

**PROPAGATION DES ONDES DANS DES STRUCTURES POREUSES  
AVEC LES METHODES SPH**

*17<sup>èmes</sup> JOURNEES DE L'HYDRODYNAMIQUE JH2020*

**M. Ramos Ortega<sup>(1)\*</sup>, A. Beaudoin<sup>(1)</sup>, and S. Huberson<sup>(1)</sup>**

<sup>(1)</sup>Institut Pprime, Université de Poitiers, France

\*Corresponding author: melissa.ramos.ortega@univ-poitiers.fr

**Résumé**

Les méthodes SPH permettent de simuler des problèmes d'impact, comme les interactions des ondes avec une structure poreuse dans la dynamique des fluides [1]. Une modification de la fonction de lissage est implémentée afin de prendre en compte la taille variable des particules fluides. Une étude paramétrique sera présentée pour valider les améliorations des méthodes SPH. Cette étude paramétrique est appliquée au cas test proposé par Liu *et al.* [2]. Ce cas test consiste à suivre l'infiltration de l'eau dans un barrage provoquée par la rupture d'un barrage. Les améliorations des méthodes SPH sont aussi appliquées à l'estimation des coefficients de réflexion et de transmission d'un train d'ondes impactant une structure poreuse verticale et inclinée.

**Summary**

SPH methods allow simulating impact problems in fluid dynamics, such as the interactions of waves with a porous structure [1]. A modification of the smoothing function is implemented to consider the variable size of fluid particles. A parametric study will be presented to validate the improvements of the SPH methods. This study is applied to the benchmark proposed by Liu *et al.* [2]. The infiltration of water in a porous media caused by a dam-break is simulated. Improvements on SPH methods are also applied to the estimation of the reflection and transmission coefficients of a wave train impacting a vertical and a sloping porous structure.

**1. Introduction**

Le passage des navires dans un canal produit des vagues qui érodent les berges et suspendent le matériau granulaire. Les modifications de la morphologie des rivières compromettent la stabilité des structures des berges. L'érosion des berges dépend du débit à l'intérieur des berges. L'énergie transmise par les vagues dans les berges est dissipée par le frottement du flux interne. Si l'écoulement interne est intense, le risque d'érosion de ces berges peut apparaître. Par conséquent, les vagues des navires peuvent être responsables de la destruction des berges. Pour caractériser la stabilité des berges, il est nécessaire de déterminer le mouvement d'écoulement et la pression dans le canal mais aussi dans les berges [3]. La propagation des ondes dans les structures poreuses a été largement étudiée en approche eulérienne [4]. Cependant, lorsqu'une

grande déformation se produit au niveau du profil de la surface libre, l'approche lagrangienne présente plus d'avantages par rapport à l'approche eulérienne [5].

Les méthodes Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) sont basées sur une approche lagrangienne, elles permettent de simuler des écoulements soumis à de fortes perturbations et ayant des frontières complexes [6]. Les méthodes permettent aussi de simuler des problèmes d'impact, comme les interactions des ondes avec une structure poreuse dans la dynamique des fluides [1]. Modéliser l'interaction des ondes avec des structures poreuses est toujours difficile due à la nécessité de connaître la distribution précise de la pression du fluide en fonction de la porosité de la structure [7]. L'interaction des ondes avec une structure poreuse avec des méthodes SPH a été proposée par Shao [4]. Le même schéma est utilisé dans ce travail unifiant les équations gouvernantes dans tout le domaine. Les méthodes SPH introduisent une singularité sur l'interface entre la zone de fluide pur et la structure poreuse en raison de la taille de particule différente dans chaque zone. Pour corriger le champ de pression et de vitesse, deux méthodes de traitement de frontière d'interface entre le fluide pur et la structure poreuse sont proposées: une zone de transition avec une variation progressive de la taille des particules en fonction de la porosité [5] et une approximation en modifiant la fonction de lissage en utilisant un développement de Taylor de 2ème ordre [8].

L'objectif de ce travail est d'utiliser les méthodes SPH pour simuler l'écoulement généré par une rupture de barrage sur un lit mouillé et son infiltration dans une structure poreuse. La structure poreuse est constituée de billes de verre. Le modèle numérique est comparé aux résultats expérimentaux de Liu *et al.* de 1999 et aux résultats numériques de Pahar et Dhar de 2016 [2, 7]. Les profils de surface libre sont disponibles pour différents instants de temps. Cela permet de tester le changement de la fonction de lissage et de vérifier la continuité des conditions de frontière. L'impact d'un train d'ondes est aussi testé pour calculer des coefficients de réflexion et de transmission. Deux hauteurs d'onde  $H_0$  et deux inclinaisons de structure poreuse sont utilisées pour évaluer leurs influences sur les coefficients de réflexion et de transmission.

La structure de ce papier est la suivante. Dans la section 2, la formulation générale des méthode SPHs implémentée dans notre code pour résoudre les équations de Navier-Stokes est décrite. La section 3 présente les outils basiques pour la génération des ondes, l'implémentation du remaillage et la modification de la fonction de lissage. Le schéma descriptif de la méthode ISPH implémentée est présenté dans la section 4. La validation du schéma est présentée dans la section 5.

## 2. Présentation de la méthode

SPH est une méthode particulière lagrangienne qui est utilisée pour modéliser des milieux continus en résolvant un système d'équations aux dérivées partielles associées aux lois de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie [9]. Initialement son implémentation en CFD était destinée à la simulation des fluides compressibles. Plus récemment, la simulation des écoulements incompressibles a été développée en utilisant une approche faiblement compressible. Sous forme SPH, la description lagrangienne des équations de Navier-Stokes ou les lois physiques qui décrivent le mouvement des fluides sont :

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{u}_i, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\rho_i \sum_{j=1}^N (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot \nabla_i W_{ij} V_j, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_{j=1}^N (p_j + p_i) \nabla_i W_{ij} V_j + \nu K \sum_{j=1}^N \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} \nabla_i W_{ij} V_j + F_i \quad (3)$$

où  $\mathbf{r}_i$ ,  $\mathbf{u}_i$ ,  $\rho_i$  et  $p_i$  sont la position, la vitesse, la masse volumique et la pression de la particule  $i$ . Le volume de chaque particule  $i$  est défini par  $V_i = \frac{m_i}{\rho_i}$  avec  $m_i$  comme la masse. Les forces massiques sur la particule  $i$  sont représentées par  $F_i$ .  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide.  $N$  est la quantité des particules voisines de

la particule cible  $i$  à l'intérieur du support.  $n$  correspond aux dimensions du problème et  $K = 2(n + 2)$  est une constante.  $\nabla_i$  est le gradient par rapport à la position  $\mathbf{r}_i$  de la particule  $i$ . La fonction de lissage du noyau ou fonction Kernel est donnée par  $W_{ij} = W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h)$ , où  $h$  est la longueur de lissage caractérisant la taille du support du Kernel.

