

# 1ères JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE

16 au 18 Février 1987 - Nantes

## DIFFRACTION AU SECOND ORDRE

F. MONIN Ph. GARBAY F. PETITJEAN

BUREAU VERITAS

Une seconde approximation du problème tridimensionnel de diffraction-radiation sur un corps de géométrie quelconque en profondeur finie est présentée dans son ensemble. La méthode numérique correspondante est détaillée pour le problème de diffraction et des résultats sont présentés en même temps que les temps de calcul requis sur CRAY et IBM 4341.

Here presented is a second order theory of the overall diffraction-radiation problem in finite depth. For diffraction, the corresponding numerical procedure is detailed and results are shown. Also mentioned is the computing time on CRAY 1 and IBM 4341.

## INTRODUCTION

Les théories de diffraction - radiation résultent toutes actuellement d'une linéarisation globale du problème : la surface libre est assimilée à un plan horizontal immobile, pris comme origine des pressions ; la surface mouillée du corps est supposée fixe et définie par la surface correspondante en l'absence de tout mouvement.

Dans la majorité des applications pratiques, elles conduisent à des résultats dans l'ensemble satisfaisants. Ces modèles linéaires s'avèrent toutefois insuffisants dans le calcul des grandes structures marines complexes, opérant dans un environnement critique, en profondeur faible notamment.

Nous développons ici une seconde approximation du problème où les non-linéarités de surface libre et de surface mouillée sont prises en compte exactement, aux termes du troisième ordre près.

Ce modèle s'appuie sur la théorie des écoulements à potentiel de vitesse des fluides presque-parfaits incompressibles. Les non-linéarités liées à la viscosité, au caractère rotationnel du fluide ne sont donc pas abordées ; dans l'état actuel des connaissances - et des moyens de calcul - les essais en bassin restent encore la meilleure approche de ce problème particulier.

## PROBLEME AUX LIMITES

Compte-tenu des hypothèses sur la nature de l'écoulement, la pression dans le domaine fluide et le problème aux limites s'écrivent :

$$p = -\rho \left\{ \phi_{,t} + 2\varepsilon\phi + \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 + gz - C(t) \right\} \quad ; \text{ dans (D)}$$

$$(S) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2\phi = 0 & ; \text{ dans D} \\ L\phi = \dot{C}(t) - \{(\nabla\phi)^2\}_{,t} - 2\varepsilon(\nabla\phi)^2 - \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla(\nabla\phi)^2 & ; \text{ sur SL} \\ \phi_{,z} = 0 & ; \text{ sur } \Pi_{-h} \\ \phi_{,n} = \underline{v}_c \cdot \underline{n} & ; \text{ sur } \Sigma \end{array} \right.$$

où  $Lu = u_{,tt} + 2\varepsilon u_{,t} + gu_{,z}$  est l'opérateur 'condition cinématique de surface libre' ;  $C(t)$  une fonction arbitraire du temps.

La déformée de la surface libre est donnée par :

$$\eta(t) = -\frac{1}{g} \left\{ \phi_{,t} + 2\varepsilon\phi + \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - C(t) \right\}_{z=\eta(t)}$$

Les non-linéarités sont donc de deux natures distinctes :

- . non-linéarité de structure, au sens où ces équations sont manifestement non-linéaires ;
- . non-linéarité de frontière, au sens où ces équations sont écrites sur des frontières mobiles dont le mouvement est une inconnue du problème.

Les premières sont traitées par une méthode de perturbation, de paramètre la cambrure de la houle incidente :

$$Q = Q_0 + \delta Q^{(1)} + \delta^2 Q^{(2)} + o(\delta^2).$$

Les secondes nous amènent à considérer le cas de petites oscillations (au sens de  $\delta$ ) autour d'une position moyenne, déterminée de manière consistante au second ordre :

- . sur la surface libre :  $Q|_{z=\eta} = Q|_{z=0} + \eta Q_{,z}|_{z=0} + \dots$
- . sur la surface mouillée :  $Q|_{\Sigma} = Q|_{\Sigma_0} + \frac{PoP}{\rho} \cdot \underline{\nabla} Q|_{\Sigma_0} + \dots$

On montre alors que le problème aux limites est inchangé au premier ordre et qu'il peut être décomposé, au second ordre en :

- . un problème de 'diffraction' :

$$S_D^{(2)} \left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2 \phi_D^{(2)} = 0 & ; \text{ dans } (D) \\ L\phi_D^{(2)} = SM_1^{(1 \times 1)} & ; \text{ sur } (SL_0) \\ \phi_{D,z}^{(2)} = 0 & ; \text{ sur } (\Pi_{-h}) \\ \phi_{D,n_0}^{(2)} = -\phi_{I,n_0}^{(1)} + SM_2^{(1 \times 1)} & ; \text{ sur } (\Sigma_0) \end{array} \right.$$

- . un problème de radiation :

$$S_R^{(2)} \left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2 \phi_R^{(2)} = 0 & ; \text{ dans } (D) \\ L\phi_R^{(2)} = 0 & ; \text{ sur } (SL_0) \\ \phi_{R,z}^{(2)} = 0 & ; \text{ sur } (\Pi_{-h}) \\ \phi_{R,n_0}^{(2)} = \frac{v}{c}^{(2)' } \cdot \underline{n}_0 & ; \text{ sur } (\Sigma_0) \end{array} \right.$$

Les second-membres  $SM_1^{(1 \times 1)}$  et  $SM_2^{(1 \times 1)}$  sont d'ordre 2 mais fonction uniquement de la solution du problème linéarisé. Ils sont donc connus. D'autre part, si le problème de radiation conserve une structure identique à celle du premier ordre, la 'diffraction' dépend maintenant également des mouvements du corps (d'ordre 1) et, avant tout, d'une condition cinématique de surface libre non-homogène.

