

## REPONSE DYNAMIQUE DE STRUCTURES TUBULAIRES SUITE À UN IMPACT HYDRODYNAMIQUE : APPROCHES SEMI-ANALYTIQUE ET EXPERIMENTALE

### *DYNAMIC RESPONSE OF TUBULAR STRUCTURES DUE TO AN HYDRODYNAMIC IMPACT: SEMI-ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL APPROACHES*

F. L. TAUSSE KAMDOUM<sup>(1)</sup>, A.E.M. ALAOU<sup>(1)</sup>, R. HASCOET<sup>(1)</sup>, N. JACQUES<sup>(1)</sup>

*franki.tausse@ensta-bretagne.org ; aboulghit.el\_malki\_alaoui@ensta-bretagne.fr*  
*romain.hascoet@ensta-bretagne.fr ; nicolas.jacques@ensta-bretagne.fr*

<sup>(1)</sup>ENSTA Bretagne, CNRS UMR 6027, IRDL, 2 rue François Verny, 29806 Brest Cedex 9,  
France

#### Résumé

Dans cet article, nous proposons un modèle semi-analytique permettant de décrire la réponse hydro-élastique d'une structure tubulaire soumise à un impact hydrodynamique. La structure est modélisée comme une poutre d'Euler-Benoulli. L'écoulement 3D est traité par une décomposition en série de problèmes 2D (méthode des tranches). Le modèle permet de caractériser les effets du couplage hydro-élastique sur la réponse vibratoire de la structure tubulaire. Un point intéressant est que nous identifions dans la réponse vibratoire un terme d'amortissement additionnel dû au couplage fluide-structure. Dans l'optique de tester le modèle, une campagne expérimentale est en cours. Des résultats expérimentaux préliminaires seront présentés lors de la conférence.

#### Summary

In this article, we propose a semi-analytical model to describe the hydro-elastic response of a tubular structure subjected to a hydrodynamic impact. The structure is modeled as an Euler-Benoulli beam. The 3D flow is approximated by a set of 2D problems (strip method). The model makes it possible to characterize the effects of hydro-elastic coupling on the vibration response of the tubular structure. An interesting point is that we identify in the vibration response an additional damping term due to the fluid-structure coupling. With aim to assess the model, an experimental campaign is currently carry out. Preliminary experimental results will be presented at the conference.

## I – Introduction

Le dimensionnement des structures marines adaptées aux conditions de mer passe par une bonne prédiction des efforts hydrodynamiques auxquels elles seront soumises leur vie durant. Ces efforts peuvent compromettre l'intégrité structurale des navires [10] et des structures offshore [16]. En se combinant à d'autres effets comme la flexibilité structurale des navires par exemple ils les exposent au problème de fouettement [14]. Différents travaux ont été menés sur la prédiction de la réponse de structures élastiques suite à un impact hydrodynamique (voir par exemple [12, 6, 13, 7, 8, 1]). Cependant, du fait la complexité du phénomène d'impact et d'existence de différents régimes d'interaction, il peut être délicat de décrire la réponse hydroélastique induite [15]. Comme discuté par [9], le développement de modèles analytiques et d'essais dédiés d'impacts hydro-élastiques pour des configurations (relativement) simples et des conditions d'impact bien contrôlées présente un grand intérêt à la fois pour la compréhension des mécanismes d'interaction fluide-structure et la validation d'outils de simulation plus complexes.

Dans l'étude présente, le corps considéré est une structure tubulaire. Le problème est posé tel que représenté en figure 1. Le tube de rayon extérieur  $R$ , est maintenu en un point  $M$ , mobile dans le référentiel du laboratoire. L'autre extrémité du tube est libre. Le point  $M$  se déplace verticalement à une vitesse  $V(t)$ , par mouvement imposé (l'effort de réaction en  $M$  n'affecte pas  $V$ ). Le tube au repos est incliné d'un angle  $\gamma$  et vient impacter la surface libre d'un fluide initialement au repos. Le repère  $(x, z)$  est lié au référentiel du laboratoire, l'axe  $x$  étant confondu avec la surface libre initiale. Le repère  $(M, \tilde{x}, \tilde{z})$  est lié au corps. La profondeur de pénétration d'une section du tube, notée  $h$ , est mesurée selon la perpendiculaire au tube, entre le plan de surface libre initiale et le point de la section le plus proche (sur la figure  $h$  est négatif, la section n'étant pas encore immergée).

