

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE D'UN RÉCUPERATEUR D'ÉNERGIE DES VAGUES À MASSES EXCENTRIQUES CONTRAROTATIVES

PARAMETRIC STUDY OF A WAVE ENERGY CONVERTER EXPLOITING COUNTER-ROTATING ECCENTRIC MASSES

F. ELEFANT⁽¹⁾, A. BABARIT⁽¹⁾, P. FERRANT⁽¹⁾

felix.elefant@ec-nantes.fr; aurelien.babarit@ec-nantes.fr; pierre.ferrant@ec-nantes.fr

⁽¹⁾ Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique,
Nantes Université, École Centrale Nantes, CNRS, LHEEA, UMR 6598, F-44300 Nantes, France

Résumé

Les recherches présentées portent sur un dispositif de récupération de l'énergie des vagues comportant un corps flottant, au sein duquel deux masses excentriques tournent à des vitesses opposées autour d'un axe vertical. Ces deux masses excentriques ont le même moment pesant, si bien que le centre gravité de l'ensemble formé par les deux masses se déplace en va-et-vient suivant l'axe longitudinal du corps flottant.

La présente étude a pour objet de déterminer l'effet de la phase et de l'amplitude du moment excentrique total sur le pouvoir de captation du dispositif.

Summary

The presented research focus on a wave energy converter comprising a floating body, in which two eccentric masses rotate at opposed speeds around a vertical axis. These two eccentric masses have the same moment with respect to rotation center, so that the center of gravity of the two masses moves back and forth along the longitudinal axis of the floating body.

The purpose of this study is to determine the effect of the phase and the amplitude of the total eccentric moment on the power capture ability of the converter.

I – Introduction

I – 1 Contexte de l'étude

Parmi les nombreux dispositifs imaginés pour convertir l'énergie des vagues en énergie électrique, différentes machines ont été conçues pour exploiter le tangage et le cavement d'un corps flottant amarré [1].

Un type de machines particulier utilise un mobile pesant qui se déplace en va-et-vient à l'intérieur du corps flottant pour actionner un générateur électrique. Lorsque le corps flottant s'incline sous l'action des vagues, le mobile est entraîné par son poids vers le point bas de sa trajectoire. Lorsque le corps flottant se redresse, le mobile rebrousse chemin. Il existe des machines de ce type dans lesquelles le mouvement de va-et-vient du mobile est rectiligne [2], [3], tandis que dans d'autres machines, le mobile décrit un arc de cercle [4], [5]. Dans leur ensemble, ces dispositifs présentent l'avantage que le mécanisme de conversion, ou *Power Take Off* (PTO), est protégé par la coque du corps flottant. Ces machines ont cependant l'inconvénient que la vitesse d'entraînement du mobile varie fortement au cours de chaque cycle d'oscillation.

I – 2 Principe de fonctionnement du dispositif étudié

Pour éviter le problème qui vient d'être mentionné, une solution consiste à substituer le mobile en va-et-vient longitudinal des dispositifs classiques par deux mobiles excentriques tournant à des vitesses opposées autour d'un axe vertical [6], ainsi que l'illustre la Figure 1.

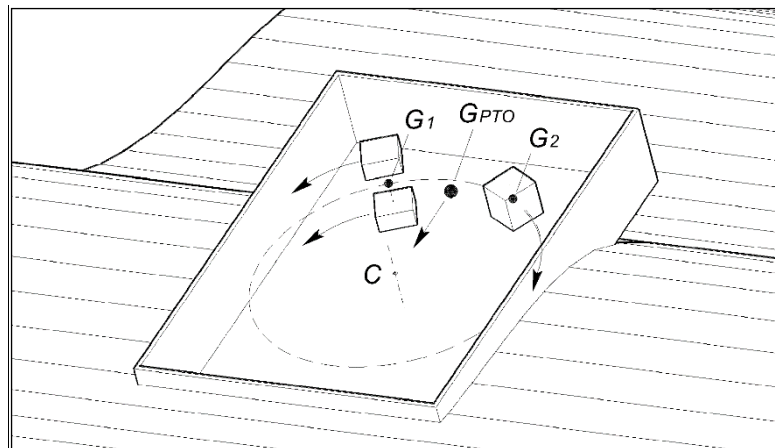


Figure 1. Principe de mise en œuvre d'une solution à deux mobiles contrarotatifs

Dans cette solution dite « contrarotative », les centres de gravités respectifs (G_1 et G_2) des deux mobiles excentriques se déplacent le long d'un cercle horizontal de centre C . L'angle formé par la demi-droite CG_1 et l'axe longitudinal sera noté θ_1 , tandis que l'angle formé par la demi-droite CG_2 et l'axe longitudinal sera noté θ_2 , comme l'illustre la Figure 2. Les deux mobiles possèdent un même moment de masse $m_1 r_1 = m_2 r_2$ par rapport au centre C du cercle.

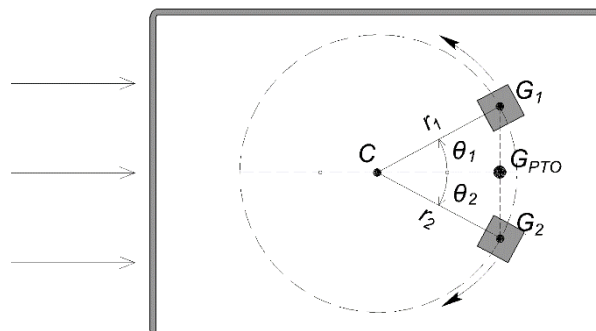


Figure 2. Vue en projection horizontale de la trajectoire du centre de gravité des mobiles

Tout au long du mouvement, les angles respectifs des deux mobiles sont opposés ($\theta_2 = -\theta_1$), si bien que le centre de gravité total G_{PTO} des deux mobiles se déplace en va-et-vient le long d'un axe longitudinal. En outre, on notera que si les mobiles excentriques ont une vitesse de rotation constante, le centre de gravité total G_{PTO} présente un mouvement strictement sinusoïdal.

À l'instant où la direction des mobiles est orthogonale à l'axe longitudinal ($\theta_1 = -\theta_2 = \pm 90^\circ$), le centre de gravité total G_{PTO} coïncide avec le centre C du cercle. Dans cette situation particulière que nous appellerons « position neutre », la masse du PTO est équilibrée par rapport au centre C .

I – 3 Objectifs de l'étude

La présente étude a pour objet d'investiguer, à travers des travaux de modélisation et de simulation numérique, l'incidence des principaux paramètres que sont la phase et le moment de masse total du PTO sur les performances d'un dispositif contrarotatif soumis à des houles régulières de différentes hauteurs et de différentes longueurs d'onde.