#### EFFORTS ET MOUVEMENTS

Suivant une démarche identique, on montre que les expressions au premier ordre de la pression, des efforts et des mouvements généralisés demeurent inchangées et que l'on obtient, au second ordre :

. pour les efforts généralisés de pression :

$$\underline{F}_p^{(2)} = - \iint_{\Sigma_0} p^{(2)} \underline{N}_{ods} - \iint_{\delta\Sigma^{(1)}} p^{(1)} \underline{N}_{ods} + \underline{R}^{(2)} \cdot \underline{F}^{(0)} + \underline{R}^{(1)} \cdot (\underline{F}_p^{(1)} - \underline{R}^{(1)} \cdot \underline{F}_p^{(0)})$$

$$\text{avec : } p^{(2)} = -\rho \{ \phi_{,t}^{(2)} + \underline{PoP}^{(1)} \cdot \underline{\nabla}(\phi_{,t}^{(1)}) + g z^{(2)} + \frac{1}{2} (\underline{\nabla}\phi^{(1)})^2 - c^{(2)} \}_{\Sigma_0}$$

$$\text{où } z^{(2)} = (\underline{I}^{(2)} + \underline{R}^{(2)} \cdot \underline{GoPo}) \cdot \underline{k}$$

. pour les mouvements généralisés :

$$(\underline{M} + \underline{A}^{(2)}) \cdot \ddot{\underline{X}}^{(2)} + \underline{B}^{(2)} \cdot \dot{\underline{X}}^{(2)} + \underline{C} \cdot \underline{X}^{(2)} = \rho \iint_{\Sigma_0} \phi_{I,t}^{(2)} \underline{N}_{ods} + \rho \iint_{\Sigma_0} \phi_{D,t}^{(2)} \underline{N}_{ods} + \underline{SM}_3^{(1 \times 1)}$$

où  $\underline{A}^{(2)}$  et  $\underline{B}^{(2)}$  sont les matrices de masse-inertie ajoutée et d'amortissement d'ordre 2, fonction de  $\phi_R^{(2)}$  identique à celle du premier ordre, et où  $\underline{SM}_3^{(1 \times 1)}$  ne dépend que de la solution du problème linéarisé (donc connu).

Considérant cette formulation du problème aux limites et des équations du mouvement, il apparaît que :

- . le problème d'ordre 1 est inchangé,
- . le problème d'ordre 2 s'exprime en fonction de la solution linéaire uniquement (les second-membres sont donc connus)

Ces deux points résultent simplement de l'utilisation d'une méthode de perturbation.

- le problème de radiation d'ordre 2, mouvements inclus, est identique, dans sa structure, à celui du premier ordre (on sait donc le résoudre)
- la condition cinématique de surface libre, pour la 'diffraction d'ordre 2' n'est plus homogène. Les méthodes actuelles ne suffisent plus.

En conclusion, la difficulté d'une résolution en seconde approximation du problème général de diffraction-radiation est toute entière contenue dans celle du problème de diffraction, la radiation pouvant ensuite être abordée sans modification essentielle des codes linéaires existants.

Dans la suite, nous considérons donc uniquement le cas d'un corps fixe dans la houle ( $SM_2^{(1 \times 1)} \equiv 0$ ).

#### POTENTIEL DE DIFFRACTION AU SECOND ORDRE

Compte-tenu de la linéarité des opérateurs considérés, le problème aux limites  $S_D^{(2)}$  se décompose en :

- un problème non-homogène dans ( $D_0$ ) :

$$S_1^{(2)} \left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2 \phi_1^{(2)} = 0 & ; \text{ dans } (D_0) \\ L\phi_1^{(2)} = \tilde{SM}^{(1 \times 1)} & ; \text{ sur } (\Pi_0) \\ \phi_{1,z}^{(2)} = 0 & ; \text{ sur } (\Pi_{-h}) \end{array} \right.$$

- un problème homogène associé (dans (D)) :

$$S_2^{(2)} \left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2 \phi_2^{(2)} = 0 & ; \text{ dans } (D) \\ L\phi_2^{(2)} = 0 & ; \text{ sur } (SL_0) \\ \phi_{2,z}^{(2)} = 0 & ; \text{ sur } (\Pi_{-h}) \\ \phi_{2,n_0}^{(2)} = -\phi_{I,n_0}^{(2)} - \phi_{1,no}^{(2)} & ; \text{ sur } (\Sigma_0) \end{array} \right.$$

où  $\phi_D^{(2)} = \phi_1^{(2)} + \phi_2^{(2)}$  satisfait bien aux conditions du problème extérieur  $S_D^{(2)}$ .

$S_2^{(2)}$  est un problème de diffraction classique dont la résolution est désormais une affaire de routine.

