



Crédit photo : H. Bonnard / P'

POURQUOI PAS DES EQUATIONS DE SAINT VENANT SIMPLIFIEES POUR SIMULER DES RIVIERES ?

A. Beaudoin⁽¹⁾, A. Ghazeyl et E. Rezapour

anthony.beaudoin@univ-poitiers.fr

⁽¹⁾ Institut PPRIME, Université de Poitiers, Poitiers

Résumé

C'est une approche classique d'utiliser les équations de Saint Venant pour simuler les écoulements dans les rivières. Les équations de Saint Venant sont obtenues en intégrant sur la hauteur les équations de Navier Stokes. D'un point de vue mathématique, les équations de Saint Venant sont un système dépendant du temps d'équations non linéaires aux dérivées partielles de type hyperbolique. Leur résolution peut coûter chère en temps CPU [1, 2].

Pour réduire ce coût de calcul, une stratégie connue dans la littérature est de simplifier les équations de Saint Venant en négligeant certains de leurs termes. Dans la littérature, il existe un grand nombre d'articles sur la simplification des équations de Saint Venant [3, 4]. Cependant, aucun article présente une étude détaillée sur cette simplification des équations de Saint Venant à reproduire la physique des différents types d'écoulements observable dans les rivières. Cette difficulté s'explique par la non disponibilité des informations de terrain. L'objectif de ce travail est de réaliser une analyse de la résolution des équations de Saint Venant simplifiées dans des situations réelles de terrain.

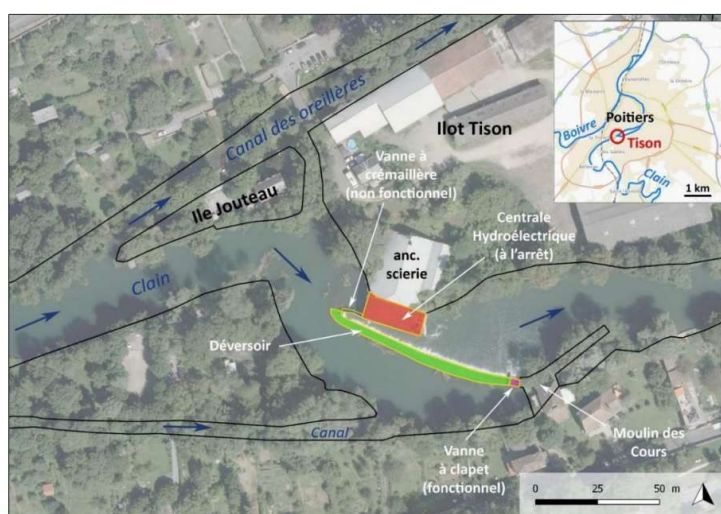


Figure 1 – Plan du déversoir sur le site Îlot Tison de la communauté urbaine de Grand Poitiers.

Les situations réelles de terrain portent sur l'étude hydrodynamique d'un déversoir du Clain implanté sur le site de l'Îlot Tison de la communauté urbaine Grand Poitiers (voir figure 1). Ce déversoir est considéré comme petit ouvrage transversal présentant une longueur de 80 m et une hauteur de chute de 1 m. Il est équipé d'une vanne à clapet sur la rive droite. Cette vanne est fonctionnelle. Dans ce travail, trois scénarios sont étudiés, déversoir avec vanne fermée, déversoir avec vanne ouverte et déversoir effacé. Les simulations numériques sont réalisées avec le modèle numérique HYDROSEDFOAM, développé par Zhu *et al.* (2018) sous OpenFOAM. HYDROSEDFOAM simule l'écoulement dans les rivières en résolvant les équations de Saint Venant et le modèle de turbulence $k - \varepsilon$ à l'aide des volumes finis sur un maillage triangulaire 2D [5].