II – Modélisation du dispositif

II – 1 Repérage du système

Pour les besoins de la présente étude, nous considérerons un repère terrestre $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, dans lequel \vec{z}_0 dirige la verticale ascendante et \vec{x}_0 donne la direction de propagation des vagues, et un repère $(C, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$ solide du corps flottant du dispositif, dans lequel $\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c$ sont définis de telle manière qu'ils coïncident avec $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ lorsque le dispositif est au repos dans sa position neutre.

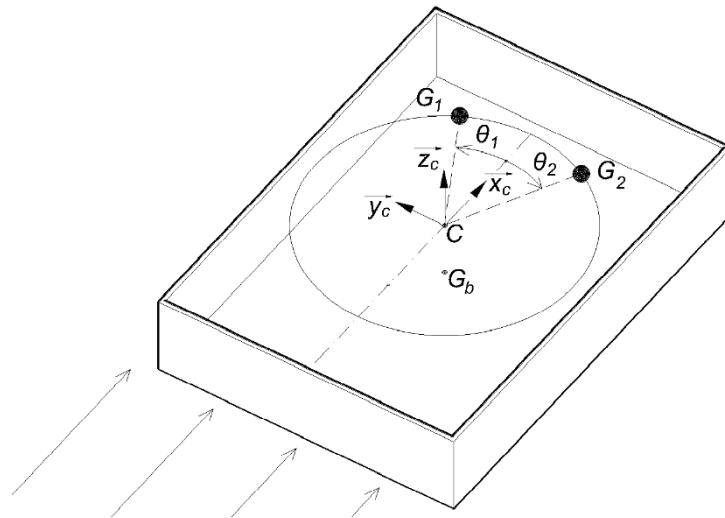


Figure 3. Système de coordonnées et repérage des solides

La position instantanée du corps flottant par rapport à sa position neutre au repos est repérée par un vecteur de coordonnées généralisées $\mathbf{X} \stackrel{\text{def}}{=} [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$, comprenant les trois translations (cavalement, embardée, pilonnement) et les trois angles d'Euler (roulis, tangage, lacet). La position angulaire des deux mobiles excentriques qui composent le PTO est repérée par l'angle θ_n , $n \in \{1, 2\}$. La masse excentrique totale est notée $m_{PTO} \stackrel{\text{def}}{=} m_1 + m_2$.

Dans l'ensemble de la présente étude, les mouvements d'oscillation du corps flottant feront l'objet d'une approximation linéaire. Nous ne considérerons donc que les termes du premier ordre par rapport aux composantes du vecteur \mathbf{X} dans le développement de Taylor des équations de la dynamique. En revanche, étant donné que les mobiles excentriques du dispositif sont susceptibles d'effectuer un nombre quelconque de révolutions autour de leur axe de rotation (C, \vec{z}_c) , les variables θ_1 et θ_2 ne peuvent pas faire l'objet d'un développement limité.

II – 2 Équation du mouvement du corps flottant

Après linéarisation des mouvements, l'équation de la dynamique du corps flottant à six dimensions se met sous la forme :

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}_{\bar{b} \rightarrow b} \quad (1)$$

La matrice \mathbf{M}_b modélise la masse généralisée du corps flottant. Le vecteur $\mathbf{F}_{\bar{b} \rightarrow b}$ désigne la somme des efforts extérieurs qui s'exercent sur le corps flottant, et résulte de cinq contributions :

$$\mathbf{F}_{\bar{b} \rightarrow b} = \mathbf{F}_{res} + \mathbf{F}_{ama} + \mathbf{F}_{exc} + \mathbf{F}_{rad} + \mathbf{F}_{pto \rightarrow b} \quad (2)$$

- Le terme \mathbf{F}_{res} est l'effort de rappel hydrostatique. Au premier ordre, on peut l'écrire :

$$\mathbf{F}_{res} = -\mathbf{K}_{res} \mathbf{X} \quad (3)$$

Avec \mathbf{K}_{res} la matrice de raideur fonction de la géométrie du flotteur.

- Dans une première approche, nous supposons que l'effort d'amarrage peut être approché localement au moyen d'une matrice de raideur \mathbf{K}_{ama} :

$$\mathbf{F}_{ama} = -\mathbf{K}_{ama} \mathbf{X} \quad (4)$$

- Le terme \mathbf{F}_{exc} représente l'effort d'excitation exercé par les vagues incidentes.
- Les mouvements du corps flottant produisent des ondes rayonnées qui perturbent le champ de pression, ce qui se traduit par l'apparition d'un effort de pression radiative \mathbf{F}_{rad} .
- Le terme $\mathbf{F}_{pto \rightarrow b}$ est l'effort que le PTO exerce sur le corps flottant. C'est aussi la somme des efforts exercés par les deux mobiles qui composent le PTO : $\mathbf{F}_{pto \rightarrow b} = \sum_{n \in \{1,2\}} \mathbf{F}_{n \rightarrow b}$

Le comportement du PTO étant non-linéaire, il n'est pas possible de résoudre le système directement dans le domaine fréquentiel. Nous devons donc calculer l'ensemble des efforts, et en particulier les efforts hydrodynamiques \mathbf{F}_{exc} et \mathbf{F}_{rad} , dans le domaine temporel.

II – 3 Méthode de calcul des efforts hydrodynamiques dans le domaine temporel

Pour commencer, nous avons calculé les coefficients hydrodynamiques $\mathbf{f}_{exc}(\omega)$ et $\mathbf{K}_{rad}(\omega)$ dans le domaine fréquentiel au moyen du code open source *NEMOH* [7]. Ce code de calcul, développé par le *Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique* (LHEEA) depuis plusieurs années, est fondé sur une méthode de type BEM (*Boundary Element Method*) qui permet de tester rapidement des configurations variées.

Pour déterminer les efforts dans le domaine temporel à partir des coefficients dans le domaine fréquentiel, nous avons eu recours au *Marine System Simulator* [8] développé par l'*Université Norvégienne de Science et de Technologie* (NTNU), qui permet notamment de construire un système dynamique (6) dont la sortie $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ fournit une approximation de la composante d'effort radiatif associée à l'effet de mémoire du fluide [9], l'autre composante d'effort radiatif étant $\mathbf{M}_{A,\infty}$, la limite de la matrice de masse ajoutée lorsque la pulsation ω tend vers l'infini :

$$\mathbf{F}_{rad} \approx -\mathbf{M}_{A,\infty} \ddot{\mathbf{X}} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_{rad} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{X}_{rad} + \hat{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{X}} \\ \hat{\boldsymbol{\mu}} &= \hat{\mathbf{C}} \mathbf{X}_{rad} + \hat{\mathbf{D}} \dot{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (6)$$

Dans ce système, \mathbf{X}_{rad} désigne le vecteur d'état qui traduit l'influence du passé sur l'évolution de l'effort radiatif. Les matrices $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}}$ sont identifiées par la méthode de Fossen et Pérez [9].

