

# **1ères JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE**

**16 au 18 Février 1987 - Nantes**

---

## **CALCUL DES EFFORTS DU 1<sup>er</sup> ORDRE SUR LES PLATEFORMES SEMISUBMERSIBLES : CHOIX D'UNE METHODE**

**Christian BERHAULT et Bernard MOLIN**

**Institut Français du Pétrole**

### **Résumé**

Dans cette étude, on présente deux approches simplifiées du calcul des efforts sur les plateformes semisubmersibles. La première, analytique, est une amélioration de la méthode de Hooft. Les potentiels de diffraction et de radiation sont donnés par des solutions analytiques prenant en compte les interactions entre colonnes. Les faibles temps calcul obtenus permettent son utilisation au stade d'un pré-projet (optimisation architecturale). La deuxième méthode est un couplage entre les solutions analytiques exprimant la cinématique autour des colonnes et une représentation intégrale du potentiel au voisinage des pontons (singularités de Rankine). Les résultats obtenus sont comparables à ceux donnés par les codes usuels de diffraction-radiation, mais les temps de calcul sont fortement réduits.

### **Summary**

Two alternative methods that may be used to predict the linear responses of semisubmersible in waves are proposed in this paper. The first one is a modified Hooft method, based on an analytical formulation of the wave potential around the columns, taking account hydrodynamic interactions. It is therefore well suited for the stages of preliminary design, because of its small computer cost. In the second method, the analytical potential around the columns is coupled with an integral representation of the potential near the pontoons (Rankine source distribution). Results compare well with classical diffraction-radiation codes, but with faster computation.

## Introduction

Le dimensionnement des plateformes semisubmersibles ou des plateformes à lignes tendues nécessite l'utilisation de modèles numériques pour optimiser leur réponse à la houle. Les amplitudes des mouvements conditionnent, en effet, les équipements de la structure (ancrage, liaisons surface-fond, équipements de pont).

Les codes de calcul permettant l'estimation des efforts de diffraction et de radiation existent depuis plusieurs années. Ayant été conçus pour des structures de forme quelconque, ils s'appliquent bien évidemment aux plateformes semisubmersibles. Toutefois ils impliquent, dans ce cas, une modélisation complexe de la carène (maillage), donc du temps pour l'utilisateur et un coût ordinateur important. Ces raisons font qu'ils ne sont utilisables qu'à un stade très avancé du projet (dimensionnement définitif).

Au stade de l'optimisation architecturale, l'ingénieur a alors recours à des modèles très simplifiés (méthode de Hooft par exemple, Réf.7) basés sur des hypothèses souvent mises en défaut. La structure est éclatée en éléments simples (colonnes, pontons) et les efforts sont calculés sur chacun indépendamment à partir de formules type Morison. La précision obtenue sur les résultats est souvent médiocre, certains phénomènes importants pouvant même être "masqués".

Après avoir mis en évidence les inconvénients des deux démarches "extrêmes" précédentes à partir de tests réalisés sur des cas concrets, on justifie les hypothèses physiques qui sont à la base des deux méthodes originales proposées pour le calcul de la réponse linéaire des plateformes semisubmersibles.

La première méthode utilise des formulations analytiques des potentiels de diffraction et de radiation induits par un ensemble de cylindres circulaires verticaux (Mc Iver et Evans, Réf.5, et Scolan, Réf.3). Ces potentiels sont intégrés, avec le potentiel incident, sur les colonnes et les pontons (supposés de sections constantes, mais ce n'est pas indispensable) pour donner les efforts. Dans cette approche, on néglige les effets de diffraction et les interactions entre les pontons, et leur influence sur la cinématique au voisinage des colonnes et de la surface libre. Les temps de calcul obtenus par cette méthode sont bien sûr très faibles. C'est donc un outil d'optimisation paramétrique.

Dans la deuxième méthode, on recherche une précision identique à celle des codes usuels de diffraction-radiation. La cinématique de l'écoulement autour des colonnes est donnée par les solutions analytiques précédentes. Le potentiel de l'écoulement autour des pontons est modélisé par des singularités de Rankine (la présence de la surface libre est négligée), le potentiel

"incident", pris en compte pour l'affichage de la condition cinématique sur le corps, étant le potentiel total induit par les colonnes (incident + perturbé). Cette démarche permet d'exhiber les 7 potentiels de perturbation (diffraction et radiation) en prenant en compte correctement la forme géométrique des pontons (discrétisation fine) et les effets d'interaction. Elle permet de plus d'avoir accès aux efforts de dérive. Les résultats obtenus sont très précis pour un temps calcul de quelques minutes sur Vax.

Ces deux méthodes ont été programmées (logiciel COLPON) et testées. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux donnés par le code AQUADYN et par la méthode de Hooft sur deux types de plateforme. Les performances informatiques sont discutées à partir des tests effectués sur Vax et sur Cray. Les domaines de validité et d'application sont précisés.

La conclusion de cette étude est que les codes usuels ne sont pas bien adaptés aux cas des semisubmersibles (faible surface de flottaison, fort volume immergé). Des outils spécifiques sont donc nécessaires (COLPON a été conçu dans ce but) pour permettre à l'ingénieur de faire de l'optimisation de structure avec un faible temps de réponse sur ordinateur et avec une grande facilité d'utilisation. Ils devraient, en outre, permettre d'aborder les problèmes non-linéaires avec des méthodes de calcul performantes (les méthodes actuelles étant dissuasives même sur Cray).

### Considérations générales

#### **Comportement des plateformes semisubmersibles**

Ce type de structure a la particularité d'être composé de colonnes verticales coupant la surface libre et de pontons horizontaux profondément immergés ( $> 10\text{m}$ ). Les sections des colonnes et des pontons sont faibles devant leur longueur et les longueurs d'onde des houles communes, mais sont du même ordre de grandeur que leurs amplitudes. Les effets visqueux peuvent donc, en première approximation, être négligés. Par contre les effets de diffraction et de radiation doivent être pris en compte.

Un autre point important est que les périodes propres ( $> 20\text{ sec.}$ ) des mouvements sont en dehors de l'intervalle des périodes de houle. Les résonances ne seront donc pas excitées par les efforts du 1er ordre et la réponse linéaire ne sera que peu affectée par les amortissements (visqueux ou de radiation). A noter que des mouvements résonnants peuvent être excités par des efforts non-linéaires et que dans ce cas les amortissements ont évidemment un rôle fondamental, mais ce n'est pas le sujet de cette étude.

Les dimensions des colonnes et des pontons doivent être judicieusement choisies pour minimiser les efforts verticaux pour les périodes les plus "énergétiques" du spectre de houle. Les efforts verticaux sur les pontons et sur les colonnes étant en opposition de phase pour les grandes périodes, une petite erreur dans l'estimation d'une de ces composantes peut conduire à une erreur importante sur les efforts totaux et donc à un mauvais "dessin".

### **La méthode de Hooft**

Il s'agit d'une méthode très simplifiée (Réf.7) dans laquelle les efforts sont calculés par des formules type Morison sur chacun des éléments (pontons et colonnes) pris séparément. Les coefficients de masse ajoutée sont ceux obtenus en milieu infini. Le temps calcul est bien sûr négligeable, mais ce type d'approche présente de grosses lacunes. Les éléments sont supposés géométriquement simples. Des effets hydrodynamiques importants sont négligés : effets de surface libre, interaction entre les divers éléments, clapotis. Les résultats obtenus sont fortement dépendants des coefficients choisis par l'utilisateur.

