

EXPERIENCES ET SIMULATIONS NUMERIQUES D'INTERACTIONS DE SOLITONS EN EAU PEU PROFONDE

EXPERIMENTS AND NUMERICAL SIMULATIONS OF SOLITON INTERACTIONS IN SHALLOW WATER

H. MICHALLET⁽¹⁾, T. LEDUQUE⁽¹⁾, F. COUDERC⁽²⁾,
E. BARTHELEMY⁽¹⁾, M. KACZMAREK⁽¹⁾, N. MORDANT⁽¹⁾
herve.michallet@legi.cnrs.fr

⁽¹⁾ LEGI UMR 5519, Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble-INP, F-38000 Grenoble, France

⁽²⁾ IMT UMR 5219, Univ. Toulouse, CNRS, INSA, F-31077 Toulouse, France

Résumé

Des expériences ont été réalisées dans le grand bassin ($27 \times 30 \text{ m}^2$) d'ARTELIA pour étudier les interactions d'ondes fortement non-linéaires. Une technique de stéréoscopie a été mise en place pour mesurer les ondes avec précision sur une vaste zone (180 m^2). Le code numérique TOLOSA de propagation des ondes en eau peu profonde reproduit les observations et permet de compléter l'analyse. L'interaction de deux ondes solitaires peut produire une troisième onde solitaire. Un exemple de la formation d'un soliton 2D qui paraît stable dans sa propagation est montré.

Summary

Experiments were performed in the ARTELIA large ($27 \times 30 \text{ m}^2$) wave tank for studying strongly non-linear wave interactions. The waves were measured with a stereoscopic technique with a good accuracy on a wide area (180 m^2). The numerical shallow water code TOLOSA meets the observations and completes the analysis. The interaction of two solitary waves can produce a third wave. An example of the formation of a stable 2D soliton is devised.

I – Introduction

Le soliton est un objet mathématique, qui caractérise une onde solitaire, singulière en temps et en espace, solution d'équations non-linéaires intégrables de type Schrödinger non-linéaire (NLS) ou Korteweg-de Vries (KdV), entre autres. Le terme 'soliton' a été formulé par Zabusky et Kruskal (1965) pour définir cet objet remarquablement stable, qui préserve son identité à l'issue d'interactions multiples. Chaque interaction provoque un déphasage mais chaque soliton retrouve sa forme initiale après interaction. C'est rigoureusement vrai avec KdV, lorsque les deux solitons se propagent dans la même direction (1D) et le même sens, à la surface d'un fluide en eau peu profonde (où la largeur caractéristique du soliton - sa masse divisée par son amplitude - reste grande devant la profondeur d'eau) par exemple. Ceci fait de KdV une équation intégrable qui conserve masse, quantité de mouvement, énergie, et d'autres moments d'ordres supérieurs, de tel sorte que la description du système peut se réduire à peu de quantités (amplitudes et phases des solitons) alors qu'il en nécessiterait un nombre infini dans l'espace de Fourier (Redor, 2019, e.g.). Lorsque les solitons peuvent se propager dans toutes les directions (2D), les interactions deviennent bien plus riches (Nicolas, 1993, e.g.). Le système d'équations Kadomtsev-Petviashvili (KP), adapté de KdV pour de faibles variations dans la direction transverse, serait à même d'en décrire une certaine gamme (Kodama et Yeh, 2016).

L'objectif de cet article est de discuter des moyens de reproduire des interactions relativement simples entre deux ou trois ondes solitaires. Des essais en bassin ont été réalisés et mettent en évidence les effets de taille finie (section II – 1). Des simulations numériques (section II – 2) permettent de très bien reproduire les expériences (section II – 3). L'interaction d'un soliton contre une paroi, ou interaction de Mach (Miles, 1977b), est analysée plus en détail section III. Cette étude complète celle présentée par Barthélemy *et al.* (2024) dans le cas plus général de l'interaction de deux ondes solitaires avec des incidences quelconques.

II – Outils

II – 1 Expériences

Des expériences ont été réalisées dans le grand bassin du LHF (Artelia, Pont-de-Claix, France). Le bassin de 30 m × 27 m est équipé d'un batteur serpent constitué de 60 parois verticales mobiles de 50 cm de large qui peuvent être pilotées indépendamment. Les trois autres côtés du bassin sont des murs verticaux rigides réfléchissant les ondes (voir Fig. 1). Le fond du bassin est horizontal en moyenne, mais présente des irrégularités pouvant atteindre ± 5 mm par endroits. La profondeur d'eau au repos vaut $h = 0.35$ m pour toutes les expériences.

Les batteurs peuvent générer des ondes solitaires très proches des solitons prédits théoriquement. Une technique de stéréovidéo a été mise en place et a d'ores et déjà permis de le vérifier (Leduque *et al.*, 2024). Des sondes capacitives ont également été utilisées pour mesurer les déplacements de surface libre en différents points du bassin.

La zone couverte par les caméras, d'environ 180 m², est représentée Fig. 1. En réalisant deux expériences symétriques, un soliton d'incidence $+\theta$ puis $-\theta$ par exemple, et en combinant leurs résultats, on peut prétendre couvrir environ 320 m² du bassin. Deux jeux de deux caméras ont été déployés, notés PCO (5.5 Mpixels, 16 bits) et JAI (12 Mpixels, 8 bits) Fig. 1. Elles enregistrent jusqu'à 20 images par seconde. La reconstruction stéréoscopique permet d'obtenir les élévations de surface libre sur une grille d'environ 5 cm de côté sur l'horizontale et une précision de quelques millimètres sur la verticale. Les caméras ne peuvent mesurer à moins de 0.5 m du mur $y = 0$. Des sondes capacitives ont été fixées à 0.01 m du mur (en $x = 8.5, 11, 13.5, 16, 19.4$ m) pour capter l'amplification des ondes contre une paroi verticale. La description détaillée du dispositif expérimental est présentée par Leduque (2024).