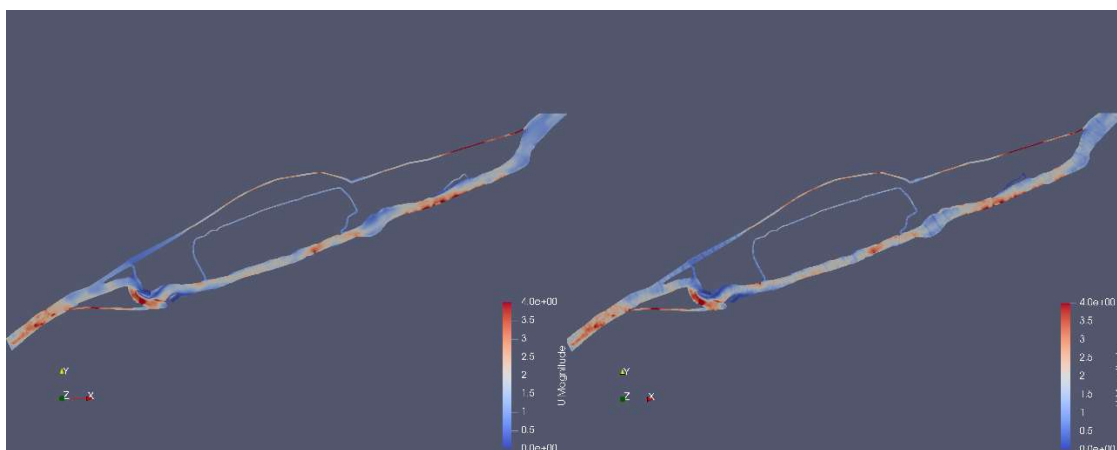


Figure 2 – Distribution spatiale de la norme de la vitesse d'écoulement $\|\mathbf{u}\|$ (m/s), valeurs numériques obtenues sans (gauche) et avec (droite) simplifications des équations de Saint Venant.

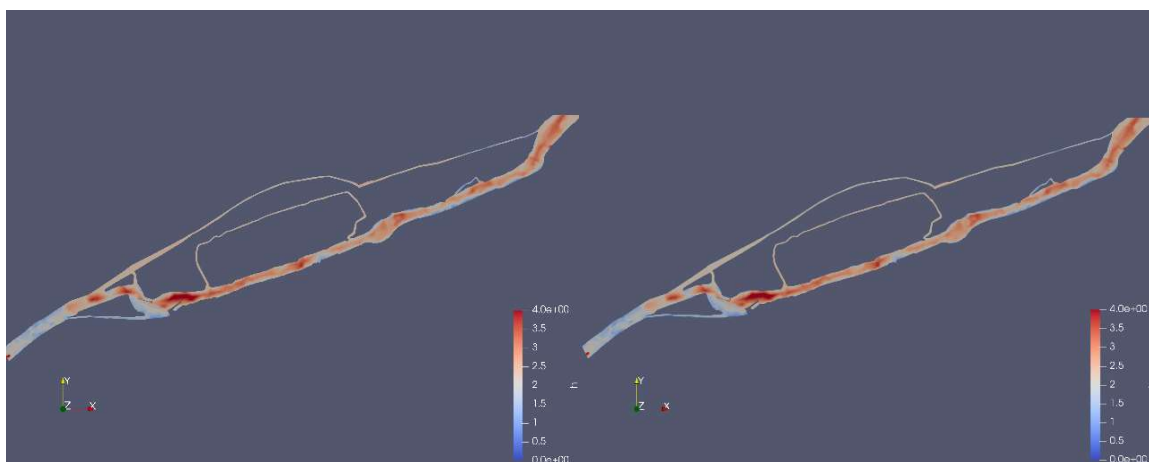


Figure 3 – Distribution spatiale de la hauteur d'eau h (m), valeurs numériques obtenues sans (gauche) et avec (droite) simplifications des équations de Saint Venant.

Sur les figures 2 et 3, les distributions spatiales de la norme de la vitesse d'écoulement $\|\mathbf{u}\|$ et de la hauteur d'eau h sont représentées pour un régime d'écoulement stationnaire avec un débit de $150 \text{ m}^3/\text{s}$ dans le Clain avec la configuration vanne fermée. Pour les deux figures, les résultats numériques de gauche sont obtenus avec les équations de Saint Venant complètes. Ces résultats numériques servent de référence à l'analyse des résultats numériques. Pour les deux figures, les résultats numériques de droite sont obtenus avec les équations de Saint Venant simplifiées. Les simplifications portent sur les termes inertie et accélération des équations de Saint Venant. On peut observer que les simplifications des équations de Saint Venant n'altèrent pas la précision des résultats numériques. Les deux grandeurs physiques, $\|\mathbf{u}\|$ et h , sont correctement reproduites au niveau du déversoir, en particulier au niveau de la vanne à clapet.