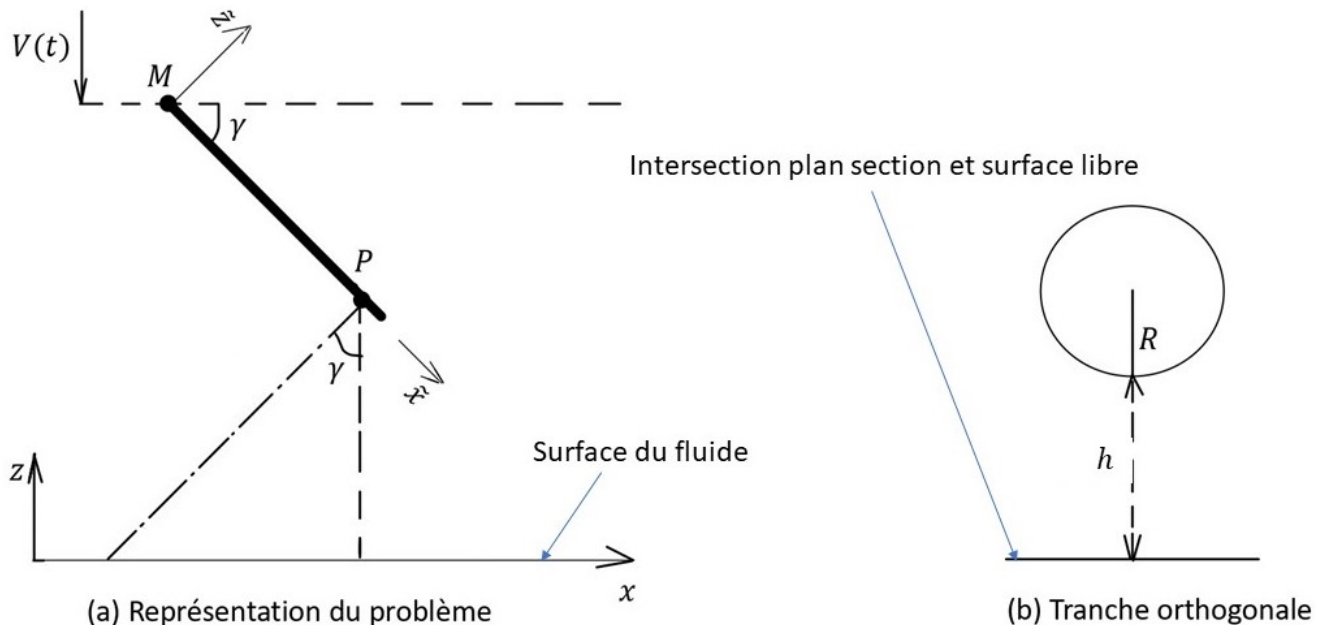


FIGURE 1 – Formulation du problème d'impact

Nous supposons que le tube est suffisamment élancé pour pouvoir d'une part le modéliser comme une poutre Euler-Bernoulli et d'autre part, modéliser l'écoulement hydrodynamique 3D par une approche par tranches d'écoulement 2D confondues avec les

sections du tube. Dans chaque tranche, le problème d'impact sera modélisé par une version étendue de la théorie de Wagner.

Dans la suite de cet article, nous formulerons dans un premier temps notre modèle de réponse d'hydro-élastique, ensuite nous présenterons la méthode de résolution utilisée qui repose sur la technique de décomposition modale et enfin nous présenterons quelques résultats du modèle semi-analytique.

## II – Modèle de réponse hydro-élastique

### II – 1 Formulation

Le tube est modélisé comme une poutre Euler-Bernoulli homogène de longueur  $L$ , de masse linéique  $\rho_l$ , de module d'Young  $E$ , de moment d'inertie  $I$ , encastée-libre. En notant  $u(\tilde{x}, t)$  le champ de déplacement transversal mesuré dans le repère  $(M, \tilde{x}, \tilde{z})$  et  $f_l$  le chargement linéique agissant sur la poutre (dans la direction  $\tilde{z}$ ), en négligeant l'amortissement d'origine structurale, l'équation différentielle régissant la réponse de la poutre peut s'écrire [5] :

$$\rho_l \frac{\partial^2 u(\tilde{x}, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}^4} = f_l(t, \tilde{x}, u(\tilde{x}, t), \dot{u}(\tilde{x}, t), \ddot{u}(\tilde{x}, t)) + \rho_l \dot{V}(t) \cos(\gamma). \quad (1)$$