### **Les codes de diffraction – radiation**

L'utilisation d'un code classique de diffraction – radiation pour le calcul des efforts sur une plateforme semisubmersible présente des difficultés pratiques. La géométrie de la structure, bien que formée d'éléments simples, présente vis à vis du fluide un aspect "tourmenté" (angles vifs, connexion entre les éléments). Il est donc nécessaire, pour estimer correctement les efforts, de bien représenter la cinématique autour de la carène.

Prenons l'exemple du code AQUADYN (Réf.9), basé sur une formulation intégrale avec fonction de Green vérifiant la condition de surface libre. La surface mouillée est approximée par un ensemble de facettes planes. Le nombre de ces facettes détermine la finesse de l'approximation et la précision du résultat. Même en respectant les règles habituellement données pour définir la discrétisation, le maillage est vite constitué d'un nombre de facettes tel que les temps de calcul sur ordinateur qui en résultent sont très importants notamment pour les faibles périodes de houle. Dans ces conditions une étude paramétrique (paramètres géométriques et d'environnement) est difficilement envisageable.

### **Validité des codes actuels**

Les résultats donnés par les différents codes basés sur ces deux approches (diffraction – radiation et méthode de Hooft) ont été récemment comparés sur deux cas réels : une semisubmersible catamaran à 8 colonnes (I.T.T.C., 1983) et une PLT à 4 colonnes (I.S.S.C.,

1984, Réf.8). Ces comparaisons mettent en évidence la relativement bonne approximation donnée par les codes très simplifiés utilisant des approches type Morison. On constate, de plus, une grande dispersion dans les résultats donnés par des codes construits sur les mêmes approches théoriques et numériques (tableau 1) notamment pour les efforts verticaux. Il est tentant d'accuser la finesse des maillages utilisés.

**Tableau 1.** Variation des résultats donnés par les différents codes  
Efforts de diffraction, masses ajoutées et mouvements.

Période	F <sub>x</sub>	F <sub>z</sub>	M <sub>11</sub>	M <sub>33</sub>	X	Z
8 s	16.6 %	29.3 %	11.9 %	13.8 %	16.6 %	29.3 %
12 s	9.6 %	18.8 %	10.3 %	12.6 %	4.6 %	18.8 %
16 s	6.2 %	29.3 %	10.4 %	12.8 %	3.0 %	29.3 %
20 s	6.8 %	24.8 %	10.6 %	12.5 %	3.7 %	24.8 %
24 s	8.2 %	13.5 %	10.3 %	12.5 %	5.8 %	13.5 %

#### Calcul des efforts sur un ponton immergé

L'influence de la finesse du maillage a été étudiée, avec le code AQUADYN, pour le cas d'un ponton immergé (en l'occurrence celui de la PLT ISSC, Réf.1). Trois maillages ont été réalisés. Le premier correspond au critère conseillé pour l'application d'AQUADYN (plus grande dimension de la facette inférieure à 1/6 de la longueur d'onde). Le deuxième et le troisième sont respectivement 3 et 6 fois plus fins suivant la hauteur et la largeur du ponton. La houle incidente se propage suivant la direction définie par la largeur en supposant la longueur suffisamment grande pour qu'il n'y ait pas d'effet tridimensionnel.

Les comparaisons ont porté sur les résultats obtenus pour les efforts verticaux (Fig.1). On constate que le premier maillage est trop grossier si l'on suppose que le plus fin est proche de la solution exacte. Le critère conseillé est donc mis en défaut. On comprend aisément qu'une seule facette sur la largeur ou la hauteur du ponton ne peut pas fournir une bonne représentation de la cinématique de l'écoulement. L'étude de la plateforme ISSC complète a l'aide de deux maillages, différant uniquement par le nombre de facettes sur le ponton, a confirmé les résultats précédents (Fig.2) concernant les efforts verticaux; par contre les efforts horizontaux sont peu affectés par ces différences de maillage.

Une autre remarque importante est que la masse ajoutée en pilonnement du ponton seul, obtenue avec le maillage fin, est voisine de la valeur théorique en milieu infini. On peut raisonnablement en conclure que, pour les tirants d'eau choisis, il n'y a pas d'interaction entre

la surface et la cinématique de l'écoulement au voisinage du ponton. Le potentiel de l'écoulement peut être alors approximé par sa valeur en milieu infini en présence du potentiel incident. Pour justifier cette approximation, la cinématique de l'écoulement autour d'un ponton immergé seul a été modélisée par des singularités de Rankine ( $1/R$ ). Le tableau 2 donne les écarts obtenus sur les efforts avec les résultats donnés par AQUADYN.

**Tableau 2.** Ecart entre les résultats donnés par AQUADYN et une modélisation en  $1/R$ . Cas du ponton seul.

Variable	te=25	te=35	Milieu inf.	Période
M11	5 %	3 %	0.5 %	14 s
M33	7 %	3 %	0.7 %	16 s
Fx	2.3 %	1 %		16 s
Fz	3 %	1.5 %		16 s

A ce stade il est important de rappeler que dans les codes de diffraction-radiation basés sur les méthodes de singularités le potentiel est représenté par des singularités de Kelvin réparties sur la surface mouillée, il satisfait donc la condition de surface libre. La fonction de Green utilisée se compose de deux parties :

- la première est une fonction analytique simple satisfaisant la condition de Laplace. Si son calcul est immédiat, elle est par contre très sensible aux variations géométriques de la carène. Elle représente le potentiel induit par des singularités de Rankine (potentiel de l'écoulement en milieu infini). Une discrétisation fine des parties fortement immergées est donc nécessaire pour obtenir une précision acceptable sur les résultats.

- la deuxième permet de satisfaire la condition de surface libre. Son calcul est long (environ 10 fois plus que la première partie). Sa sensibilité aux variations géométriques de la carène diminue très vite avec l'augmentation de la profondeur d'eau. Son évaluation est donc superflue à partir d'une certaine profondeur, sauf pour l'obtention des amortissements de radiation dont l'influence a été jugée négligeable précédemment.

### Interactions colonnes-pontons

Pour évaluer les interactions hydrodynamiques entre les pontons et les colonnes deux cas représentatifs des structures réelles ont été étudiés à l'aide du programme AQUADYN (Réf.2) : l'encastrement de deux pontons horizontaux dans une colonne verticale et l'encastrement d'une colonne verticale au milieu d'un ponton horizontal.

Les pressions ont été calculées suivant la hauteur de la colonne et la longueur du ponton en considérant la colonne et le ponton seuls puis en les supposant encastés. Par comparaison des résultats obtenus pour les deux situations on a pu apprécier les effets d'interaction colonne-ponton et ponton-colonne pour différentes périodes et incidences de houle. On en a déduit d'une part que la présence du ponton influe peu sur les pressions le long de la colonne et ce pour les deux cas étudiés (Fig.3). D'autre part la présence de la colonne peut modifier de façon importante la cinématique autour du ponton et ce sur toute sa longueur, particulièrement pour les périodes inférieures à 10 secondes (Fig.4).

Quant à l'interaction entre les pontons, elle dépend de leur proximité. La négliger pourra donc conduire, dans certains cas, à fausser les résultats.

### Méthode de Hooft modifiée

La méthode proposée est entièrement analytique. Son principe est de supposer que la cinématique autour des colonnes n'est pas modifiée par la présence des pontons.

