalement la forme suivante :

$$(17) \quad y - y_c = - (x - x_c) \operatorname{tg} \alpha - \frac{(x - x_c)^2}{2R \cos^3 \alpha} - \lambda |x - x_c|^{3/2},$$

α désignant le demi-angle d'ouverture du dièdre tangent à (\mathcal{P}_{AV}) en son extrémité C (Fig.14), R désignant le rayon de courbure de (\mathcal{P}_{AV}) à son extrémité C, λ étant une constante dont la valeur reste indéterminée.

Remarque :

Dans le cas où la forme avant est un dièdre de demi angle d'ouverture α , l'équation (17) se réduit à :

$$(18) \quad y - y_c = - (x - x_c) \operatorname{tg} \alpha - \lambda |x - x_c|^{3/2}$$

Celle-ci aurait pu être établie d'une manière beaucoup plus expéditive en exploitant la seconde des formules (9) établies au §III.1.

III.3 - Méthode de résolution numérique

La méthode est fondée sur l'utilisation d'une distribution de singularités. Aussi a-t-on intérêt à considérer ici le potentiel absolu $\varphi(x, y)$, exprimé dans le repère lié au solide; celui-ci est caractérisé par le système d'équations suivant :

$$(19) \quad \left[\begin{array}{l} \Delta \varphi = 0 \quad , \quad \text{dans tout le domaine fluide } (\mathcal{D}) \\ \varphi \rightarrow 0 \quad , \quad \text{à l'infini} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \vec{v}_0 \cdot \vec{n} \quad , \quad \text{sur } (c) = (\mathcal{P}_{AV} + \mathcal{P} + \mathcal{P}_{AR}) \\ (\vec{\operatorname{grad}} \varphi - \vec{v}_0) \cdot \vec{t} = \begin{cases} +v_1 & , \text{ sur l'élément supérieur } (\mathcal{P}^+) \text{ de } (\mathcal{P}) \\ -v_1 & , \text{ sur l'élément inférieur } (\mathcal{P}^-) \text{ de } (\mathcal{P}), \end{cases} \end{array} \right.$$

\vec{t} désignant le vecteur unitaire de la tangente au profil, celui-ci étant décrit dans le sens trigonométrique (Fig.15).

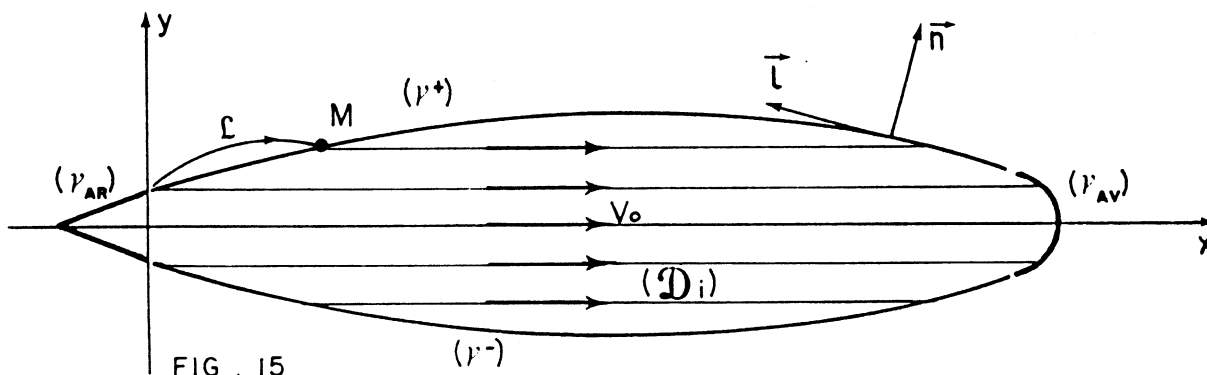


FIG. 15

La distribution de singularités cinématiquement

équivalente au solide sera recherchée sous la forme d'une distribution superficielle de doublets normaux, répartis sur (c) avec la densité $\mu = \mu(M)$.

Rappelons qu'une telle distribution présente les particularités suivantes :

- La détermination φ_i du potentiel φ engendré par cette distribution à l'intérieur du solide est :

$$(20) \quad \varphi_i = V_0 (x - x_0)$$

x_0 étant une constante.

