



Ifremer

## 15<sup>ÈMES</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22 - 24 novembre 2016 - Brest

### Simulations de l'interaction entre le catamaran Delft 372 et la houle à l'aide du couplage SWENSE-Level Set

### Simulations of the Delft 372 catamaran in waves using SWENSE-Level Set coupling

Gabriel RELIQUET<sup>1</sup>, Marie ROBERT<sup>1,2</sup>, Pierre-Emmanuel GUILLERM<sup>1,3</sup>, Lionel GENTAZ<sup>1</sup>, Pierre FERRANT<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique (LHEEA), UMR CNRS 6598, Ecole Centrale de Nantes, France  
contact: gabriel.reliquet@ec-nantes.fr

<sup>2</sup> HydrOcean, Nantes, France

<sup>3</sup> DCNS- DIN/MIT/PNA/HYD Avenue de Choizeul, 56100 Lorient, France

#### Résumé

Ce papier présente les derniers développements autour du couplage de la méthode SWENSE (Spectral Wave Explicit Navier-Stokes Equations) avec une méthode de capture d'interface de type Level Set dans un code RANSE (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations). L'objectif est de compléter les simulations réalisées dans le passé en utilisant un nouveau type de navire. Le catamaran Delft 372 est utilisé pour les validations avec des calculs sur mer calme, sur houle régulière à 2 vitesses différentes ainsi qu'un calcul démonstratif sur houle irrégulière.

#### Summary

This paper presents recent developments around the combination of the SWENSE (Spectral Wave Explicit Navier-Stokes Equations) method and a free surface capturing scheme in a RANSE (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations) solver. The goal is to complete previous simulations with a different hull type. The Delft 372 catamaran is used for all validations in calm water, in regular waves for 2 different speeds and in irregular waves for demonstration.

## 1. Introduction

Aujourd'hui, plus que jamais, l'objectif est de simuler numériquement les configurations les plus réalistes possibles. Toutefois la modélisation complète et réelle du navire reste difficile car prendre en compte à la fois un état de mer réel, les appendices, les efforts aérodynamiques, la structure du navire est beaucoup trop complexe et gourmand en temps de calcul. Bien souvent il est possible de résoudre un ou plusieurs de ces phénomènes tout en simplifiant les autres.

Au sein de l'équipe Hydrodynamique, Interfaces et interaction (H2I) du LHEEA différents codes sont développés afin de traiter de manière complémentaire les principaux problèmes rencontrés en hydrodynamique. Pour traiter les problèmes de tenue à la mer (interaction houle-carène) la méthode SWENSE, développée au sein du LHEEA, a montré son intérêt, permettant de réaliser des simulations de navire sur houles irrégulières complexes avec une faible augmentation du temps de calcul par rapport à un calcul sans houle. Toutefois l'utilisation de cette décomposition dans des codes de calcul où la surface libre est mise à jour via une méthode de capture d'interface n'est pas immédiate mais cela a été fait au sein du LHEEA dans le code ICARE [1] et dans Openfoam par l'université de Zagreb [2]. Avec une résolution diphasique eau-air, la question du champ incident imposé dans l'air se pose et c'est pourquoi des différences notables peuvent être observées quand on compare les différentes formulations de SWENSE existantes.

Le modèle utilisé dans le code ICARE a été validé avec succès pour le cas de la frégate militaire DTMB 5415 sur houles des régulières et irrégulières [3] et ce papier présente les dernières validations réalisées avec le catamaran Delft 372. Cette carène a été retenue car elle a fait l'objet de nombreux essais aussi bien sur mer calme que sur houles régulières ainsi que de simulations numériques par d'autres laboratoires ([4], [5], [6]).

