

L'IMPACT HYDRODYNAMIQUE EN DEUX DIMENSIONS  
Application à l'Impact de Vagues Déferlantes

Raymond Cointe

Laboratoire de Génie Océanique  
Université de Californie à Santa Barbara \*

Résumé

Le problème de l'impact de vagues déferlantes contre une structure marine est étudié. Il est suggéré que, dans le cas d'une déferlante glissante, les efforts d'impact sont associés à l'impact de la partie déferlante, transportée par la vague à sa vitesse de phase, sur la structure. L'étude de l'impact hydrodynamique est effectuée en deux dimensions en utilisant la méthode des développements asymptotiques raccordés. La singularité apparaissant à l'intersection fluide-structure est étudiée en détail et il est montré que cette singularité conduit à la formation d'un jet. Une première estimation des efforts d'impact exercés sur une pile verticale est effectuée et comparée aux résultats existants. Des conclusions sur la validité de la méthode proposée sont données.

Summary

The problem of the impact of breaking waves against marine structures is considered. It is suggested that, for a spilling breaker, the impact loads are mainly due to the impact of the breaker on the structure. The general problem of a two-dimensional water-solid impact is addressed, using asymptotic methods. A study of the singularity appearing at the water line shows that a jet has to be created there. A first estimate of the impact loads exerted on a vertical pile is made. The results are compared with the existing literature. Some conclusions on the applicability of the method are given.

\* Présente adresse : Institut Français du Pétrole, D.R. Exploitation en Mer.

## INTRODUCTION

L'impact de vagues déferlantes contre une structure marine peut être à l'origine d'importants dommages et mettre en péril l'intégrité de la structure. La compréhension de ce phénomène est donc d'une importance cruciale tant pour le génie maritime pétrolier et l'architecture navale que pour le génie côtier.

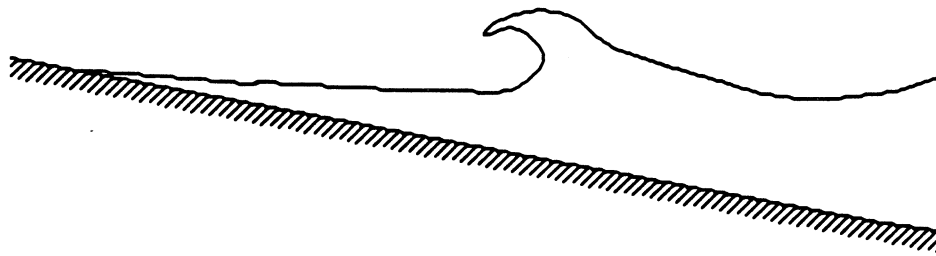
En dépit de cette importance, le manque de données expérimentales et de modèles théoriques concernant ce problème est apparent. Il semble tenir principalement à l'ignorance du mécanisme fin du déferlement, tel qu'il se produit au large et sur les côtes, et à la difficulté de traiter le problème de l'impact lui-même.

Dans cette étude, des résultats récents, tant expérimentaux que théoriques, concernant le déferlement sont d'abord rapidement décrits. Le modèle physique pour le déferlement glissant conduit à proposer une nouvelle explication pour l'importance des efforts d'impact exercés par une déferlante. La vague déferlante transportant à sa vitesse de phase une masse d'eau turbulente essentiellement stagnante, le mouton, le calcul des efforts d'impact passe d'abord par la détermination de la géométrie du mouton et par la modélisation de son impact sur la structure.

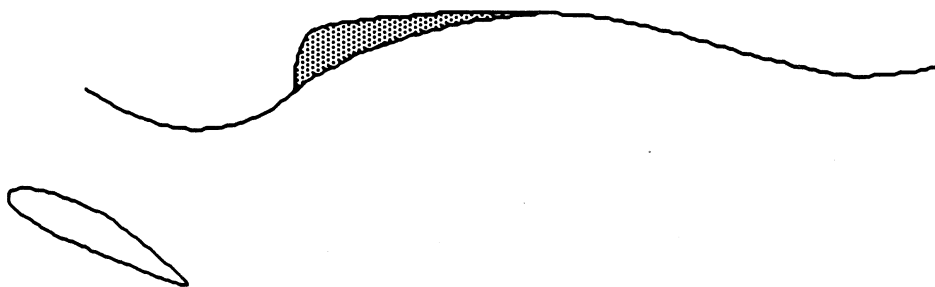
La géométrie de la partie déferlante doit être donnée par la modélisation du déferlement. Elle est déjà bien connue pour une déferlante stationnaire en eau profonde. L'accent est mis ici sur les problèmes posés par le calcul de l'impact du mouton sur la structure. Le problème de l'impact hydrodynamique a donné lieu à de nombreuses études, tant théoriques qu'expérimentales, depuis les travaux pionniers de Von Kàrmàn (1929) et Wagner (1932). Récemment, ce problème a fait l'objet d'études numériques qui ont toutes démontré la difficulté de traiter proprement l'intersection fluide-structure dans le cas où le rapport de la profondeur de pénétration à la largeur mouillée tend vers zéro (Greenhow & Lin, 1985; Yim, 1985). Une étude analytique du problème est effectuée ici en prenant ce rapport comme petit paramètre. La solution au premier ordre obtenue en utilisant la méthode des développements asymptotiques raccordés donne l'élévation de la surface libre et l'expression de la pression. Elle prévoit la formation d'un jet au voisinage de l'intersection fluide-structure et explique donc les difficultés numériques rencontrées. Elle s'applique à de nombreux cas déjà traités dans la littérature, tels que l'impact d'un cercle ou d'un coin sur une surface libre au repos, pour lequel elle correspond à la solution de Wagner (1932), et l'impact d'un cercle ou d'un cylindre d'eau sur un mur.

Si cette méthode permet de fournir une première estimation quantitative de l'ordre de grandeur des efforts d'impact exercés par une déferlante glissante, elle constitue surtout une première étape pour l'étude plus détaillée, tant numérique qu'expérimentale, du phénomène et met en lumière les problèmes restant à résoudre.

## LE DEFERLEMENT GLISSANT



Une déferlante plongeante sur une plage



Une déferlante glissante créée par un hydrofoil remorqué à vitesse constante

Figure 1 - Déferlement plongeant et déferlement glissant (schématique)

Le fait que les vagues déferlantes exercent sur les structures marines des efforts supérieurs à ceux des vagues non-déferlantes a été reconnu depuis longtemps. En génie côtier par exemple, c'est le déferlement qui doit conduire au dimensionnement des ouvrages maritimes de protection. Néanmoins, pour évaluer quantitativement les efforts engendrés sur les structures, il convient en premier lieu d'aborder le mécanisme fin du déferlement dont la compréhension est, à l'heure actuelle, toujours partielle. Plusieurs facteurs peuvent expliquer pourquoi les vagues déferlantes exercent d'importants efforts hydrodynamiques. En particulier, l'assymétrie qui se développe avant le déferlement, conduisant à rendre la face de la vague presque verticale, et l'importante énergie cinétique du jet qui se développe dans le cas du déferlement plongeant sont deux facteurs souvent retenus. L'étude détaillée du déferlement glissant conduit à proposer une autre explication bien moins souvent prise en compte et qui sera exposée en détail ici.