Sur la Fig. 2 sont montrées des captures vidéo du passage d'une onde au niveau d'une paroi. La surface libre est couverte de particules qui forment des motifs et ainsi permettent la reconstruction stéréoscopique (Leduque *et al.*, 2024; Leduque, 2024). La figure illustre aussi

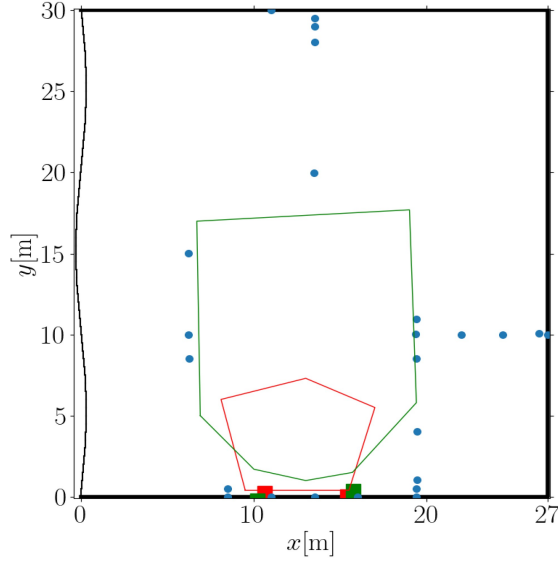


FIGURE 1 – Schéma du bassin : batteur serpent à gauche, zones couvertes par les systèmes stéréoscopiques (paire de caméras PCO en rouge et paire de caméras JAI en vert), positions des sondes capacitatives (points bleus). Figure issue de Leduque (2024).

l’estimation de l’erreur sur la mesure de niveau avec les sondes, de quelques millimètres pour une onde d’environ 30 cm d’amplitude. Sur cet exemple, le soliton généré aux batteurs avec une incidence de $\theta = -40^\circ$ et une amplitude réduite (amplitude sur profondeur d’eau) $\epsilon = 0.45$ se propage à $c_i = 2.2 \text{ m s}^{-1}$, qui correspond à la célérité d’un soliton Rayleigh $c_R = \sqrt{gh(1 + \epsilon)}$, et vient interagir avec le mur en $y = 0$. L’intumescence contre le mur entre les deux images de la Fig. 2 se propage à $c_w = 2.9 \text{ m s}^{-1}$. Son amplitude réduite est mesurée : $\epsilon_w = 0.84 \pm 0.02$ entre $x = 8.5$ et 19.4 m , et l’on ne détecte pas de déferlement. Elle se propage plus vite qu’un soliton Rayleigh de même amplitude ($c_R = 2.5 \text{ m s}^{-1}$). Ceci s’explique par simple construction géométrique : $c_w = c_i / \cos \theta = 2.9 \text{ m s}^{-1}$. Ainsi l’intumescence au mur n’est pas un soliton à proprement parler, sa dynamique reste liée à celle du soliton incident. Nous sommes ici dans le cadre d’une interaction régulière telle que définie par Miles (1977b), ce point sera développé dans la section III.–

II – 2 Simulations numériques

En parallèle de ces expériences, la simulation numérique des interactions de solitons est réalisée avec le code TOLOSA (<https://Tolosa-project.com/>). Ce code est développé à l’Institut de Mathématiques de Toulouse dans le cadre du plan national de vigilance vagues-submersions à la charge du SHOM et de Météo France, afin de prévenir des submersions avec des temps de calcul rapides pour des topologies complexes. Une version TOLOSA-LCT est développée afin de prendre en compte le caractère dispersif des vagues en utilisant un modèle résultant d’une approximation classique des équations d’Euler en intégrant la verticale et en prenant en compte une hypothèse de faible compressibilité, résultant d’un modèle avec deux variables additionnelles en comparaison du modèle classique de Saint-Venant (Richard, 2021). Une technique de *splitting* a été mise au point afin de séparer le traitement des ondes “lentes” de gravité et des ondes acoustiques “rapides”, ce qui permet de limiter le surcoût de 3 à 5 fois celui du modèle bien connu de Saint-Venant. Pour nos besoins, le code a été adapté pour reproduire le mouvement des batteurs en utilisant une technique ALE afin d’évaluer ses capacités à reproduire la génération de solitons, leurs interactions entre eux et contre les murs du bassin, conformément aux expériences.

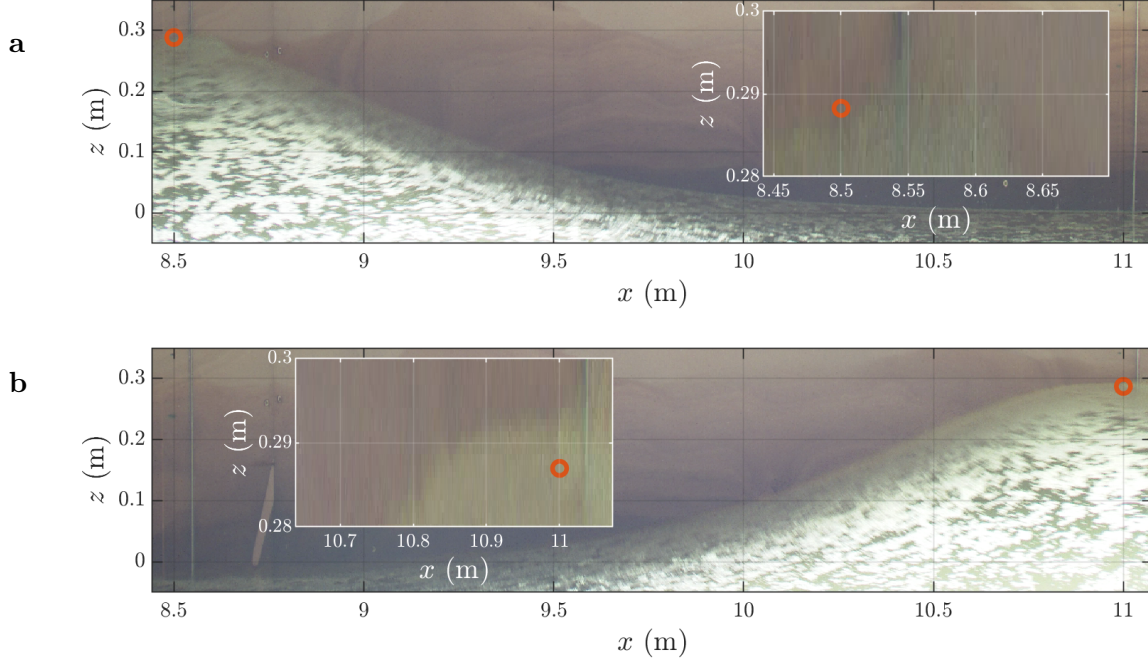


FIGURE 2 – Captures vidéo (caméra située en $x = 10$ m, $y = 30$ m) du passage d'un soliton ($\epsilon = 0.45$, $\theta = -40^\circ$) et mesures de son amplitude aux sondes fixées au mur (cercles rouges) : **a** sonde en $(x = 8.5$ m, $y = 0.01$ m), **b** sonde en $(x = 11$ m, $y = 0.01$ m). Les encarts sont des agrandissements à la crête. Intervalle de temps entre les deux images : $\Delta t = 0.86$ s.