Pour  $S_1^{(2)}$ , on montre que la solution peut s'exprimer directement à partir de la transformée de Fourier du second-membre de la condition de surface libre  $\widehat{sm}(\theta, K)$ , sous la forme :

$$\begin{aligned} \phi_2^{(2)}(P;t) = & \frac{1}{2\pi gh} \operatorname{Re} \left\{ e^{-2i\omega t} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{KchK(Z+1) \widehat{sm}(\theta, K) e^{iK\Omega}}{-4KochK + KshK - i(o^+)} dK \right\} \\ & + \frac{1}{2\pi gh} \operatorname{Re} \left\{ e^{2i\omega t} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{KchK(Z+1) \widehat{sm}(\theta, K) e^{iK\Omega}}{-4KochK + KshK + i(o^+)} dK \right\} \end{aligned}$$

$$\text{où } SM(P;t) = \operatorname{Re} \{ sm(P)e^{-2i\omega t} \}$$

La méthode n'a d'intérêt que si l'on connaît une expression analytique de  $\widehat{sm}(\theta, K)$  et qui se prête bien à une intégration 'à vue' en  $K$ . Le second-membre de la condition de surface libre est donc approché par un développement en séries exponentielles complexes à deux variables de la forme :

$$sm(P) = \sum_{m,n} b_{mn} e^{\mu_m X + \nu_n Y}$$

La transformée de Fourier est alors immédiate. Le plan  $(\Pi_0)$  étant partagé en 4 quadrants (convergence), il vient :

$$\widehat{sm}(\theta, K) = \sum_{s=1} \widehat{sm}_s(\theta, K)$$

$$\widehat{sm}_s(\theta, K) = -(-1)^s \frac{h^2}{2\pi} \frac{b_{mn}^{(s)}}{(\mu_m^{(s)} - iK\cos\theta)(\nu_n^{(s)} - iK\sin\theta)}$$

Dans l'expression de la solution  $\phi_2^{(2)}$ , l'intégration en  $K$  est longue mais directe. L'intégration en  $\theta$  de l'expression qui en résulte s'effectue numériquement.

Le lissage par séries exponentielles est dû à J.C. DAUBISSE (Thèse d'Etat, 1984). Il s'applique particulièrement bien aux surfaces régulières à oscillations amorties. Or, le second-membre s'amortit lentement au fur et à mesure que l'on s'éloigne du corps, ce comportement étant dû à la contribution du potentiel incident  $\phi_I^{(1)}$ , on considère le second-membre sous la forme :

$$SM = SM_{DD} + SM_{ID}$$

où  $SM_{DD}$  est une fonction quadratique du potentiel de perturbation

$\phi_D^{(1)}$  - s'amortissant donc très vite - et où l'on isole le terme 'incident' en développant  $SM_{ID}$  en :

$$SM_{ID} = e^{-im_0(x\cos\psi + y\sin\psi)} f(\phi_D^{(1)}(P; t))$$

On ajuste alors uniquement  $f$  qui, fonction de  $\phi_D^{(1)}$  seul, s'amortit également rapidement.

Bien entendu, il faut alors résoudre deux problèmes non-homogènes,  $S_{DD}^{(2)}$  et  $S_{ID}^{(2)}$ , la solution complète s'écrivant alors :

$$\phi_D^{(2)} = \phi_{IDD}^{(2)} + \phi_{IID}^{(2)} + \phi_2^{(2)}$$

où  $\phi_2^{(2)}$  satisfait la condition de glissement :