La modélisation physique du déferlement glissant en stationnaire a été approchée par étapes durant les quinze dernières années. Elle a été rendue possible par des études expérimentales précises qui ont débuté dans les années 70. Longuet-Higgins (1974) fût apparemment le premier à reconnaître que la dépendance en temps inhérente à une vague déferlante peut être en partie éliminée en étudiant le train de vagues créé par un objet en

mouvement stationnaire sur (ou dans) l'eau. Banner et Phillips (1974) étudièrent la vague déferlante créée par un obstacle placé au fond d'un canal, tandis que Duncan (1981, 83), Battjes et Sakai (1981) et Mori (1986) utilisèrent un hydrofoil remorqué à vitesse constante au voisinage de la surface libre. La vague déferlante qui apparaît éventuellement est très différente des déferlantes plongeantes ("plunging breakers") que l'on observe fréquemment sur les plages (et qui sont par essence instationnaires). Elle se rapproche au contraire des déferlantes glissantes ("spilling breakers"), elles aussi observées sur les plages mais qui semblent surtout répandues au large, voir Figure 1. Ces études expérimentales détaillées, et en particulier celles de Duncan, ont conduit récemment à un modèle physique pour le déferlement glissant en stationnaire et en eau profonde (Tulin & Cointe, 1986) qui est rapidement décrit ci-dessous en relation avec le problème de l'impact.

L'écoulement dans une déferlante glissante est bien sûr turbulent, mais l'écoulement moyen est stationnaire. Les expériences de Duncan (1981, 83) ont montré que la géométrie de l'écoulement moyen possède un degré d'organisation jusqu'alors ignoré. Une des caractéristiques essentielles d'une déferlante glissante est la présence d'une zone de recirculation, le mouton, glissant sur la face de la vague.

Dans un système de coordonnées progressant avec la vague, l'écoulement sous le mouton approche la vitesse de phase de la vague,  $c$ , à mesure que la profondeur augmente. Dans le mouton, au contraire, la vitesse est très petite devant  $c$ . A cause de cette différence, il existe d'importants efforts de cisaillement le long de la ligne de courant qui sépare le mouton du reste de la vague, voir Figure 2. Au pieds du mouton [point (a)] l'écoulement potentiel rencontre la zone de recirculation, essentiellement stagnante, conduisant à un modèle du type couche de mélange. Au voisinage de la crête [point (b)], la géométrie de l'écoulement suggère que la vitesse décroît pour atteindre zéro au point (b). La distribution de cisaillement le long de la ligne de courant (a)-(b) est à l'origine du sillage qui apparaît à l'aval du mouton et qui a été observé et mesuré expérimentalement.

La forme du mouton elle même est donnée par l'équilibre hydrostatique entre la pression et le cisaillement, de telle sorte que la hauteur du mouton au dessus de la ligne de courant (a)-(b),  $h$ , satisfait

$$\rho_e g h \frac{dh}{dx} = \tau - \rho_e g h \tan\theta, \quad (1)$$

où  $\rho_e$  est la masse volumique de l'eau dans le mouton <sup>1</sup>,  $\theta$  l'angle que fait la ligne de courant (a)-(b) avec l'horizontale et  $\tau$  la distribution de cisaillement le long de (a)-(b).

<sup>1</sup> Inférieure à la masse volumique de l'eau pure,  $\rho$ , à cause de l'aération. Les résultats de Duncan (1981) conduisent indirectement à  $\rho_e \approx 0.6 \rho$ .

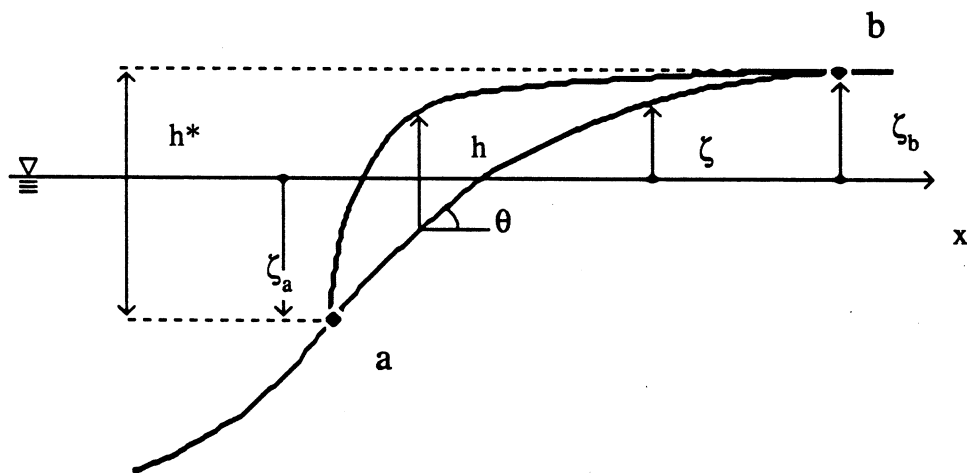


Figure 2 - Définitions géométriques pour la partie déferlante

Si  $\tau$  a une valeur finie non nulle au pied du mouton, (1) montre que l'avant du mouton a une forme parabolique,  $h$  croissant rapidement. Au contraire, quand  $\tau$  est nul, (1) montre que la hauteur totale du mouton au dessus d'une horizontale reste constante de telle sorte que le mouton est plat. La distribution de  $\tau$  est inconnue, mais il est probable que le cisaillement décroît rapidement d'une valeur finie au pied du mouton à zero à la crête de telle sorte que la limite supérieure du mouton croît rapidement au voisinage du point (a) puis devient plate à mesure que (b) est approché. En fait, il apparaît que l'idéalisation de cette forme par un triangle rectangle (correspondant à une distribution de Dirac pour le cisaillement) est en bon accord avec les résultats expérimentaux de Duncan (1981). Le mouton est alors paramétrisé par sa hauteur totale,  $h^*$ , voir Figure 2. Il peut être montré (Tulin & Cointe, 1986) que cette hauteur, ainsi que les autres paramètres définissant la géométrie du train de vagues, peuvent être obtenus en fonction de la résistance équivalente qui est par définition égale au flux incident de quantité de mouvement (qui est exactement égal, dans le cas de l'hydrofoil, à la résistance totale exercée sur l'hydrofoil). La résistance associée au déferlement est alors égale en première approximation à  $1/2 \rho_e g h^{*2}$ .