### 3. Outils basiques

#### 3.1 Bateur généré par fonction source

Le générateur à houle utilisé dans ce travail se base sur la méthode de la fonction source de la quantité de mouvement. En SPH, cette méthode est proposée par Wen et Ren en 2018 [10]. La houle est générée en rajoutant un terme source dans l'équation de la quantité de mouvement. Chaque particule placée dans la zone de génération de la houle est affectée par le terme source. Le terme est une force interne imposée à chaque particule. La force tend à pousser l'eau en dehors de la zone de génération de houle. Pour une onde linéaire monochromatique, les composantes  $s_x$  et  $s_y$  du terme source sont:

$$s_x = -2kgxe^{-kx^2} \frac{D}{\omega} \sin(k_y y - \omega t) \quad \text{et} \quad s_y = ge^{-kx^2} \frac{k_y D}{\omega} \cos(k_y y - \omega t) \quad (4)$$

avec  $k = 20/w^2$  et  $k_y = k \sin \theta$ .  $w$  est la largeur de la zone où la fonction source est appliquée.  $\omega$  est la fréquence d'onde,  $k_y$  est le nombre d'onde dans la direction  $y$ ,  $k$  est le nombre d'onde et  $\theta$  est l'angle entre la direction de l'onde et l'axe  $x$ . La fonction source  $D$  de l'amplitude d'onde est:

$$D = \frac{H(\omega^2 - \lambda_1 g k^4 d^3) \cos \theta}{\omega I k [1 - \lambda(kd)^2]} \quad \text{avec} \quad I = \sqrt{\pi/k} e^{-k^2/(4k)} \quad (5)$$

où  $d$  est la profondeur initiale de l'eau.  $\lambda$  et  $\lambda_1$  sont des paramètres des équations de Boussinesq.

#### 3.2 Remaillage

L'espaceur uniforme des particules est essentiel pour la bonne précision des approximations des opérateurs. Cette distribution uniforme n'est pas garantie pendant la durée des simulations mais seulement dans l'instant initial. Dans les zones de forts gradients, les particules ont tendance à s'agglomérer, ce qui entraîne l'hétérogénéité de la distribution des particules et les approximations erronées des opérateurs.

Pour limiter la distorsion des particules, la technique de remaillage est proposée. Une grille régulière d'un espaceur  $dx$  est adapté dans le domaine. Une réinitialisation périodique de la position des particules  $\mathbf{r}_i$  sur les nœuds de la grille est menée. Ensuite, elle interpole les grandeurs physiques  $f$  sur les nouvelles positions  $\tilde{\mathbf{r}}$ , assurant que les lois de conservation soient satisfaites.

L'interpolation de  $f$  sur les nouvelles positions est dénotée  $\tilde{f}$ . Elle est calculée comme:

$$f(\tilde{\mathbf{r}}_i) = V_i \sum_{j=1}^N f(\mathbf{r}_j) M'_4(\tilde{\mathbf{r}}_i - \mathbf{r}_j, dx). \quad (6)$$

Dans cette recherche, les interpolations ont été faites en utilisant une fonction de lissage du troisième ordre  $M'_4$ :

$$M'_4(\tilde{\mathbf{r}}_i - \mathbf{r}_j, dx) = \begin{cases} 1 - \frac{5}{2}s^2 + \frac{3}{2}s^3 & 0 \leq s < 1, \\ \frac{1}{2}(2-s)^2(1-s) & 1 \leq s < 2 \\ 0 & s \geq 2. \end{cases} \quad \text{avec} \quad s = \frac{|\tilde{\mathbf{r}}_i - \mathbf{r}_j|}{dx} \quad (7)$$

### 3.3 Modification de la fonction de lissage

Gingold et Monaghan ont utilisé un kernel gaussien dans leurs premières études pour la simulation des étoiles non-sphériques en 1977 [11]. Ce type de kernel est correctement adapté à toute simulation avec la méthode SPH, ses dérivées sont continues et lisses même pour des ordres supérieurs. En conséquence, la fonction gaussienne est la plus stable et précise, elle n'est pas totalement affectée pour la distribution hétérogène des particules fluides. Son support de noyau n'est pas compact que quand  $s$  s'approche à l'infini. Cependant, le calcul avec un kernel gaussien est plus coûteux, car le noyau peut prendre une distance plus longue pour s'approcher de zéro, en particulier pour les dérivées d'ordre supérieur. Un support du noyau plus important est considéré avec une quantité importante de particules fluides qui interviennent dans le calcul de l'approximation numérique, ce qui conduit à une plus grande largeur de bande dans les matrices du système.

La projection de la vitesse et de la pression sur la grille du Poisson et re-projection sur les particules fluides est un facteur qui définit la singularité sur l'interface fluide-milieu poreux. Ceci peut être solutionné en modifiant la fonction de lissage. Une fonction gaussienne avec un support du noyau plus important permettrait d'inclure et prendre en compte plus de particules dans l'interpolation. La taille différente des particules fluides fait que les particules soient possiblement plus éloignées entre elles. L'approximation de la pression en utilisant une expansion de Taylor de 2ème ordre sur une fonction de lissage gaussienne est proposée [8].