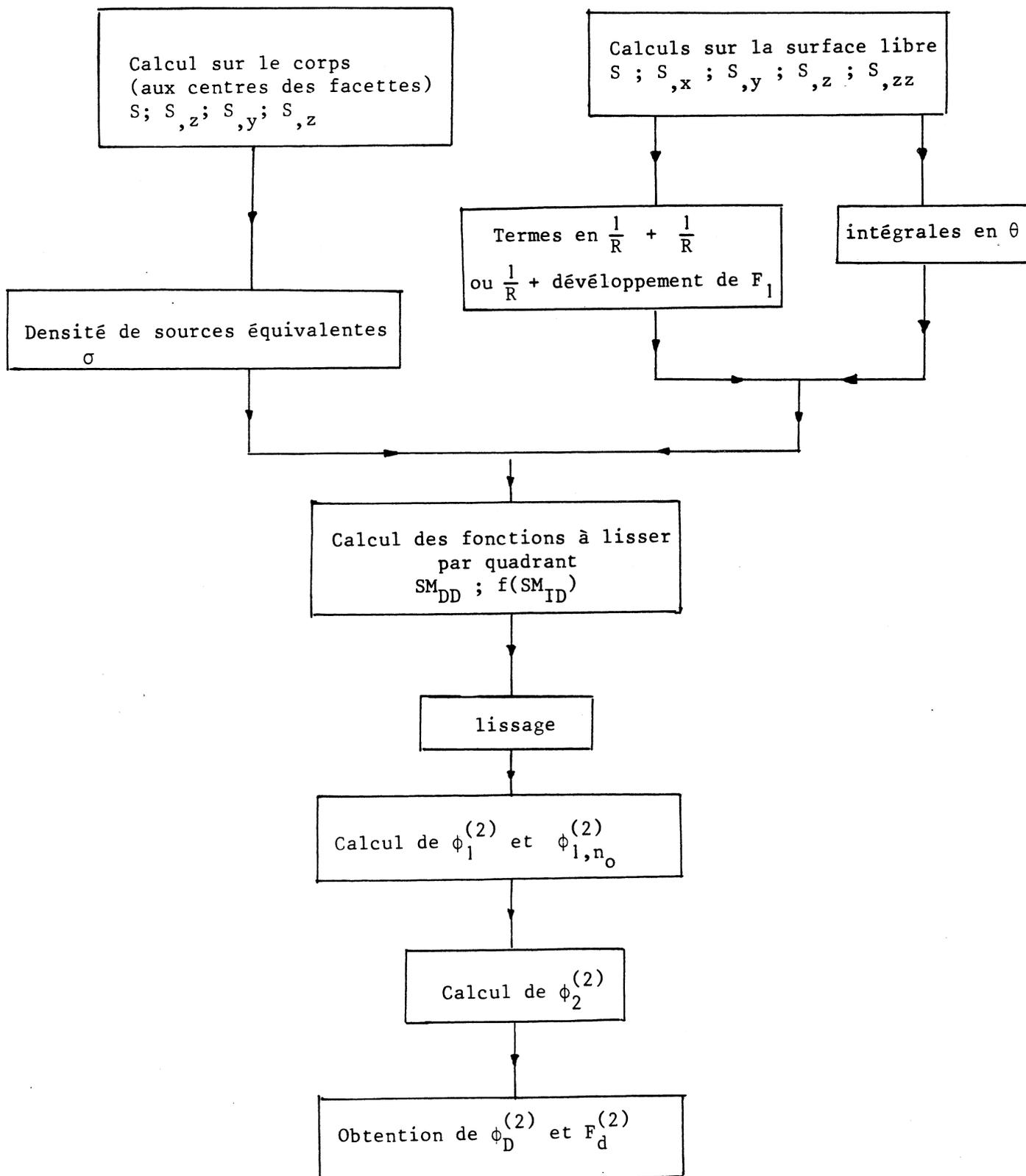
$$\phi_{2,no}^{(2)} = -\phi_{I,no}^{(2)} - \phi_{IDD,no}^{(2)} - \phi_{IID,no}^{(2)} \quad ; \text{ sur } (\Sigma_0)$$

#### PROCEDURE DE RESOLUTION

Le système  $S_1^{(2)}$  ci-avant se traduit par des équations intégrales que l'on résoud en discrétisant la surface du corps en un certain nombre de facettes planes. On procède, comme l'indique le diagramme ci-après, à des calculs de coefficients d'influence de sources constantes sur chaque facette en des points situés soit au centre de chaque facette (calculs sur le corps) ou sur la surface libre.

Les points influencés sont alors choisis de telle sorte que l'on ait les informations nécessaires aux lissages des second-membres : points régulièrement espacés sur des coupes parallèles aux axes d'une part, et vrac de points dans les quadrants d'autre part.

## Diagramme des étapes de calcul



Le potentiel dû à une densité de sources pulsantes constantes s'écrit :

$$S = (S_{ij} + \overset{\sim}{S}_{ij}^*) \cos \omega t + \overset{\sim}{S}_{ij}^{**} \sin \omega t$$

avec :

$S_{ij}$  - terme en  $1/R$

$\overset{\sim}{S}_{ij}^*$  - développement de  $F_1(K)$  + intégrale en  $\theta$

$\overset{\sim}{S}_{ij}^{**}$  - intégrale en  $\theta$

Le développement de  $F_1(K)$  en somme d'exponentielles permet d'obtenir des expressions analytiques complètes de cette partie des coefficients d'influence  $S$ ,  $S_{,x}$ ,  $S_{,zz}$ . Lorsque le point influencé est éloigné de la facette, nous pouvons utiliser des formules asymptotiques.

Partant des expressions connues des noyaux des intégrales  $\overset{\sim}{S}_{ij}^*$  et  $\overset{\sim}{S}_{ij}^{**}$ , la méthode utilisée pour le calcul des dérivées et de  $S_{,zz}$  a été la suivante :

- . dérivation analytique du noyau des intégrales,
- . intégration analytique sur la surface du terme dérivé,
- . intégration numérique en  $\theta$  selon la méthode de Gauss.

Pour les points influencés sur la surface libre, on intègre sur un plus grand nombre de points  $\theta$  que pour un calcul usuel sur le corps.

Une fois programmé l'ensemble des formules obtenues, nous nous sommes aperçu que les quantités  $S_{,z}^*$  et  $S_{,zz}^*$  prenaient des valeurs anormales lorsque la facette influençante atteint la surface libre. Nous avons alors élaboré une méthode spécifique pour résoudre cette difficulté numérique.

#### PROGRAMMATION ET VALIDATION

A partir du noyau fourni par l'E.N.S.M. (AQUADYN), nous avons écrit un code de calcul articulé comme l'indique le diagramme. L'ensemble fonctionne à la fois sur un ordinateur scalaire (IBM) et sur un ordinateur vectoriel (CRAY).