II – 3 Validation

Ces moyens de mesures et de calculs demandent à être confrontés. Un exemple est montré Fig. 3 pour la génération de deux ondes solitaires. Une première onde (A) est générée avec tous les batteurs en phase (incidence $\theta = 0$) et se réfléchit contre le mur en $x = 27$ m puis contre les batteurs en $x = 0$, alors qu'une deuxième onde (B) est générée avec une incidence de consigne de -60° . Ce second soliton diffracte, interagit avec le premier soliton (Fig. 3 à $t = 52.2$ s) et se réfléchit contre le mur en $y = 0$. Une seconde interaction est montrée à $t = 65.2$ s : l'onde principale résultant de A n'est pas uniforme selon y , elle présente un maximum près du mur $y = 0$ tandis que l'onde résultant de B est fortement courbée. L'onde principale d'incidence $\theta \approx 0$ se réfléchit aux batteurs puis interagit avec deux ondes solitaires d'incidence $\theta \simeq -80^\circ$ (B') et $\theta \simeq -130^\circ$ à $t = 78.8$ s (B''). Celles-ci se sont créées par interaction de l'onde B avec les murs en $y = 30$ m et $x = 27$ m. À $t = 104.8$ s, on discerne les résultantes principales de ces deux ondes B' et B'' qui interagissent à nouveau avec l'onde à $\theta \simeq 0$ issue de A.

L'accord entre expérience et simulation est remarquablement bon après plusieurs interactions de ces ondes solitaires. La simulation sur l'ensemble du bassin (rang du bas Fig. 3) illustre bien la richesse des interactions des ondes entre elles et avec les murs.

Un soliton qui interagit frontalement avec un mur dissipe de son énergie en produisant des ondes dispersives, ce sont les ondes que l'on peut observer en haut à gauche de la Fig. 3 à $t = 52.2$ s. À $t = 104.8$ s, des crêtes sont clairement visibles, qui pourraient s'apparenter à des solitons, avec une tendance à se régulariser selon x , y , ou dans la diagonale du bassin.

Les solitons générés aux batteurs interagissent perpétuellement avec les murs et se dissipent par frottement sur le fond. L'une des difficultés pour bien simuler les expériences est de bien modéliser ce frottement de fond. Leduque (2024) a montré qu'une loi classique de couche limite, qui fait dépendre la dissipation de la vitesse au carré, n'est pas adapté à nos expériences. Une dépendance linéaire permet d'améliorer les comparaisons, sans toutefois pouvoir bien prédire la dissipation des ondes à la fois de petites et grandes amplitudes.

Sur la Fig. 4a sont comparés les séries temporelles d'une sonde capacitive (exp.#2514) et du point symétrique de la vidéo (exp.#2515). Le signal extrait de la simulation TOLOSA est

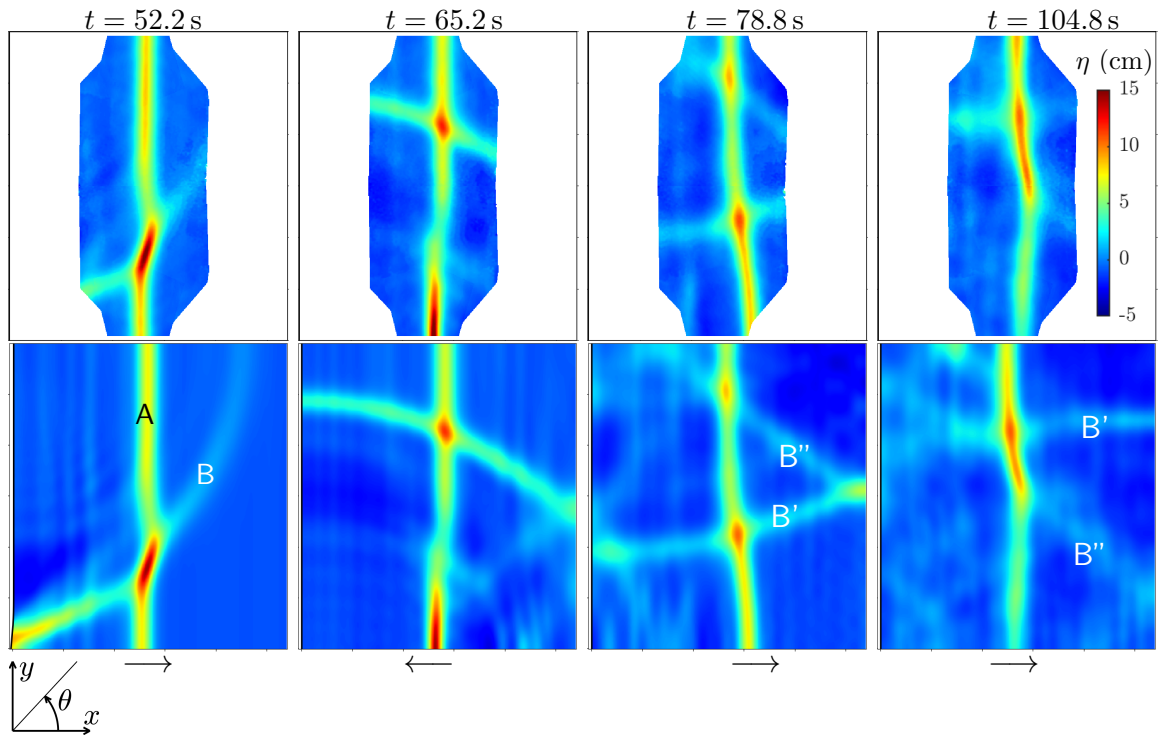


FIGURE 3 – Mesures par stéréoscopie (ligne du haut) et simulation TOLOSA (ligne du bas) de l’élévation de la surface libre à différents stades suite à la génération de deux ondes solitaires : amplitude relative à la profondeur d’eau $\epsilon = 0.3$, incidence $\theta = 0$ à $t = 19.7$ s (A) et $\epsilon = 0.13$, $\theta = -60^\circ$ à $t = 39.5$ s (B). B' et B'' sont les résultantes principales des interactions de B. Les flèches indiquent la direction de propagation de l’onde principale résultant du soliton A.