L'intégration des fonctions en SPH s'exprime comme suit:

$$f(r) \approx \int_{\Omega} f(r') W(r-r') d\Omega \quad (8)$$

où  $f$  est une quantité physique. Dans l'équation précédente, une expansion de Taylor de deuxième ordre est appliquée à la fonction de lissage  $W$  autour de la position de la particule  $r_i$ :

$$W(r-r') = \sum_{\alpha_1+\alpha_2 \leq 2} \frac{(-1)^{\alpha_1+\alpha_2}}{\alpha_1! \alpha_2!} \frac{\partial^{\alpha_1+\alpha_2} W(r-r_i)}{\partial x^{\alpha_1} \partial y^{\alpha_2}} (x-x_i)^{\alpha_1} (y-y_i)^{\alpha_2} + O(|r-r_i|^3). \quad (9)$$

La quantité physique  $f$  est estimée par:

$$f(r) \approx \sum_i M_{00}^i W(r'_i) + \frac{1}{2} M_{02}^i \frac{\partial^2 W(r'_i)}{\partial^2 y} + \frac{1}{2} M_{20}^i \frac{\partial^2 W(r'_i)}{\partial^2 x} \quad (10)$$

où les termes  $M_{\alpha_1 \alpha_2}^i$  sont appelés moments et définis par:

$$M_{\alpha_1 \alpha_2}^i = \int_{\Omega} f(r') (x-x_i)^{\alpha_1} (y-y_i)^{\alpha_2} d\Omega \quad \text{avec} \quad \alpha_1 + \alpha_2 \leq 2 \quad (11)$$

où les termes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les ordres du moment. Comme le support des particules est carré, les moments sont donnés par  $M_{00} = f(r') h^2$  et  $M_{02} = M_{20} = \frac{h^4}{12} f(r')$ . Dans ce travail, la fonction de lissage  $W$  est la fonction gaussienne classique.

## 4. ISPH: SPH incompressible

### 4.1 Méthode de projection

Les méthodes ISPH ont été créées pour simuler des écoulements complètement incompressibles. Elles sont basées sur la méthode de projection introduite par Chorin [12] où le champ de pression est résolu en utilisant une équation de Poisson afin d'imposer l'incompressibilité.

L'incompressibilité n'implique aucune variation volumétrique. La densité et la masse sont constantes, le champ de vitesse doit être exempt de divergence [13]. Le schéma ISPH à divergence nulle est décrit comme suit:

(i) La position des particules  $r_i^n$  est advectée à une position intermédiaire  $r_i^*$  à une vitesse  $(\mathbf{u}_d^n)_i$  en utilisant:

$$r_i^* = r_i^n + (\mathbf{u}_d^n)_i \Delta t. \quad (12)$$

(ii) Une vitesse intermédiaire  $(\mathbf{u}_d^*)_i$  est calculée à la position  $r_i^*$  en considérant seulement les forces visqueuses et les forces massiques  $F_i^n$  de l'équation du momentum :

$$(\mathbf{u}_d^*)_i = (\mathbf{u}_d^n)_i + \frac{n_w}{C_r^n} \left( v_{eff} \nabla^2 (\mathbf{u}_d)_i + F_i^n - \frac{\nu n_w}{K_p} (\mathbf{u}_d)_i - \frac{C_f n_w^2}{\sqrt{K_p}} (\mathbf{u}_d)_i |(\mathbf{u}_d)_i| \right)^n \Delta t. \quad (13)$$

(iii) Une masse volumique intermédiaire  $\rho_i^*$  est calculée à la position  $r_i^*$  en utilisant une technique d'interpolation :

$$(\rho_w^*)_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij} \quad \text{avec} \quad W_{ij} = W(r_j - r_i). \quad (14)$$

(iv) Le champ de pression  $p_i^{n+1}$  est calculé avec l'équation de Poisson en imposant une condition de divergence nulle :

$$\nabla \cdot \left( \frac{n_w}{C_r} \frac{\nabla p^{n+1}}{\rho_w} \right)_i = \frac{\nabla \cdot (\mathbf{u}_d^*)_i}{\Delta t}. \quad (15)$$

(v) La vitesse  $(\mathbf{u}_d^{n+1})_i$  est obtenue avec la projection de la vitesse intermédiaire  $(\mathbf{u}_d^*)_i$ . Le gradient de pression est ajouté pour obtenir le champ de vitesse à divergence nulle :

$$(\mathbf{u}_d^{n+1})_i = (\mathbf{u}_d^*)_i - \frac{n_w^n}{C_r^n} \frac{\nabla p_i^{n+1}}{(\rho_w)_i} \Delta t. \quad (16)$$

(vi) Les particules sont advectées à la nouvelle position  $r_i^{n+1}$  :

$$r_i^{n+1} = r_i^n + \left( \frac{(\mathbf{u}_d^{n+1})_i + (\mathbf{u}_d^n)_i}{2} \right) \Delta t. \quad (17)$$

## 4.2 Couplage SPH-maillage

Pour la simulation des écoulements incompressibles en SPH, le calcul du champ de pression avec l'équation de Poisson est plus précis qu'avec une loi d'état. Cependant, les méthodes ISPH sont plus coûteuses en temps de calcul CPU. Il est nécessaire d'inverser l'opérateur  $\nabla(1/\rho\nabla)$  par un processus itératif et de calculer le second élément de l'équation de Poisson.

La quantité de particules à évaluer est définie en fonction de la taille du noyau du support  $h$ . Cependant, elle est proportionnelle au temps du calcul CPU. L'utilisation de la méthode PIC (Particle in cell) [14] permet d'accélérer le temps de calcul de l'équation de Poisson sur les particules. Dans cette approche, l'équation de Poisson est calculée sur une grille cartésienne en utilisant un solveur de différentiation classique [15]. Les vitesses intermédiaires  $u_i^*$  (Eq. 15) sont projetées sur les nœuds de la grille cartésienne. Le champ de pression est calculé sur la même grille cartésienne, puis interpolé sur les particules.