II – 4 Équation du mouvement d'un mobile excentrique et équation de fermeture

En écrivant le mouvement d'un mobile excentrique comme la somme du mouvement du corps flottant et d'un mouvement relatif, puis en linéarisant les mouvements du corps flottant, on obtient l'équation de la dynamique à 6 dimensions pour un mobile excentrique :

$$\forall n \in \{1,2\}, \underbrace{\mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{X}}}_{\text{Inertie d'entraînement}} + \underbrace{\ddot{\theta}_n \mathbf{J}_n + \dot{\theta}_n^2 \mathbf{L}_n}_{\text{Inertie du mouvement relatif}} + \underbrace{2\dot{\theta}_n \mathbf{C}_n \dot{\mathbf{X}}}_{\text{Inertie de Coriolis}} = \underbrace{\mathbf{F}_{g \rightarrow n}}_{\text{Effort de pesanteur}} + \underbrace{\mathbf{F}_{b \rightarrow n}}_{\text{Effort de liaison}} \quad (7)$$

L'équation (7) permet de déterminer l'effort de liaison $\mathbf{F}_{b \rightarrow n}$ en fonction des variables du système, et nous permet ainsi de calculer l'effort que le PTO exerce sur le corps flottant. Dans cette équation, \mathbf{M}_n est la matrice de masse généralisée d'un mobile exprimée au point C , $\ddot{\theta}_n \mathbf{J}_n$ est l'effort induit au point C par l'accélération angulaire du mobile, $\dot{\theta}_n^2 \mathbf{L}_n$ est l'effort axifuge au point C et \mathbf{C}_n est la matrice des coefficients de Coriolis du mobile. Les vecteurs \mathbf{J}_n , \mathbf{L}_n , $\mathbf{F}_{g \rightarrow n}$ sont des fonctions de l'angle θ_n du mobile et des rotations du corps flottant, tandis les matrices \mathbf{M}_n et \mathbf{C}_n dépendent uniquement de l'angle θ_n du mobile.

Par rapport au corps flottant, chaque mobile excentrique possède un degré de liberté, à savoir la rotation autour de l'axe (C, \vec{z}_c) . L'équation du mouvement suivant ce degré de liberté s'écrit :

$$J_{Zc,n}(\ddot{y} + \ddot{\theta}_n) + m_n r_n (\ddot{y} \cos \theta_n - \dot{y} \sin \theta_n) = c_n - m_n r_n g (\beta \sin \theta_n + \alpha \cos \theta_n) \quad (8)$$

Cette équation établit la relation entre le couple c_n exercé par le générateur électrique et le mouvement d'un mobile excentrique par le truchement de sa masse m_n , de son rayon excentrique r_n , de son moment d'inertie $J_{Zc,n}$ par rapport à l'axe (C, \vec{z}_c) , et de l'accélération de la pesanteur g .

II – 5 Équation canonique du dispositif

Dans la présente étude, nous souhaitons observer la réponse du système à une excitation $\mathbf{F}_{exc}(t)$ et pour une trajectoire $\theta_n(t)$ donnée. En d'autres termes, θ_1 et θ_2 sont des variables d'entrée au même titre que \mathbf{F}_{exc} . En combinant (1), (2) et (7), nous obtenons l'équation d'évolution du vecteur de coordonnées \mathbf{X} :

$$\left(\mathbf{M}_b + \sum_n \mathbf{M}_n \right) \ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}_{res} + \mathbf{F}_{ama} + \mathbf{F}_{exc} + \mathbf{F}_{rad} + \sum_n (\mathbf{F}_{g \rightarrow n} - \ddot{\theta}_n \mathbf{J}_n - \dot{\theta}_n^2 \mathbf{L}_n - 2\dot{\theta}_n \mathbf{C}_n \dot{\mathbf{X}}) \quad (9)$$

En vue de résoudre la dynamique du dispositif, nous devons écrire l'équation d'évolution du vecteur d'état $\mathbf{Y} = [\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_{rad}]^t$. En développant l'effort radiatif dans l'équation (9) et en recombinaison les termes, nous aboutissons à l'équation canonique suivante :

$$\dot{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_6 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{D}} & -\mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{B}} & \hat{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \mathbf{Y} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{F}_{exc} + \sum_n (\mathbf{F}_{g \rightarrow n} - \ddot{\theta}_n \mathbf{J}_n - \dot{\theta}_n^2 \mathbf{L}_n - 2\dot{\theta}_n \mathbf{C}_n \dot{\mathbf{X}}) \right) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_b + \sum_n \mathbf{M}_n + \mathbf{M}_{A,\infty} \quad ; \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_{res} + \mathbf{K}_{ama} \quad (11)$$

Dans le système (10), \mathbf{I}_6 désigne la matrice identité de dimension 6x6.

III – Modèle numérique et simulations

III – 1 Protocole d'étude

Nos travaux de simulation ont pour objet d'étudier l'influence de différents paramètres du système à travers l'exemple d'un corps flottant de géométrie élémentaire. Pour ce faire, nous avons résolu l'équation (10) dans le domaine temporel avec le logiciel Matlab. Puis, nous avons comparé les résultats obtenus pour différentes phases et pour différentes masses du PTO, alors que le dispositif est soumis à différentes houles monochromatiques.

III – 2 Caractéristiques du corps flottant

Le corps flottant du dispositif considéré est de forme parallélépipédique et possède les dimensions suivantes : longueur $l_b = 45$ m, largeur $w_b = 20$ m, tirant d'eau $h_b = 6.67$ m. Les dimensions de la coque sont telles que l'effort d'excitation au tangage atteint son maximum pour une période de 9s, ce qui correspond typiquement au centre de la plage de périodes utiles pour un dispositif de conversion de l'énergie des vagues. Le corps flottant étant symétrique par rapport au plan $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$, la description d'une moitié de sa géométrie suffit à Nemoh pour calculer les coefficients hydrodynamiques. Un demi corps est modélisé par un maillage constitué de 278 panneaux quadrangulaires, comme l'illustre la Figure 4.