- La densité superficielle $\mu(M)$ est liée à la trace du potentiel extérieur φ sur le contour par la relation :

$$(21) \quad \mu = -\varphi + V_0 (x - x_0)$$

Il en résulte que, dans le cas présent, la dernière des conditions (19) implique :

$$(22) \quad \frac{\partial \mu}{\partial l} = \begin{cases} -V_1 & , \text{ sur } (\mathcal{V}^+) \\ +V_1 & , \text{ sur } (\mathcal{V}^-) \end{cases}$$

et par suite :

$$(23) \quad \mu = V_1 \xi + \mu_0 \quad , \quad \text{sur } (\mathcal{V}) = (\mathcal{V}^+ + \mathcal{V}^-) \quad ,$$

ξ étant l'abscisse curviligne d'un point M de (\mathcal{V}) , comptée positivement dans la direction $\vec{o}\bar{x}$, à partir du plan $x=0$.

On peut attribuer à μ_0 la valeur zéro; mais à ce moment là, la constante x_0 intervenant dans la relation (20) doit être considérée comme l'une des inconnues du problème.

Compte tenu de cette dernière remarque, la distribution superficielle de doublets normaux engendre en tout point M de l'espace un potentiel ayant pour expression :

$$(24) \quad \varphi(M) = \int_{(\mathcal{V}_{AV} + \mathcal{V}_{AR})} \mu(M') D(M, M') dl(M') + V_1 \int_{(\mathcal{V})} \xi(M') D(M, M') dl(M')$$

avec :

$$(25) \quad D(M, M') = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n(M')} \text{Log} |MM'|$$

En écrivant que celui-ci s'explicité par la formule (20) en tout point d'une courbe fermée quelconque (c_i) disposée à l'intérieur du solide, le problème posé est ramené à la résolution de l'équation intégrale, non linéaire :

$$(26) \quad \int_{(\mathcal{V}_{AV} + \mathcal{V}_{AR})} \mu(M') D(M, M') dl(M') + V_1 \int_{(\mathcal{V})} \xi(M') D(M, M') dl(M') \\ = V_0 [x(M) - x_0] \quad , \quad \forall M \in (c_i)$$

dans laquelle les inconnues sont :

- les ordonnées $y(M')$ de la courbe (\mathcal{V}) ,
- les densités de doublets $\mu(M')$ sur les éléments (\mathcal{V}_{AV}) et (\mathcal{V}_{AR}) ,
- la valeur du rapport V_1 / V_0 ,
- la valeur de la constante x_0 .

Pour résoudre celle-ci, nous supposerons connue une courbe (Γ) , d'équation $Y=Y(x)$, présumée suffisamment voisine de la courbe cherchée (\mathcal{V}) , d'équation $y=y(x)$, pour que les écarts $\eta(x)=y(x)-Y(x)$ soient assez petits pour qu'on puisse linéariser les coefficients d'influence $D(M, M')$ pour $M' \in (\mathcal{V})$.

Dans ces conditions, l'équation intégrale (26) sera remplacée par la suivante :

$$(27) \quad \int_{(\mathcal{V}_{AV} + \mathcal{V}_{AR})} \mu(M') D(M, M') dL(M') + v_1 \int_{(\Gamma)} \Sigma(M') D(M, M') dL(M') \\ + v_1 \int_{(\Gamma)} \Sigma(M') \frac{\partial}{\partial y'} D(M, M') \eta(M') dL(M') = v_0 [x(M) - x_0],$$

qui devra être satisfaite quel que soit M appartenant à $(c_i) = (\mathcal{V}_{AV} + \Gamma + \Gamma_{AR})$.

La solution de cette équation ne fournit pas immédiatement les valeurs des ordonnées $y=Y+\eta$ de la courbe cherchée (\mathcal{V}) puisque (27) n'est une bonne approximation de (26) que dans la mesure où la courbe support (Γ) est déjà très voisine de (\mathcal{V}) . Aussi, sera-t-il nécessaire de mettre en oeuvre un processus d'approximations successives qui consiste à adopter comme nouvelle courbe support Γ_n , la courbe \mathcal{V}_{n-1} obtenue à l'issue de l'étape précédente, et ainsi de suite.

Pour obtenir une solution approchée de l'équation intégrale (27), on remplace celle-ci par un système d'équations linéaires obtenu par application d'une méthode de discrétisation classique consistant à décomposer le contour (c) selon N arcs élémentaires s_j , chacun de ceux-ci étant de dimension assez petite pour qu'on puisse admettre qu'il est le support d'une distribution uniforme de doublets normaux, de densité μ_j . Dans ces conditions, l'équation (27) ne sera satisfaite qu'en N points de contrôle, lesquels seront naturellement les points milieux de chacun des arcs s_j (Fig. 16).