Dans le cas stationnaire, on possède donc à l'heure actuelle une bonne connaissance, à la fois théorique et expérimentale, de la géométrie d'une vague déferlante en eau profonde. Il

existe une famille <sup>2</sup> de solutions paramétrisée par la résistance équivalente décrite plus haut. L'extension de ces résultats au déferlement instationnaire, tel qu'il est observé en mer, est évidemment souhaitable afin de conduire à des résultats quantitatifs précis utilisables par l'ingénieur marin. Il est néanmoins remarquable que le précédent modèle conduise à une nouvelle approche pour l'étude de l'impact. Depuis le travail de Von Kármán (1929) on sait en effet que les efforts d'impact varient approximativement comme le carré de la vitesse des particules juste avant l'impact. Dans un système de coordonnées fixe avec le fluide à l'infini, la vitesse des particules dans le mouton est pratiquement égale à  $c$ , la vitesse de phase de la vague, tandis que cette vitesse est beaucoup plus petite que  $c$  partout ailleurs. En d'autres termes, la vague transporte le mouton, une masse d'eau essentiellement stagnante, à sa vitesse de phase. Il est clair qu'il est possible que ce soit l'impact du mouton qui soit responsable des importants efforts d'impact observés dans le cas d'une vague déferlante.

Si un modèle fin du déferlement existe, comme c'est le cas actuellement pour le déferlement stationnaire en eau profonde, le problème de l'impact semble donc se réduire, en première approximation, au problème de l'impact du mouton, de forme connue et initialement animé d'un mouvement proche d'un mouvement de corps rigide, sur la structure. L'étude générale de ce problème en deux dimensions (et sous certaines hypothèses simplificatrices) est maintenant effectuée, l'accent étant mis sur les difficultés liées au traitement de l'intersection fluide-structure.

## L'IMPACT HYDRODYNAMIQUE

Les premières études de l'impact hydrodynamique remontent au début des années 30 et sont liées à l'étude des efforts s'exerçant lors de l'amerrissage des hydravions. Dans ces études, c'est donc l'impact d'un solide bidimensionnel (le plus souvent un coin) sur une surface libre au repos qui est considéré. Von Kármán (1929) fût le premier à proposer un modèle physique pour l'impact en écrivant pour la force d'impact

$$F = \frac{d(mV)}{dt}, \quad (2)$$

où  $V$  est la vitesse normale d'impact et  $m$  la moitié de la masse ajoutée d'une plaque plane de largeur égale à la largeur mouillée de l'objet totalement immergée. Wagner (1932) proposa la première étude mathématique du problème et justifia la formule de Von Kármán, (2), en supposant l'écoulement potentiel et en linéarisant le problème. Néanmoins son analyse montra qu'afin d'obtenir la largeur mouillée de l'objet, il est nécessaire de prendre en compte l'élévation de la surface libre due à l'impact, un effet négligé par Von Kármán.

<sup>2</sup> A cause de la non-linéarité du problème, il existe en fait trois familles de solutions : une solution potentielle (qui existe jusqu'à la pente limite de Stokes) et deux solutions déferlantes (qui existent au dessus d'une pente minimale, inférieure néanmoins à la pente limite de Stokes) dont une seulement (celle correspondant à la plus grande dissipation) est observée. Ces trois solutions sont décrites par Tulin et Cointe (1986).

Les concepts introduits dans ces deux études pionnières ont été appliqués par la suite à des problèmes voisins, tels que l'entrée ou la sortie des missiles et les forces d'impact exercées sur les navires ("slamming") et les structures marines. Le cas de l'impact d'une masse d'eau de forme arbitraire sur une structure semble avoir été moins étudié. Cumberbatch (1960) étudia l'impact d'un coin d'eau sur un mur plat, montrant la difficulté de ce problème dans le cas général. D'autres études ont été menées en relation avec le problème de l'érosion liée à l'impact de gouttelettes sur une structure.

Dans cette étude, les résultats de Wagner, qui ont récemment été justifiés formellement en utilisant la méthode des développements asymptotiques raccordés (Cointe et Armand, 1987), sont étendus en deux dimensions au cas de l'impact d'un solide sur une surface libre initialement courbée sous diverses hypothèses de forme.

### Formulation du Problème

Les hypothèses faites par Wagner (1932) sont reprises ici : le fluide est supposé incompressible et la structure rigide, les effets visqueux et la présence éventuelle d'un coussin d'air sont négligés. De plus, les surfaces de la structure et de la surface libre juste avant l'impact seront supposées suffisamment régulières. Finalement, la vitesse d'impact est supposée normale à la tangente commune au moment de l'impact<sup>3</sup>. Si certaines de ces hypothèses ne peuvent être justifiées en l'absence d'expériences précises, elles conduisent néanmoins à une première approximation raisonnable du problème permettant une étude analytique des singularités. Elles pourraient être relâchées dans le cas d'une étude numérique.

L'axe des  $x$  coïncide avec la tangente commune au moment de l'impact et l'axe des  $z$  passe par le point d'impact (voir Figure 3). La structure descend donc verticalement à la vitesse  $V$ . La surface libre est paramétrisée par

$$S(x, z, t) = 0 \quad (3)$$

et, à  $t = 0^-$  (juste avant l'impact),

$$S(x, z, 0) = z - \eta_i(x) = 0, \quad (4)$$

où  $\eta_i$  est l'élévation de la surface libre juste avant l'impact. De la même manière, la surface de la structure est donnée par

$$z = B(x, t). \quad (5)$$

### Le Problème Extérieur

La solution linéarisée du problème est trouvée en supposant d'abord que la surface libre peut être paramétrisée par

<sup>3</sup> Si les surfaces de l'objet ou de la surface libre ne sont que  $C^1$  par morceaux (dans le cas du coin, par exemple), il s'agit des tangentes moyennes supposées identiques pour la structure et le fluide. Cette hypothèse assure la symétrie du problème.