Dans le calcul des coefficients d'influence, les améliorations suivantes ont été apportées :

- . une méthode de groupage des facettes qui permet de moduler le pas d'intégration en  $\theta$  en fonction de la distance relative points influencés/facette potentielle,
- . une répétitivité éventuelle dans la disposition de certaines facettes peut être exploitée par le programme pour réduire le calcul au nombre de positions relatives entre facettes influençantes et points influencés.

Pour ces facettes-là et tout ensemble de points influencés répondant à une même disposition, le nombre de calculs varie comme la somme des nombres de facettes et de points et non comme leur produit.

Les dispositions valides sont constituées de roto-translations dans un plan parallèle à la surface libre et se rencontrent couramment dans la plupart des structures marines.

Cet artifice permet au programme de fonctionner éventuellement en axisymétrie sans réduire sa généralité.

Ainsi, pour calculer l'influence des 120 facettes du cylindre tel que nous l'avons modélisé sur 344 points de la surface libre, l'ordinateur IBM a mis 4 heures et 15 minutes alors que pour 890 points répartis sur 89 cercles, il n'a mis que 2 heures et 6 minutes. Nous constatons aussi sur cet exemple qu'un calcul au second ordre est nettement plus coûteux en temps machine qu'au premier ordre et qu'il suppose un ordinateur plus puissant qu'un 4341.

Pour l'ensemble des programmes du code, d'autres améliorations ont été apportées : nombre arbitraire de facettes, les facettes peuvent présenter un nombre quelconque de côtés et les ressources mémoires demandées peuvent être adaptées à la complexité et la finesse de la discrétisation. De plus, les programmes les plus longs : quadratures en  $\theta$ , triangularisation d'un système surdéterminé pour le lissage sont susceptibles d'être lancés avec une durée limite d'exécution. Le programme n'entame une étape de calculs que s'il a constaté qu'il reste suffisamment de temps pour mener à bien cette tâche, et s'arrête sinon après avoir sauvegardé l'avancement des calculs. Au passage suivant, les calculs reprennent automatiquement là où l'on s'était arrêté.

Ce procédé accroît considérablement la sécurité et la souplesse d'emploi du code.

Pour valider le calcul des coefficients d'influence sur la surface libre, nous avons écrit un programme de vérification indépendant basé sur l'expression du potentiel d'une source en profondeur finie à l'aide des fonctions de Bessel. On calcule ainsi les termes en phase et en quadrature dus à une densité constante de sources disposées sur un rectangle vertical. Nous avons retrouvé avec une très bonne approximation les résultats du programme général, ce qui indirectement prouve la bonne qualité de l'approximation de  $F_1$ . Par contre, nous avons aussi découvert que les quantités  $S_{,z}^*$  et  $S_{,zz}^*$  nécessitaient un traitement particulier lorsque la facette atteint la surface libre. La condition de surface libre s'est révélée par ailleurs un bon test de précision et de cohérence, très simple à mettre en oeuvre.

Ainsi, le Bureau Veritas dispose d'un code de diffraction-radiation tridimensionnel pour des corps quelconques, avec ou sans symétrie, en profondeur finie ou non, ayant les caractéristiques d'un outil industriel : souplesse et sécurité d'emploi, validation du code.

Pour le lissage, nous avons écrit un programme basé sur les travaux de J.C. DAUBISSE qui permet d'exprimer une fonction réelle ou complexe du plan sous la forme :

$$\sum_m \sum_n b_{m,n} e^{\mu_m x + \nu_n y} .$$

Nous traitons successivement les 4 quadrants, ou 2 quadrants dans le cas d'un corps symétrique diffractant une houle qui se propage parallèlement au plan de symétrie. A partir des valeurs prises par la fonction en des points régulièrement espacés sur des corps parallèles aux axes  $x$  et  $y$ , on peut déterminer les exposants  $\mu_m$  et  $\nu_n$ . Ces valeurs sont filtrées ; ainsi dans le quadrant I, par exemple, on ne conserve que les  $\mu_m$  ou  $\nu_n$  qui, soit ont une partie réelle négative, soit sont conjuguées deux à deux. Pour chaque coupe, on détermine aussi des pondérations ce qui permet d'apprécier l'écart existant localement entre la fonction à lisser et son développement et donc de choisir le nombre d'exponentielles adéquat. Cette première partie du programme se termine à la demande de l'utilisateur par l'écriture du système surdéterminé à résoudre où chaque ligne correspond à un point du plan.

La deuxième partie consiste à triangulariser la matrice selon la méthode de Householder. On donne la taille mémoire que l'on veut utiliser et le programme découpe alors, s'il le faut, la matrice rectangulaire en un certain nombre de blocs traités successivement. Ainsi, on peut résoudre des systèmes de toutes dimensions.

Dans le cas de la diffraction par un cylindre, la recherche des exposants est plus difficile lorsque la coupe est perpendiculaire au sens de propagation de la houle que dans le sens de la houle. Les fonctions à lisser sont assez nettement pseudo-périodiques dans le sens de la houle mais présentent des variations moins marquées et moins régulières dans l'autre sens, ce qui oblige à prendre en compte plus de points sur la surface libre.

Les écarts entre fonction à lisser et développement obtenu sont quantifiées par un programme de vérification et restent très faibles dans tous les cas.