### Efforts sur les colonnes

Le potentiel de diffraction induit par les colonnes est obtenu par une solution analytique (Mc Iver et Evans, Réf.5) qui permet de prendre en compte les effets d'interaction entre elles. Le principe est de faire diffracter sur une colonne  $j$  le potentiel incident  $\Phi_I$  (Mc Camy et Fuchs, Réf.4), le potentiel diffracté par la colonne  $n$  et une onde plane équivalente à la diffraction sur la colonne  $n$  des potentiels provenant des autres colonnes (Fig.5), toutes les colonnes étant supposées de hauteur égale à la profondeur d'eau.

Le potentiel résultant est exprimé en un point voisin de  $j$  avec les coordonnées polaires locales  $(r_j, \theta_j)$  ( $N_c$  : nombre de colonnes) :

$$\Phi_j = \Phi_I + \Phi_{DI} + \sum_{n=1}^{N_c} (\Phi_{Cnj} + \Phi_{DCnj})$$

Quelques manipulations sur les fonctions de Bessel  $J_m(kr)$  et  $H_m(kr)$  permettent d'explicitier les différents termes sous formes de série :

– potentiel incident :

$$\Phi_I = I_j \exp [kr_j \cos(\theta_j - \chi)] \quad ; \quad I_j = \exp [ik(x_j \cos \chi + y_j \sin \chi)]$$

– potentiel diffracté par j :

$$\Phi_{DI} = I_j \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m^j i^m \exp[-im(\theta_j - \chi)] H_m(kr_j) \quad ; \quad A_m^j = -\frac{J_m'(kR_j)}{H_m'(kR_j)}$$

– potentiel provenant de la diffraction de  $\Phi_I$  par n et exprimé près de j :

$$\Phi_{Cnj} = C_{nj} \exp[ikr_j \cos(\theta_j - \theta_{nj})]$$

– potentiel  $\Phi_{DCnj}$  provenant de la diffraction par n des potentiels diffractés par les autres colonnes et exprimé près de j :

$$\Phi_{DCnj} = C_{nj} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m^j i^m \exp[-im(\theta_j - \theta_{nj})] H_m(kr_j)$$

Les coefficients  $C_{nj}$ , intervenant dans les développements, sont obtenus par résolution du système linéaire d'ordre  $N_c$  :

$$C_{nj} = I_n B_j^n + \sum_{l=1}^{N_c} C_{ln} D_j^n$$

$$B_j^n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m^n \exp\left[im\left(\chi + \frac{\pi}{2} - \theta_{nj}\right)\right] H_m(kR_{nj})$$

$$D_j^n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m^n \exp\left[im\left(\theta_{ln} + \frac{\pi}{2} - \theta_{nj}\right)\right] H_m(kR_{nj})$$

L'approximation par une onde plane d'amplitude complexe, au voisinage de j, du potentiel diffracté par les colonnes n n'est possible que pour les grandes valeurs de  $kr_n$ , autrement dit, pour les faibles longueurs d'onde. En fait cette hypothèse n'est pas restrictive car pour les grandes longueurs d'onde ce potentiel d'interaction devient négligeable.

Remarque : L'expression du potentiel  $\Phi_{DI}$  n'est pas valable dans le domaine constitué par l'intersection du domaine fluide avec le prolongement des colonnes jusqu'au fond, soit pour tout point  $(x, y, z)$  tel que  $(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 < R_i^2$  et  $z < -(H - h_i)$  ,  $\forall i = 1, N_c$ .

Les efforts horizontaux et les moments en roulis et tangage sont obtenus par intégration du potentiel total sur les colonnes, tronquées à leur tirant d'eau réel, par exemple pour le cavement sur la colonne j :



$$\frac{F_{xi}}{T_j} = I_j \cos \chi + \sum_{n=1}^{N_c} C_{nj} \cos \theta_{nj} ; \quad T_j = 4i \rho g a \frac{thkH}{k^2 H_1^2 (kR_j)}$$

Dans le cas où les pontons sont encastrés dans les colonnes (PLT), les efforts verticaux sur leur base sont calculés par la méthode de Hooft (Réf.7).

La méthode a été validée par des essais en bassin réalisés pour un ensemble de 4 colonnes fixes (Scolan, Réf.3, Fig.6).

### Efforts sur les pontons

Les pontons sont supposés horizontaux et de section constante. Les efforts sont calculés sur chacun d'entre eux, indépendamment des autres, par une approche type Morison :

$$dF = \rho (1 + C_M) \Gamma S dL$$

$C_M$  représente les coefficients de masse ajoutée (transversaux et longitudinaux) obtenus pour un écoulement en milieu infini. L'accélération du fluide est donnée par le potentiel total induit par les colonnes en prenant en compte les interactions :

$$\Gamma = \frac{d}{dt} grad(\Phi) ; \quad \Phi = \Phi_I + \sum_{j=1}^{N_c} \left[ \Phi_{Dj} + \sum_{n=1}^{N_c} \Phi_{Dnj} \right]$$

Dans le cas où les colonnes sont encastrées dans les pontons, le potentiel  $\Phi_{Dj}$  n'étant pas défini sur l'intersection de leur prolongement avec la surface des pontons, on le néglige a priori bien qu'aucune justification ne permette de le faire. De plus la cinématique prise en compte est supposée ne pas être modifiée par la présence des pontons, cette hypothèse est probablement très forte pour le calcul des pressions sous la base de la plateforme.

### Masses ajoutées

Aucune modification n'est faite par rapport à la méthode de Hooft. La matrice des masses ajoutées est constituée à l'aide des valeurs obtenues en milieu infini et relatives à chacun des éléments (colonnes et pontons) constituant la plateforme. Les effets d'interaction et de surface libre sont donc négligés.

### Validité de la méthode

Compte tenu des hypothèses faites, la méthode ne peut être utilisée qu'au stade du préprojet. En effet, si l'approximation des efforts est satisfaisante, par contre les pressions locales ne sont pas utilisables pour un calcul de structure et les efforts de dérive ne sont pas accessibles. L'avantage de la méthode est dans sa grande facilité d'utilisation et un coût informatique négligeable qui permettent des études paramétriques aisées (géométrie ou environnement).

### Couplage Analytique – Rankine

L'objectif de cette deuxième méthode est d'atteindre une précision acceptable des résultats au stade d'un projet définitif, tout en conservant un temps de calcul raisonnable. On suppose la structure constituée de deux parties (Fig.7) :

- un ensemble de colonnes verticales de section circulaire, autour duquel le potentiel total est représenté analytiquement en négligeant la présence des pontons.
- la base de la plateforme, constituée des pontons et de la base des colonnes, pour laquelle le potentiel est obtenu numériquement, par une méthode intégrale, en négligeant la présence de la surface libre mais en prenant en compte le potentiel total induit par les colonnes.

### Efforts et masses ajoutées pour les colonnes

Les efforts de diffraction sont calculés sur les colonnes à l'aide de l'approche analytique de Mc Iver et Evans décrite dans la méthode précédente.