$$S(x,z,t) = z - \eta(x,t) = 0. \quad (6)$$

(6) implique en particulier qu'il existe une intersection entre la surface libre et la structure qui sera définie par <sup>4</sup>

$$x = l(t), \quad z = \xi(t) = \eta(l(t),t) = B(l(t),t). \quad (7)$$

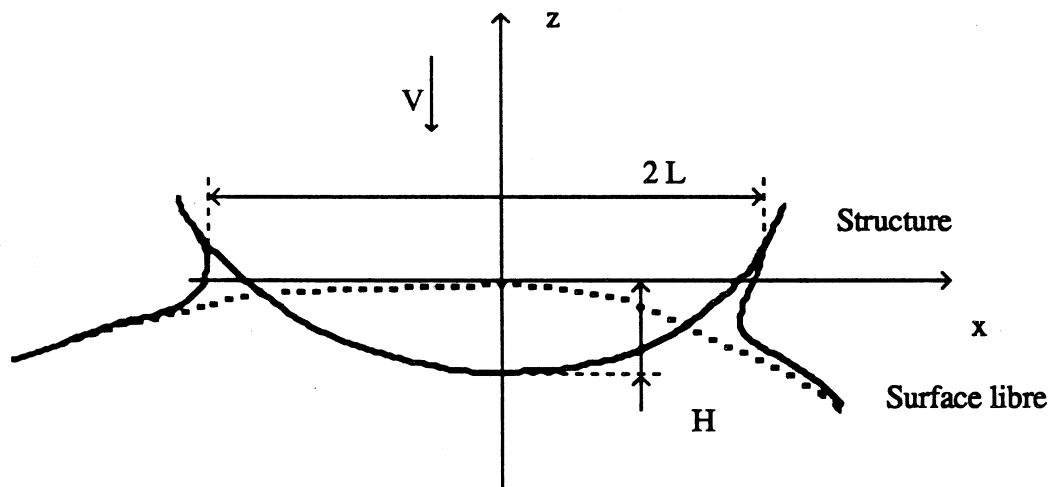


Figure 3 - Définitions géométriques pour l'impact

Les deux échelles de longueur du problème sont définies par  $L$ , qui mesure la demie largeur mouillée de la structure, et  $H$ , qui mesure la profondeur de pénétration, voir Figure 3. La relation entre  $L$  et  $H$  est a priori inconnue et sera obtenue par la suite <sup>5</sup>.  $L$  est choisi comme échelle de longueur,  $V$  comme échelle de vitesse et  $H/V$  comme échelle de temps. La solution extérieure du problème doit donc être valable dans une région de diamètre d'ordre  $L$ . Les variables adimensionnelles sont alors données par

$$\bar{\phi} = \frac{\phi}{VL}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{t} = \frac{Vt}{H}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{L}, \quad \bar{B} = \frac{B}{L}, \quad \text{etc ...} \quad (8)$$

Les deux paramètres adimensionnels du problème sont donnés par le rapport de la profondeur de pénétration à la demie largeur mouillée et par le nombre de Froude :

<sup>4</sup> Du fait de la symétrie du problème, uniquement le demi-plan  $x \geq 0$  est considéré.

<sup>5</sup> A cause de l'élévation de la surface libre due à l'impact, la relation entre la largeur mouillée et la profondeur de pénétration est une des inconnues du problème. Les échelles  $H$  et  $L$  étant arbitraires, il n'est néanmoins pas gênant de les choisir a posteriori.



$$\varepsilon = \frac{H}{L} \text{ et } Fr = \sqrt{\frac{V^2}{gH}} \quad (9)$$

Ces définitions conduisent aux équations du problème,

$$\Delta \bar{\phi} = 0 \quad \text{dans le domaine fluide} \quad (10a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\eta}_t + \varepsilon \bar{\eta}_x \bar{\phi}_x - \varepsilon \bar{\phi}_z = 0 \\ \frac{\bar{z}}{Fr^2} + \bar{\phi}_t + \frac{1}{2} \varepsilon \vec{\nabla} \bar{\phi} \cdot \vec{\nabla} \bar{\phi} = 0 \end{array} \right. \quad \text{pour } \bar{z} = \bar{\eta}(\bar{x}, t); \bar{x} \in [-\bar{l}, \bar{l}] \quad (10b)$$

$$\bar{B}_t + \varepsilon \vec{\nabla}(\bar{B} - \bar{z}) \cdot \vec{\nabla} \bar{\phi} = 0 \quad \text{pour } \bar{z} = \bar{B}(\bar{x}, t); \bar{x} \in [-\bar{l}, \bar{l}] \quad (10c)$$

$$\bar{\phi}_x \rightarrow 0; \bar{\phi}_z \rightarrow 0; \bar{\phi}_t \rightarrow 0 \quad \text{à l'infini} \quad (10d)$$

$$\bar{\phi}(\bar{x}, \bar{z}, 0) = 0; \bar{\eta}(\bar{x}, 0) = \bar{\eta}_i(\bar{x}). \quad (10e)$$

### Développement de la Solution Extérieure

Afin de développer la solution extérieure, il est d'abord nécessaire de définir les surfaces de la structure et de la surface libre. Deux cas seront considérés ici : celui d'un coin, correspondant aux premières études du problème (Von Kármán, 1929; Wagner, 1932), et celui d'une surface régulière.

#### a/ Cas du Coin

Il est d'abord supposé que la surface libre juste avant l'impact et que la surface de la structure sont  $C^1$  à droite et à gauche au point de contact, mais que les dérivées à droite et à gauche sont égales en valeur absolue et opposées en signe. Dans le cas où la surface libre est initialement plate, le problème correspond à celui étudié par Von Kármán et Wagner au début des années 30. Négligeant les termes d'ordre supérieur qui tendent vers zéro avec la profondeur de pénétration, la surface de la structure est donnée par

$$\bar{B}(\bar{x}, t) \approx -\varepsilon t + \beta_b \bar{x}, \quad (11)$$

où  $\beta_b$  est la pente du coin au voisinage de son sommet. De la même manière, la surface libre juste avant l'impact est donnée par

$$\bar{\eta}_i(\bar{x}) \approx -\beta_s \bar{x}, \quad (12)$$

où  $\beta_s$  est la pente de la surface libre au voisinage du point de contact.

### b/ Cas d'une Structure Régulière

L'autre hypothèse envisagée ici sera que la surface libre juste avant l'impact et la surface de la structure sont  $C^2$ . Pour une surface libre plane, ce cas inclut celui de l'impact d'un cylindre circulaire sur un fluide au repos. (11) et (12) deviennent maintenant

$$\bar{B}(\bar{x}, \bar{t}) \approx -\varepsilon \bar{t} + \frac{\varepsilon_b}{2} \bar{x}^2 \quad \text{avec} \quad \varepsilon_b = \frac{L}{R_b}, \quad (13)$$

$$\bar{\eta}_i(\bar{x}) \approx -\frac{\varepsilon_s}{2} \bar{x}^2 \quad \text{avec} \quad \varepsilon_s = \frac{L}{R_s}, \quad (14)$$

où  $R_s$  et  $R_b$  sont les rayons de courbure au point de contact <sup>6</sup>.