Les conditions initiales et aux limites suivantes sont considérées :

$$\left\{ \begin{array}{l} u(\tilde{x}, 0) = u_0, \\ \dot{u}(\tilde{x}, 0) = u_1, \\ u(0, t) = \frac{\partial u(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} \Big|_{\tilde{x}=0} = 0, \\ \frac{\partial^2 u(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}^2} \Big|_{\tilde{x}=L} = \frac{\partial^3 u(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}^3} \Big|_{\tilde{x}=L} = 0, \end{array} \right. \quad (2)$$

L'effort linéique hydrodynamique  $f_l$  dépend à priori du mouvement vibratoire de la structure et donc de  $u(\tilde{x}, t)$  : c'est de cette dépendance que naît le couplage hydro-élastique.

Par une approche de type Wagner et des considérations géométriques, on peut modéliser ce couplage hydro-élastique et décrire la dépendance de  $f_l$  aux variables  $u$ ,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$ , où  $\dot{u}$  et  $\ddot{u}$  sont respectivement la dérivée première et seconde de  $u$  par rapport au temps. Le terme d'entraînement  $\rho_l \dot{V}(t) \cos(\gamma)$  rend compte du fait que le repère  $(M, \tilde{x}, \tilde{z})$  n'est pas lié à un référentiel galiléen.

Le chargement hydrodynamique est modélisé par une approche par tranches 2D coïncidant avec les plans de sections de poutre. Dans chaque tranche, l'effort hydrodynamique est modélisé par une approche de Wagner [19]. Plus précisément, le champ de pression sur la section est estimé par le modèle modifié de Logvinovitch [11]. Le détachement de l'écoulement, entraînant la formation d'une cavité à l'arrière de la section aux grandes profondeurs de pénétration, est traité par le concept de prolongement par corps fictif (modèle MLM-FBC) [18].

Dans ce cadre, l'effort hydrodynamique sur une section du tube, de rayon extérieur  $R$  et de section associée  $S = \pi R^2$  peut s'écrire :

$$f_l = \underbrace{\rho_{fluide} R C_s(h) w^2}_{\text{effort linéique de slamming}} + \underbrace{\rho_{fluide} S C_a(h) \dot{w}}_{\text{effort linéique de masse ajoutée}}, \quad (3)$$

où  $\rho_{fluide}$  est la masse volumique du fluide. La profondeur de pénétration  $h$  s'écrit :

$$h(\tilde{x}, t, u(\tilde{x}, t)) = h_0(\tilde{x}, t) - u(\tilde{x}, t), \quad (4)$$

avec  $h_0$  la profondeur de pénétration dans le cas d'une poutre indéformable (elle peut être déterminée de manière purement géométrique).

Dans l'équation (3),  $w$  est la vitesse de pénétration projetée dans le plan de la section, elle s'écrit :

$$w(t, \dot{u}(\tilde{x}, t)) = v(t) - \dot{u}(\tilde{x}, t), \quad (5)$$

avec  $v(t) = V(t) \cos(\gamma)$ .

Les fonctions  $C_s$  et  $C_a$  sont respectivement les coefficients adimensionnels dits de slamming et de masse ajoutée. Ils ne dépendent que de la profondeur de pénétration  $h$ . Ils sont calculés grâce au modèle de Logvinovitch modifié et la technique de prolongement par corps fictif [11, 18]. L'évolution de ces coefficient avec  $h$  est représentée en figure 2, où pour  $C_s$  des résultats expérimentaux de la littérature sont aussi présentés [3, 4].