## 2. Développements

Le code de calcul utilisé ([7], [1]) est basé sur le code ICARE développé au sein du LHEEA de l'Ecole Centrale de Nantes depuis une vingtaine d'année. Les équations RANS sont discrétisées à l'aide de schémas aux différences finies d'ordre 2 en espace et en temps après une transformation partielle des équations permettant de passer du repère cartésien à un repère curviligne épousant le corps, tout en exprimant les composantes des variables vectorielles dans le repère cartésien. Lorsque l'on utilise un schéma de capture d'interface les inconnues résolues sont donc les composantes de la vitesse ( $U_i$ ), la pression dynamique ( $P = p + \rho gz + \frac{2}{3}\rho k$ ), la fonction Level Set ( $\phi$ ), l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) et le taux de dissipation spécifique ( $\omega$ ). Un positionnement entrelacé partiel des inconnues est adopté, c'est-à-dire que les variables de pression et Level Set sont localisées aux centres des cellules tandis que les autres variables sont positionnées aux nœuds du maillage. Ce positionnement présente l'avantage de ne pas avoir à utiliser de conditions aux limites pour la pression sur le corps. La turbulence est modélisée par le modèle  $k-\omega$  de Wilcox [8].

Quant à la surface libre, elle est modélisée à l'aide d'une fonction Level Set définie comme la distance signée à l'interface. Cette approche a été préférée à la méthode VOF (Volume Of Fluid) car il s'agit d'une fonction continue qui ne nécessite donc pas l'utilisation de schémas spécifiques pour la convection.

$$\phi = \begin{cases} d & \text{dans l'air} \\ 0 & \text{à la surface libre} \\ -d & \text{dans l'eau} \end{cases} \quad (1)$$

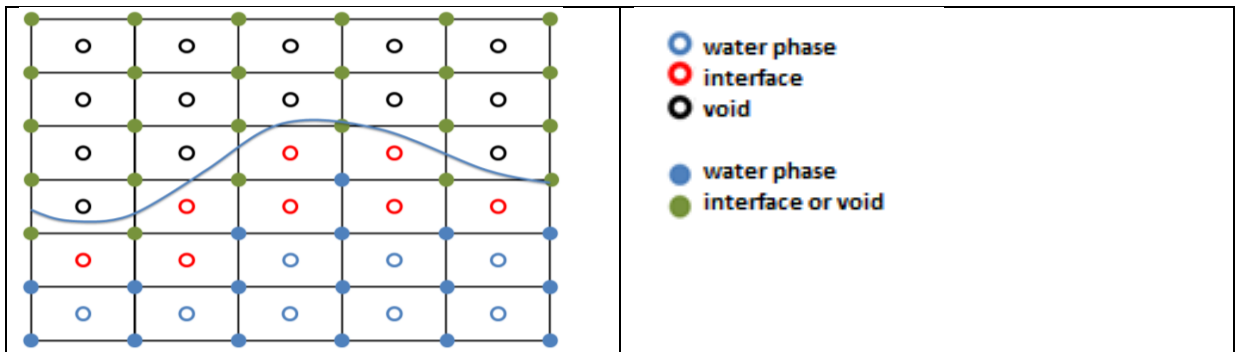
Afin de conserver une résolution proche de celle qui était utilisée en suivi d'interface dans ICARE, une approche monophasique a été retenue. Ainsi l'air est maillé mais non modélisé. Seules les vitesses seront calculées dans l'air par extrapolation afin de pouvoir mettre à jour la fonction Level Set dans le domaine. Afin de faciliter le traitement, la Level Set est décomposée en 3 champs : le champ initial correspondant à la Level Set à  $t=0$  sans corps (altitude  $z$ ), le champ incident correspondant à l'ajout de la houle  $h_{in}$ , et le champ diffracté ( $\phi'$ ) correspondant à la perturbation liée à la présence du corps et/ou de la houle.

$$\phi = \phi' + z - h_{in} \quad (2)$$

Cette décomposition permet d'initialiser simplement le champ diffracté Level Set à zéro quel que soit la simulation. L'équation de convection résolue sera alors modifiée pour prendre en compte cette décomposition.