Dans les deux cas considérés, le petit paramètre de l'expansion sera  $\varepsilon$ . Il est supposé pour l'instant (ce qui sera discuté par la suite) que  $\beta_b$ ,  $\beta_s$ ,  $\varepsilon_b$  et  $\varepsilon_s$  sont, en valeur absolue, du même ordre de grandeur ou plus petits que  $\varepsilon$ . Finalement, le nombre de Froude,  $Fr$ , est supposé beaucoup plus grand que 1, ce qui permet de négliger la gravité pour la solution au premier ordre.

### La Solution Extérieure au Premier Ordre

Un changement de variable est effectué afin de fixer la position de l'intersection fluide-structure et d'être à même de trouver une solution auto-semblable. Les nouvelles variables sont définies par

$$\tilde{x} = \frac{\bar{x}}{\bar{l}}, \quad \tilde{z} = \frac{\bar{z} - \bar{\xi}}{\bar{l}}, \quad \tilde{\eta} = \frac{\bar{\eta} - \bar{\xi}}{\bar{\xi}}, \quad \tilde{\phi} = \frac{\bar{\phi}}{\bar{l}}, \quad \tilde{t} = \bar{t}. \quad (15)$$

Il est facile de vérifier qu'au premier ordre le potentiel des vitesses est donné par l'écoulement autour d'une plaque plane totalement immergée <sup>7</sup>. L'élévation de la surface libre et la largeur de la plaque, qui correspond à la largeur mouillée de la structure, sont déterminées en utilisant la condition aux limites cinématique de surface libre qui s'écrit, en termes des nouvelles variables et au premier ordre,

$$\frac{d\tilde{\xi}}{d\tilde{t}} (\tilde{\eta} + 1) - \tilde{\xi} \frac{1}{\tilde{l}} \frac{d\tilde{l}}{d\tilde{t}} \tilde{x} \tilde{\eta}_x - \tilde{\xi} \tilde{\eta}_t = \varepsilon \left( \frac{\tilde{x}}{\sqrt{\tilde{x}^2 - 1}} - 1 \right) \quad (16)$$

<sup>6</sup> Les rayons de courbure sont positifs quand les surfaces considérées sont localement convexes.

<sup>7</sup> La condition aux limites sur la structure donne une vitesse verticale constante entre 0 et 1 et, en utilisant les conditions à l'infini, la condition aux limites dynamique de surface libre donne un potentiel nul entre 1 et l'infini.

Une solution auto-semblable, c'est à dire indépendante du temps en termes des nouvelles variables, existe à cet ordre si et seulement si  $\xi$  est une fonction linéaire du temps. Les équations (7), (11) et (13) montrent alors que la largeur mouillée doit croître comme le temps pour le coin et comme la racine carrée du temps pour une structure régulière. L'intégration de (16) avec les conditions aux limites

$$\bar{\eta}(1, \tilde{t}) = 0 ; \bar{\eta}(\bar{x}, \tilde{t}) \rightarrow \bar{\eta}_i(\bar{x}) \text{ pour } \bar{x} \rightarrow +\infty \quad (17)$$

détermine totalement une solution du problème dans les deux cas envisagés ici.

#### a/ Solution pour le Coin

Dans le cas du coin, la demie largeur mouillée est donnée par

$$\bar{l}(\tilde{t}) = \frac{\pi}{2} \frac{\epsilon}{\beta_s + \beta_b} \tilde{t} . \quad (18)$$

Puisque L doit mesurer la demie largeur mouillée, L est choisi de telle sorte pour un temps adimensionnel égal à 1, la demie largeur mouillée adimensionnelle est aussi égale à 1. Cela conduit à écrire

$$L = \frac{\pi}{2} \frac{H}{\beta_s + \beta_b} , \quad (19)$$

ce qui signifie que le déplacement de la surface libre dû à l'impact a pour effet de multiplier la profondeur effective de pénétration par un facteur  $\pi/2 \approx 1.57$ . L'élévation de la surface libre est alors donnée par

$$\bar{\eta}(\bar{x}, \tilde{t}) = \frac{\beta_s + \beta_b}{\pi/2} \left( \bar{x} \sin \frac{\bar{l}}{\bar{x}} - \bar{l} \right) - \beta_s \bar{x} . \quad (20)$$

#### b/ Solution pour une Surface Régulière

De la même manière, la demie largeur mouillée dans le cas d'une surface régulière est donnée par

$$\bar{l}(\tilde{t}) = \sqrt{\frac{4\epsilon}{\epsilon_s + \epsilon_b} \tilde{t}} , \quad (21)$$

conduisant à la relation suivante entre la demie largeur mouillée et la profondeur de pénétration :

$$L = \frac{4H}{\epsilon_s + \epsilon_b} . \quad (22)$$

Dans ce cas, l'effet de l'élévation de la surface libre due à l'impact est de multiplier la profondeur effective de pénétration par un facteur 2. Finalement, l'élévation de la surface libre est donnée par

$$\bar{\eta}(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{\epsilon_b}{2} \bar{x}^2 - \frac{\epsilon_s + \epsilon_b}{2} \bar{x} \sqrt{\bar{x}^2 - \bar{t}^2} - \frac{\epsilon_s + \epsilon_b}{4} \bar{t}^2 \quad (23)$$

Il est à noter que les relations (19) et (22) justifient l'hypothèse faite concernant les ordres de grandeur de  $\beta_b$ ,  $\beta_s$ ,  $\epsilon_b$  et  $\epsilon_s$  sauf dans le cas où  $\beta_b$  et  $\beta_s$  (ou  $\epsilon_b$  et  $\epsilon_s$ ) sont presque égaux en valeur absolue mais opposés en signe, cas correspondant à une structure et une surface libre presque superposables juste avant l'impact et où, de manière évidente, l'analyse faite ici est incorrecte. Par intégration de (20) et (23), il peut être vérifié que la solution extérieure conserve le volume d'eau, c'est à dire que l'intégrale du déplacement des particules initialement situées sur la surface libre est nulle.

A titre d'exemple, la solution extérieure est comparée sur la Figure 4 à la solution (numérique) obtenue par Cumberbatch (1960) dans le cas du coin. Le calcul de Cumberbatch est effectué pour  $\beta_s = 1$ , conduisant à une valeur du 'petit' paramètre égale à 0.63. L'accord entre les deux calculs est néanmoins excellent, même pour cette valeur élevée du petit paramètre, sauf au voisinage de la surface libre où la linéarisation est injustifiée.