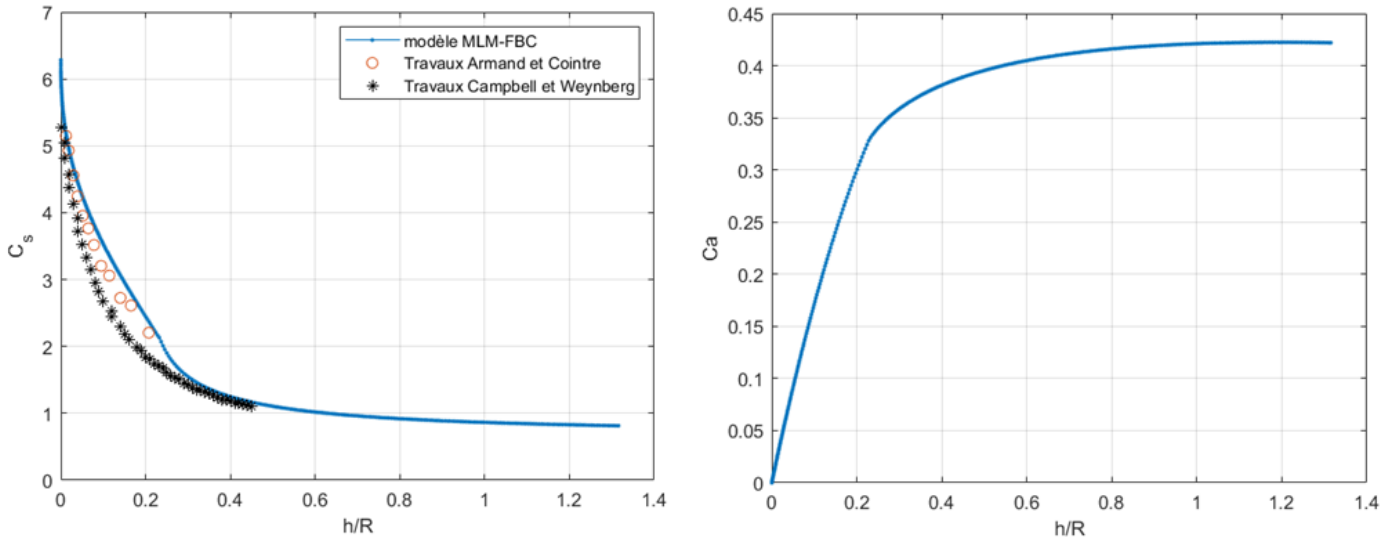


FIGURE 2 – Coefficients hydrodynamiques

En injectant les équations (3-4-5) dans (1), on obtient :

$$\begin{aligned} [\rho_l + \rho_{fluide} S C_a (h_0 - u)] \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial \tilde{x}^4} = \rho_{fluide} R C_s (h_0 - u) \left( v(t) - \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \\ + (\rho_l + \rho_{fluide} S C_a (h_0 - u)) \dot{v}(t). \end{aligned} \quad (6)$$

En posant :

$$\begin{cases} \rho_a(\tilde{x}, t) = \rho_l + \rho_{fluide} S C_a (h_0(\tilde{x}, t) - u(\tilde{x}, t)), \\ \rho_s(\tilde{x}, t) = \rho_{fluide} R C_s (h_0(\tilde{x}, t) - u(\tilde{x}, t)), \end{cases}$$

(6) devient,

$$\frac{\partial^2 u(\tilde{x}, t)}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho_a(\tilde{x}, t)} \frac{\partial^4 u(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}^4} = \frac{\rho_s(\tilde{x}, t)}{\rho_a(\tilde{x}, t)} \left( v(t) - \frac{\partial u(\tilde{x}, t)}{\partial t} \right)^2 + \dot{v}(t). \quad (7)$$

Etant données les conditions initiales et aux limites, l'équation (7) décrit la réponse hydro-élastique du tube lors d'un impact.

## II – 2 Résolution par décomposition modale

Pour résoudre l'équation (7), nous allons la projeter dans la base des  $N$  premiers modes propres de la poutre sèche. Nous posons :

$$u(\tilde{x}, t) \simeq \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) \hat{u}_k(\tilde{x}), \quad (8)$$

où  $\alpha_k(t)$  et  $\hat{u}_k(\tilde{x})$  sont l'amplitude et la forme spatiale du  $k^{\text{ième}}$  mode. Le produit scalaire associé à la projection modale est :

$$\langle X, Y \rangle = \int_0^L X(s)Y(s)ds,$$

où  $X$  et  $Y$  sont des fonctions de carré sommable. Le nombre de modes retenus,  $N$ , dépend de la précision recherchée. Les modes d'une poutre encastree-libre prennent la forme (voir par exemple [5]) :

$$\hat{u}_k(\tilde{x}) = B_k [\sin(\mu_k \tilde{x}) - \sinh(\mu_k \tilde{x}) - \Omega_k (\cos(\mu_k \tilde{x}) - \cosh(\mu_k \tilde{x}))], \quad (9)$$

les nombres d'onde  $\mu_k$  vérifiant

$$\cosh(\mu_k L) \cos(\mu_k L) = -1$$

et les coefficients  $\Omega_k$  étant donnés par :

$$\Omega_k = \frac{\sin(\mu_k L) + \sinh(\mu_k L)}{\cos(\mu_k L) + \cosh(\mu_k L)}.$$