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} + b_{jk}(U_j - V_g^j) \frac{\partial \phi'}{\partial \varepsilon_k} = -U_3 \quad (3)$$

Dès lors et comme cela a déjà été évoqué dans les papiers précédents (voir [3]), la difficulté pour la discrétisation du système pression-vitesses vient du positionnement entrelacé partiel que l'on a choisi de conserver. En effet, il est impossible de conserver un traitement physique à la fois de la pression et la vitesse au voisinage de l'interface. Le choix a été fait de conserver un traitement correct de la pression, en calculant la pression via une reconstruction de Rhie & Chow [9] sous la surface libre et en imposant la condition dynamique normale aux centres des cellules ayant un voisin au-dessus de la surface libre. Pour les autres inconnues de pression, celle-ci est imposée à zéro.



**Figure 1 : Description du traitement effectué en fonction de la position des nœuds et des centres des cellules par rapport à la surface libre**

Pour les vitesses, le traitement est plus simple. Si un nœud est sous la surface libre et si les huit centres des cellules entourant le nœud sont dans l'eau alors les équations de conservation de la quantité de mouvement sont résolues. Sinon la vitesse est propagée à l'aide de la normale obtenue à partir de la Level Set ( $\vec{n} = \frac{\vec{\nabla}(\phi)}{\|\vec{\nabla}(\phi)\|}$ ) comme suggéré par [10].

## Traitement de la condition dynamique normale

Par rapport aux développements présentés lors des dernières journées de l'hydrodynamique [3], le principal développement lié à la discrétisation du système vitesses-pression concerne le traitement de la condition dynamique normale. En effet précédemment on calculait la pression à partir des deux cellules qui étaient le plus alignées avec la normale à l'interface (Figure 2). Pour des raisons de stabilité, la pression au centre d'une cellule est maintenant calculée en prenant en compte l'ensemble des couples entre lesquels passe la surface libre en pondérant leur influence par la distance à l'interface (Figure 3).

Schéma IHR [11]

$$\vec{x}_{int} = \frac{|\phi_1|\vec{x}_0 + |\phi_0|\vec{x}_1}{|\phi_1| + |\phi_0|}$$

avec  $\vec{x}$  le vecteur des coordonnées

$$P_{int} = \rho g z_{int}$$

$$P_0 = \frac{d_1}{d_2} P_2 + P_{int} \left( -\frac{d_1}{d_2} \right)$$

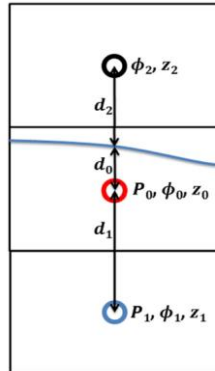


Figure 2 : Traitement de la pression au voisinage de l'interface

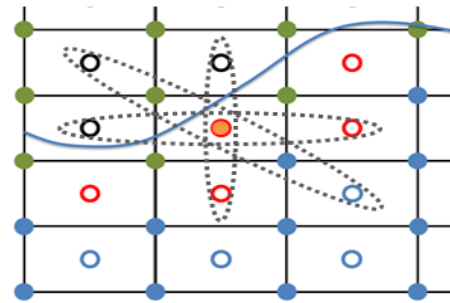


Figure 3 : Nouveau schéma de pression à l'interface : point d'intérêt en orange, couples utilisés en pointillés

## Gestion des topologies multi-blocs

Depuis la thèse d'A. Drouet [7], le code de calcul prend en charge les topologies multi-blocs. Le maillage n'est donc plus constitué d'un seul bloc que l'on déforme afin d'épouser la géométrie mais de plusieurs blocs dont certains seront toujours déformés pour épouser le corps mais avec une qualité supérieure, l'objectif étant que ceux éloignés des corps soient proches de maillages cartésiens non uniformes. Cette évolution permet à la fois de pouvoir modéliser des géométries plus complexes mais surtout d'améliorer la résolution. Pour ce faire, un traitement spécial est réalisé à l'interface entre les blocs.