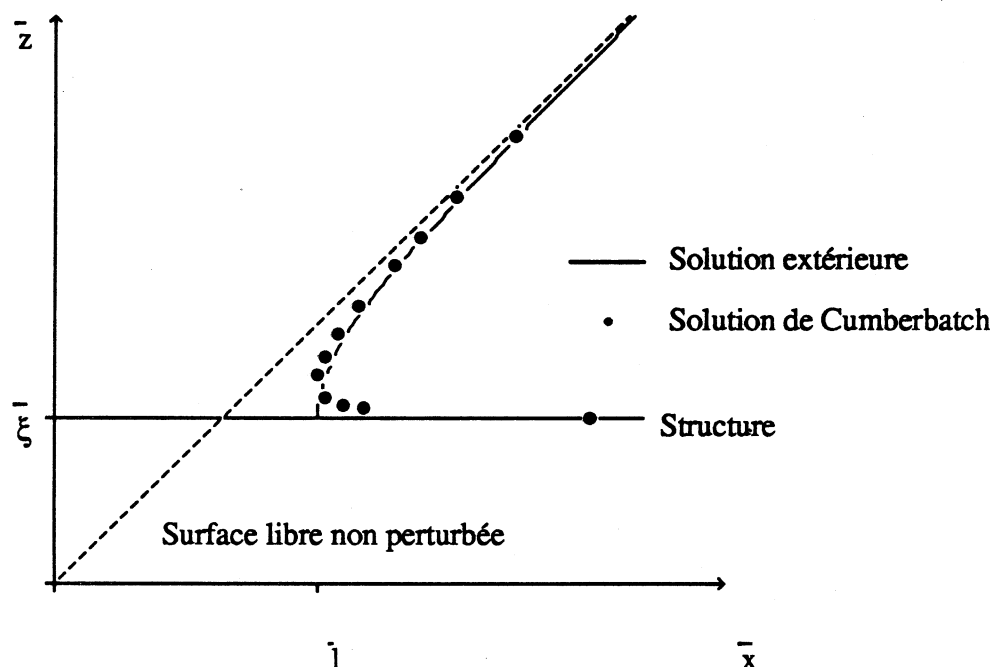


Figure 4 - Solution extérieure pour l'élévation de la surface libre :  
impact d'un coin d'eau sur un mur

### La Solution Intérieure

Les solutions extérieures obtenues sont données, pour le potentiel des vitesses, par l'écoulement autour d'une plaque plane totalement immergée. Cet écoulement est singulier au voisinage des bords de la plaque où le terme quadratique dans l'expression de la pression devient dominant dans un domaine de diamètre d'ordre  $\varepsilon^2$  autour de l'intersection fluide-structure. Cette singularité rend invalides les hypothèses faites pour linéariser le problème, de telle sorte que la solution extérieure n'est pas valable dans son voisinage. Une solution intérieure non-linéaire peut être obtenue en étudiant le problème dans ce domaine, c'est à dire en définissant les nouvelles variables

$$x^* = \frac{\tilde{x} - 1}{\varepsilon^2}, \quad z^* = \frac{\tilde{z}}{\varepsilon^2}, \quad t^* = \tilde{t}, \quad \phi^* = \frac{\tilde{\phi}}{\varepsilon}, \quad S^* = \frac{S}{\varepsilon^2 L \dot{l}}. \quad (24)$$

Avec le changement de variable

$$\varphi^* = \phi^* - \frac{d\dot{l}}{dt} x^*, \quad (25)$$

le problème intérieur est donné au premier ordre par

$$\Delta \varphi^* = 0 \quad \text{dans le domaine fluide} \quad (26a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \varphi^* \cdot \vec{\nabla} S^* = 0 \\ \vec{\nabla} \varphi^* \cdot \vec{\nabla} \varphi^* = \left(\frac{d\dot{l}}{dt}\right)^2 \end{array} \right. \quad \text{pour } S^*(x^*, z^*, t^*) = 0 \quad (26b)$$

$$\varphi_z^* = 0 \quad \text{pour } z^* = 0. \quad (26c)$$

Ce problème pour  $\varphi^*$  est un problème de jet classique, de telle sorte que la présente analyse prévoit la formation d'un jet à l'intersection fluide-structure, en accord avec l'expérience. Sur la surface libre, la vitesse est tangentielle (ce qui signifie que la surface libre est une ligne de courant) et son module est constant, égal au taux d'accroissement de la demie largeur mouillée. Le problème peut être résolu en utilisant la méthode de Schwarz-Christoffel. La solution correspond exactement à celle proposée par Wagner en 1932 pour le jet dans le cas de l'impact d'un coin. La solution de Wagner se trouve donc être justifiée formellement par la méthode des développements asymptotiques raccordés. Elle correspond à la solution intérieure au premier ordre du problème pour une large classe de géométries. Elle est donnée en fonction de deux paramètres : l'épaisseur du jet,  $\delta^*$ , et la position du point de stagnation,  $x_s^*$ .

La surface libre est alors donnée dans le domaine intérieur en fonction du paramètre  $u$ , réel positif, par

$$x^* - x_s^* = \frac{\delta^*}{\pi} (u^2 - 2 \ln u + 5); \quad z^* = - \frac{2 \delta^*}{\pi} \left( 2u + \frac{\pi}{2} \right). \quad (27)$$

La pression est, elle, donnée, toujours en fonction de  $u$  réel positif, par

$$x^* - x_s^* = \frac{\delta^*}{\pi} (-u^2 - 4u - 2 \ln u + 5), \quad (28a)$$

$$p^* = \frac{H^2}{\rho V^2 L^2} p = \frac{\pi}{16 \delta^*} \left( 1 - \left[ \frac{u-1}{u+1} \right]^2 \right). \quad (28b)$$

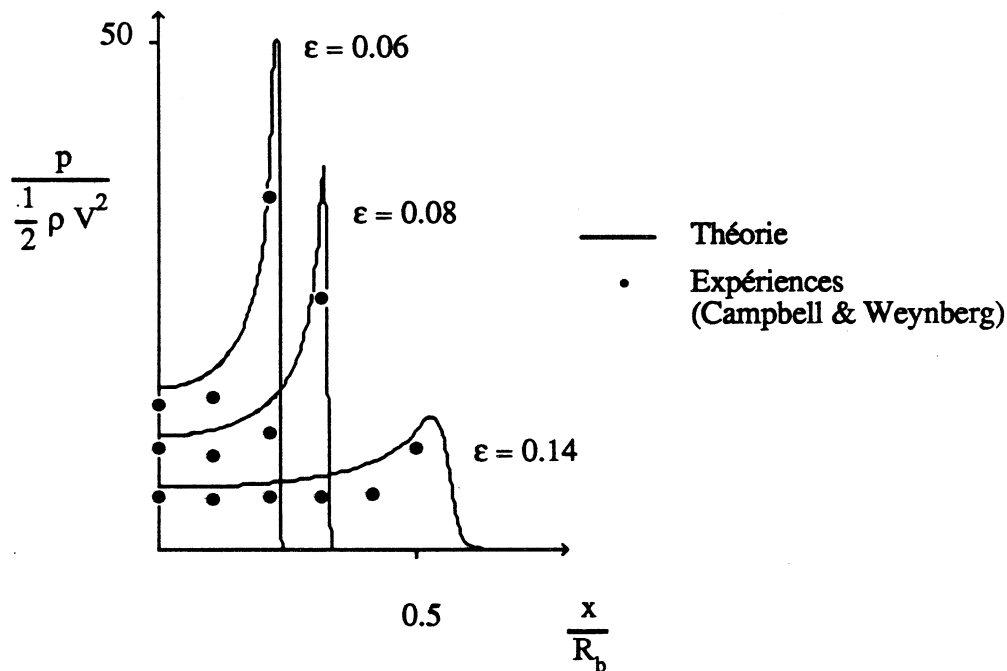


Figure 5 - Solution uniformément valide pour la pression : impact d'un cylindre circulaire sur une surface libre initialement plane