## RESULTATS

Nous avons étudié le cas d'un cylindre de diamètre 2 mètres dans une profondeur d'eau de 3 mètres qui reçoit des houles de différentes fréquences. Le cylindre est discrétisé en 120 facettes réparties sur 6 niveaux (figure 3) et sur la surface libre nous avons disposé 266 points sur des coupes parallèles aux axes ( $x, y = 0, \pm 2, \pm 4$  m). Nous avons mis à profit la symétrie de révolution du système pour faire calculer un vrac de 890 points influencés répartis en 29 cercles de rayons : 1,5 m (30 points), 1,75 m, 8,50 m et 20 points sur un cercle à 8,5 m. Nous avons été ensuite amenés à introduire des points supplémentaires sur les coupes  $x = \text{constantes}$  qui se trouvent en travers de la houle. Les calculs de coefficients d'influence ont été menés à bien (pour une fréquence) sur l'IBM 4341 et sur le CRAY XMP de Elf Aquitaine. Le tableau suivant donne les temps de calcul observés :

référence	période	profondeur	mo	T1	T2
QUART	5,034	3	0,25	53	2'17
DEMI	2,982	3	0,50	54	3'08
TROIS QU.	2,342	3	0,75	48	2'07
UNITE	2,011	3	1.	1'05	2'12
UN ET QU	1,795	3	1.25		2'29
UN DEMI	1,638	3	1.50	1'16	2'33
UN TR. QU	1,516	infinie	1.75	0	0'42
DEUX	1,419	infinie	2.00	0	0'46
DEUX QU.	1,377	infinie	2.25	0	0'48
DEUX DEM.	1,269	infinie	2.50	0	1'33

Le temps T1 correspond au temps mis dans le calcul des termes en  $1/R + \text{développement de } F_1$ , calcul qui n'a bénéficié ni de la vectorisation ni du calcul en axisymétrique pour les points de cercles. Le temps T2 correspond au calcul des intégrales en  $\theta$  qui, lui a été optimisé par ces deux procédés. Remarquons que le dernier calcul a été fait avec une version partiellement vectorisée du programme.

En comparant avec les temps mis sur l'IBM dans les mêmes conditions, nous constatons que la vectorisation accélère le calcul dans une proportion d'environ 6,5 et que pour cette géométrie le fonctionnement en axisymétrique accélère le calcul dans une proportion supérieure à 5. Nous voyons aussi que les deux améliorations apportées au programme tend à restreindre l'écart existant entre T1 et T2 et à stabiliser relativement le temps T2 sur l'ensemble des fréquences.

Lorsque l'on a calculé la densité de sources équivalentes sur les facettes du corps pour une incidence de houle donnée ( $\psi = 0$ ), on peut déterminer les différents termes entrant dans l'expression de  $sm_{DD}$  et  $sm_{ID}$ . On peut donc aussi déterminer l'élévation de surface libre due à la diffraction au premier ordre. Les figures 4 et 5 donnent l'allure de cette perturbation de  $\eta_I$  pour la fréquence référencée UNITE (période 2,011 sec.).

## CONCLUSION

Pour répondre aux exigences techniques nouvelles de l'industrie offshore, une seconde approximation du problème tridimensionnel de diffraction - radiation sur un corps quelconque a été développée. La formulation y est partout consistante avec l'ordre d'approximation.

La radiation au second ordre ne constituant pas, en termes de méthode de calcul, la difficulté essentielle du problème global, seule la diffraction a été abordée numériquement.

La programmation de cette méthode a été conduite de manière à assurer tant la validité des résultats que la souplesse et la sécurité dans l'utilisation pratique du code de calcul (reprises, contrôle automatique de la précision).

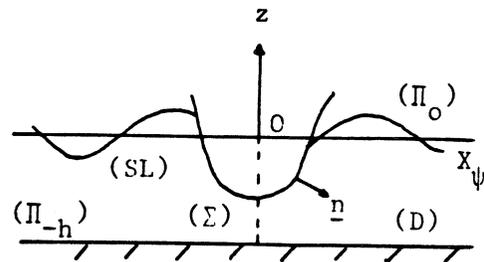
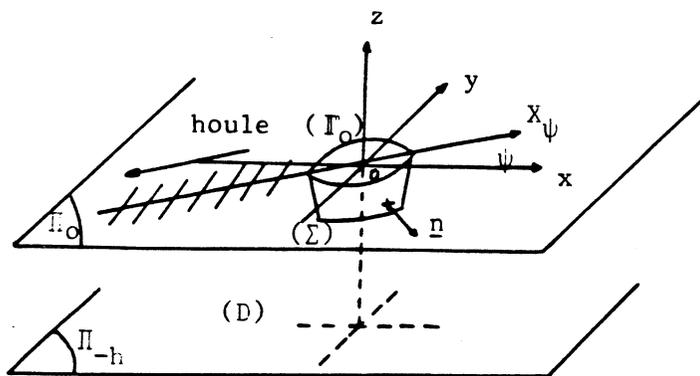
Les résultats obtenus confirment l'influence des termes du second ordre sur la valeur des efforts agissant sur le corps. Ils montrent également, associés aux temps de calcul mis en jeu, qu'une approche en seconde approximation peut être introduite dans une procédure standard de calcul sans pénalisation excessive en termes de coût.

Le BUREAU VERITAS dispose maintenant d'un outil industriel pour le calcul au SECOND ORDRE des efforts de diffraction sur un corps fixe de géométrie quelconque.