## 5. Résultats numériques

### 5.1 Milieu poreux

L'interaction onde-milieu poreux en méthode ISPH a été étudiée par Shao en 2010 [4]. Dans son modèle, le domaine numérique est divisé en deux zones (fluide pur et zone poreuse) et chaque sous domaine est calculé

séparément. Les équations de Navier-Stokes classiques sont résolues pour l'écoulement laminaire à l'extérieur de la zone poreuse et des équations moyennes spatialement pour l'écoulement de Darcy dans l'intérieur de la zone poreuse [4, 16]. Le transfert des valeurs de vitesses et des contraintes entre les deux sous-domaines est fait dans l'interface afin de garantir la continuité [17]. La continuité du flux massique et de la pression à travers l'interface doit aussi être atteinte [18]. Pour le transfert des valeurs, Shao a implémenté une grille imaginaire mise en place à l'interface entre les deux sous-domaines. La taille de chaque nœud est de  $\Delta x$ . À chaque itération, les composantes horizontale et verticale de la vitesse ( $u$  et  $v$ ) sont calculées sur les nœuds, ainsi que les contraintes normales et tangentielles. Le calcul se fait à partir des interpolations propres de la méthode SPH [9].

La taille des particules fluides qui transitent de la zone de fluide pur aux pores de la zone poreuse est fonction de la différence des porosités de chaque zone. Un traitement d'interface fluide-structure poreuse est nécessaire. Pour la méthode ISPH, Akbari et Namin ont proposé la superposition d'une grille cartésienne sur le domaine numérique où chaque nœud apporte la valeur de la porosité. Une valeur de porosité de 1 est pour les nœuds placés sur la zone fluide pur et une valeur inférieure à 1 est pour les nœuds de la zone poreuse. Par interpolation dans le support du noyau, la valeur de la porosité dans l'interface fluide-structure poreuse se trouve entre les deux valeurs de porosité de la zone fluide et de la zone poreuse. Ceci permet d'unifier le domaine et de résoudre de manière simultanée la zone fluide pur et la zone poreuse avec les équations de Brinkman ou les équations unifiés de Navier-Stokes [19, 5, 20]. Pour la méthode WCSPH, Ren *et al.* utilisent aussi les équations de Brinkman. Mais ils proposent l'utilisation d'une zone de transition dans l'interface fluide-structure poreuse, où la porosité des particules fluides varie graduellement entre 1 et la porosité de la structure poreuse. En conséquence la taille des particules varie aussi. La zone de transition a pour mission d'éviter la singularité.

La différence entre la taille des particules placées dans la zone fluide pur et la zone poreuse génère une discontinuité à l'interface eau-milieu poreux. Le traitement de la taille des particules proposé est effectué à partir d'une modification de la fonction de lissage et du noyau de projection. Le développement de Taylor d'ordre 2 d'une fonction gaussienne est utilisé pour corriger la discontinuité à l'interface canal-ouvrage hydraulique due à la variation de la taille des particules [8].

Le benchmark présenté par Pahar et Dhar consiste à simuler un écoulement généré par la rupture d'un barrage sur un lit mouillé qui interagit avec un milieu poreux rectangulaire. Le canal a une longueur de  $0,9m$  et une hauteur de  $0,2m$ . Le milieu poreux est composé de billes de verre, sa porosité est de  $0,39$ . Le diamètre des billes est de  $d_{50} = 0,003m$ . Le bloc rectangulaire a une longueur de  $0,29m$  et une hauteur de  $0,37m$ . Il est placé au milieu du canal, entre  $x = 0,3m$  et  $x = 0,59m$ . La colonne d'eau dans le réservoir a une longueur de  $0,28m$  et une hauteur de  $0,15m$ . La hauteur d'eau de la partie restante est de  $0,02m$ .

La validation de l'infiltration de l'eau dans le milieu poreux se fait en comparant les résultats numériques de notre modèle aux résultats expérimentaux de Liu *et al.* et aux résultats numériques de Pahar et Dhar sur la variation temporelle de la surface libre, du champ de pression et du champ de vitesse. Dans notre modèle numérique, la fréquence de remaillage  $N_{\delta t}$  est fixée à 200, le pas de temps  $\Delta t$  à  $0,001s$  et la taille des particules  $\Delta x$  à  $0,005m$ .

Le champ de pression et la surface libre de l'écoulement sont évalués à trois instants,  $t = 0,4s$ ,  $0,8s$  et  $1,2s$ . Les figures 1 et 2 sont les résultats obtenus par Pahar et Dhar (surface libre) et de Liu *et al.* (points noirs), et les résultats obtenus par notre modèle numérique.

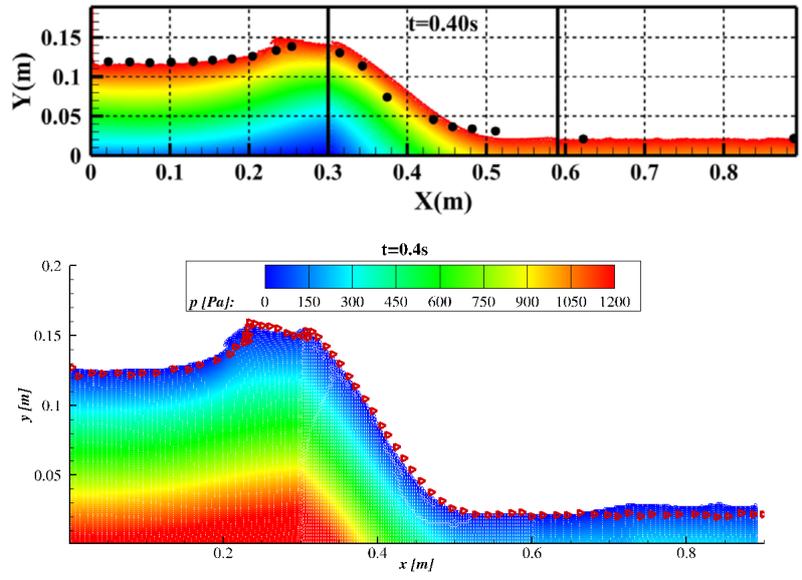


Figure 1. Champ de pression  $p$  à  $t = 0,4s$  obtenu par Pahar et Dhar (en haut) et avec le développement de Taylor de 2ème ordre pour une interface fluide-milieu poreux (en bas)(Triangles rouges: surface libre obtenue expérimentalement par Liu *et al.*).