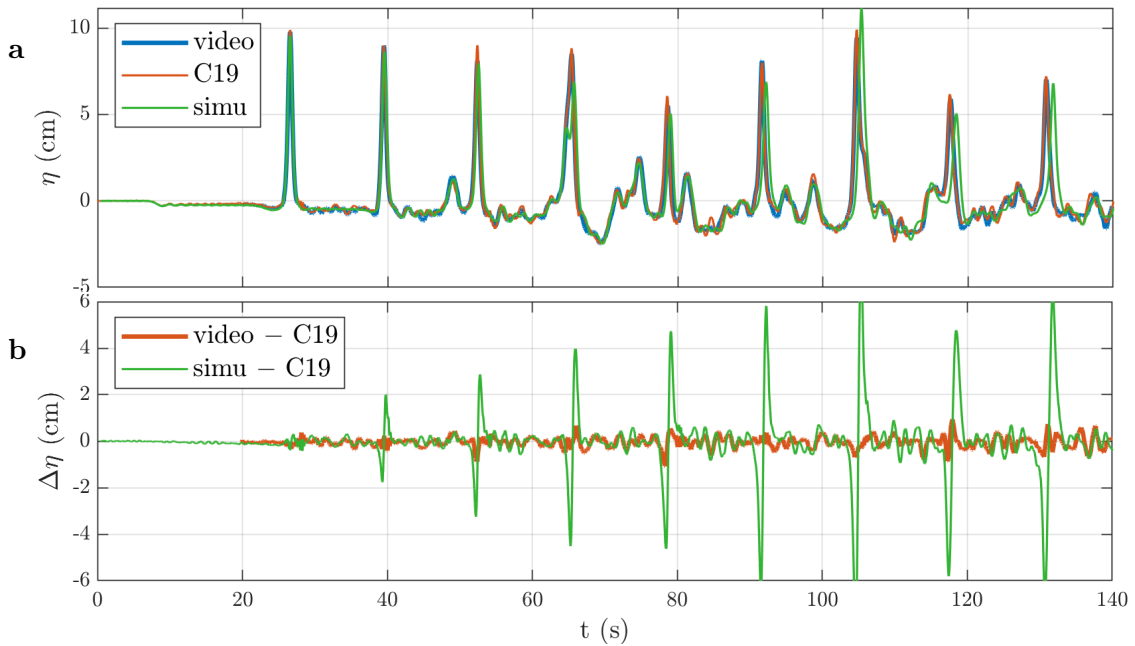


FIGURE 4 – **a** Élévations de surface libre suite à la génération de deux solitons (A : $\epsilon = 0.3$, $\theta = 0$, $t = 19.7$ s ; B : $\epsilon = 0.25$, $\theta = -60^\circ$, $t = 39.5$ s), mesurée par la sonde C19 ($x = 13.5$ m, $y = 20$ m) exp.#2514, par la vidéo au point symétrique ($x = 13.5$ m, $y = 10$ m) exp.#2515 et simulation TOLOSA. **b** Différences relatives à la mesure de la sonde.

également tracé. Les différences sont tracées Fig. 4b, qui confirment que l'accord entre vidéo et sonde est très bon. Malgré les effets de réfraction induits par les irrégularités du fond et autres défauts à la génération, l'accord reste juste à quelques millimètres près. Cette comparaison permet de vérifier que les mesures par stéréoscopie sont très proches de celles des sondes et que nos expériences sont reproductibles par symétrie. C'est ce qui permet de composer les images de la Fig. 3 à partir de exp.#2514 et de son symétrique exp.#2515.

TOLOSA reproduit bien la dynamique globale des interactions, les différences avec la sonde au même point sont principalement induites par un retard de phase à chaque passage du soliton. On peut l'estimer de l'ordre de 0.1 s pour chaque traversée du bassin, soit environ 0.8 % du temps de parcours. Un ajustement de la profondeur d'eau (mesurée avec une précision de l'ordre de mm) et une prise en compte des variations de fonds mesurées dans le bassin (de l'ordre de 5 mm) pourraient permettre un meilleur accord. Pour caractériser la dynamique des ondes fortement non-linéaires entre elles et avec des parois verticales, en particulier la reproduction des ondes dispersives engendrées, le code TOLOSA se révèle parfaitement adapté.

III – Interaction de Mach

III – 1 Rappel théorique

L'amplitude maximum atteinte par un soliton dans son interaction contre un mur est sujet de controverse depuis longtemps (Perroud, 1957; Miles, 1977b; Kodama et Yeh, 2016; Knowles et Yeh, 2019). Miles (1977b) a été le premier à théoriser cette interaction, qui prédit une amplitude maximum au mur de 4 fois l'amplitude du soliton incident, à condition que l'amplitude réduite ($\epsilon_i = a_i/h$) et l'angle incident (θ_i) du soliton satisfassent

$$\theta_i = \sqrt{3\epsilon_i}. \quad (1)$$

Le paramètre

$$\kappa = \frac{\theta_i}{\sqrt{3\epsilon_i}} \quad (2)$$

est introduit, qui détermine une transition entre une réflexion régulière (pour $\kappa > 1$), qui peut se résumer à une interaction entre deux ondes solitaires de même amplitude, et une interaction à trois ondes (pour $\kappa < 1$), pour laquelle un soliton est formé (ou *stem*) qui se propage contre le mur. Un équilibre cinématique pourrait alors être atteint, où soliton incident, onde réfléchie et *stem* se propageraient tous à la même vitesse, même si la solution n'est pas stationnaire puisque la longueur du *stem* ne cesse de croître (Miles, 1977b). L'amplification (α_w) de l'amplitude du *stem* (a_w) rapportée à celle du soliton incident (a_i) est prédite :

$$\begin{aligned} \alpha_w = \frac{a_w}{a_i} &= (1 + \kappa)^2 \quad \text{pour } \kappa < 1 \\ &= \frac{4}{1 + \sqrt{1 - \kappa^{-2}}} \quad \text{pour } \kappa > 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Kodama et Yeh (2016) ont repris l'analyse de Miles (1977b) et trouvent que cette amplitude maximum doit être interprétée dans le cadre d'une théorie KP au deuxième ordre. KP est une équation faiblement non-linéaire, faiblement dispersive, avec peu de directionnalité (θ_i petit), établi par Kadomtsev et Petviashvili (1970). Cette analyse au deuxième ordre permet de rendre compte honorablement des expériences de Li *et al.* (2011) et des simulations numériques de Funakoshi (1980) et Tanaka (1993), étendue aux simulations réalisées par Knowles et Yeh (2019). Dans cette analyse, l'amplification de l'amplitude du soliton incident au mur ($\alpha_w = a_w/a_i \sim 2$ à 3) suit la loi de Miles pour peu qu'on lui applique une amplification virtuelle $\hat{\alpha}$ prédite par KP au 2^e ordre et qui peut atteindre 4. Dans cette approche proposée par Kodama et Yeh (2016)