Les coefficients de normalisation  $B_k$  sont obtenus en utilisant la condition de normalité

$$\|\hat{u}\|^2 = \int_0^L \hat{u}_n(\tilde{x})\hat{u}_m(\tilde{x})d\tilde{x} = \delta_{nm},$$

où  $\delta_{nm}$  est le symbole delta de Kronecker. En injectant (8) dans (7) et en projetant le résultat sur le mode  $j$  on obtient :

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_j(t) + EI \int_0^L \frac{\hat{u}_j(\tilde{x})}{\rho_a(\tilde{x}, t)} \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) \gamma_k^4 \hat{u}_k(\tilde{x}) d\tilde{x} &= \int_0^L \frac{\rho_s(\tilde{x}, t)}{\rho_a(\tilde{x}, t)} \hat{u}_j(\tilde{x}) \left( v(t) - \sum_{k=1}^N \dot{\alpha}_k(t) \hat{u}_k(\tilde{x}) \right)^2 d\tilde{x} \\ &+ \dot{v}(t) \int_0^L \hat{u}_j(\tilde{x}) d\tilde{x}. \end{aligned} \quad (10)$$

L'intégration du système d'équations (10) est réalisée par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4.

## III – Résultats

Pour illustrer le modèle, nous considérons le cas d'un tube plein en Aluminium ( $E = 70 \text{ GPa}$  et  $\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$ ) de longueur  $L = 312 \text{ mm}$ , de rayon  $R = 12.5 \text{ mm}$  et d'une vitesse d'impact  $V = 7 \text{ m/s}$  pour. Deux angles d'inclinaison sont considérés :  $\gamma = 0^\circ$  et  $\gamma = 30^\circ$ . Les résultats présentés sont l'accélération en bout de poutre (figure 3), l'effort dans la direction  $\tilde{z}$  au point d'entraînement  $M$  (figure 4) et la déformation à l'encastrement de notre tube (figure 5). Ces grandeurs pourront aussi être mesurées dans la campagne expérimentale qui est en cours de réalisation. Après étude de convergence, le nombre de modes retenus pour la résolution numérique est  $N = 24$ .