## NOMENCLATURE

Symbole	Définition	(adimensionnalisation)
a	amplitude de la houle incidente	
$A_0$	$\frac{(M_0 + K_0)^2}{M_0^2 - K_0^2 + K_0}$	
$F_1(K)$	$\frac{(K + K_0)e^K}{KshK - KochK} - \frac{A_0}{K - M_0}$	
g	accélération de la pesanteur	
h	profondeur d'eau (h/L)	
K	variable du plan de Fourier	
$k_0$	$k_0 = \frac{\omega^2}{g} \quad \text{et} \quad K_0 = \frac{\omega^2 h}{g} \quad (k_0 h = K_0)$	
L	longueur de référence pour l'adimensionnalisation	
$\bar{m}_0$	nombre d'onde = $\frac{2\pi}{\lambda}$ et $M_0 = m_0 h$ ( $M_0$ ou $m_0 L$ )	
$\underline{n}$	normale (instantanée) extérieure à la surface mouillée	
$\underline{PoP}$	déplacement de la carène	
p	pression dans le fluide	
Q	expression d'une quantité fluctuant à la pulsation $Q^* \cos \omega t + Q^{**} \sin \omega t = \text{Re}(q e^{-i\omega t})$	
$\dot{Q}(X;t)$	$\equiv \frac{d}{dt} Q(Xt)$	
$Q_{,X_i}(X_1, X_2, \dots, X_n)$	$\equiv \frac{\partial}{\partial X_i} Q(X_1, X_2, \dots, X_n)$	
$\underline{Q}$	$\equiv$ vecteur Q (tenseur d'ordre 1)	
$\underline{\underline{Q}}$	matrice Q (tenseur d'ordre 2)	
$\underline{R}$	mouvement de rotation : $\underline{GP} = \underline{R} \cdot \underline{GoPo}$ (dans R fixe)	
S	coefficient d'influence de sources placées sur une facette (S/La $\omega$ )	
$S_{,x} \ S_{,y} \ S_{,z}$	composantes de la vitesse induite par une densité unitaire de sources sur une facette ( $S_{,x}/a\omega$ )	
$S_{,zz}$	$\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ dans le repère lié à la flottaison ( $LS_{,zz}/a\omega$ )	

Symbole	Définition
$SM_{DD}$	partie du second membre fonction quadratique de $\phi_D$ ( $SM_{DD}/(a^2 g\omega/L)$ )
$SM_{ID}$	partie du second membre contenant $\phi_I$ ( $SM_{ID}/a^2 g\omega/L$ )
$T$	période de la houle
$\nabla Q$	grad $\vec{Q}$
$\eta$	élévation de la surface libre ( $\eta/a$ )
$\theta$	variable du plan de Fourier
$\rho$	masse volumique du fluide
$\sigma$	densité de sources sur une facette ( $\sigma/a\omega$ )
$\underline{I}$	mouvement de translation <u>GoG</u> ( $\underline{I}/L$ )
$\phi$	potentiel des vitesses (incident + diffraction + de radiation)
$\phi_I$	potentiel incident = $\text{Re}(-\frac{ag}{\omega} \frac{\text{ch}m_0(z+h)}{\text{ch}m_0h} e^{-im_0(x\cos\psi + y\sin\psi)} e^{-i\omega t})$
$\psi$	incidence de la houle
$\omega$	pulsation de la houle



Définition géométrique

Projection 2D

$(\Gamma_0)$  - contour de flottaison statique

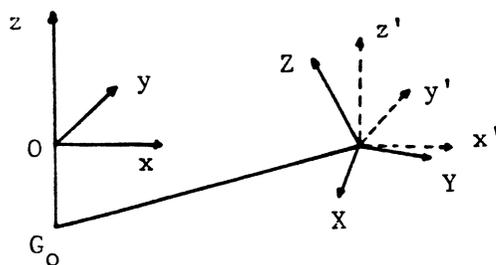
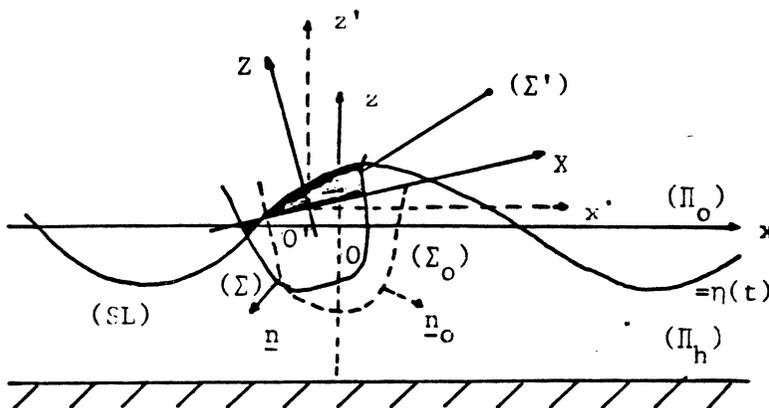
$(\Pi_0) = (SL_0) \cup (FL_0)$