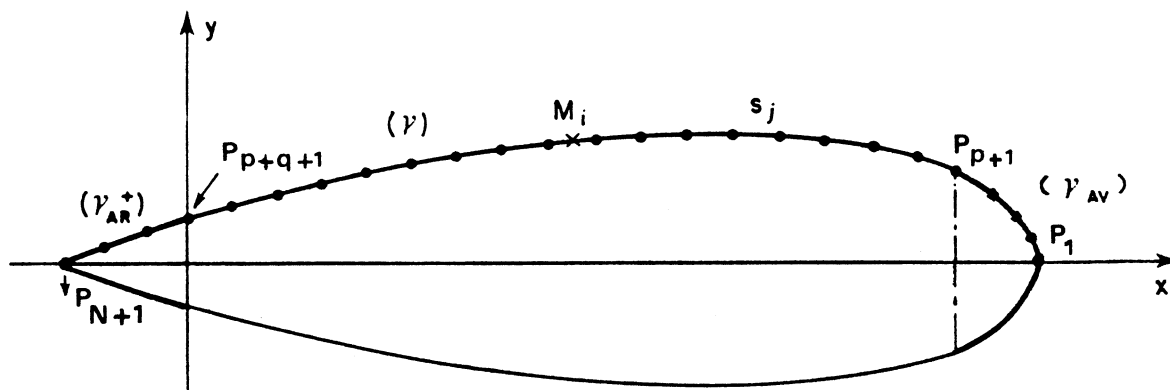


FIG. 16

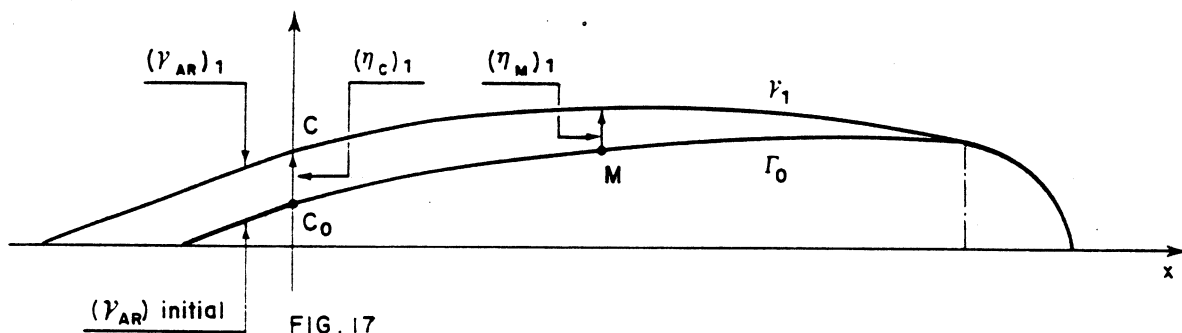
En désignant par p, q, r le nombre d'arcs élémentaires distribués respectivement sur (\mathcal{V}_{AV}^+) , (\mathcal{V}^+) , (\mathcal{V}_{AR}^+) , on obtiendra $N=p+q+r$ équations à $N+2$ inconnues :

- $p + r$ valeurs discrètes de μ_j $\left\{ \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, p \\ j = p+q+1, p+q+2, \dots, p+q+r \end{array} \right.$
- q valeurs discrètes de η_j , $j = p+2, p+3, \dots, p+q+1$ *
- le rapport V_1 / V_0
- la constante x_0

Il conviendra donc de compléter ces N équations par deux relations supplémentaires; celles-ci seront obtenues en imposant à la courbe (\mathcal{V}) de satisfaire, à chacune de ses extrémités, la condition de coiffe établie en (III.2).

Pour résoudre le problème ainsi posé, nous avons été amenés à opérer ainsi :

- on s'impose définitivement (\mathcal{V}_{AV}) ainsi que la longueur L de l'élément de raccordement (\mathcal{V}) ;
- on s'impose provisoirement (\mathcal{V}_{AR}) , tel que ses dimensions soient celles souhaitées;
- on effectue un premier calcul, à partir d'une courbe support arbitraire (Γ_0) , la valeur de η au point de raccordement Centre (\mathcal{V}) et (\mathcal{V}_{AR}) étant laissée en inconnue;
- on définit une nouvelle forme d'extrémité $(\mathcal{V}_{AR})_1$ en faisant subir à (\mathcal{V}_{AR}) une similitude définie par le facteur d'échelle $\lambda = \frac{y_c + \eta_c}{y_c}$;
- on reprend entièrement les calculs en adoptant comme nouveaux supports les éléments (\mathcal{V}_{AV}) , $(\mathcal{V})_1$, $(\mathcal{V}_{AR})_1$; et ainsi de suite jusqu'à ce que la courbe $(\mathcal{V})_n$ coïncide pratiquement avec la courbe $(\mathcal{V})_{n-1}$.