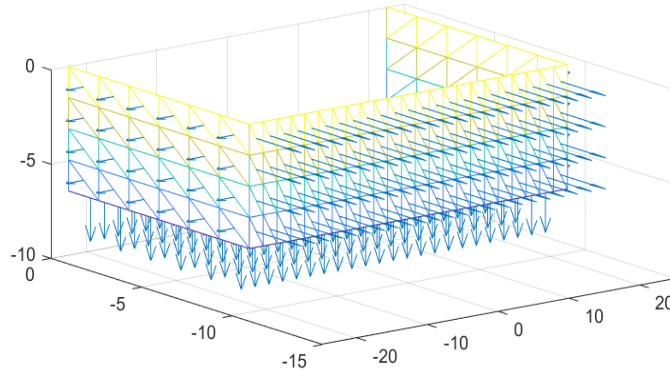


Figure 4. Maillage d'un demi corps flottant

III – 3 Caractéristiques du lest

Nous faisons l'hypothèse que la coque du corps flottant est en acier et qu'elle présente sur toute sa surface une épaisseur équivalente de 20 mm, raidissage compris. Nous prenons comme référence 8000 kg/m³ pour la masse volumique de l'acier, ce qui nous permet de déterminer la matrice de masse généralisée de la coque M_c . La somme de la masse du PTO m_{PTO} et de la masse de la coque m_c est inférieure au déplacement $\rho_0 V_0$ souhaité pour la coque. Nous ajoutons donc un lest de masse m_l pour atteindre le tirant d'eau recherché :

$$m_l = \rho_0 V_0 - m_c - m_{PTO} \quad (12)$$

Le lest est composé de deux blocs de fonte de masse volumique 5500 kg/m³ qui sont répartis de manière à maximiser le moment d'inertie du corps flottant par rapport à l'axe du tangage (C, \vec{y}_c) , afin d'obtenir une fréquence de résonance du tangage aussi basse que possible.

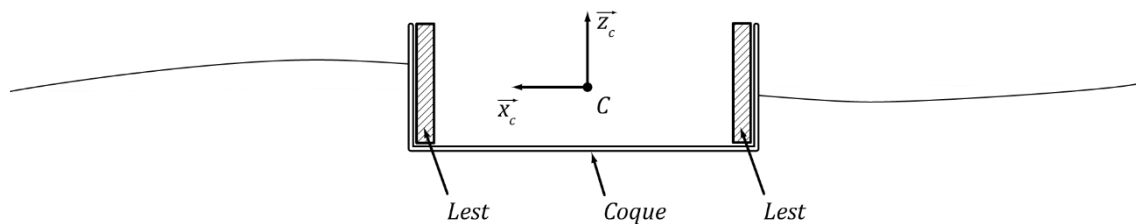


Figure 5. Répartition du lest dans la coque

III – 4 Caractéristiques du PTO

Le centre C du PTO est situé au centre de l'aire de la flottaison. Les éléments de masse du PTO sont des blocs d'acier de masse volumique 8000 kg/m³ et de forme parallélépipédique. La surface extérieure du volume balayé par les éléments de masse passe au plus près de la paroi intérieure de la coque. Le rayon excentrique r_n , c'est-à-dire la distance qui sépare le centre de gravité d'un mobile du centre du PTO, est fixée à 6.67 m. Dans le cadre de notre étude paramétrique, nous avons investigué différentes valeurs pour la masse excentrique totale m_{PTO} . Pour obtenir des masses différentes, nous jouons sur l'extension verticale des éléments de masse.

III – 5 Réponse temporelle

Dans un premier temps, nous avons simulé la réponse du dispositif pour une masse excentrique totale $m_{PTO}=278$ tonnes dans une houle monochromatique de période $T=10s$, de hauteur $H=2m$, et se propageant suivant la direction (O, \vec{x}_0) .

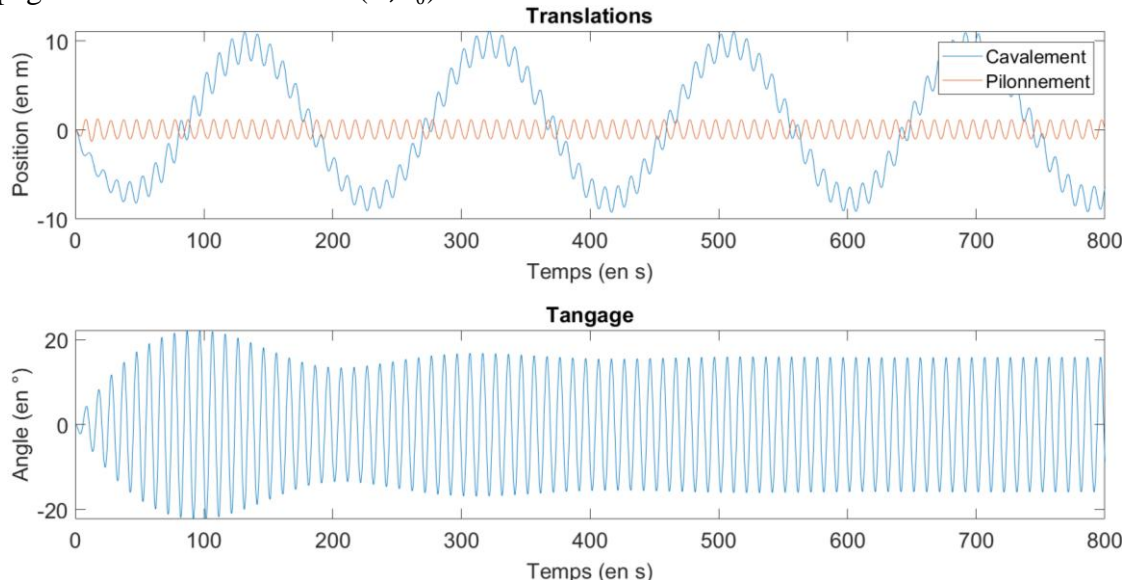


Figure 6. Oscillations du corps flottant

Dans cette simulation, les deux mobiles du dispositif sont animés de mouvements rigoureusement symétriques et effectués à vitesse constante de manière à produire un déplacement sinusoïdal du centre de gravité G_{PTO} le long de l'axe longitudinal.

$$\begin{cases} \theta_1(t) = +\omega t + \varphi_{PTO} \\ \theta_2(t) = -\omega t - \varphi_{PTO} \end{cases} ; \quad \varphi_{PTO} = \varphi_{exc} + \Delta\varphi \quad (13)$$

La phase de l'effort d'excitation est notée φ_{exc} , tandis que le mouvement du PTO présente un déphasage $\Delta\varphi$ par rapport à l'effort d'excitation. À l'instant initial, le corps flottant est au repos $\dot{\mathbf{X}} = [0,0,0,0,0,0]^t$ dans sa position d'équilibre neutre $\mathbf{X} = [0,0,0,0,0,0]^t$.