De même que le potentiel de diffraction, les potentiels de radiation peuvent s'exprimer analytiquement dans le cas d'un ensemble de colonnes verticales de section circulaire (Scolan, Réf.3). Prenons pour exemple le cas du cavement. Le potentiel de radiation induit par une colonne seule est recherché sous la forme d'un développement en série de fonctions orthogonales suivant  $kr$  et  $z$ , toutes les ondes se propageant de manière identique suivant  $\theta$  :

$$\Phi = -U \cos \theta \left[ a_0 H_1(k_0 r) \operatorname{ch} k_0(z+H) + \sum_{m=1}^{\infty} a_m K_1(k_m r) \cos k_m(z+H) \right]$$

avec  $K_1$  la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1 et :

$$a_0 = \frac{1}{k_0 H_1'(k_0 R)} \frac{4 \operatorname{sh} k_0 H}{\operatorname{sh} 2 k_0 H + 2 k_0 H} ; \quad a_m = \frac{1}{k_m K_1'(k_0 R)} \frac{4 \sin k_m H}{\sin 2 k_m H + 2 k_m H}$$

$$gk_0 th k_0 H = \omega^2 \quad ; \quad gk_m tg k_m H = -\omega^2$$

Les effets d'interaction entre les colonnes sont pris en compte en utilisant la même approche que pour la diffraction. Au voisinage de la colonne  $j$  on suppose qu'au potentiel radié par la colonne  $j$  il faut ajouter le potentiel radié directement par la colonne  $n$  et la somme des potentiels provenant des autres colonnes ( $j$  compris) et diffractés par  $n$  (potentiels d'onde plane d'amplitude complexe). Après quelques calculs élémentaires (Réf.4) et en tenant compte du fait que les fonctions de Bessel  $K$  décroissent exponentiellement avec  $r$ , le potentiel total de radiation en cavement se met sous la forme :

$$\Phi_R = \sum_{j=1}^{N_c} \left[ \Phi_j + \sum_{n=1}^{N_c} (\Phi_{Cnj} + \Phi_{DCnj}) \right]$$

avec  $\Phi_j$  le potentiel radié par  $j$  seul déjà exprimé ci-dessus,  $\Phi_{Cnj}$  le potentiel de l'onde plane équivalente exprimée au voisinage de  $j$  et  $\Phi_{DCnj}$  le potentiel diffracté du précédent.

$$\Phi_{Cnj} = f(z) C_{nj} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m J_m(kr_j) \exp[-im(\theta_j - \theta_{nj})] \quad ; \quad f(z) = \frac{g \, chk(z+H)}{\omega^2 \, chkH}$$

$$\Phi_{DCnj} = f(z) C_{nj} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m A_m^j H_m(kr_j) \exp[-im(\theta_j - \theta_{nj})]$$

Pour obtenir les autres potentiels de radiation horizontaux, il suffit de remplacer, dans la condition de glissement,  $U \cos \theta$  par  $U \sin \theta$  pour l'embarquée et par  $U(x - x_G) \cos \theta + U(y - y_G) \sin \theta$  pour le lacet. Quant aux problèmes de radiation en tangage et roulis, ils se résolvent de la même manière en introduisant, en place de  $\alpha_0$  et  $\alpha_m$ , les coefficients  $\beta_0$  et  $\beta_m$  :

$$\beta_0 = \frac{4}{k_0^2 H_1^2(k_0 R)} \frac{1 - ch k_0 H}{2 k_0 H + sh 2 k_0 H} \quad ; \quad \beta_m = \frac{4}{k_m^2 K_1^2(k_m R)} \frac{\cos k_m H - 1}{2 k_m H + \sin 2 k_m H}$$

Le potentiel de radiation en pilonnement n'est pas accessible par cette méthode; mais on peut raisonnablement supposer qu'il est négligeable. En effet, dans cette approche les bases des colonnes sont incluses dans la partie inférieure de la structure.

Les masses ajoutées sur les colonnes sont obtenues par intégration des potentiels :

$$M_a \omega^2 + iB\omega = \sum_{j=1}^{N_c} i \rho \omega \int \sum_{k=1}^6 -i\omega \Phi_{Rk} n_{0j} dS$$

### Efforts et masses ajoutées sur la base de la plateforme

La partie inférieure de la structure (pontons + base des colonnes) est traitée comme un corps de forme quelconque immergé en milieu infini, mais en présence de la cinématique induite par la partie supérieure des colonnes. Il s'agit donc de résoudre 7 problèmes aux limites du même type :

$$\Delta \Phi_j(M) = 0 \quad , \quad M \in \text{domaine fluide}$$

$$\frac{d}{dn} \Phi_j = E_k(M) \quad , \quad M \in (P), \quad j = 1, 7$$

Condition à l'infini

Seule la condition de glissement varie d'un problème à l'autre.

$$\text{Diffraction :} \quad E_0(M) = -\frac{d}{dn} (\Phi_I + \Phi_g)$$

$\Phi_g$  est le potentiel diffracté par les colonnes en prenant en compte les interactions. Il est donné par la solution analytique de Mc Iver et Evans présentée au paragraphe précédent.

$$\text{Radiation :} \quad E_j = V_e n_j - \frac{d}{dn} \Phi_f \quad , \quad j = 1, 6$$

$\Phi_f$  est le potentiel de radiation induit par les colonnes (solution analytique avec interactions) suivant le degré de liberté  $j$ . Pour le cas du pilonnement on prend  $\Phi_f = 0$ .

En introduisant la fonction de Green élémentaire  $G(M, Q) = 1/R_{MQ}$  (potentiel induit par une distribution de singularités de Rankine) et en transformant le problème ci-dessus en un problème de Neuman extérieur par ajout d'un contour fermé à l'infini, on construit une équation intégrale vérifiée en tout point du domaine fluide et en particulier sur son contour

$$2\pi \Phi(M) - \int_{(P)} \Phi \frac{\partial}{\partial n} G(M, Q) dS = \int_{(P)} G(M, Q) E(M) dS \quad M \in (P)$$

On montre que les intégrales sur le contour à l'infini disparaissent. La trace du potentiel  $\Phi$  sur le contour du corps  $(P)$  est l'inconnue de l'équation. La résolution se fait par une méthode discrète : le contour  $(P)$  du corps est maillé à l'aide d'éléments plans et l'équation se transforme en un système linéaire d'ordre  $N_e$ , où  $N_e$  est le nombre d'éléments :

$$2\pi \Phi_k - \sum_{l=1}^{N_e} \Phi_l \int \frac{\partial}{\partial n} G_{kl} dS_l = \sum_{l=1}^{N_e} \int E_l G_{kl} dS_l, \quad k = 1, N_e$$

La matrice du système linéaire obtenu, d'ordre  $N_e$ , est indépendante de la période et de l'incidence de la houle. Une seule inversion est donc nécessaire. Connaissant le potentiel sur la carène on obtient immédiatement la distribution des pressions et donc les efforts et les masses ajoutées suivant les 6 degrés de liberté.

### **Intérêts et Limites de la méthode**

La méthode proposée permet de bien prendre en compte la géométrie de la base de la plateforme et les interactions entre les différents éléments la constituant. Les temps de calcul obtenus restent faibles (quelques minutes de Vax pour un balayage en périodes) les coefficients d'influence ( $1/R$ ) étant aisés à calculer; ces temps sont encore réduits en prenant en compte les symétries géométriques de la structure étudiée. Les résultats sont donnés avec la même précision que ceux des programmes de diffraction-radiation usuels; ils sont même probablement plus fiables aux faibles périodes L'accès aux pressions locales et aux efforts de dérive est immédiat. L'influence du fond est prise en compte par la méthode des images (fonction de Green  $1/R + 1/R'$ ).

La hauteur de colonne qu'il faut inclure aux pontons pour approximer l'effet des liaisons s'avère a posteriori assez faible (5 à 10% de la hauteur totale sous la surface libre). D'autre part les développements en série des solutions analytiques doivent contenir 5 à 10 termes (suivant la période) pour obtenir une bonne précision.

Les limites d'application de la méthode sont données par la profondeur d'immersion des pontons (environ 10 mètres pour un cas normal) et la forme des sections des colonnes.