Dans le domaine extérieur la pression est obtenue en utilisant la solution linéarisée et en utilisant la formule de Bernoulli <sup>8</sup>. Cela conduit à

<sup>8</sup> Au premier ordre, seulement le terme linéaire dans la formule de Bernoulli devrait être considéré. Le terme quadratique, qui est du second ordre uniquement dans le domaine extérieur, est conservé ici afin d'obtenir une expression uniformément valide pour la pression.

$$\bar{p} = \frac{H^2}{\rho V^2 L^2} p = \varepsilon \frac{d\bar{i}}{dt} \frac{1}{\sqrt{(1 - \bar{x}^2)}} - \varepsilon^2 \frac{1}{2(1 - \bar{x}^2)} . \quad (29)$$

Le raccordement des solutions (pour la pression, l'élévation de la surface libre ou le potentiel des vitesses) conduit au résultat classique pour l'épaisseur du jet

$$\delta^* = \frac{\pi}{8 \left( \frac{d\bar{i}}{dt} \right)^2} , \quad (30)$$

un résultat déjà obtenu par Wagner en 1932. La position du point de stagnation n'est pas déterminée par ce raccordement classique. Wagner semble avoir choisi arbitrairement  $x_s^* = 0$ . Il peut néanmoins être remarqué que les équations (28) et (29) conduisent au premier ordre à la même valeur pour la pression maximum. Ce maximum est atteint au même point si l'on choisit

$$x_s^* = - \frac{4 \delta^*}{\pi} , \quad (31)$$

de telle sorte qu'une expression uniformément valable pour la pression est alors donnée par (29) jusqu'au point de stagnation et par (28) après. Ce choix pour la position du point de stagnation sera donc effectué ici. Une comparaison entre cette expression et les résultats expérimentaux de Campbell & Weynberg (1980) est donnée sur la Figure 5 dans le cas de l'impact d'un cylindre circulaire sur une surface libre initialement plane. Bien que la pression soit globalement surestimée, l'accord général entre expérience et théorie est bon.

### La Force d'Impact au Premier Ordre

Une solution uniformément valide au premier ordre ayant été obtenue pour la pression, il est maintenant possible de calculer la force d'impact. La pression extérieure linéaire est la seule à contribuer à la force au premier ordre, de telle sorte que l'on obtient

#### a/ Pour le Coin

$$F = \frac{\pi^2}{2} \frac{\rho V^2 L}{\beta_s + \beta_b} , \quad (31)$$

formule qui se réduit à celle de Von Kármán-Wagner pour une surface libre initialement plate.

#### b/ Pour une Surface Régulière

$$F = 2 \pi \rho V^2 \frac{R_s R_b}{R_s + R_b} . \quad (32)$$

Il convient de noter que (31) et (32) ne donnent que l'expression de la force au premier ordre. Il est bien connu que ces expressions surestiment la force d'impact rapidement dès que la

valeur du petit paramètre augmente. Une estimation plus fine des forces d'impact pourrait être obtenue en allant au second ordre (Cointe & Armand, 1987), pour lequel il est nécessaire de tenir compte de la solution intérieure.

### L'IMPACT DE DEFERLANTES GLISSANTES

Les résultats généraux obtenus sur l'impact en deux dimensions permettent de donner un premier ordre de grandeur pour les efforts d'impact exercés par des déferlantes glissantes sur des structures marines et de proposer une méthode générale d'approche du problème. En l'absence de données expérimentales précises reliant les efforts d'impact et la géométrie de la vague déferlante, il est difficile de valider les résultats obtenus. En particulier, l'importance de la présence éventuelle d'un coussin d'air, des irrégularités de surface du mouton et de la compressibilité du mélange eau-air constituant le mouton ne peut pas être évaluée pour l'instant. Des calculs sophistiqués pour des géométries données ne semblent donc pas envisageables sans que soit au préalable développée une base de données suffisante.

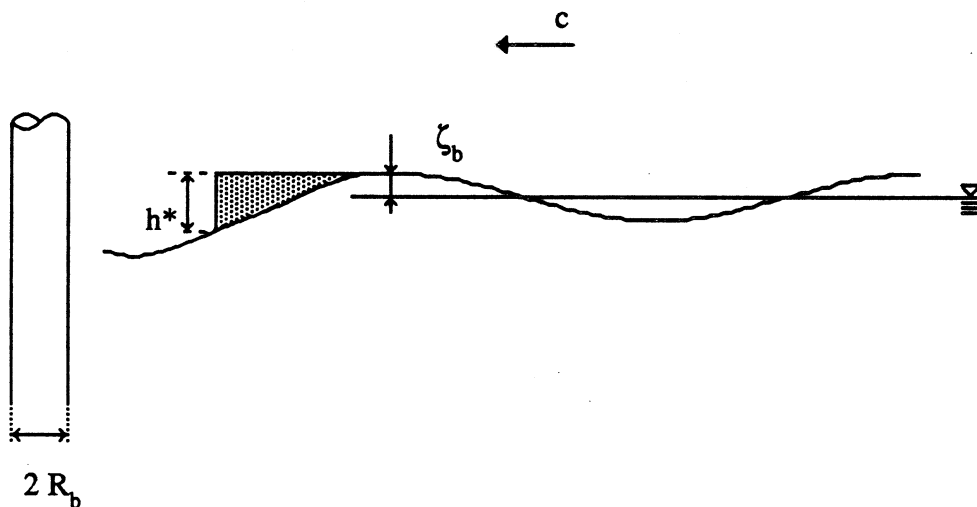


Figure 6 - Impact d'une déferlante glissante sur une pile verticale (schématique)