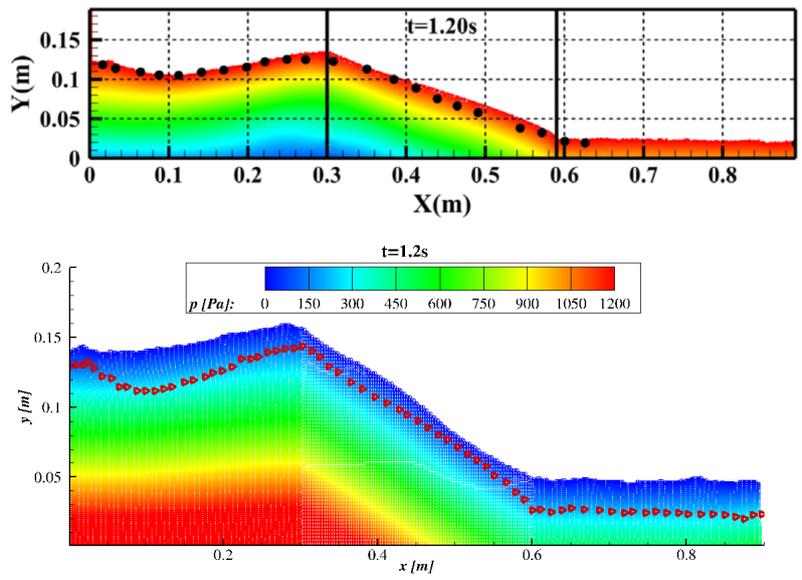


Figure 2. Champ de pression  $p$  à  $t = 1,2s$  obtenu par Pahar et Dhar (en haut) et avec le développement de Taylor de 2ème ordre pour une interface fluide-milieu poreux (en bas) (Triangles rouges: surface libre obtenue expérimentalement par Liu *et al.*).

La distribution spatiale des particules fluides reste uniforme, les particules fluides s'infiltrant correctement dans la structure poreuse, les particules fluides ne sont pas bloquées à l'interface fluide-structure poreuse. Ce qui explique que les conditions aux limites à l'interface fluide-structure poreuse sont bien satisfaites par l'utilisation du développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction gaussienne. Comme la distribution spatiale des particules ne présente pas des perturbations, la distribution de pression ne présente également pas d'oscillations.

Le modèle numérique proposé reproduit correctement la dynamique de l'écoulement. On constate comme Pahar et Dhar que la pression observée présente une distribution hydrostatique. À l'instant  $t = 0,4s$ , on observe que la pression augmente à l'interface fluide-structure poreuse. Cet accroissement de pression est provoqué par un ralentissement des particules fluides s'approchant de l'interface fluide-structure poreuse, car à cause de

la perméabilité de la structure poreuse la vitesse de l'écoulement est plus faible dans la structure poreuse que dans le fluide pur.

La variation temporelle de la surface libre est bien obtenue à la fois dans la zone fluide pur et dans la zone poreuse. Cependant, à l'instant  $t = 1,2s$ , un décalage vertical apparaît sur la surface libre entre les résultats numériques obtenus avec notre modèle numérique et ceux obtenus expérimentalement par Liu *et al.*. Ce décalage n'est pas produit par le développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction gaussienne. Il est généré par la technique de remaillage qui en redistribuant le nuage des particules sur une grille uniforme introduit progressivement une ligne des particules sur la surface libre. Ce décalage est bien présent même si les données expérimentales de Liu *et al.* présentent une erreur de plus ou moins  $4mm$ . Pour réduire ce décalage, une solution serait de réduire la taille des particules. Cela permettrait d'avoir une surface libre plus finement décrite. Mais cela induirait aussi un coût de temps de calcul plus important.

## 5.2 Coefficients de réflexion et transmission

Chaque onde incidente qui impacte la structure poreuse génère une onde réfléchie qui se cumule à l'onde incidente suivante. Un système de vagues stationnaires est créé à partir de la superposition des ondes incidentes et des ondes réfléchies. La superposition des ondes correspond à l'enveloppe d'interférence à deux ondes de même fréquence mais de nombre d'onde différents. Cette combinaison des ondes ne permet pas de mesurer de manière directe les amplitudes de ces ondes [21]. Le calcul indirect se fait de manière similaire à la mesure de la surface libre par deux sondes fixes placées dans des canaux en laboratoire [22]. Ceci permet d'obtenir les hauteurs, minimale  $H_{min}$  et maximale  $H_{max}$ , des ondes superposées.

En supposant que la hauteur des ondes incidente est plus importante que la hauteur des ondes réfléchies ( $H_I > H_R$ ), les expressions des hauteurs pour les vagues incidente et réfléchie sont définies par:

$$H_I = H_{max} + H_{min} \quad \text{et} \quad H_R = H_{max} - H_{min}. \quad (18)$$

Le coefficient de réflexion peut alors être calculé comme le rapport de ces hauteurs incidente et réfléchie. L'expression est donnée par:

$$C_R = \frac{H_{max} - H_{min}}{H_{max} + H_{min}}. \quad (19)$$

Le coefficient de transmission peut se calculer pour la première vague du train d'onde. Les coefficients de transmission et de dissipation d'énergie sont calculés par:

$$C_R = \frac{H_T}{H_I} \quad \text{et} \quad C_D = 1 - C_R - C_T \quad (20)$$

où  $H_T$  est la hauteur de la transmise.

Il est important d'étudier les effets de la porosité sur les coefficients de réflexion et transmission, ainsi que les effets de l'inclinaison de l'interface fluide pur-milieu poreux. Un train d'ondes qui impacte une structure poreuse verticale et inclinée est simulé afin de confirmer que le modèle numérique réussit à obtenir les coefficients. Le benchmark utilisé se base sur un canal rempli d'eau avec une profondeur  $d = 0,25m$ . Deux largeurs de canal sont testées:  $x_l = 5m$  et  $7m$ . La structure poreuse est supposée être homogène, isotrope et rigide. Sa porosité est définie à  $0,85$  et sa largeur est notée  $B = 1,5m$ . La structure poreuse est placée à  $x_l - 1,5m$ . La taille des particules est imposée à  $\Delta x = 0,0001m$ , le pas de temps à  $\Delta t = 0,001s$  et la fréquence de remaillage à  $N_{\delta t} = 600$ .