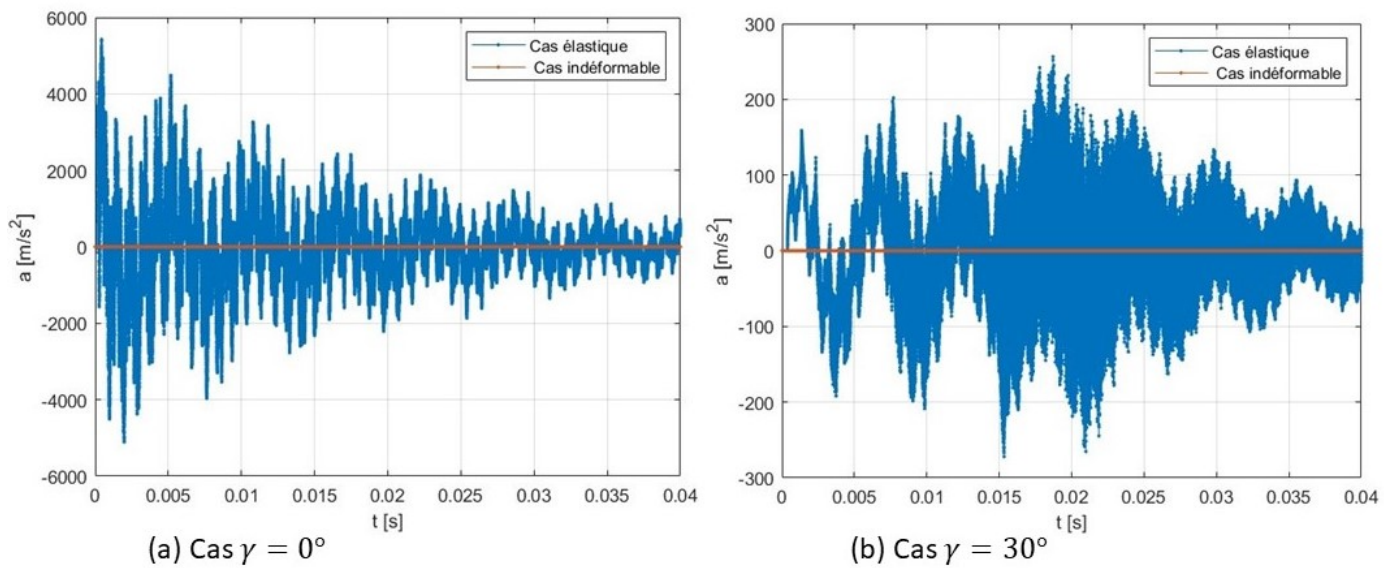


FIGURE 3 – Accélération en bout de poutre

De prime à bord, sur les courbes d'accélération présentées en figure 3, la contribution des modes d'ordre élevé est particulièrement notable. L'accélération atteint un pic à plus de  $500g$  au moment de l'impact dans le cas  $\gamma = 0^\circ$  alors qu'il n'est qu'à près de  $27g$  dans le cas  $\gamma = 30^\circ$ . Dans le cas  $\gamma = 0^\circ$  toutes les tranches impactent en même temps et le pic d'accélération a lieu juste après l'instant du premier contact entre le fluide et le tube. La situation est différente pour  $\gamma = 30^\circ$  où les différentes tranches impactent progressivement le fluide. Pour cette raison, le pic d'accélération n'est pas atteint à l'instant du premier contact, mais plus tardivement.

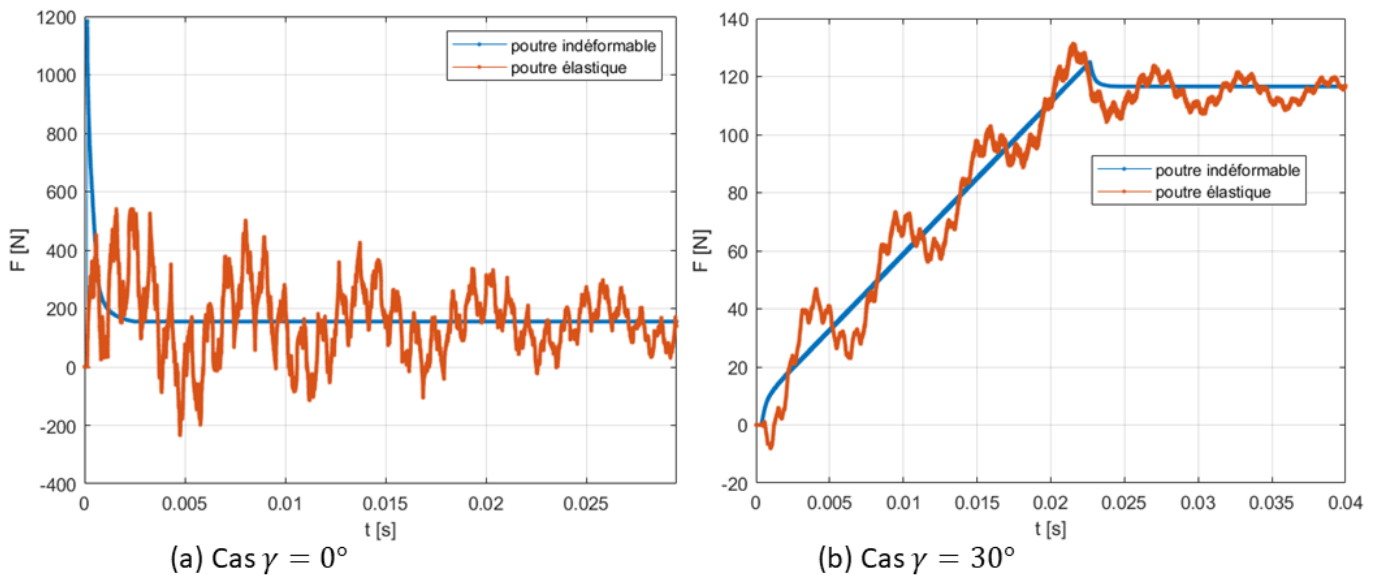


FIGURE 4 – Effort tranchant à l'encastrement

Ensuite, lorsqu'on s'intéresse aux courbes d'effort au point d'entraînement (figure 4) on voit l'effet notable de la réponse hydro-élastique du tube sur l'effort observé. En effet,