(voir Knowles et Yeh, 2019, (1.3)) :

$$\kappa = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 + 5\epsilon_i}} \tan \theta_i}{\sqrt{6\epsilon_i} \cos \theta_i} \quad (4)$$

et

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_w &= \frac{\alpha_w(1 + \sqrt{1 + 5\epsilon_i})}{(1 + \sqrt{1 + 5\alpha_w\epsilon_i}) \cos^2(\theta_i)} && \text{pour } \kappa < 1 \\ &= \alpha_w && \text{pour } \kappa > 1 \end{aligned} \quad (5)$$

où $\hat{\alpha}_w$ peut atteindre 4 lorsque $\kappa = 1$, même si l'amplification réelle de l'onde peut rester plus faible. On peut noter que la correction proposée par Kodama et Yeh (2016) (5) présente une discontinuité pour $\kappa = 1$. L'observation ne semble pas montrer de discontinuité drastique entre réflexion régulière et production d'une troisième onde, comme il sera montré par la suite.

III – 2 Expériences

Les expériences d'interaction d'un soliton contre un mur vertical sont généralement réalisées dans un bassin rectangulaire, dans lequel on installe une paroi avec l'angle souhaité par rapport aux batteurs. Le soliton généré se propage dans la direction perpendiculaire aux batteurs et vient interagir avec le mur (Melville, 1980; Li *et al.*, 2011). Notre configuration est différente, puisque le soliton est généré avec une incidence θ_i qui peut être différente de 0 en déphasant le mouvement de chaque batteur de façon adéquate (Leduque, 2024; Leduque *et al.*, 2024). L'onde solitaire résultante diffracte avant d'interagir avec le mur pour $\theta_i \neq 0$. Lorsque θ_i est grand, l'amplitude de l'onde incidente au mur est plus petite que l'amplitude du soliton de consigne.

Sur la Fig. 5 sont tracées les amplifications au mur et amplitudes de l'onde réfléchi pour des mesures de sondes situées en entrée (symboles vides) et en sortie (symboles pleins) de la zone couverte par les caméras. Clairement, il n'y a pas d'interaction établie. La différence de comportement entre les symboles pleins et vides provient essentiellement de la perte d'amplitude par diffraction de l'onde incidente pour $\theta_i \geq 30^\circ$ et de l'amplification du *stem* pour $15^\circ \leq \theta_i \leq 35^\circ$, entre 8.5 m et 19.4 m. En sortie de zone, les points vérifient assez bien la théorie au 2^e ordre (Fig. 5b) pour $\kappa < 1$, c'est à dire pour $\theta_i > -35^\circ$ pour cette amplitude relative $\epsilon_i = 0.4$. La différence entre les amplitudes de l'onde réfléchi en entrée et sortie de zone est importante quelle que soit l'incidence (Fig. 5c,d). Ceci illustre que l'onde réfléchi demande plus de distance de propagation pour s'établir que le *stem*.

Pour chercher à produire une interaction irrégulière établie directement aux batteurs, trois ondes solitaires ont été générées successivement. Un premier soliton d'incidence $\theta_i = -34^\circ$ est suivi immédiatement par la production d'un soliton frontal ($\theta_w = 0^\circ$) sur les quatre premiers batteurs. Un dernier soliton est généré ($\theta_r = 44^\circ$) pour chercher à rendre compte de l'onde réfléchi par le mur. La simulation numérique de cet essai est illustrée Fig. 6. La troisième onde générée limite la diffraction de l'onde réfléchi produite par l'interaction au mur mais n'est pas en équilibre. L'onde réfléchi tend à prendre une incidence $\theta'_r \simeq 34^\circ$, de sorte que l'interaction au mur pourrait s'apparenter à une interaction régulière.

Cependant, les mesures d'amplitudes relatives rendent assez bien compte d'une interaction irrégulière selon Miles (1977b) (étoiles avec $\kappa < 1$ Fig. 5a, c) sans vérifier les prédictions KP au deuxième ordre de Kodama et Yeh (2016) (étoiles Fig. 5b, d). L'interaction semble évoluer vers une interaction régulière mais avec un *stem* remarquablement long (Fig. 6).

Le *stem* produit dans cette interaction est remarquablement stable, voir Fig. 7. Les profils $\eta(t)$ de l'onde incidente, du *stem* et de l'onde réfléchi sont très proches de profils de solitons Rayleigh (Fig. 7a-b). À 6 m du mur, on note que l'amplitude de l'onde incidente a tendance à décroître alors que l'onde réfléchi croît en amplitude (Fig. 7c). Le profil transverse (selon y) du *stem* varie très peu dans toute la zone couverte par les caméras (Fig. 7d), il est beaucoup plus long qu'une largeur caractéristique de soliton mais aussi plus grand et plus long que le *stem* prédit par la