Les hauteurs des ondes incidentes, réfléchies et transmises sont calculées à partir des points A, B et C affichées sur les figures 3, 4, 5 et 6. Deux hauteurs de train d'onde,  $H_o = 0,04m$  et  $0,08m$ , sont testées ainsi que deux valeurs d'inclinaison des structures poreuses,  $\theta = 90^\circ$  et  $45^\circ$ .

Le champ de la composante horizontale de la vitesse  $u_x$  est présenté sur les figures 3, 4, 5 et 6. Le champ de vitesse est directement relié à la hauteur d'onde. Des fortes valeurs d'amplitude entraînent un raidissement de l'onde et par conséquent son déferlement. Ceci fait augmenter la vitesse sur les crêtes et la fait diminuer

sur les creux des ondes. L'implémentation de la fonction gaussienne et de son développement de Taylor de 2ème ordre permet correctement de garantir la continuité du champ de vitesse sur l'interface.

Les figures 3 et 4 présentent les résultats du train d'onde impactant une structure poreuse verticale. La pente à  $90^\circ$  génère des ondes réfléchies et transmises avec un champ de vitesse plus important. Pour une porosité de 0,85, la vague transmise est presque 70% de l'amplitude de la vague incidente. La vague réfléchie se cumule à la vague incidente, ce qui entraîne un champ de vitesse aussi cumulé et plus important.

Les figures 5 et 6 présentent les résultats du train d'onde impactant une structure poreuse inclinée à  $45^\circ$ . L'inclinaison de la structure poreuse a une forte influence sur les ondes réfléchies et transmises. Les ondes sont ralenties à l'interface, ce qui fait diminuer l'amplitude des ondes réfléchies et transmises, ainsi que les vitesses. Même si l'amplitude des ondes est inférieure à celle de la pente à  $90^\circ$ , la réfléchie est cumulée à l'incidente et augmente légèrement les valeurs du champ de vitesse.

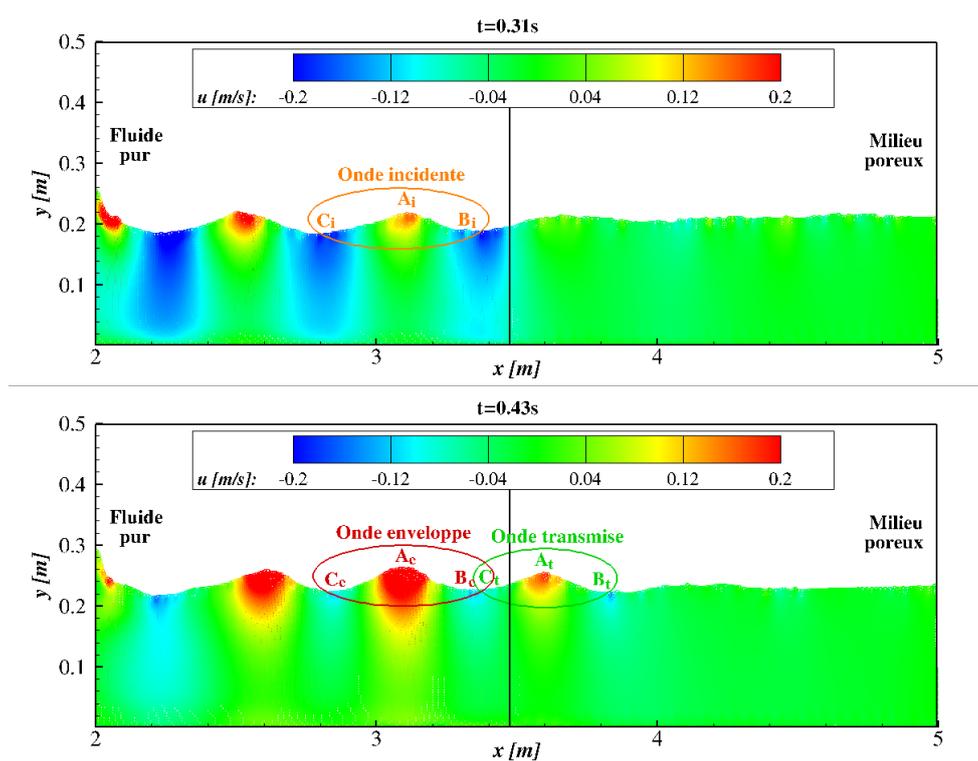


Figure 3. Champ de la composante horizontale de la vitesse  $u_x$  à  $t = 0,31 s$  (en haut) et  $t = 0,43 s$  (en bas) obtenu avec le développement de Taylor de 2ème ordre pour une interface fluide-milieu poreux ( $H_o = 0,04 m$  et  $\theta = 90^\circ$ ).