### **Résultats et Conclusion**

Les deux méthodes proposées dans cette étude ont été programmées (logiciel COLPON) et leurs résultats comparés à ceux du code AQUADYN dont on connaît les limites de validité et de fiabilité. Deux exemples concrets ont été choisis comme support :

- une plateforme à lignes tendus (ISSC) pour laquelle le déplacement des pontons est moins important que celui des colonnes (40% du volume total); ils sont de plus profondément immergés (25 mètres). On constate (Fig.8) un bon accord entre AQUADYN et le couplage Analytique-Rankine sauf aux faibles périodes.

- une plateforme catamaran (Fig.9) pour laquelle les pontons représentent 70% du déplacement et ils sont immergés à 14 mètres. Les différences constatées en pilonnement aux

grandes périodes proviennent de la précision avec laquelle la période d'équilibrage est déterminée dans chacune des méthodes.

Le tableau 3 donne un ordre de grandeur des temps calcul obtenus sur le même ordinateur, pour une étude complète sur la plateforme catamaran. A titre indicatif les maillage utilisés comportaient 122 facettes sur la moitié de la structure pour AQUADYN et 172 facettes sur la totalité pour le couplage analytique – rankine.

Tableau 3. Temps CPU sur Vax et sur Cray. Etude complète (8 périodes et 3 incidences)

Calculateur	Hoofit mod.	Anal. – Rankine	AQUADYN
Vax	30 s	15 mn	6h45
Cray	0.6 s	18 s	8 mn

Ces différents résultats mettent en évidence les performances des méthodes proposées (rapport précision – temps calcul). Ils montrent que l'ingénieur peut avoir à sa disposition des outils qui permettent l'optimisation des structures avec une bonne précision, une grande facilité d'utilisation et des temps calcul faibles par rapport aux codes plus généraux.

Ces outils sont bien sûr spécifiques des structures étudiées et les hypothèses qui en sont à la base doivent être respectées pour les applications.

La deuxième méthode proposée ici peut en outre permettre d'aborder l'étude du comportement non – linéaire des plateformes semisubmersibles en prévoyant des temps de calcul raisonnables.

### Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier les stagiaires qui ont contribué aux travaux présentés ici : Y.H. De Roeck, C. Plagué, P. Prieur, C. Rahier et Y.M. Scolan.

Le logiciel COLPON, résultat de ce travail, est un module d'un ensemble de logiciels concernant le comportement des plateformes semisubmersibles et PLT, développé par Principia R.D. et l'I.F.P. et soutenu par le C.E.P.M.

**Nomenclature**

$\omega$	: Pulsation de la houle, $k_0 = \frac{\omega^2}{g}$
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	: Nombre d'onde
$\chi$	: Incidence de la houle
$H$	: Profondeur d'eau
$x_j, x_j$	: Coordonnées du centre de la colonne j
$R_j$	: Rayon de la colonne j
$r_j, \theta_j$	: Coordonnées polaires dans le repère de la colonne j
$\rho$	: Masse volumique de l'eau ( $kg/m^3$ )
$g$	: Accélération de la pesanteur ( $m/s^2$ )
$J_m(kr)$	: Fonctions de Bessel
$H_m(kr)$	: Fonctions de Hankel
$K_1(kr)$	: Fonctions de Bessel modifiées

**Références**

1. BERHAULT C. et MOLIN B., "Modèle de comportement des des plateformes semi-submersibles en théorie linéaire – Logiciel COLPON", Rapport IFP 34193, Mai 1986.
2. PRIEUR P., "Interactions entre colonnes et pontons d'une plateforme semisubmersible", Rapport de stage IFP, Juin 1985.
3. SCOLAN Y.M., "Etude Théorique et expérimentale des efforts de diffraction s'exerçant sur un groupe de cylindres", Rapport de DEA, Juillet 1985.
4. Mc CAMY et FUCHS, "Wave forces on piles; a diffraction theory", Tech. Mem. Beach Erosion Board, No 69, 1954,
5. Mc IVER et EVANS, "Approximation of wave forces on cylinder arrays", Applied Ocean Research, Vol. 6, No 2, 1984
7. HOOFT J.P., "Hydrodynamic aspects of semi-submersible platforms", Delft – Rapport de thèse, 1972
8. EATOCK TAYLOR, "Report of ISSC Committee 1.2 : Derived Loads", 9th ISSC Congress, 1985
9. GUEVEL P., DAUBISSE J.C. et DELHOMMEAU G., "Oscillations des corps flottants soumis à l'action de la houle", ATMA 1978

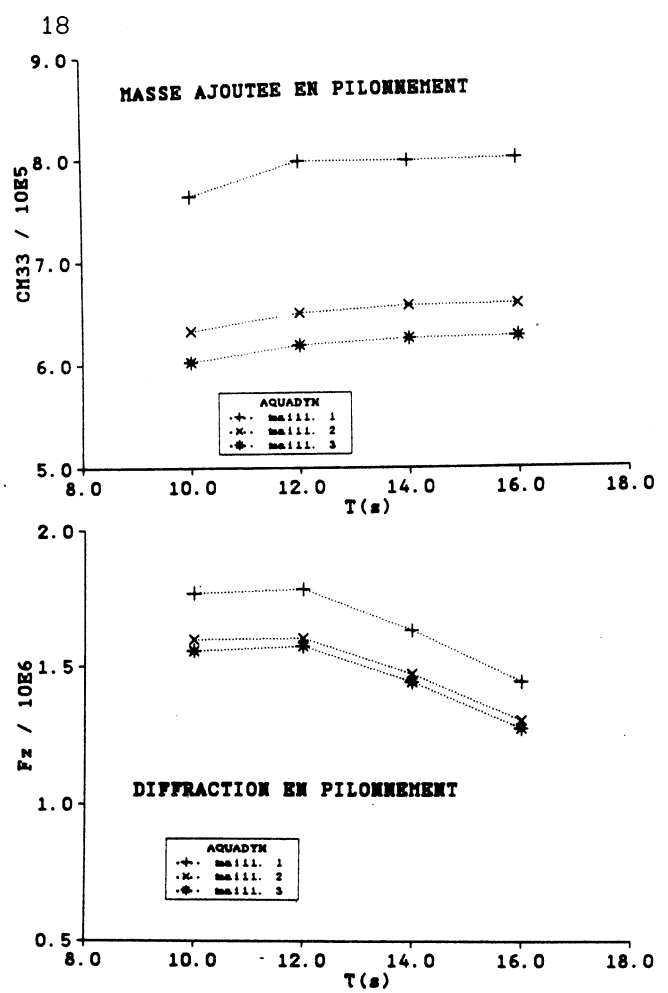
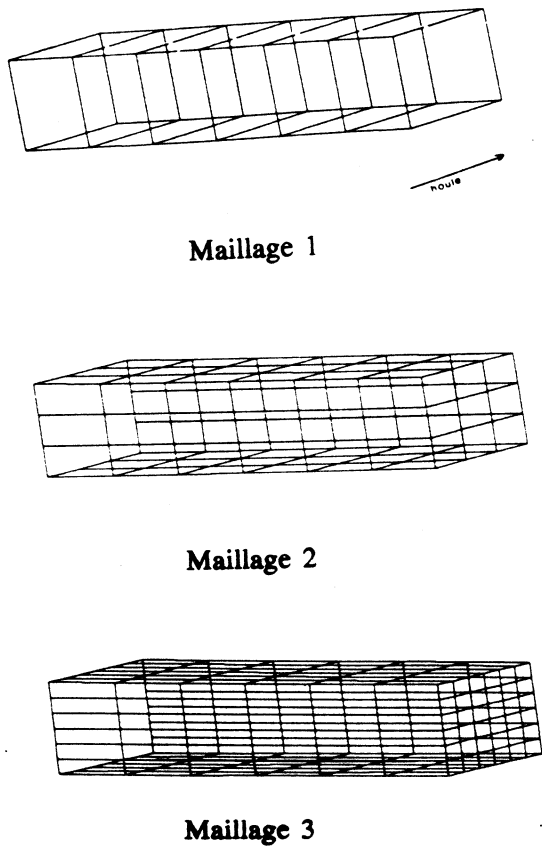