On observe que le pilonnement et le tangage oscillent à la fréquence d'excitation des vagues, mais que le cavalement présente également une oscillation de basse fréquence. Cette oscillation coïncide avec la fréquence de résonance du système d'amarrage pour le cavalement. Une cause plausible de l'apparition de cette oscillation est que la fréquence de résonance de l'amarrage est excitée durant le régime transitoire qui succède à l'état initial. Or, une fréquence aussi basse n'est que très faiblement amortie, si bien que l'amplitude du mouvement basse fréquence du cavalement ne décroît pas de manière perceptible sur la durée de la simulation. Le régime permanent n'est donc pas entièrement atteint à l'issue de la simulation.

Cependant, pour conserver un temps de calcul raisonnable, nous avons considéré que le régime de fonctionnement du dispositif était suffisamment établi à partir de 500s pour nous permettre d'observer les performances du dispositif.

III – 6 Influence de la phase du PTO

La phase φ_{PTO} du PTO a une importance cruciale pour la puissance convertie. Pour s'en rendre compte, nous traçons sur la Figure 7 la puissance produite par le dispositif dans les mêmes conditions que précédemment ($T=10s$, $H=2m$, $m_{PTO}=278t$), mais pour différentes valeurs du déphasage $\Delta\varphi$ par rapport à l'effort d'excitation. La simulation porte sur l'intervalle de temps $[0, t_f]$. Pour limiter l'influence du régime transitoire, nous calculons la puissance produite en divisant l'énergie produite sur un intervalle de la forme $[t_f - \Delta t, t_f]$ par la durée Δt . Cette durée Δt est choisie pour correspondre à un multiple de la période d'excitation T_{exc} , ce multiple étant le plus proche possible de $2/3t_f$.

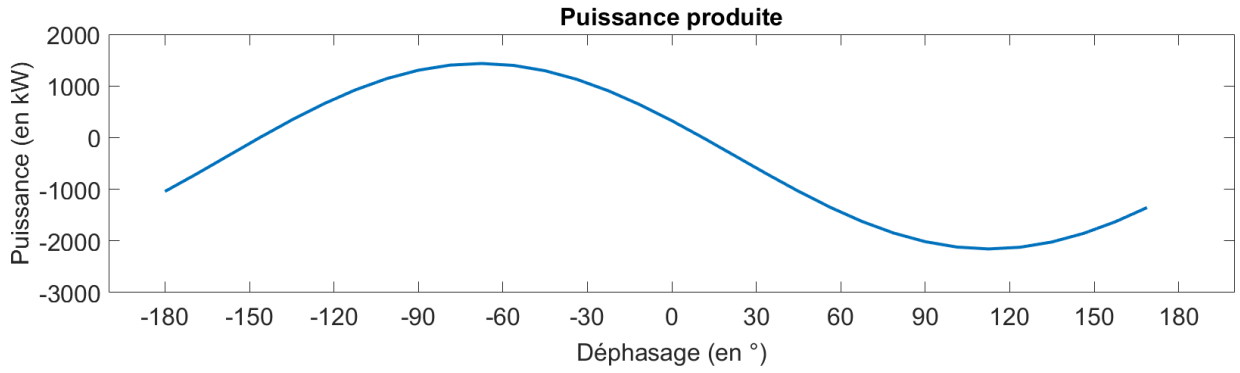


Figure 7. Puissance produite en fonction du déphasage du PTO par rapport à l'effort d'excitation

La puissance produite présente un unique maximum et un unique minimum sur $[-180^\circ, +180^\circ]$. Les valeurs négatives pour la puissance produite correspondent au cas où le dispositif perd plus d'énergie par rayonnement qu'il n'en prélève aux vagues incidentes. On constate, en outre, que le minimum est plus négatif que le maximum n'est positif.

Nous noterons $\Delta\varphi_{opt}$ la valeur optimale du déphasage $\Delta\varphi$ pour un jeu de paramètres (T, H, m_{PTO}) donné. Précisons que la réponse temporelle illustrée sur la Figure 6 correspond au déphasage optimal pour le jeu de paramètres considéré.

L'évolution du déphasage optimal $\Delta\varphi_{opt}$ en fonction de la période et de la hauteur de l'onde monochromatique incidente est représentée sur la Figure 8.

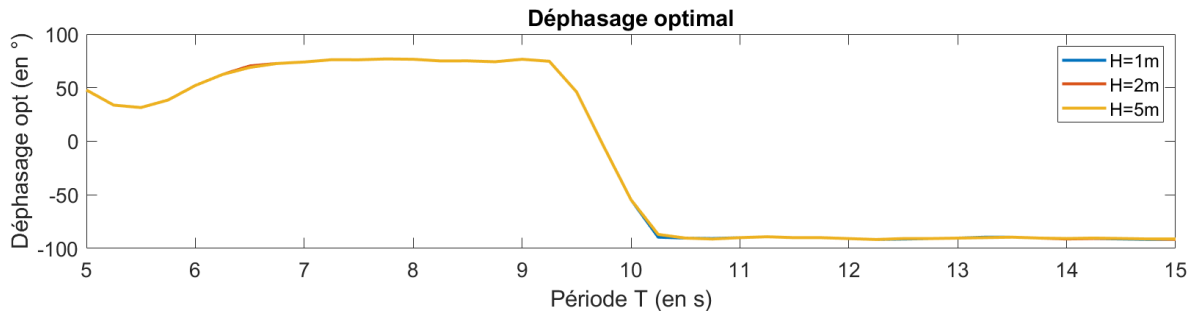


Figure 8. Déphasage optimal en fonction de la période pour différentes hauteurs de houle

Sur la Figure 8, il peut être constaté que les courbes du déphasage optimal pour les différentes hauteurs de houle se confondent. La hauteur de la houle n'a donc pas d'influence sur $\Delta\varphi_{opt}$. Il en va de même pour la masse du PTO, dont nous avons constaté, lors des simulations, qu'elle n'avait pas d'influence sur la courbe de $\Delta\varphi_{opt}$ (ce point sera expliqué analytiquement dans la partie III – 7). On en conclut que le déphasage optimal $\Delta\varphi_{opt}$ dépend uniquement de la période T .

Sur la Figure 8, on constate que le déphasage optimal φ_{opt} passe par 0° avec une pente raide au voisinage de la période de résonance du tangage T_{r5} :

$$T_{r5} = \frac{2\pi}{\omega_{r5}} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{c,55} + M_{A,55} + 2m_l r_l^2 + \sum_n M_{n,55,90^\circ}}{K_{res,55} + K_{ama,55}}} = 9.56 \text{ s} \quad (14)$$

Dans l'expression qui précède, $M_{n,55,90^\circ}$ désigne l'inertie du PTO par rapport à l'axe du tangage (C, \vec{y}_c) , lorsque le dispositif est dans sa position neutre.