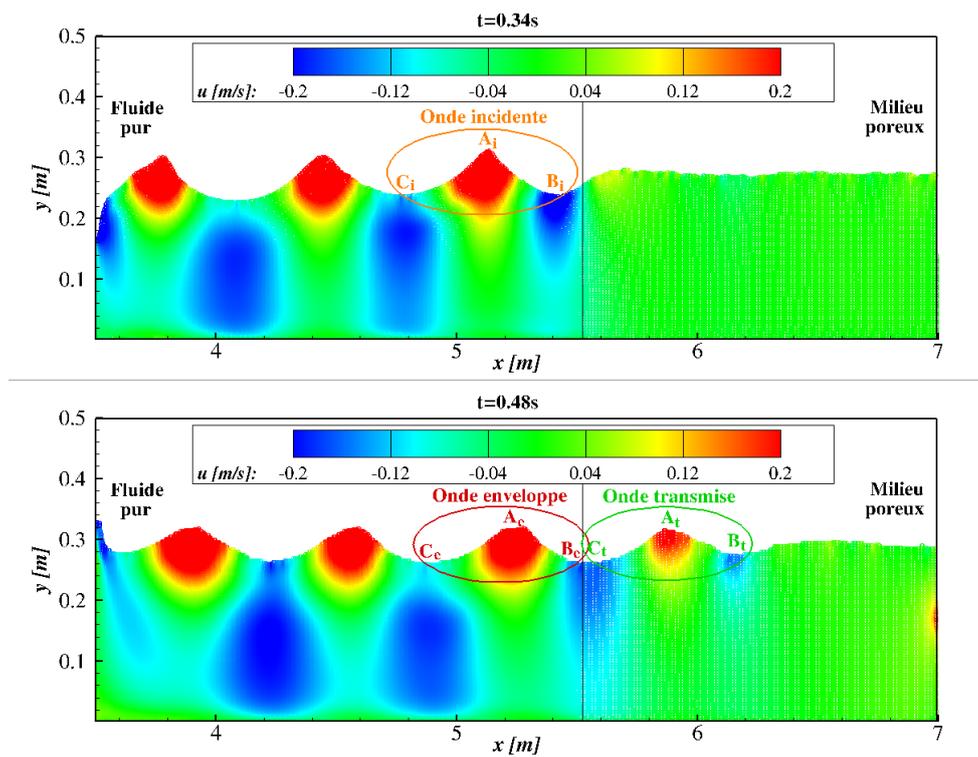


Figure 4. Champ de la composante horizontale de la vitesse  $u_x$  à  $t = 0,34 s$  (en haut) et  $t = 0,48 s$  (en bas) obtenu avec le développement de Taylor de 2ème ordre pour une interface fluide-milieu poreux ( $H_o = 0,08 m$  et  $\theta = 90^\circ$ ).

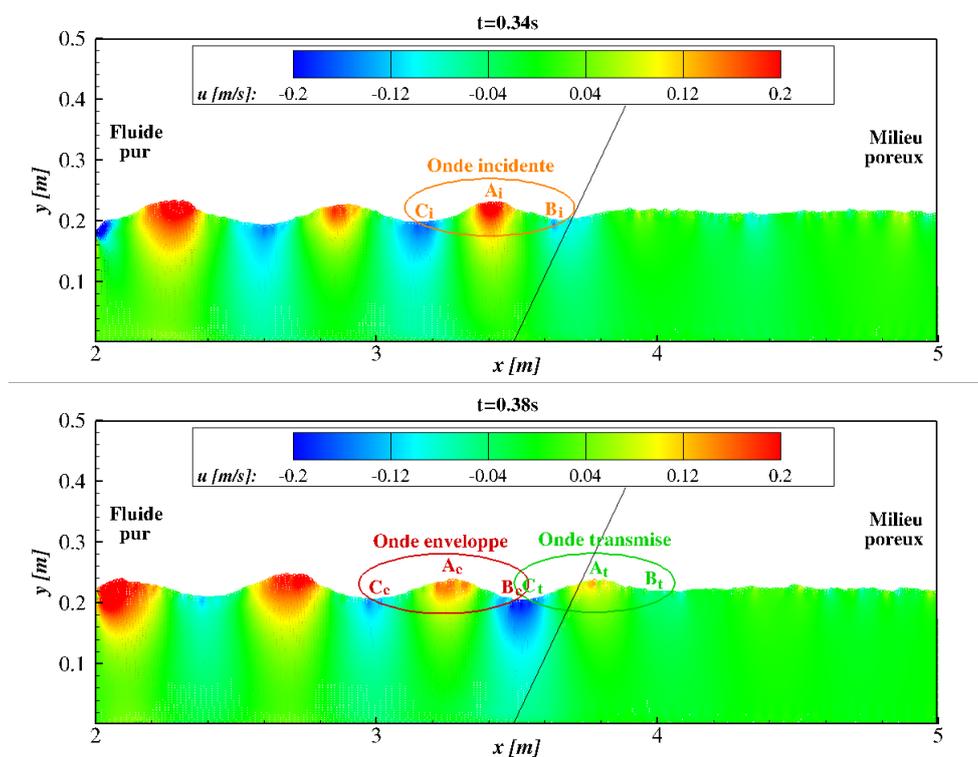


Figure 5. Champ de la composante horizontale de la vitesse  $u_x$  à  $t = 0,34 s$  (en haut) et  $t = 0,38 s$  (en bas) obtenu avec le développement de Taylor de 2ème ordre pour une interface fluide-milieu poreux ( $H_o = 0,04 m$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

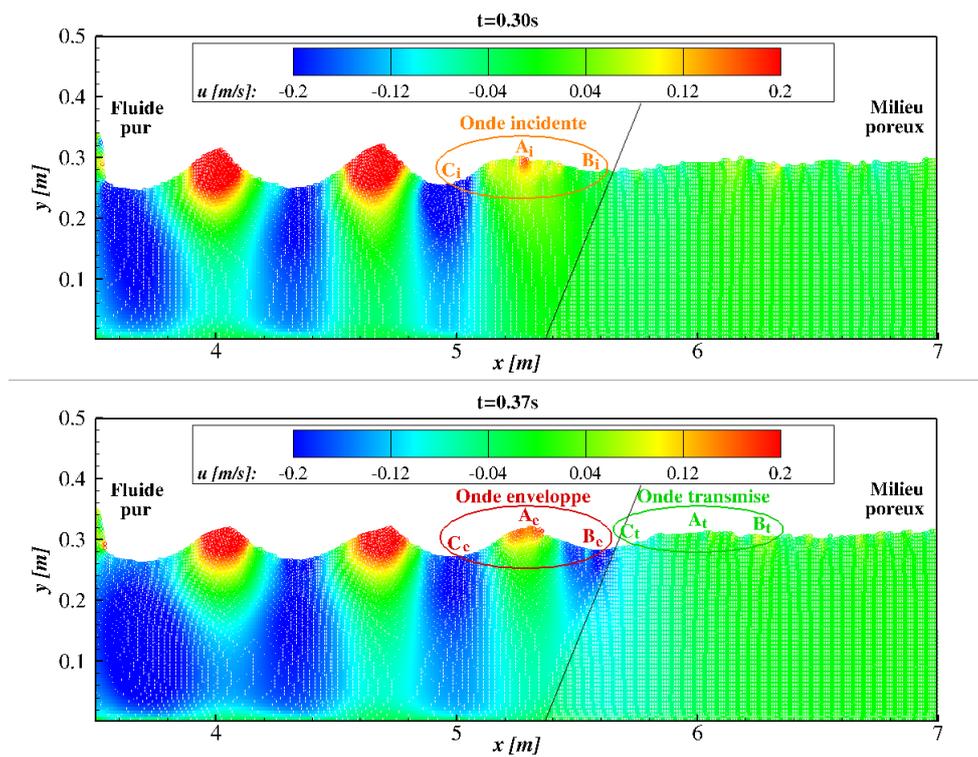


Figure 6. Champ de la composante horizontale de la vitesse  $u_x$  à  $t = 0,3 s$  (en haut) et  $t = 0,37 s$  (en bas) obtenu avec le développement de Taylor de 2ème ordre pour une interface fluide-milieu poreux ( $H_0 = 0,08 m$  et  $\theta = 90^\circ$ ).