Fig. 1 - Efforts calculés par AQUADYN sur un ponton immergé

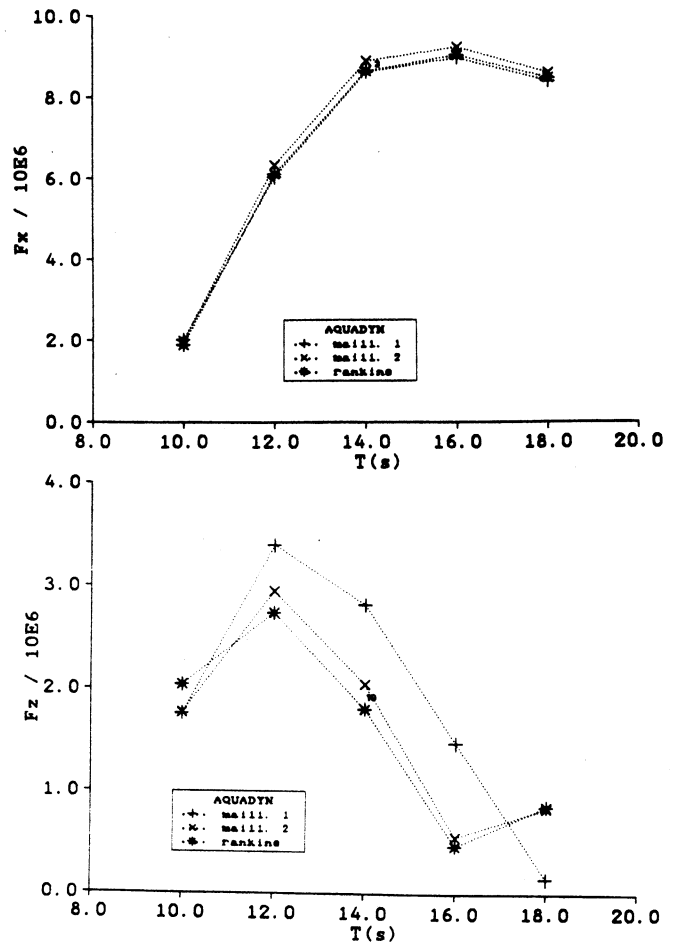
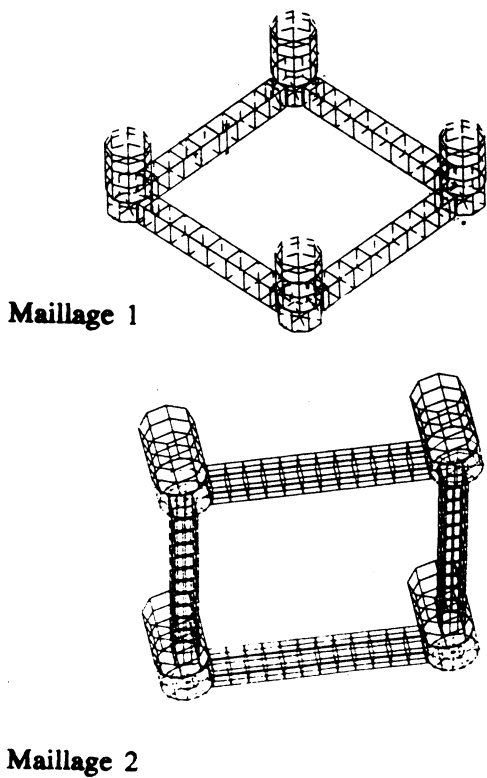


Fig. 2 - Efforts sur la plateforme complète



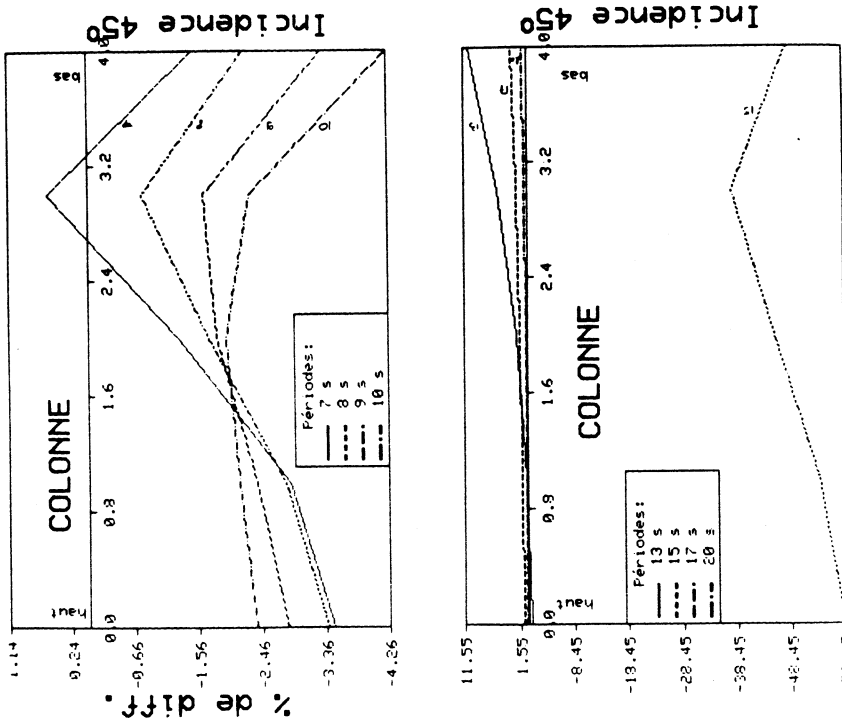


Fig. 3 — Pression sur la hauteur de la colonne

$$\% \text{ de diff.} = \frac{\text{colonne seule}}{\text{colonne} + \text{ponton}}$$

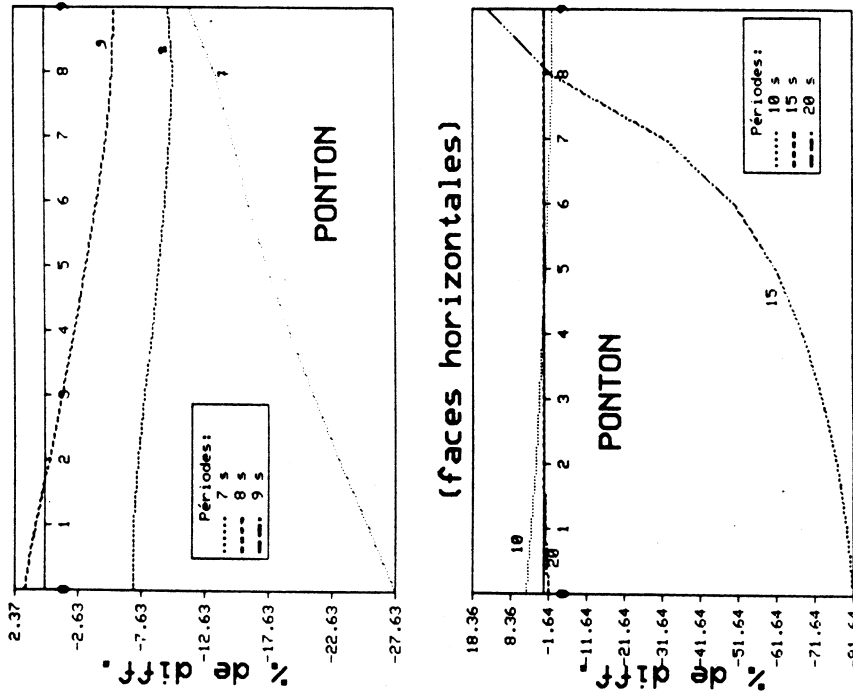


Fig. 4 — Pression sur la longueur du ponton

$$\% \text{ de diff.} = \frac{\text{ponton seul}}{\text{colonne} + \text{ponton}}$$