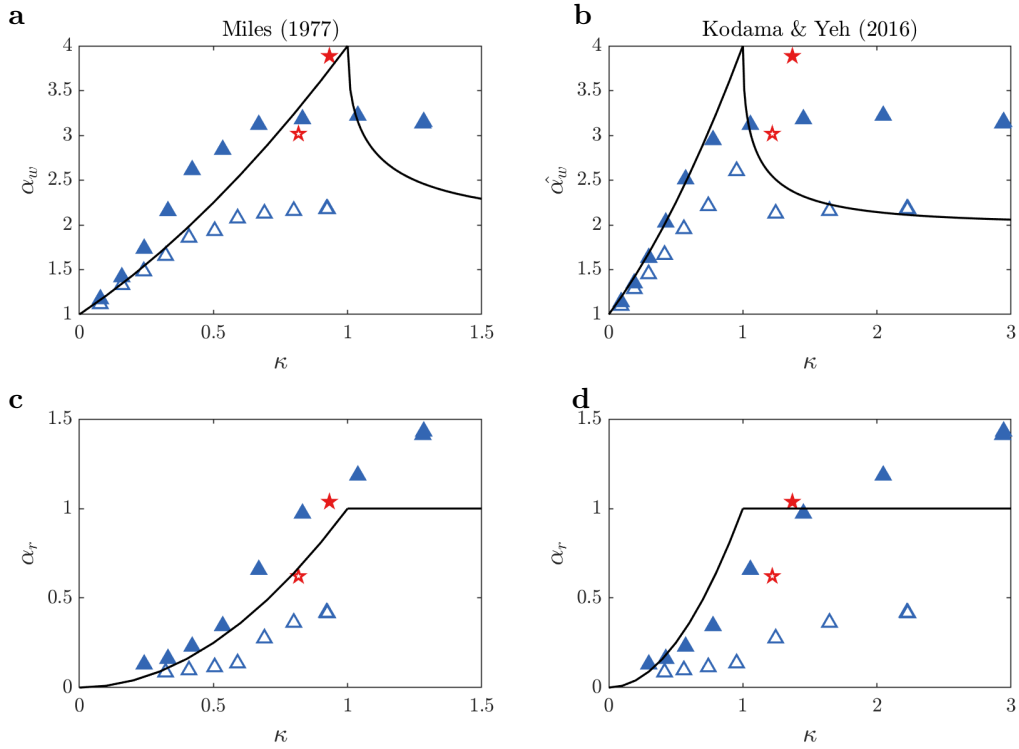


FIGURE 5 – Mesures de l’amplification au mur (**a** et **b**) et de l’amplitude de l’onde réfléchie (**c** et **d**) dans l’interaction de Mach, comparaison avec les théories (lignes) de Miles (1977b) (**a** et **c**) et de Kodama et Yeh (2016) (**b** et **d**). Génération d’un seul soliton oblique (triangles : $\epsilon_i = 0.4$, $5^\circ \leq \theta_i \leq 50^\circ$). Génération de trois solitons (étoiles : $\epsilon_i = 0.2$ et $\theta_i = -34^\circ$, $\epsilon_w = 0.4$ et $\theta_w = 0$, $\epsilon_r = 0.2$ et $\theta_r = 44^\circ$ exp.#2244). Mesures des sondes en $(x = 6.25 \text{ m}, y = 8.5 \text{ m})$ et $(x = 8.5 \text{ m}, y = 0.01 \text{ m})$ pour les symboles vides ; en $(x = 19.4 \text{ m}, y = 8.5 \text{ m})$ et $(x = 19.4 \text{ m}, y = 0.01 \text{ m})$ pour les symboles pleins.

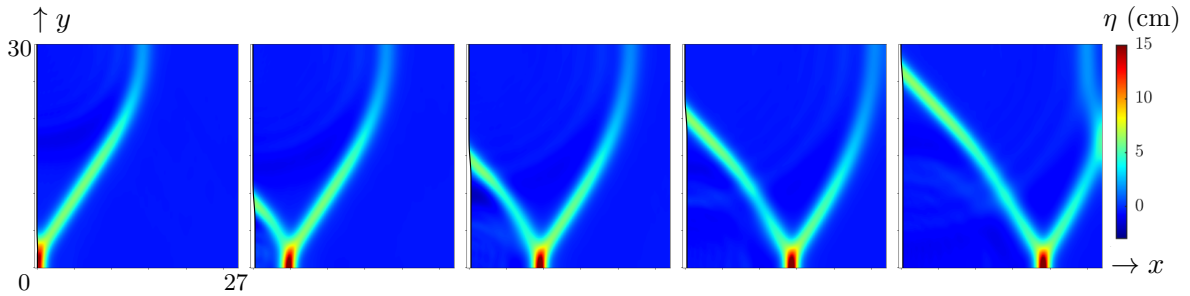


FIGURE 6 – Simulation TOLOSA de l’interaction à trois ondes exp.#2244 : élévation de la surface libre à partir de la génération du *stem*, puis une image toutes les 2 s.