* Rappelons, en effet que la valeur de η_{p+q+1} ne peut être considérée comme une donnée, puisque celle-ci dépend d'une inconnue fondamentale du problème : le facteur d'échelle qui fixe les dimensions du tronçon (\mathcal{V}_{AR}) lorsqu'on a déjà imposé celles du tronçon (\mathcal{V}_{AV}) ainsi que la longueur L de l'élément de raccordement (\mathcal{V}) (cf. conclusion de l'étude analytique, III.1).

Dans le cas particulier d'un profil amphidrome, le problème se pose beaucoup plus simplement du fait qu'il existe toujours une solution, quelles que soient la forme et la position relative des éléments (γ_{AV}), (γ_{AR}).

Le programme de calcul a été testé sur des profils dont les extrémités avant et arrière sont constituées de deux dièdres du fait que dans ce cas, le problème admet une solution analytique; les planches ci-après illustrent les résultats obtenus pour un profil amphidrome ayant pour extrémités deux dièdres identiques de 60° d'ouverture, d'allongement $L/D = 4,35$.

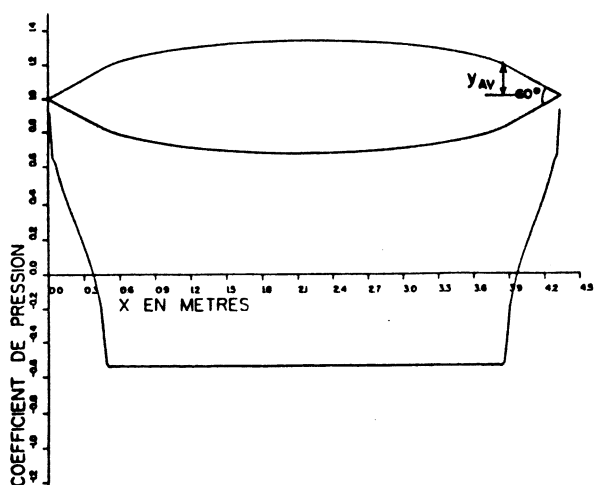


PLANCHE - 3

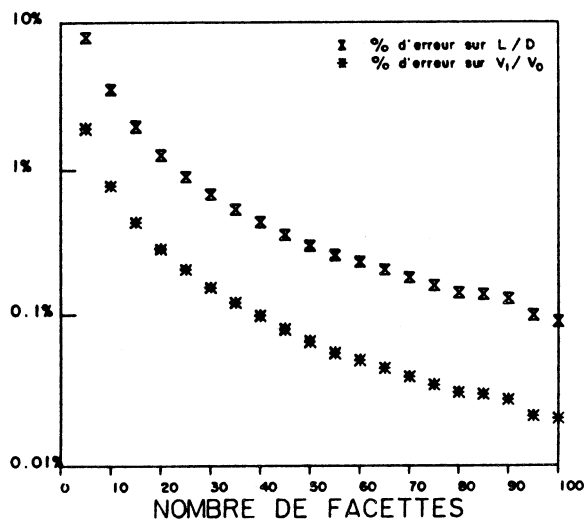


PLANCHE - 4 Influence de la finesse de la discrétisation sur la précision du résultat final