La valeur nulle du déphasage optimal à la résonance s'explique par le fait que le corps flottant oscille en phase avec l'effort d'excitation du tangage [10], car les efforts réactifs de type inertiel et les efforts de rappel qui s'exercent sur le corps flottant se neutralisent. Ainsi, l'inclinaison du corps flottant présente un retard de phase de 90° par rapport à l'inclinaison de la surface de l'eau. Dans ces conditions, le déphasage optimal $\Delta\varphi_{opt}$ pour le PTO est nul, comme l'illustre la Figure 9.

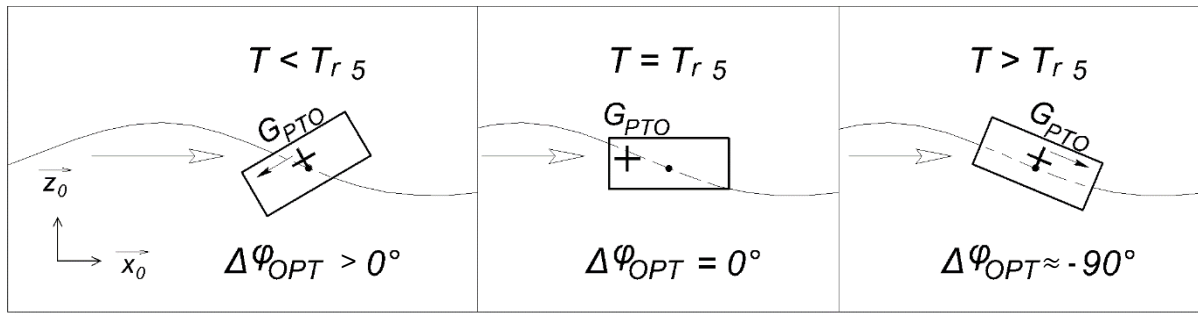


Figure 9. Vue schématique du dispositif sur l'eau en fonction de la période d'excitation

Pour les périodes d'excitation supérieures à T_{r5} , les efforts de rappel sont plus intenses que les efforts inertiels, si bien que l'inclinaison du corps flottant tend à être en phase avec l'inclinaison locale de la surface de l'eau. Dans ce cas, le déphasage optimal $\Delta\varphi_{opt}$ tend vers -90° , ce qui correspond à l'endroit sur le cercle d'axe (C, \vec{z}_c) où la pente descendante est la plus forte.

À l'inverse, lorsque la période d'excitation est inférieure à T_{r5} , les efforts inertiels deviennent prédominants, et l'inclinaison du corps flottant prend du retard par rapport à l'inclinaison locale de l'eau. Dans ce contexte, la position qui maximise la pente dans laquelle se trouve la masse du PTO correspond à un déphasage strictement supérieur à 0° .

Afin d'exploiter au mieux la puissance disponible, le PTO gagne à être piloté de manière à respecter $\Delta\varphi = \Delta\varphi_{opt}(T)$. Dans toutes les simulations qui suivent, nous fixerons donc $\Delta\varphi_{opt}(T)$ comme valeur pour le déphasage $\Delta\varphi$, de manière à observer l'influence des paramètres autres que la phase sur les performances du dispositif.

III – 7 Réponses fréquentielles

Le comportement du dispositif comprenant un PTO de 2x139 tonnes tournant avec un déphasage optimal est simulé pour différentes fréquences et différentes hauteurs de houle.

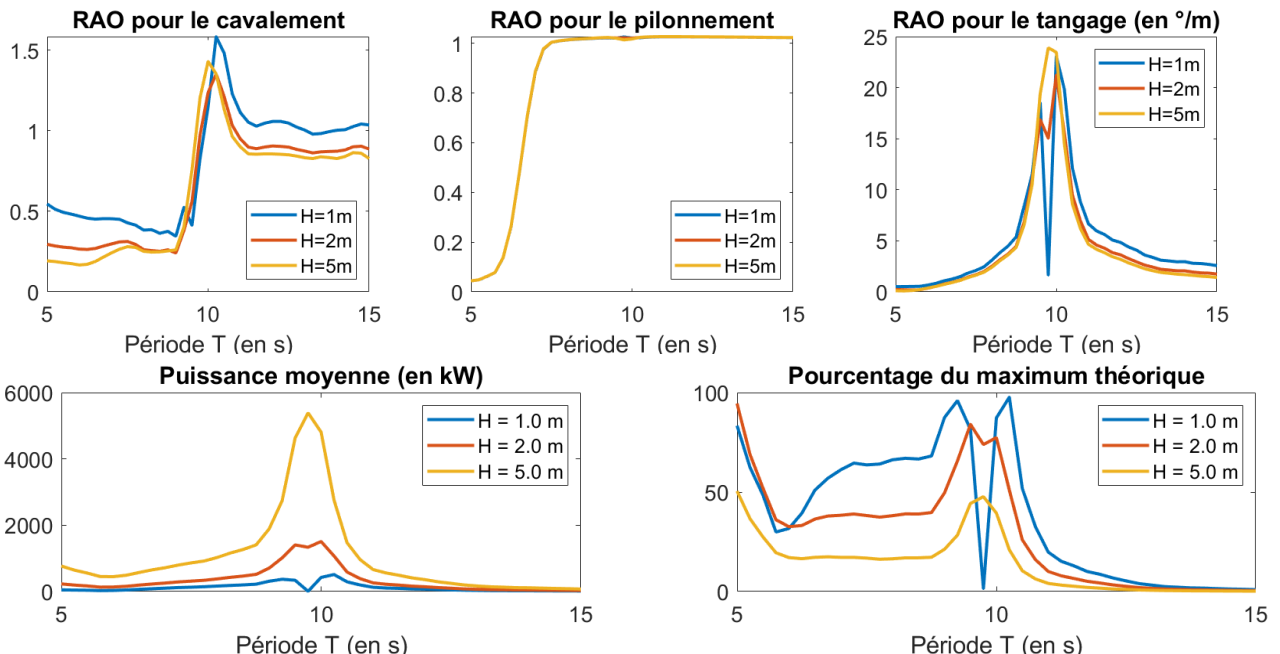


Figure 10. Amplitudes normalisées des mouvements en régime établi en fonction de la fréquence et puissance moyenne produite au cours d'un nombre entier de cycles d'oscillation

Pour déterminer le pourcentage du maximum théorique, nous avons divisé la puissance produite en moyenne en régime établi obtenue par simulation par la puissance maximale théorique pouvant être captée par un corps symétrique oscillant au tangage : $P_{max,theo} = J_i \lambda / \pi$ où J_i est la puissance incidente par unité de largeur de front [10], et λ / π la largeur de captation maximale.