les courbes obtenues dans le cas déformable oscillent autour de celles pour le cas rigide. Dans le cas  $\gamma = 0^\circ$ , le pic d'effort obtenu pour le corps élastique est bien moindre que celui obtenu dans le cas d'un corps rigide. Ceci s'explique par le fait que la durée caractéristique du chargement dû au slamming est bien plus courte que le temps de réponse élastique (i.e., la période propre du mode 1)

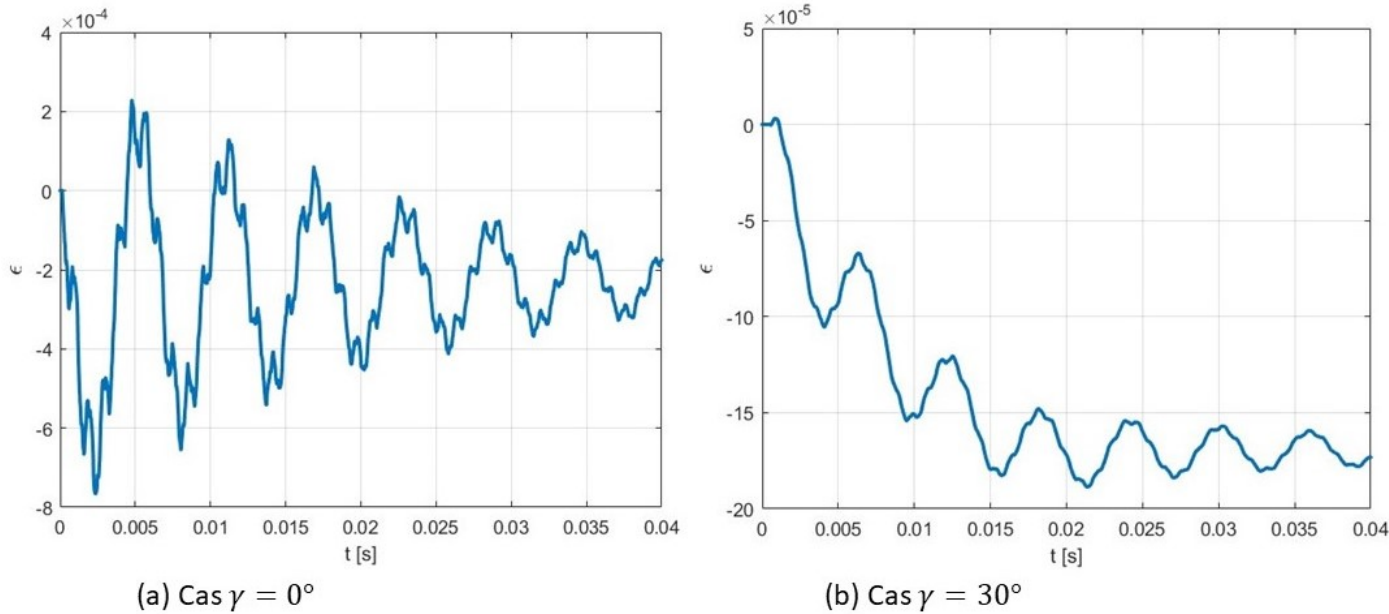


FIGURE 5 – Déformation à l'encastrement

Enfin, concernant les courbes de déformation (figure 5), on voit que le poids des contributions des modes d'ordre élevé est plus faible que dans les signaux d'accélération présentés en figure 3. Un phénomène très intéressant pouvant être observé sur la figure est l'amortissement des vibrations du tube. Cet amortissement est uniquement dû au couplage fluide-structure (car aucun amortissement structurel n'a été pris en compte). Un phénomène similaire a été observé dans [17] dans le cas d'une parabole montée sur un ressort.