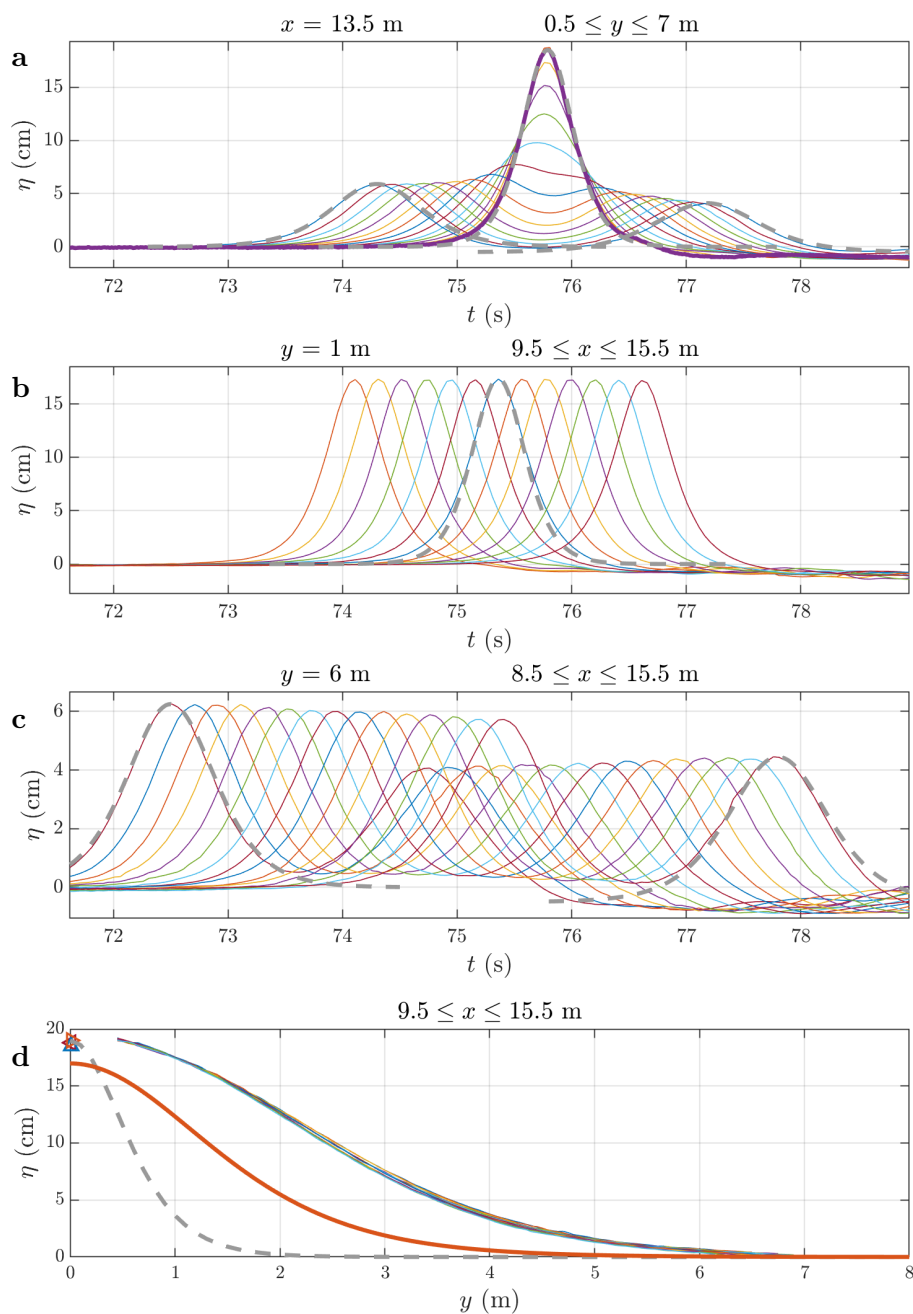


FIGURE 7 – Mesures par stéréoscopie de l’élévation de surface libre dans l’interaction à trois ondes contre le mur, exp.#2244. Séries temporelles selon y (a), selon x (b et c). Profils du *stem* selon y (d). Les profils en traits fins sont tracés tous les 0.5 m en y (a) et en x (b-d). Les lignes en tirets sont des profils de solitons Rayleigh. Dans d, les symboles correspondent aux mesures des sondes capacitatives en $y = 0.01$ m, la ligne rouge correspond à la solution de Miles (1977a) pour $\epsilon_i = 0.2$ et $\theta_i = -34^\circ$.

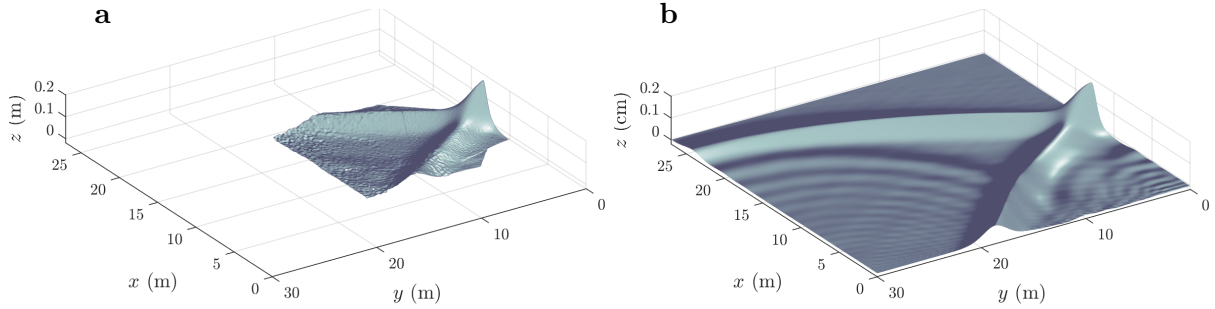


FIGURE 8 – Instantané de la surface libre dans l’interaction à trois ondes exp.#2244 mesurée par stéréoscopie (a) et simulation correspondante (b).

théorie au deuxième ordre de Miles (1977a), voir Barthélemy *et al.* (2024). Sa célérité mesurée ($c_w = 2.40 \text{ m s}^{-1}$) est entre celle d’un soliton Rayleigh de même amplitude ($c_R = 2.30 \text{ m s}^{-1}$) et celle de la projection du soliton oblique incident ($c_w = c_i / \cos \theta_i = 2.45 \text{ m s}^{-1}$). L’interaction paraît davantage régulière (pour laquelle on devrait avoir $c_w = c_i / \cos \theta_i$) que d’une interaction irrégulière (pour laquelle on aurait $c_w = c_R$).

Cet exemple illustre qu’il est possible de produire un soliton 2D avec longueur et largeur très stables. L’ajustement des paramètres de l’expérience a permis de compenser les effets de diffraction dans une zone couvrant la propagation du soliton sur une dizaine de fois sa largeur caractéristique. Une telle observation ne peut pas être décrite par une solution KP au deuxième ordre. La simulation TOLOSA la reproduit très bien, voir Fig. 8. Elle fournit aussi des détails sur les ondes dispersives produites lors de la génération des solitons.

III – 3 Simulations et extrapolations asymptotiques

Seule la simulation numérique est à même de produire des solitons dans un domaine suffisamment vaste pour s’affranchir des effets de diffraction, et de pouvoir paramétrer le frottement pour minimiser la dissipation des ondes. Des simulations avec TOLOSA dans un bassin numérique de $80 \times 80 \text{ m}^2$ et sans dissipation ont été réalisées pour reproduire les interactions de Mach.

Les résultats de ces simulations montrent que le *stem* requiert une longue distance d’établissement lorsque $\kappa \sim 1$, à la transition entre interaction irrégulière et interaction régulière. Dans le cas irrégulier, le *stem* acquiert rapidement une vitesse d’équilibre qui est celle du soliton obtenu asymptotiquement en régime stationnaire (Leduque, 2024). Ceci permet d’extrapoler les résultats des simulations et ainsi vérifier les résultats obtenus par Knowles et Yeh (2019) pour l’amplification à la paroi, et étendre leur analyse aux incidences des ondes, et à leurs amplitudes, voir Fig. 9. L’accord est plutôt bon avec la théorie KP au deuxième ordre proposée par Kodama et Yeh (2016), quoique indécis proche de la résonance $\kappa \sim 1$. Dans ce cadre, les conditions de stabilité de la solution présentée Figs. 6-8 restent à préciser.

IV – Conclusions

Des expériences ont été réalisées dans le grand bassin du LHF (ARTELIA) pour étudier les interactions d’ondes fortement non-linéaires. Nos expériences sont par exemple les premières à détailler la diffraction de solitons, étudiée théoriquement récemment par Ryskamp *et al.* (2021). La reconstruction des déplacements de la surface libre par stéréoscopie permet d’accéder à une très bonne précision de mesure sur une grande zone du bassin ($\sim 180 \text{ m}^2$, ou $\sim 320 \text{ m}^2$ en réalisant des expériences symétriques).