Afin de vérifier l'impact de l'inclinaison de la structure poreuse, les coefficients de réflexion  $C_R$  ont été calculés pour les deux hauteurs d'onde  $H_0$ . Le Tableau 1 présente les valeurs de  $C_R$  obtenus. Pour une même inclinaison, la hauteur d'onde ne génère pas de variations considérables sur le coefficient de réflexion. Cependant, une réduction du coefficient se présente lorsque la pente est réduite. Pour la hauteur  $H_0 = 0,04 m$ , le coefficient est réduit de 0,138 à 0,102 soit 30%. Pour la hauteur  $H_0 = 0,08 m$ , le coefficient est réduit de 0,134 à 0,085 soit 37%.

Pente	$H_0 [m]$	$C_e [m]$	$A_e [m] = H_{\max} [m]$	$B_e [m] = H_{\min} [m]$	$H_R [m]$	$H_I [m]$	$C_R$
$90^\circ$	0,04	0,222	0,283	0,215	0,069	0,498	0,138
$90^\circ$	0,08	0,260	0,328	0,251	0,077	0,579	0,134
$45^\circ$	0,04	0,204	0,237	0,193	0,044	0,429	0,102
$45^\circ$	0,08	0,270	0,320	0,270	0,050	0,590	0,085

Tableau 1. Points de mesure A, B et C pour la détermination des hauteurs des ondes incidentes, réfléchies pour différents hauteurs d'onde (porosité de  $n_w = 0,85$ ).

## References

- [1] X. Liu, P. Lin, and S. Shao, "Isph wave simulation by using an internal wave maker," *Coastal Engineering*, vol. 95, pp. 160–170, 2015.
- [2] P. L.-F. Liu, P. Lin, K.-A. Chang, and T. Sakakiyama, "Numerical modeling of wave interaction with porous structures," *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, vol. 125, no. 6, pp. 322–330, 1999.
- [3] C. Peng, G. Xu, W. Wu, H.-s. Yu, and C. Wang, "Multiphase sph modeling of free surface flow in porous media with variable porosity," *Computers and Geotechnics*, vol. 81, pp. 239–248, 2017.

- [4] S. Shao, “Incompressible sph flow model for wave interactions with porous media,” *Coastal Engineering*, vol. 57, no. 3, pp. 304–316, 2010.
- [5] H. Akbari and M. M. Namin, “Moving particle method for modeling wave interaction with porous structures,” *Coastal engineering*, vol. 74, pp. 59–73, 2013.
- [6] J. J. Monaghan and A. Kos, “Solitary waves on a cretan beach,” *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, vol. 125, no. 3, pp. 145–155, 1999.
- [7] G. Pahar and A. Dhar, “Modeling free-surface flow in porous media with modified incompressible sph,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 68, pp. 75–85, 2016.
- [8] A. Beaudoin, S. Huberson, and E. Rivoalen, “Simulation of anisotropic diffusion by means of a diffusion velocity method,” *Journal of Computational Physics*, vol. 186, no. 1, pp. 122–135, 2003.
- [9] J. J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics,” *Annual review of astronomy and astrophysics*, vol. 30, no. 1, pp. 543–574, 1992.
- [10] H. Wen and B. Ren, “A non-reflective spectral wave maker for sph modeling of nonlinear wave motion,” *Wave Motion*, vol. 79, pp. 112–128, 2018.
- [11] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars,” *Monthly notices of the royal astronomical society*, vol. 181, no. 3, pp. 375–389, 1977.
- [12] A. J. Chorin, “A numerical method for solving incompressible viscous flow problems,” *Journal of computational physics*, vol. 135, no. 2, pp. 118–125, 1997.
- [13] S. J. Cummins and M. Rudman, “An sph projection method,” *Journal of computational physics*, vol. 152, no. 2, pp. 584–607, 1999.
- [14] I. Christiansen, “Numerical simulation of hydrodynamics by the method of point vortices,” *Journal of Computational Physics*, vol. 13, no. 3, pp. 363–379, 1973.
- [15] H. Machrouki, *Incompressibilité et conditions aux limites dans la méthode Smoothed particle hydrodynamics*. PhD thesis, Poitiers, 2012.
- [16] C.-J. Huang, H.-H. Chang, and H.-H. Hwung, “Structural permeability effects on the interaction of a solitary wave and a submerged breakwater,” *Coastal engineering*, vol. 49, no. 1-2, pp. 1–24, 2003.
- [17] H. Deresiewicz and R. Skalak, “On uniqueness in dynamic poroelasticity,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 53, no. 4, pp. 783–788, 1963.
- [18] X. Yu and A. T. Chwang, “Wave motion through porous structures,” *Journal of engineering mechanics*, vol. 120, no. 5, pp. 989–1008, 1994.
- [19] H. Brinkman, “A calculation of the viscosity and the sedimentation constant for solutions of large chain molecules taking into account the hampered flow of the solvent through these molecules,” *Phy*, vol. 13, no. 8, pp. 447–448, 1947.
- [20] B. Ren, H. Wen, P. Dong, and Y. Wang, “Improved sph simulation of wave motions and turbulent flows through porous media,” *Coastal Engineering*, vol. 107, pp. 14–27, 2016.
- [21] S. Nallayarasu, C. H. Fatt, and N. J. Shankar, “Estimation of incident and reflected waves in regular wave experiments,” *Ocean Engineering*, vol. 22, no. 1, pp. 77–86, 1995.
- [22] Y. Goda and Y. Suzuki, “Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments,” in *Coastal Engineering 1976*, pp. 828–845, 1977.