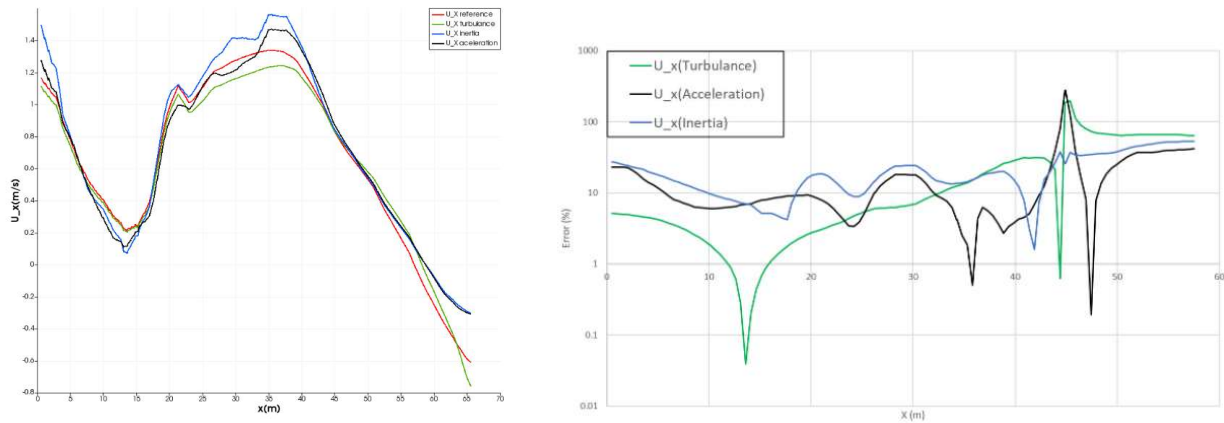


Figure 4 – Profil (gauche) et erreur relative (droite) de la composante u_x (m/s) de la vitesse d'écoulement dans la direction x pour les différentes simplifications des équations de Saint Venant.

La figure 4 gauche représente la composante u_x de la vitesse d'écoulement dans la direction x du repère global du domaine de calcul le long d'une droite traversant le déversoir au niveau de la vanne à clapet depuis la rive droite jusqu'à la rive gauche. La configuration est toujours avec la vanne fermée. Les courbes, rouge, verte, noire et bleue, représentent les résultats numériques obtenues avec les équations de Saint Venant complètes, la suppression du modèle de turbulence $k - \varepsilon$, la suppression du terme accélération dans les équations de Saint Venant et la suppression du terme inertie dans les équations de Saint Venant, respectivement. Toutes les simplifications des équations de Saint Venant reproduisent globalement le comportement de l'écoulement de l'eau au niveau de la vanne à clapet. La figure 4 droite représente l'erreur relative *Error* entre les résultats numériques de référence et les résultats numériques avec les simplifications des équations de Saint Venant le long de la droite d'observation. La simplification donnant le moins d'erreur relative *Error* est celle de la suppression du modèle de turbulence $k - \varepsilon$ (courbe rouge). Les deux autres simplifications des équations de Saint Venant, inertie (courbe jaune) et accélération (courbe grise), génèrent le plus d'erreur relative au niveau de la vanne à clapet où se reproduit un ressaut hydraulique.

Les simplifications des équations de Saint Venant permettent de réaliser des simulations numériques à grandes échelles en des temps de calcul raisonnables tout en préservant la dynamique globale de l'écoulement des rivières sans passer par une modélisation mixte 1D / 2D.

Références

- [1] J. Neal, I. Villanueva, N. Wright, T. Willis, T. Fewtrell, P.D. Bates, How much physical complexity is needed to model flood inundation?, *Hydrol. Process.* 26 (2012) 2264–2282.
- [2] Costabile, P., Costanzo, C., & Macchione, F. (2017). Performances and limitations of the diffusive approximation of the 2-d shallow water equations for flood simulation in urban and rural areas. *Applied Numerical Mathematics*, 116, 141-156.
- [3] Martins, R., Leandro, J., Chen, A. S., & Djordjević, S. (2017). A comparison of three dual drainage models: shallow water vs local inertial vs diffusive wave. *Journal of Hydroinformatics*, 19(3), 331-348.
- [4] Artichowicz, W., & Gąsiorowski, D. (2019). Computationally efficient solution of a 2D diffusive wave equation used for flood inundation problems. *Water*, 11(10), 2195.
- [5] Zhu, Z., LeRoy, J. Z., Rhoads, B. L., & García, M. H. (2018). HydroSedFoam: A new parallelized two-dimensional hydrodynamic, sediment transport, and bed morphology model. *Computers & geosciences*, 120, 32-39.