La validation du code TOLOSA sur quelques cas permet d’étendre l’étude pour des configurations qui ne peuvent pas être réalisées expérimentalement. Cette approche conjointe ouvre à discussion de la relative stabilité des solitons en interaction. En particulier, au voisinage de

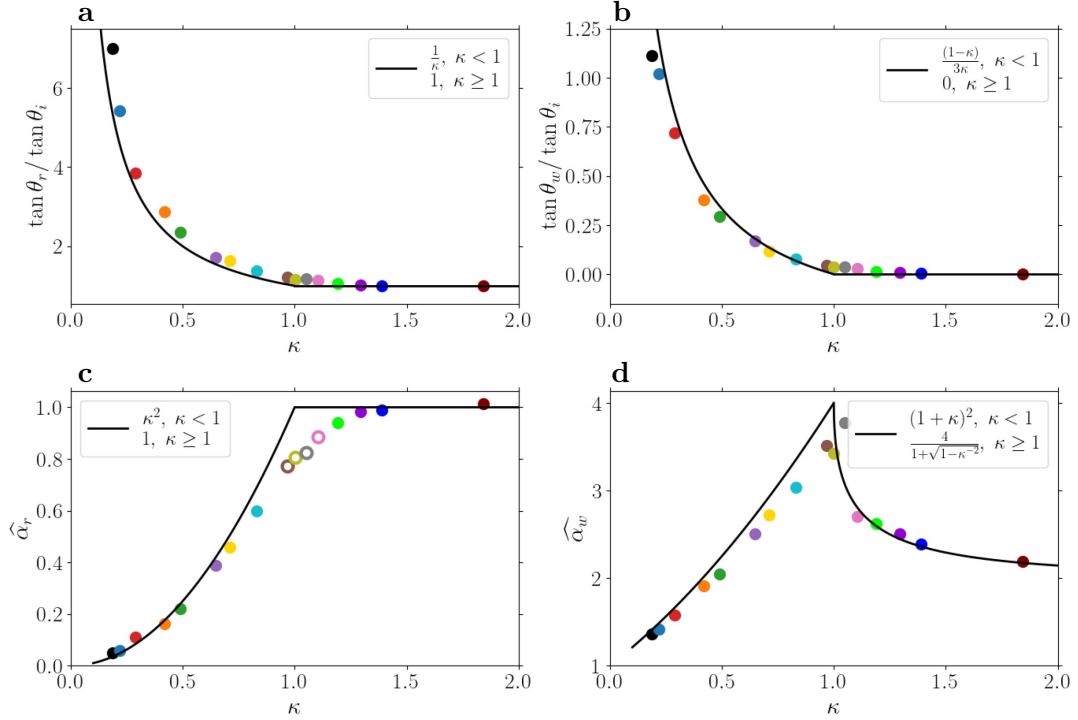


FIGURE 9 – Simulations de l’interaction de Mach avec TOLOSA dans un bassin de $80 \times 80 \text{ m}^2$ et comparaison avec la théorie de Kodama et Yeh (2016). Angle de l’onde réfléchie (a) et angle de croissance du *stem* (b), relatifs à l’angle du soliton incident. Amplitudes relatives de l’onde réfléchie (c) et du *stem* (5) (d) selon Kodama et Yeh (2016). Les simulations sont réalisées pour $0.1 \leq \epsilon_i \leq 0.4$ et $10^\circ \leq \theta_i \leq 40^\circ$. Les symboles vides dans c sont pour des amplitudes des ondes réfléchies qui n’ont pas parfaitement convergées. Figure issue de Leduque (2024).

$\kappa = 1$, nous avons montré sur un exemple que l’on peut générer un soliton 2D relativement stable.

Ces approches permettent par ailleurs d’appréhender les états dits de “gaz de solitons”, lorsqu’un grand nombre de solitons sont produits et interagissent en permanence les uns avec les autres. Prédit théoriquement par Zakharov (1971), un tel état n’a été obtenu expérimentalement en eau peu profonde 2D que tout récemment par Leduque *et al.* (2024) et présenté en détail par Leduque (2024).

Remerciements

Cette étude a bénéficié d’un financement de l’Agence Nationale de la Recherche (projet SOGOOD, ANR-21-CE30-0061) ainsi que de la Simons Foundation (Simons Collaboration on Wave Turbulence). Le support technique d’ARTELIA et du LEGI a été essentiel à la réussite de ce projet.

Références

BARTHÉLEMY, E., LEDUQUE, T., MICHALLET, H., KACZMAREK, M. et MORDANT, N. (2024). Interactions obliques de solitons : modèles et expériences. *In 19^e Journées de l’Hydrodynamique*, Nantes.

FUNAKOSHI, M. (1980). Reflection of obliquely incident solitary waves. *Journal of the Physical Society of Japan*, 49(6):2371–2379.

- KADOMTSEV, B. B. et PETVIASHVILI, V. I. (1970). On the stability of solitary waves in weakly dispersing media. In *Doklady Akademii Nauk*, volume 192, pages 753–756. Russian Academy of Sciences.
- KNOWLES, J. et YEH, H. (2019). Fourfold amplification of solitary-wave Mach reflection at a vertical wall. *J. Fluid Mech.*, 861:517–523.
- KODAMA, Y. et YEH, H. (2016). The KP theory and Mach reflection. *J. Fluid Mech.*, 800:766–786.
- LEDUQUE, T. (2024). *Étude expérimentale et numérique d’ondes non-linéaires multidirectionnelles en eau peu profonde : application aux gaz de solitons*. Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes.
- LEDUQUE, T., BARTHÉLEMY, E., MICHALLET, H., SOMMERIA, J. et MORDANT, N. (2024). Space-time statistics of 2D soliton gas in shallow water studied by stereoscopic surface mapping. Soumis à *Exp. Fluids*.
- LI, W., YEH, H. et KODAMA, Y. (2011). On the Mach reflection of a solitary wave : revisited. *Journal of fluid mechanics*, 672:326–357.
- MELVILLE, W. (1980). On the Mach reflexion of a solitary wave. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(2):285–297.
- MILES, J. W. (1977a). Obliquely interacting solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 79(1):157–169.
- MILES, J. W. (1977b). Resonantly interacting solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 79(1):171–179.
- NICOLAS, P. (1993). *Utilisation de variables distordues dans la théorie des ondes de gravité : application à la réfraction et à la génération*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- PERROUD, P. H. (1957). The solitary wave reflection along a straight vertical wall at oblique incidence. *Ph. D. Thesis, University of California*.
- REDOR, I. (2019). *Étude expérimentale de la turbulence intégrable en eau peu profonde*. Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes.
- RICHARD, G. L. (2021). An extension of the Boussinesq-type models to weakly compressible flows. *Eur. J. Mech.-B/Fluids*, 89:217–240.
- RYSKAMP, S., MAIDEN, M. D., BIONDINI, G. et HOEFER, M. A. (2021). Evolution of truncated and bent gravity wave solitons : the Mach expansion problem. *J. Fluid Mech.*, 909:A24.
- TANAKA, M. (1993). Mach reflection of a large-amplitude solitary wave. *Journal of fluid mechanics*, 248:637–661.
- ZABUSKY, N. J. et KRUSKAL, M. D. (1965). Interaction of “solitons” in a collisionless plasma and the recurrence of initial states. *Phys. Rev. Lett.*, 15(6):240.
- ZAKHAROV, V. (1971). Kinetic equation for solitons. *Sov. Phys. JETP*, 33(3):538–540.