$(FL_0)$  - surface de flottaison statique

$(D) = (D_0) \cup (V_0)$

$(V_0)$  - volume de carène statique

Figure 1 - Position du problème



Définition du mouvement

Référentiel fixe :  $(O; x, y, z)$   
 Référentiel lié au corps :  $(G, X, Y, Z)$   
 Référentiel en translation :  $(G, X', Y', Z')$

axes de référence  
 solide en mouvement  
 rotations du solide

Figure 2

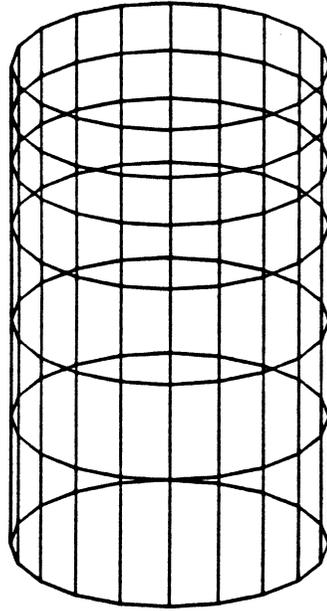
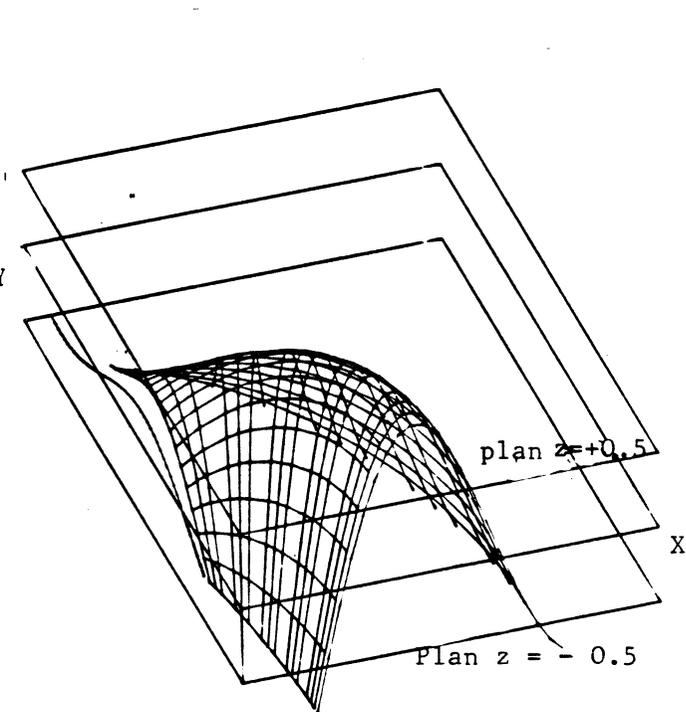
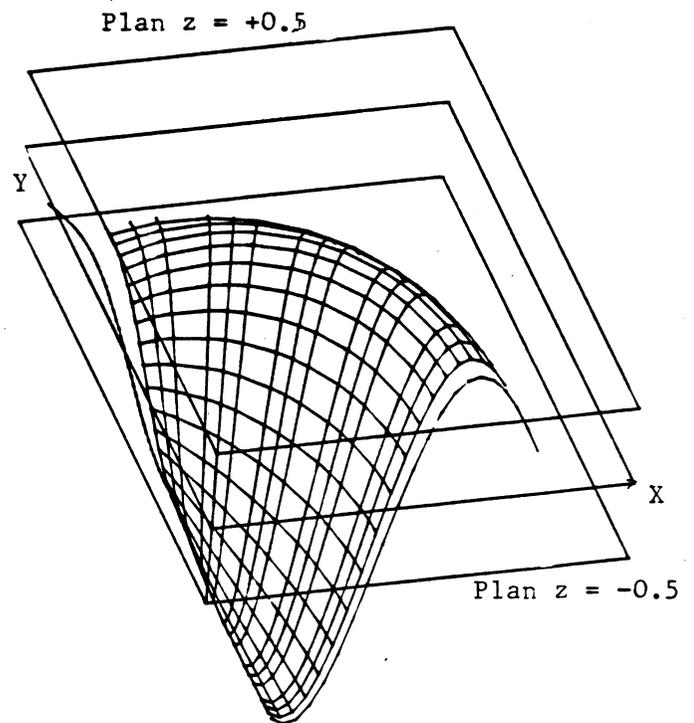


Figure 3 - Discrétisation du cylindre

Figure 4 - Elévation de la surface libre  $\eta_D^*$  due à la diffractionFigure 5 - Elévation de la surface libre  $\eta_D^{**}$  due à la diffraction

## BIBLIOGRAPHIE

- (1) P. GUEVEL, J.C. DAUBISSE, G. DELHOMMEAU - "Détermination de l'action de la houle sur une structure - Problème de diffraction-radiation" Cours de la S.S.H.N.A., E.N.S.M. Nantes 1978, 1982.
- (2) J.C. DAUBISSE - "Some results on approximation by exponential series applied to hydrodynamic problems".  
Third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Paris 1981.
- (3) J.C. DAUBISSE - "Sur quelques méthodes numériques spéciales de l'hydrodynamique Navale". Thèse de docteur es sciences 1984
- (4) M. LE BOULLUEC - "Efforts de dérive en diffraction - radiation sans vitesse d'avance".  
Diplôme d'Etudes Approfondies ENSM Nantes 1983.
- (5) F. MONIN - "Diffraction - radiation en seconde approximation"  
1987 (à paraître).