Sur le graphique donnant l'amplitude normalisée du tangage, ainsi que sur le graphique de la puissance produite (Figure 10), on constate que le tracé en jaune, qui correspond à une hauteur de houle de 5 mètres, atteint son maximum à la période de résonance T_{r5} , ce qui est conforme au résultat attendu. En revanche, la courbe rouge et plus encore la courbe bleue présentent deux sommets de part et d'autre de la résonance et un creux centré sur la résonance.

Ce résultat qui peut sembler surprenant s'éclaire si l'on observe la structure analytique de la dynamique du tangage. À cet effet, nous adoptons temporairement deux hypothèses simplificatrices, en considérant, d'une part, que le couplage avec les autres modes d'oscillation a un effet négligeable sur la dynamique du tangage à proximité de T_{r5} , d'autre part, que les efforts d'inertie non-linéaires introduits par le PTO sont négligeables devant les efforts inertiels mis en jeu par le tangage à proximité de T_{r5} . Dès lors, l'équation du tangage s'écrit, dans le domaine temporel :

$$M_{55}\ddot{\beta} = -K_{55}\beta - K_{rad,55} * \dot{\beta} + \frac{H}{2}f_{exc,5} + \sum_n m_n r_n g \cos \theta_n \quad (15)$$

En posant la variable $\xi = \cos \theta_1$ et en rappelant que les deux mobiles qui composent le PTO sont symétriques, on obtient un système linéaire en β et ξ . Il devient désormais possible d'étudier le système dans le domaine fréquentiel. Nous introduisons la notation $F_e(\omega)$ pour la transformée de Fourier de l'effort d'excitation, la notation $U(\omega)$ pour la transformée de l'effort pesant du PTO, la notation $M'_{55}(\omega)$ pour l'inertie totale par rapport à l'axe de tangage, masse ajoutée comprise, et la notation $R_{55}(\omega)$ pour le coefficient d'amortissement radiatif au tangage :

$$\beta(\omega) = \frac{F_e(\omega) + U(\omega)}{K_{55} - \omega^2 M'_{55}(\omega) + j\omega R_{55}(\omega)} \quad (16)$$

$$F_e(\omega) = \frac{H}{2}f_{exc,5}(\omega) \quad ; \quad U(\omega) = 2m_1 r_1 g \xi(\omega) \quad (17)$$

L'équation (16) présente la forme d'un oscillateur amorti soumis à des perturbations extérieures. La méthode qui permet d'analyser la puissance recueillie par un tel oscillateur est inspirée de Falnes [10], et nous nous contenterons d'en rappeler les principales étapes.

La puissance convertie par le tangage est la différence entre la puissance extraite de l'onde incidente et la puissance perdue par rayonnement :

$$P = P_e - P_r = \frac{1}{2} \Re(j\omega \beta(\omega) F_e^*(\omega) - \omega^2 R_{55}(\omega) |\beta(\omega)|^2) \quad (18)$$

La notation \Re désigne l'opérateur partie réelle et $F_e^*(\omega)$ désigne le complexe conjugué de $F_e(\omega)$. Nous introduisons le paramètre $\sigma = |U|/|F_e|$ pour étudier l'effet de l'amplitude du moment pesant du PTO. Après un certain nombre de calculs, la puissance peut être écrite sous la forme suivante, dans laquelle, pour des raisons de lisibilité, les « (ω) » sont implicites :

$$P = \omega |F_e|^2 \frac{(\omega^2 M'_{55} - K_{55})\sigma \sin(\Delta\varphi) + \omega R_{55} \left(\frac{1}{4} - \left| \frac{1}{2} - \sigma e^{j\Delta\varphi} \right|^2 \right)}{2|K_{55} - \omega^2 M'_{55} + j\omega R_{55}|^2} \quad (19)$$

Sous cette forme, l'influence de la phase et de l'amplitude de l'effort pesant U sur la puissance captée en fonction de la pulsation ω est relativement facile à analyser.

- Cas 1 : $\omega \ll \omega_{r5}$

On observe que si la pulsation est petite devant la pulsation de résonance ω_{r5} , la dynamique est dominée par la raideur K_{55} :

$$P \sim \frac{\omega |F_e|^2}{2K_{55}} \sigma \sin(-\Delta\varphi) \quad (20)$$

On trouve que le déphasage optimal $\Delta\varphi_{opt}$ tend vers -90° , ce qui est cohérent avec la Figure 8. Dès lors que ω est suffisamment petite ou que K_{55} est suffisamment grand, le rapport d'amplitude σ gagne à être le plus grand possible pour maximiser la puissance P . Pour fonctionner efficacement sur des vagues longues, le dispositif gagne donc à disposer d'un moment excentrique le plus grand possible.

- **Cas 2 : $\omega \approx \omega_{r5}$**

Lorsque la pulsation est proche de la pulsation de résonance ω_{r5} , la dynamique du tangage est dominée par le coefficient de radiation R_{55} :

$$P \sim \frac{|F_e|^2}{2R_{55}} \left(\frac{1}{4} - \left| \frac{1}{2} - \sigma e^{j\Delta\varphi} \right|^2 \right) \quad (21)$$

Dans ce cas, le déphasage optimal est 0° . Nous réécrivons l'équation (21) pour $\Delta\varphi = 0^\circ$:

$$P \sim \frac{|F_e|^2}{2R_{55}} \sigma(1 - \sigma) \quad (22)$$

D'après cette formule, la valeur optimale du paramètre d'amplitude est $\sigma_{opt} = 1/2$. À la résonance, il existe ainsi une relation entre la masse optimale du PTO et la hauteur H de la houle :

$$m_{PTO,opt} = 2m_{1,opt} = \frac{Hf_{exc,5}(\omega_{r5})}{4r_1g} \quad (23)$$

Nous observons que la puissance produite à la résonance est très sensible au paramètre σ , en particulier lorsque la masse du PTO excède la masse optimale. D'après la formule (22), notre modèle analytique simplifié prévoit qu'une masse deux fois plus grande que la masse optimale suffit à annuler totalement le pouvoir de captation du dispositif à la résonance.