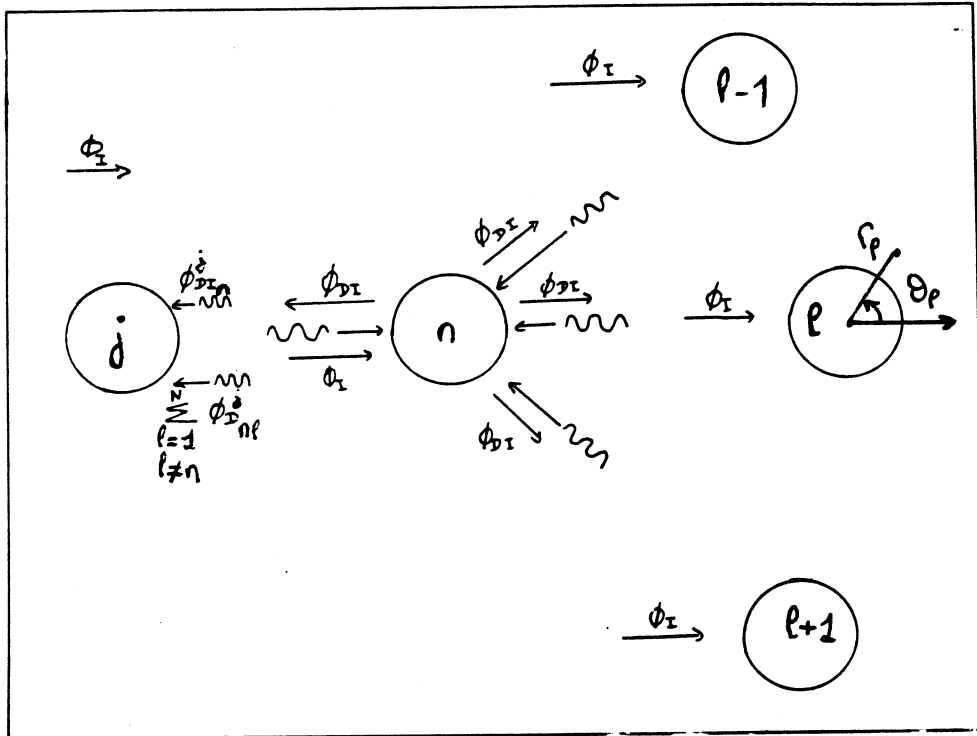


Fig. 5 – Potentiels d'interaction entre les colonnes

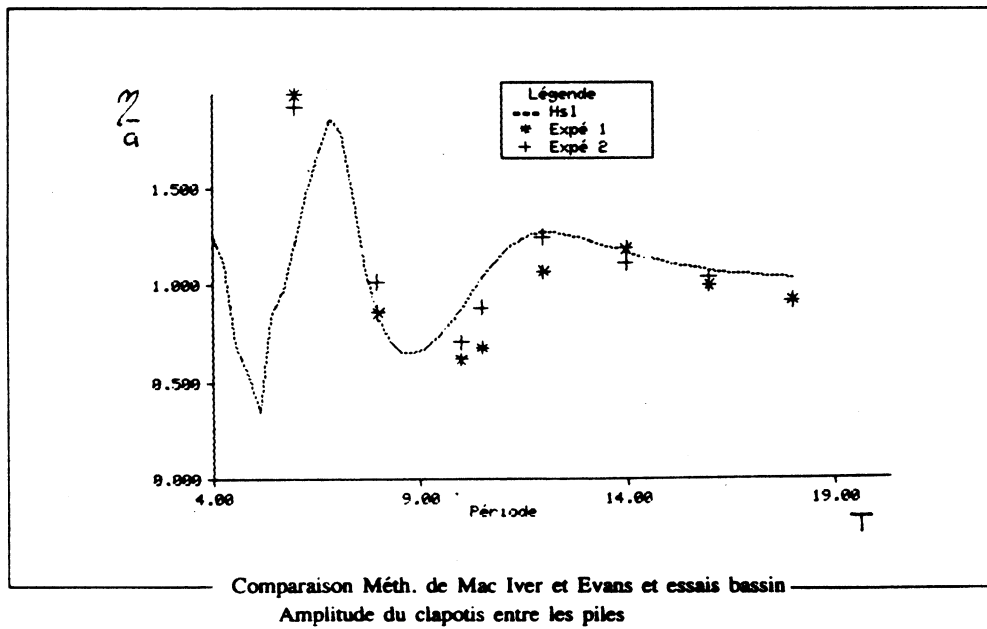
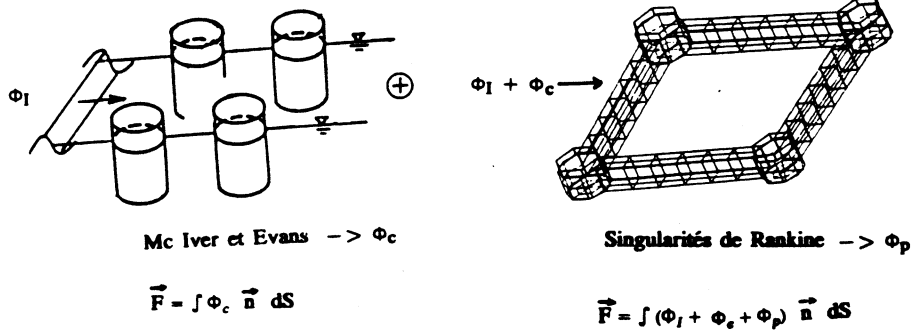
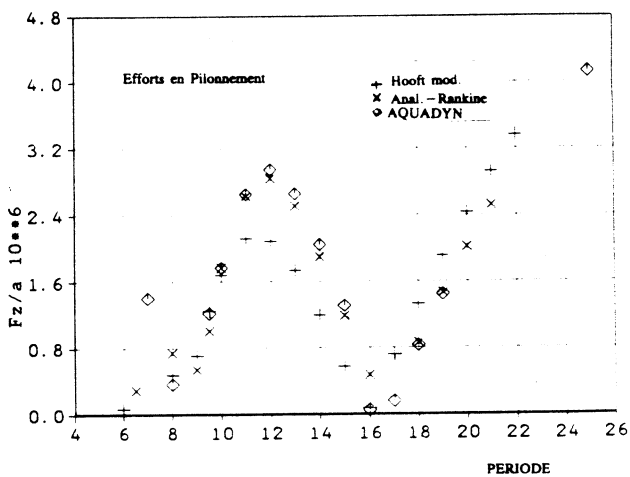
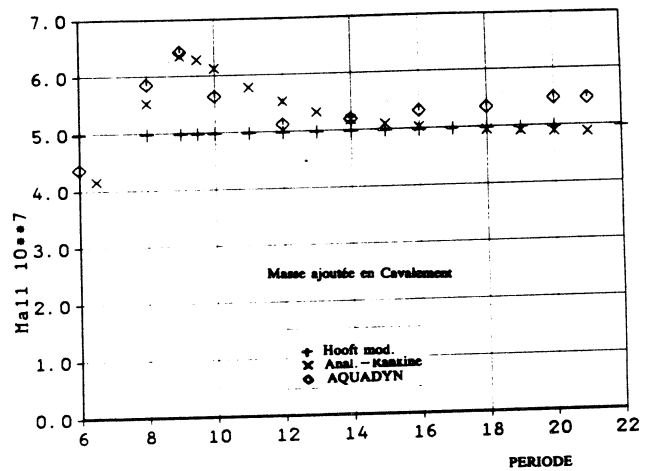
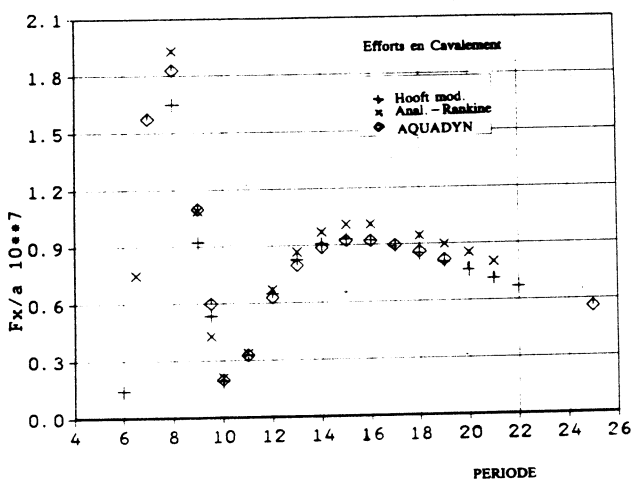