La plupart des expériences disponibles, tant en eau profonde que sur les côtes, concernent le cas d'une pile verticale, voir Figure 6. Si l'on considère que la face du mouton est verticale et si l'on néglige les effets de bord, l'on est conduit à supposer que la force d'impact sur une tranche du cylindre est constante, égale à



$$F = 2\pi \rho_e c^2 R_b , \quad (34)$$

sur une hauteur  $h^*$  et nulle ailleurs. La force totale exercée sur la pile est donc donnée par une expression qualitativement équivalente à celle utilisée en génie côtier (voir par exemple Wiegel, 1982) :

$$F_{\text{totale}} = \pi \rho c^2 R_b \lambda \zeta_b , \quad (35)$$

où  $\lambda$  est le "curling factor", déterminé de façon empirique et qui est relié à la hauteur mouillée,  $h^*$ , introduite ici par

$$\lambda = 2 \frac{\rho_e}{\rho} \frac{h^*}{\zeta_b} . \quad (36)$$

Afin d'évaluer  $\lambda$  à l'aide de cette formule (et d'être à même de comparer le résultat avec les valeurs empiriques utilisées en pratique), un modèle pour le déferlement glissant en eau peu profonde, inexistant à l'heure actuelle, serait nécessaire.

Dans le cas d'une profondeur infinie, les expériences de Kjeldsen & Åkre (1985) donnent la distribution de pression le long de la pile et sont également en accord qualitatif avec le présent modèle. Elles montrent que pour une déferlante glissante des pressions significatives existent en dessous de la crête sur une hauteur à peu près égale à la moitié de la hauteur de la vague, en accord avec les expériences de Duncan (1981) et le modèle de Cointe et Tulin (1986) pour la valeur de  $h^*$ . (34) semble surestimer la pression maximum (par un facteur 2 à 3) mais il est important de noter de nouveau que, compte tenu des approximations faites, (34) ne peut que fournir une borne supérieure. Le modèle ici proposé semble donc fournir une approche rationnelle du phénomène méritant d'être développée en utilisant des calculs plus sophistiqués et d'être validée par comparaison à des expériences précises.

## CONCLUSIONS

Dans cette étude, une approche générale est proposée pour le problème de l'impact d'une vague déferlante sur une structure marine. Ce modèle met l'accent sur le fait que, dans le cas d'une déferlante glissante, une masse d'eau essentiellement stagnante est transportée à la vitesse de phase de la vague et que les efforts d'impact sont donc associés à l'impact de cette partie déferlante sur la structure. Les premiers résultats quantitatifs obtenus sont raisonnables. Il est donc suggéré dans le futur :

a/ de déterminer dans un premier temps la géométrie et la cinématique de la partie déferlante, ce qui n'est fait à l'heure actuelle que dans le cas stationnaire en eau profonde;

b/ de calculer l'impact de la partie déferlante sur la structure, en portant une attention particulière à l'intersection fluide-structure où les non-linéarités jouent un rôle essentiel. Ce calcul doit s'effectuer de manière numérique dans le cas général;

c/ de valider (et/ou d'étendre) les résultats obtenus par des études expérimentales précises reliant la géométrie et la cinématique de la vague déferlante à la force d'impact exercée. En particulier, une étude détaillée des facteurs susceptibles d'être importants devrait être effectuée.

## REMERCIEMENTS

Cette étude a été effectuée dans le cadre d'un échange entre l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et l'Université de Californie à Santa Barbara, supporté en partie par le Ministère de l'Équipement. Elle est le résultat de recherches financées en partie par la NOAA, National Sea Grant College Program, Department of Commerce (contrat NA85AA-D-SG140, projet R/OT-12), par l'intermédiaire du California Sea Grant College Program. Le Gouvernement des États-Unis est autorisé à reproduire et à distribuer à des fins gouvernementales. Le présent article a été rédigé en partie à l'Institut Français du Pétrole.

Je tiens tout particulièrement à remercier le Professeur M.P. Tulin, qui a inspiré et guidé ce travail, et le Professeur J-L. Armand, qui l'a rendu possible.

## REFERENCES

- Banner, M.L., & Phillips, O.M., 1974, "On the Incipient Breaking of Small Scale Waves," J. Fluid Mech., Vol. 65, pp. 647-656.
- Battjes, J.A., & Sakai, T., 1981, "Velocity Field in a Steady Breaker," J. Fluid Mech., Vol. 111, pp. 421-437.
- Cointe, R., & Armand, J-L., 1987, "Hydrodynamic Impact Analysis of a Cylinder," ASME J. Offshore Mechanics & Arctic Engineering, en presse.
- Cumberbatch, E., 1960, "The Impact of a Water Wedge on a Wall," J. Fluid Mech., Vol. 7, pp. 353-374.
- Duncan, J.H., 1981, "An Experimental Investigation of Breaking Waves Produced by a Towed Hydrofoil," Proc. R. Soc. London, Vol. A 377, pp. 331-348.
- Duncan, J.H., 1983, "The Breaking and Non-Breaking Resistance of a Two-Dimensional Hydrofoil," J. Fluid Mech., Vol. 126, pp. 507-520.
- Greenhow, M., & Lin, W.M., 1985, "Numerical Simulation of Free Surface Flows Generated by Wedge Entry and Wavemaker Motions," Proceedings, 4th Int. Conf. Num. Ship Hydrodynamics, Washington, D.C., pp. 94-106.
- Kjeldsen, S.P., & Åkre, A.B., 1985, "Wave Forces on Vertical Piles Near the Free Surface Caused by 2-D and 3-D Breaking Waves," NTNF Research Project, Rapport No. 1.10, Marintek, Trondheim, Norvège.
- Longuet-Higgins, M.S., 1974, "Breaking Waves - In Deep or Shallow Water," Proceedings, 10th Symp. Naval Hydrodynamics, pp. 597-605.

Mori, K., 1986, "Sub-Breaking Waves and Critical Conditions for their Appearance," J. Soc. Naval Arch. Japan, Vol. 159, pp. 1-8.

Tulin, M.P., & Cointe, R., 1986, "Theory of Spilling Breakers," Proceedings, 16th Symp. Naval Hydrodynamics, Berkeley, Ca., en presse.

Von Kármán, T., 1929, "The Impact of Seaplane Floats During Landing," NACA TN 321.

Wagner, H., 1932, "Über Stoß und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten," ZAMM, Vol. 12, pp. 193-215.

Wiegel, R.L., 1982, "Forces Induced by Breakers on Piles," Proceedings, 18th Coastal Eng. Conf., pp. 1699-1715.

Yim, B., 1985, "Numerical Solution for Two-Dimensional Wedge Slamming with a Nonlinear Free-Surface Condition," Proceedings, 4th Int. Conf. Num. Ship Hydrodynamics, Washington, D.C., pp. 107-116.