## IV – Conclusions et perspectives

Cet article a porté sur la modélisation de la réponse dynamique de structures tubulaires impactant la surface libre d'un fluide au repos. En nous appuyant à la fois sur la méthode des tranches, la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli et le modèle MLM-FBC proposé par Tassin et al.[18], nous avons mis en place un modèle semi-analytique qui met en exergue la réponse hydro-élastique de ces structures. Ce modèle a mis en évidence un amortissement dû au couplage fluide-structure.

Une campagne expérimentale est en cours de réalisation avec la machine de choc de l'ENSTA Bretagne [2]. Les premiers résultats obtenus sont encourageants et nous espérons pouvoir présenter lors des journées de l'hydrodynamique des comparaisons détaillées entre les résultats de l'approche semi-analytique et les mesures expérimentales.



## Références

- [1] B. C. Abrahamsen, F. Grytten, O. Hellan, T. H. Søreide, and O. M. Faltinsen. Hydroelastic response of concrete shells during impact on calm water. *Journal of Fluids and Structures*, 116 :103804, 2023.
- [2] A. E. M. Alaoui, A. Nème, A. Tassin, and N. Jacques. Experimental study of coefficients during vertical water entry of axisymmetric rigid shapes at constant speeds. *Applied Ocean Research*, 37 :183–197, 2012.
- [3] I. Campbell and P. Weynberg. *Measurement of parameters affecting slamming*. University of Southampton, Department of Aeronautics and Astronautics, 1980.
- [4] R. Cointe and J.-L. Armand. Hydrodynamic impact analysis of a cylinder. 1987.
- [5] P. Destuynder. *Vibration des structures et des systèmes couplés*. Hermès, Londres, 2007.
- [6] O. M. Faltinsen. Hydroelastic slamming. *Journal of Marine Science and Technology*, 5 :49–65, 2000.
- [7] O. M. Faltinsen. *Hydrodynamics of High-Speed Marine Vehicles*. Cambridge University Press, 2006.
- [8] M. Jalalisendi and M. Porfiri. Water entry of cylindrical shells : Theory and experiments. *AIAA journal*, 56(11) :4500–4514, 2018.
- [9] T. Khabakhpasheva, A. Korobkin, and S. Malenica. Water entry of an elastic conical shell. *Journal of Fluid Mechanics*, 980 :A34, 2024.
- [10] J.-H. Kim, Y. Kim, R.-H. Yuck, and D.-Y. Lee. Comparison of slamming and whipping loads by fully coupled hydroelastic analysis and experimental measurement. *Journal of Fluids and Structures*, 52 :145–165, 2015.
- [11] A. Korobkin. Analytical models of water impact. *European Journal of Applied Mathematics*, 15(6) :821–838, 2004.
- [12] A. Korobkin and T. Khabakhpasheva. Plane linear problem of the immersion of an elastic plate in an ideal incompressible fluid. *Journal of applied mechanics and technical physics*, 40(3) :491–500, 1999.
- [13] Y.-M. Scolan. Hydroelastic behaviour of a conical shell impacting on a quiescent-free surface of an incompressible liquid. *Journal of Sound and Vibration*, 277(1-2) :163–203, 2004.
- [14] G. Storhaug. Experimental investigation of wave induced vibrations and their effect on the fatigue loading of ships. 2007.
- [15] L. Suja-Thauvin, J. R. Krokstad, and E. E. Bachynski. Critical assessment of non-linear hydrodynamic load models for a fully flexible monopile offshore wind turbine. *Ocean Engineering*, 164 :87–104, 2018.
- [16] L. Suja-Thauvin, J. R. Krokstad, E. E. Bachynski, and E.-J. de Ridder. Experimental results of a multimode monopile offshore wind turbine support structure subjected to steep and breaking irregular waves. *Ocean Engineering*, 146 :339–351, 2017.
- [17] A. Tassin, F. Hulin, and N. Jacques. A direct multimode method for the reduction of vibration induced oscillations on force signals during “pseudo-rigid” water impact experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 581 :118378, 2024.
- [18] A. Tassin, A. Korobkin, and M. Cooker. On analytical models of vertical water entry of a symmetric body with separation and cavity initiation. *Applied Ocean Research*, 48 :33–41, 2014.



[19] H. Wagner. Landing of seaplanes. *NACA TM 622*, 1931.