Fig. 6 – Validation de l'approche analytique



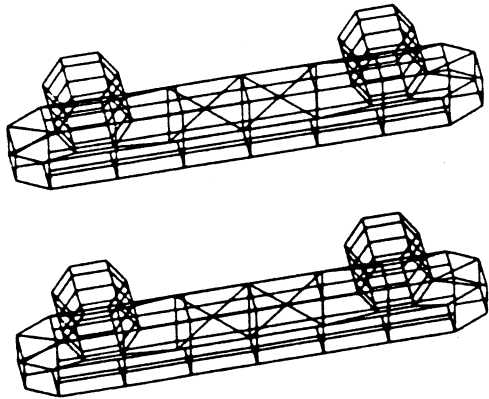
**Fig. 7 - Approche par couplage Solution Analytique - Singularités de Rankine**



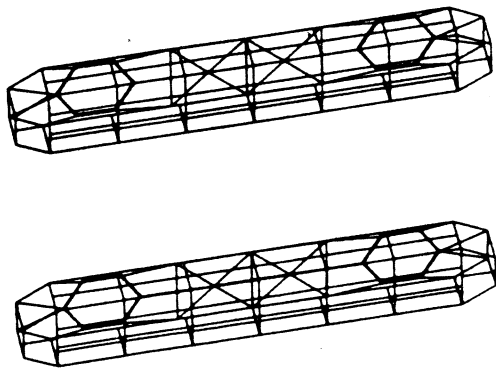
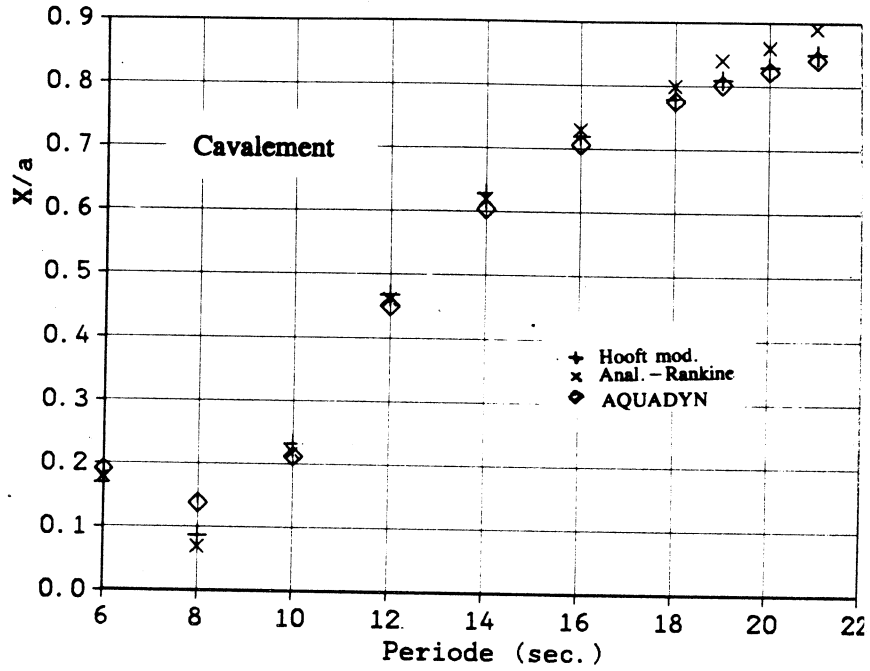
**Fig. 8 - Efforts sur la PLT de l'ISSC**

Diamètre des colonnes	14.3 m
Espacement des colonnes (suivant X)	61.6 m
Espacement des colonnes (suivant Y)	60.94 m
Hauteur des pontons	8 m
Largeur des pontons	16.07 m
Longueurs des pontons	92 m
Tirant d'eau	22.5 m

Caractéristiques géométriques



Maillage pour AQUADYN



Maillage pour l'option COLPON

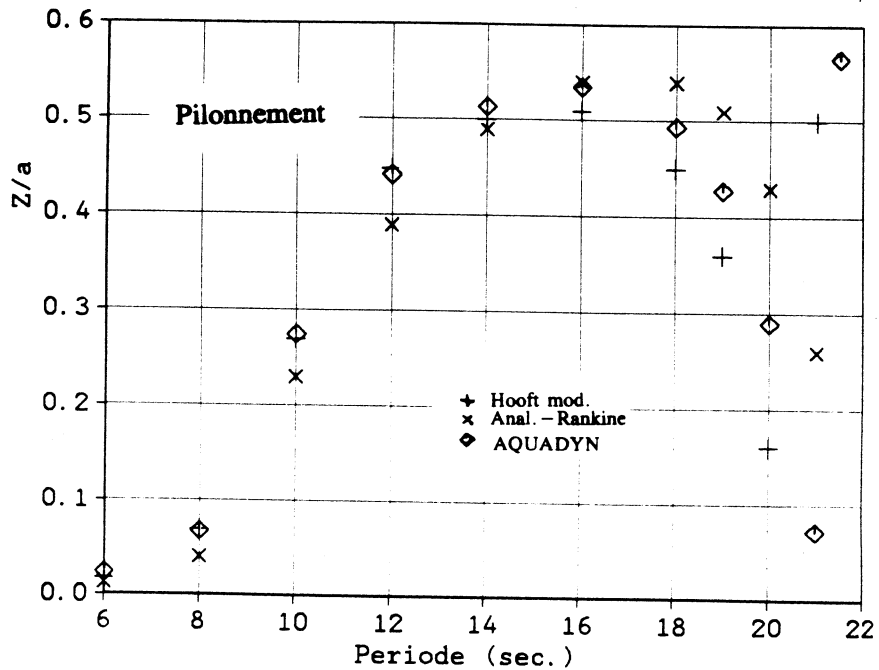


Fig. 9 - Mouvements de la plateforme catamaran