À titre d'illustration, pour une hauteur $H=1\text{m}$, la formule (22) prédit que la masse $m_{PTO}=278\text{t}$ est trop élevée pour pouvoir produire de la puissance. Cette prédiction est en accord avec les résultats de la simulation : on se réfère à la courbe bleue sur le graphique de gauche de la Figure 10.

- **Cas 3 : $\omega > \omega_{r5}$**

Dans ce cas, l'inertie du tangage M'_{55} est dominante. La phase optimale est comprise entre 0° et $+90^\circ$. La valeur optimale pour la masse est plus grande qu'à la résonance.

- **Synthèse des enseignements du modèle simple**

Dans l'expression de la puissance donnée par l'équation (19), le dénominateur évolue favorablement à l'approche de la résonance, ce qu'illustre la courbe jaune de la Figure 10. À proximité immédiate de la résonance, le numérateur est dominé par le terme d'amortissement. Ce terme évolue défavorablement si l'amplitude de l'effort du PTO n'est pas adaptée à l'effort d'excitation. Cette situation est illustrée par la courbe bleue qui présente une chute de puissance au niveau de la résonance.

III – 8 Influence de la masse du PTO à la résonance

Pour compléter notre étude, nous avons simulé l'effet de la masse du PTO sur les performances du dispositif à la résonance ω_{r5} en fonction de la hauteur des vagues incidentes, puis nous avons comparé la masse optimale observée pour chaque hauteur avec la masse théorique de l'équation (23).

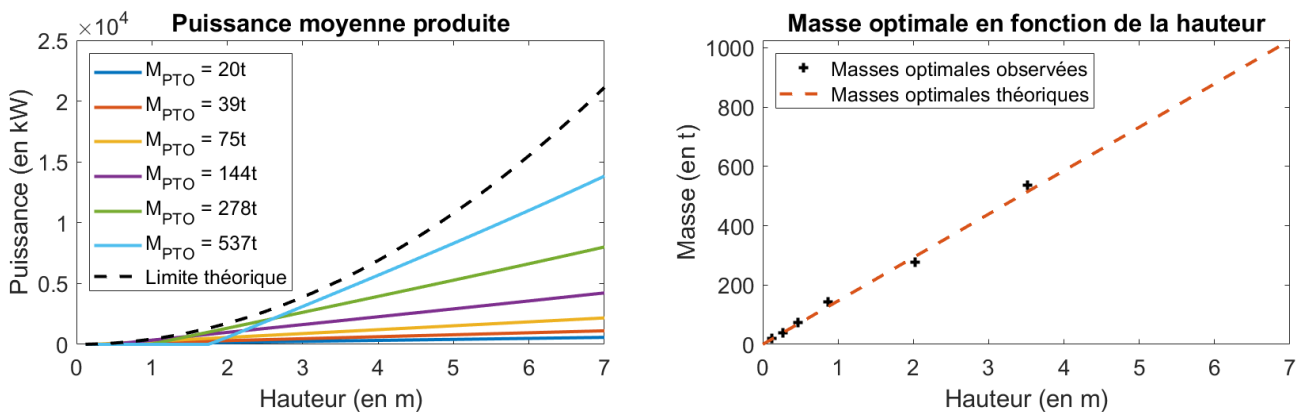


Figure 11. Puissance produite pour différentes masses à la résonance

Le graphique de droite confirme la bonne adéquation entre les résultats de simulation du modèle non-linéaire (10) et les prédictions du modèle simplifié pour le tangage (15).

IV – Conclusion et perspectives

IV – 1 Synthèse

Dans la présente étude, nous nous sommes fixé comme objectif d'explorer les performances d'un dispositif de conversion de l'énergie des vagues à masses contrarotatives. Dans un premier temps, nous avons élaboré un modèle dynamique linéaire au regard des mouvements du corps flottant, et non linéaire au regard de la position des mobiles. Dans un second temps, nous avons simulé la réponse temporelle du dispositif dans différentes houles monochromatiques. Puis, nous avons constaté l'existence d'une phase et d'une amplitude optimales pour le moment de masse du PTO.

Aux fréquences éloignées de la résonance, le moment de masse gagne à être le plus grand possible. En revanche, à proximité de la résonance, un moment de masse trop grand est défavorable pour la captation de puissance. Ces résultats ont été validés par un modèle analytique simple limité au tangage.

IV – 2 Pistes de recherche

En complément des travaux qui viennent d'être présentés, il serait utile d'estimer la puissance produite en moyenne sur une année pour un ou plusieurs sites d'exploitation référents. Dans cette optique, nous prévoyons de prolonger la présente étude, par l'exploration des performances du dispositif en réponse à différentes houles irrégulières.

Compte tenu de l'amplitude des mouvements du corps flottant, il pourrait être intéressant d'étudier l'effet des termes d'ordre supérieur ou égal à deux, tels que l'effort quadratique du tangage et les non linéarités de l'effort d'amarrage, sur les performances du dispositif.

Références

- [1] A. F. d. O. FALCAO, «Wave energy utilization : a review of technologies,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 14, n°3, pp. 889-918, 2010.
- [2] M. H. CHEN et D. R. DELBALZO, «Dynamic buoy effects on a sliding wave energy converter with eSpring control,» chez *OCEANS 2016 - Shanghai*, Shanghai, 2016.
- [3] V. VAMVAS, «Eccentrically Rotating Mass Turbine». Brevet US20210285415, 2021.
- [4] A. CLEMENT, A. BABARIT et G. DUCLOS, «Appareil pour convertir l'énergie des vagues en énergie électrique». Brevet WO/2006/040341, 2007.
- [5] P. SINCOCK, A. C. EASSOM, S. J. WALES et H. MARCOLLO, «Wave energy converter». Brevet WO/2018/053602, 2018.
- [6] F. ELEFANT et A. ELEFANT, «Convertisseur de puissance houlomotrice exploitant le mouvement orbital d'un chariot pesant». Brevet WO/2015/121551 A2, 2015.
- [7] A. BABARIT et G. DELHOMMEAU, «Theoretical and numerical aspects of the open source BEM solver NEMOH,» chez *11th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC 2015)*, Nantes, France, 2015.
- [8] T. PEREZ, O. SMOGELLI, T. FOSSEN et A. SORENSEN, «An Overview of the Marine Systems Simulator (MSS): A Simulink Toolbox for Marine Control Systems,» *Modeling, Identification and Control*, vol. 27, n° 4, pp. 259-275, 2006.
- [9] T. PEREZ et T. FOSSEN, «Time-vs. frequency-domain identification of parametric radiation force models for marine structures at zero speed,» *Modeling, Identification and Control*, vol. 29, n°1, pp. 1-19, 2008.
- [10] J. FALNES, *Ocean Waves and Oscillating Systems*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.