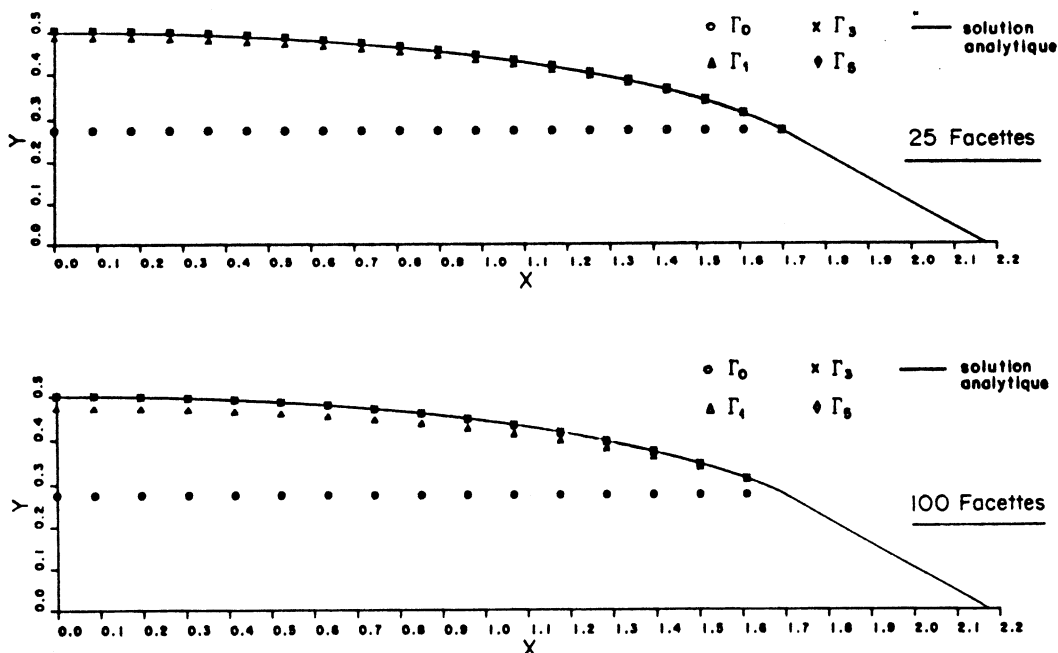


PLANCHE - 5 Approche de la solution analytique au cours des itérations

IV RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME AXISYMETRIQUE

Les préliminaires ci-dessus, relatifs à la compréhension et la résolution de problèmes plans, n'avaient d'autre but que de fournir une méthodologie permettant de réaliser à coup sûr notre véritable objectif : l'élaboration d'un programme de calcul d'optimisation des formes d'engins axisymétriques. Aussi, l'algorithme de calcul utilisé ici est-il très fidèlement calqué sur le précédent; la solution du problème étant toujours recherchée sous la forme d'un potentiel de double couche, on se trouve ramené à résoudre, par approximations successives, une équation intégrale non linéaire, telle que celle déjà établie en (26), mais dans laquelle la fonction de Green, $D(M, M')$, du problème plan doit être remplacée par celle du problème axisymétrique, soit :

$$(28) \quad \mathcal{D}(M, M') = - \frac{1}{\Pi} \frac{y'}{|MM'|} K(m) \quad , \quad m = - \frac{4yy'}{|MM'|}$$

où $K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-m \sin^2\theta}}$ désigne l'intégrale elliptique complète de première espèce.

Pour résoudre cette équation intégrale, on a encore recours à une méthode de discrétisation consistant à décomposer la méridienne $(c^+) = (\mathcal{P}_{AV}^+ + \mathcal{P} + \mathcal{P}_{AR}^+)$ de la carène en N éléments d'arcs s_j , chacun d'eux étant le support d'une distribution uniforme de doublets normaux, de densité μ_j . Le système linéaire, ainsi obtenu, de N équations à $N+2$ inconnues est complété par deux relations supplémentaires, déduites de l'étude du comportement asymptotique de la courbe (\mathcal{P}^+) au voisinage de ses extrémités (le champ de vitesse relatif \vec{V} est encore décomposé de la manière suivante : $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{v}$, $\vec{v} \ll \vec{V}_1$, tout comme dans le cas du problème bidimensionnel, mais \vec{V}_1 est maintenant défini ainsi : $\vec{V}_1 = -V_1 (h/\cos\alpha)^2 \text{grad} \frac{1}{|OM|}$, O étant la pointe du cône circonscrit à (\mathcal{P}_{AV}) , de demi angle au sommet α et de hauteur h).

Comme nous ne disposons d'aucune solution analytique du problème axisymétrique, le programme de calcul a été testé à partir d'un logiciel déjà opérationnel donnant les caractéristiques de l'écoulement autour d'une carène axisymétrique de forme connue; ce logiciel, fondé sur l'utilisation d'une distribution superficielle de sources, fournit - entre autres - la répartition du coefficient de pression le long d'une méridienne.

On a pu ainsi s'assurer que les formes de carène déduites de nos calculs satisfont, avec une excellente précision, le critère souhaité : $C_p = \text{constante}$ sur (\mathcal{P}^+) .

Ces calculs ont confirmé le bien fondé du choix d'un tel critère d'optimisation, d'ailleurs beaucoup plus nettement que nous ne l'avions perçu à l'issue de l'étude préliminaire consacrée au problème plan :

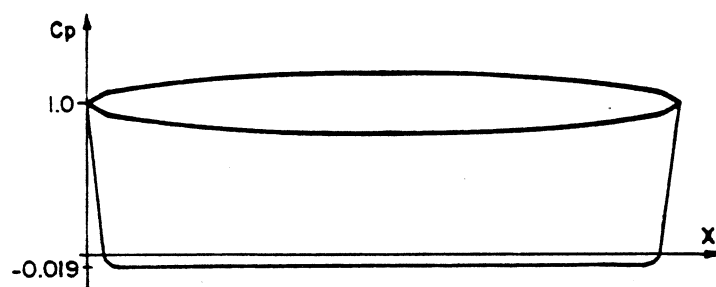
- la zone sur laquelle $C_p = (C_p)_{\min}$ demeure constant est très étendue;

- la valeur absolue de $(C_p)_{\min}$ est extrêmement faible.

On obtient en effet, pour un solide amphidrome d'allongement $L/D=10$: (Fig.18)

$C_p = (C_p)_{\min} = - 0,02$, sur 93 % de la longueur de l'engin.

FIG. 18 - Répartition du coefficient de pression sur le profil.



V Vérification expérimentale en bassin d'essais des carènes

Afin de s'assurer que les profils proposés ont bien des performances hydrodynamiques satisfaisantes, nous nous sommes attachés à mesurer le plus précisément possible, pour différentes valeurs de l'incidence i et du nombre de Reynolds Re , les coefficients du régime stationnaire, soit :

- Le coefficient de trainée $C_x(i, Re)$;
- Le coefficient de portance $C_z(i, Re)$;
- Le coefficient du moment de tangage $C_m(i, Re)$.

Les nombres de Reynolds Re qu'on espère atteindre au réel sont de l'ordre de $1,5 \cdot 10^8$; sur le modèle réduit, on ne peut guère réaliser mieux que $Re = 10^7$. Aussi les effets d'échelle seront-ils très importants, surtout en ce qui concerne le fonctionnement des ailettes stabilisatrices pour lesquelles les nombres de Reynolds locaux sont plus de 10 fois inférieurs à ceux donnés ci-dessus.

Afin d'effectuer avec une bonne certitude l'extrapolation des résultats d'essais au réel, il convient donc d'effectuer de nombreux essais, à différentes vitesses de remorquage, pour connaître l'évolution des coefficients hydrodynamiques sur une plage de variation du nombre de Reynolds aussi étendue que possible; cela implique évidemment que la mesure de ces coefficients hydrodynamiques soit aussi précise que possible. D'où, les différentes contraintes expérimentales qu'il convenait de s'imposer :

- concevoir un montage expérimental minimisant les effets parasites des supports assurant la liaison entre la maquette et le chariot de remorquage qui équipe le bassin d'essais;
- ne peser exclusivement que les efforts hydrodynamiques s'exerçant sur le modèle, même si les dimensions des supports sont réduites au minimum; ceci implique de disposer les dynamomètres à l'intérieur de la maquette;
- s'assurer que le montage expérimental ne transmettra pas les vibrations parasites de la platine de mesure.

L'ensemble des conditions ci-dessus nous a amenés à adopter un système de suspension du modèle, constitué simplement de deux fils d'acier très fins, tendus horizontalement dans une direction perpendiculaire au plan longitudinal de symétrie du bassin d'essais (Fig.19). Chacun des deux fils d'acier (f_A), (f_F) est intercepté par une balance hydrodynamique logée à l'intérieur du modèle, permettant ainsi de mesurer les composantes du torseur des forces de pression hydrodynamiques qui sollicitent la carène en régime de translation uniforme. Ce montage permet la mise en

incidence du modèle sur une grande plage de variation, avec une perturbation minimale de l'écoulement incident. La valeur exacte de l'incidence est mesurée au moyen d'un inclinomètre embarqué.

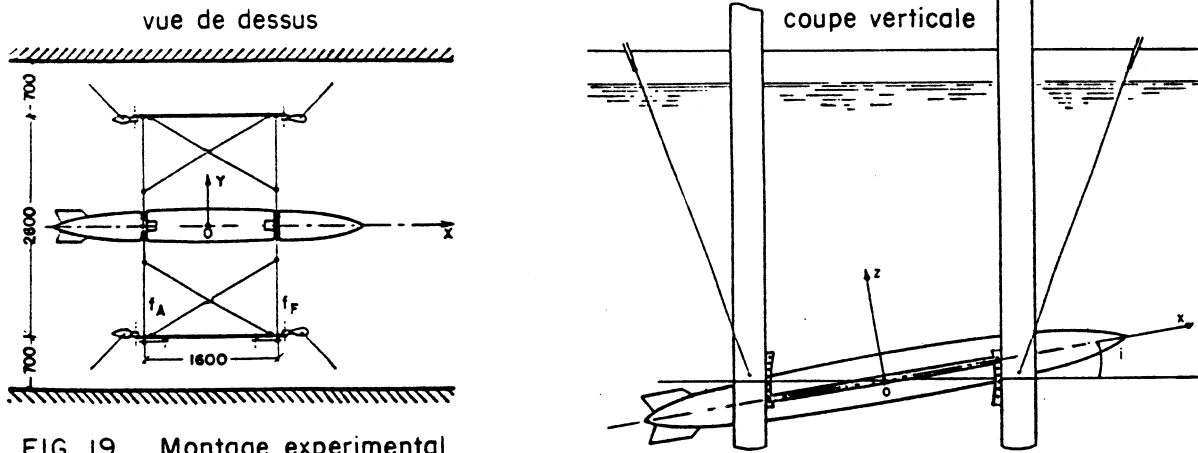


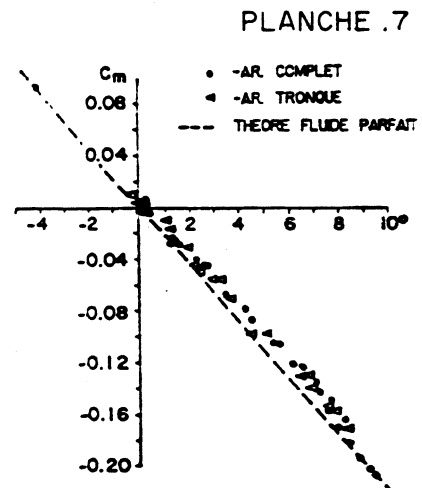
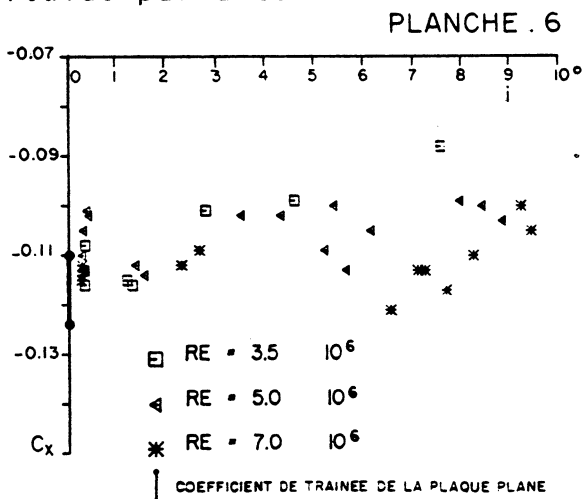
FIG. 19 - Montage experimental

La maquette a été réglée de telle sorte qu'elle soit pratiquement en équilibre indifférent en eau calme. Les essais ont eu lieu dans le canal de courantométrie de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse sur une maquette à l'échelle $\lambda=2/3$. A l'issue de cette campagne d'essais, nous avons pu tirer les conclusions suivantes :

- 1. Les valeurs de la traînée à incidence nulle sont sensiblement égales aux valeurs de la traînée de frottement calculée par les formules classiques donnant les valeurs du coefficient de frottement de la plaque plane; ce qui prouve indirectement l'absence de traînée de sillage (On a : $C_x=0,11$ pour $Re \approx 7 \cdot 10^6$) (Planche 6).

- 2. Les performances hydrodynamiques de l'engin sont très peu altérées lorsque l'on tronque l'arrière de celui-ci, du moins dans les limites d'investigation imposées par des contraintes techniques liées au système de transmission des données par fils et au dispositif de largage des engins en mer.

Sur la planche 7 qui donne le coefficient du moment de tangage en fonction de l'incidence, nous avons représenté les variations de la fonction $C_m(i)$ fournie par la théorie du fluide parfait. La très bonne corrélation constatée entre les résultats théoriques et expérimentaux valide indirectement notre méthode d'optimisation des formes par l'approche du fluide parfait.



V.1 Stabilité de route

. Calcul des ailettes

Connaissant les valeurs du coefficient de moment de renversement de la carène lisse retenue (Planche 7), nous avons pu dimensionner les ailettes stabilisatrices pour que l'engin complet soit doté d'une légère réserve de stabilité. Notons que pour les très grandes vitesses escomptées, le moment de rappel d'origine hydrostatique est parfaitement négligeable comparé au moment de rappel hydrodynamique; il ne joue un rôle déterminant qu'aux tous premiers instants qui suivent le moment du largage de l'engin.

. Nouveaux essais en bassin

Une fois implantées les ailettes stabilisatrices sur la carène, une nouvelle série de mesures a été effectuée :

- d'une part, pour mesurer les coefficients hydrodynamiques de l'engin complet en régime stationnaire (en particulier, le coefficient de traînée, extrapolé au réel, a maintenant pour valeur $C_x=0,078$);

- d'autre part, pour appréhender parmi les coefficients hydrodynamiques du régime instationnaire, celui qui nous a paru devoir gouverner fondamentalement la stabilité de l'engin : le coefficient d'amortissement résultant du couplage vitesse axiale-oscillations de tangage (les autres coefficients hydrodynamiques instationnaires ont été estimés à partir de résultats fournis par la littérature).

. Exploitation paramétrique d'un programme de calcul de simulation de mouvement :

- Le comportement de l'engin n'est pas sensiblement modifié lorsqu'on donne des valeurs très différentes aux coefficients hydrodynamiques non précisément connus.

Il en est encore de même lorsqu'on introduit des perturbations résultant des inévitables imperfections constructives.

- En revanche, le positionnement des ailettes par rapport à l'engin conditionne fondamentalement la trajectoire de celui-ci; un défaut d'alignement de $0,1^\circ$ entraîne un "vol hydrodynamique" caractérisé par une incidence de $0,6^\circ$ et une inclinaison de la trajectoire de 5° par rapport à la verticale.

VI ESSAIS IN SITU

A la suite de ces développements, théoriques et expérimentaux, des essais in situ ont été effectués pour confirmer ou infirmer l'ensemble des résultats prédits.

Les engins étaient équipés de capteurs devant permettre de reconstituer leur trajectoire : accéléromètre triaxial, inclinomètres pour mesurer la déviation finale après arrêt dans le sol.

La transmission des données se fait par un fil électrique deux conducteurs, enveloppé dans une gaine de kevlar de diamètre 7/10, grâce à un système de modulation-démodulation entre

l'engin et la surface.

Le fil, embobiné dans le compartiment arrière de l'engin, se dévide à la vitesse de ce dernier; une bobine tampon en surface permet de compenser la dérive du bateau pendant toute la durée de transmission.

Les données sont décodées et traitées en surface au fur et à mesure de leur remontée.

La vitesse de l'engin au cours de sa chute hydrodynamique, obtenue par intégration du signal brut délivré par l'accéléromètre embarqué, pour deux essais effectués en Méditerranée (par 300 et 800 m de fond), est donnée sur la planche 8.

La vitesse théorique, calculée à partir du C_x mesuré en bassin, est également reportée; cette confrontation théorie-expérience de mise en vitesse de l'engin valide pleinement l'ensemble de la démarche.

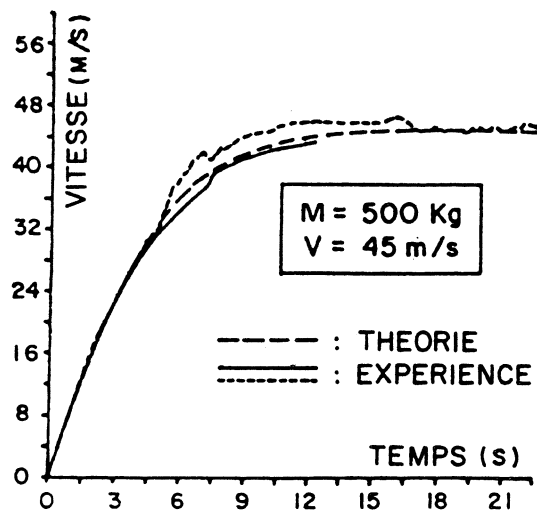


PLANCHE . 8 — MISE EN VITESSE DU PENETRATEUR