Comme on travaille avec des blocs structurés, chaque face met en contact uniquement 2 blocs et il est possible d'adopter les discrétisations utilisées précédemment (un nœud à l'intérieur de la face appartient à 2 blocs il faut donc veiller à avoir la même discrétisation quel que soit le bloc). Par contre aux arêtes et aux nœuds des blocs, la difficulté vient à la fois du nombre de blocs voisins qui est inconnu du fait de la présence de O-grids (supérieur ou égal à 0 – voir Figure 5) et du type de discrétisation (conditions aux limites ? Equations de Navier Stokes ?). Afin de généraliser le traitement des arêtes et des nœuds une simple interpolation à partir des voisins directs est effectuée.

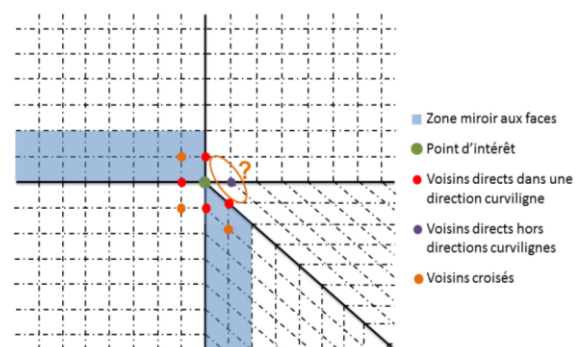
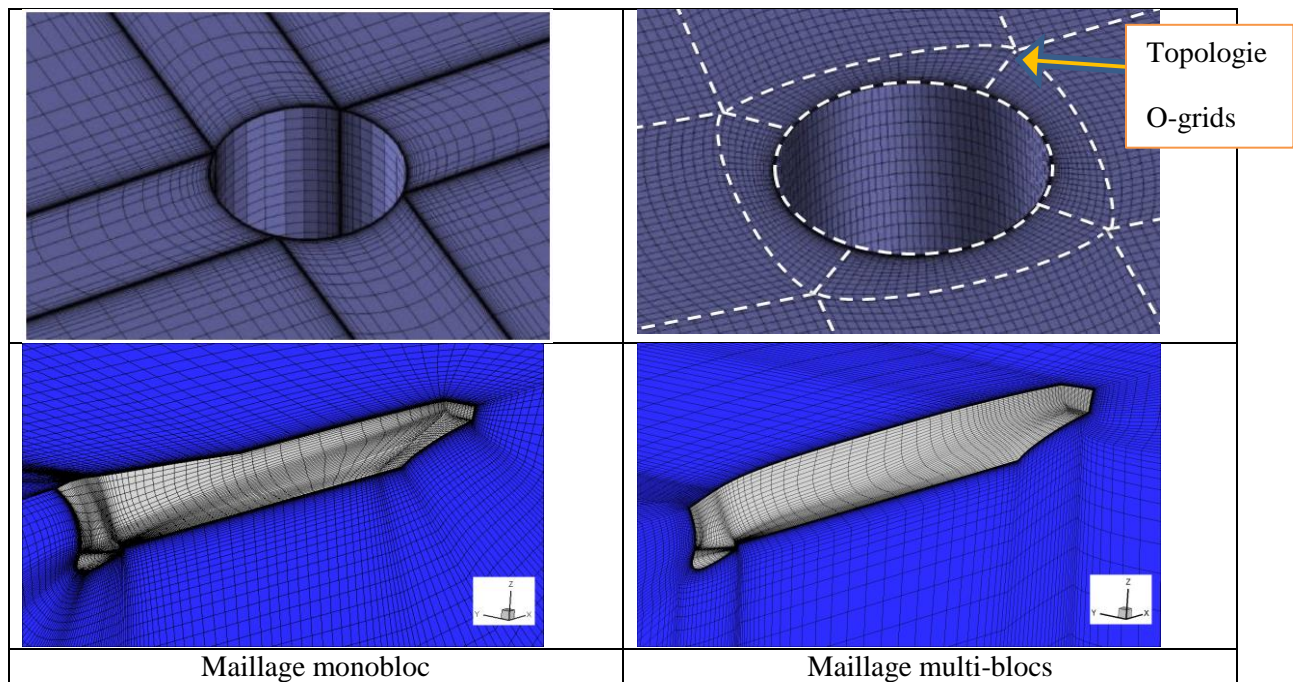


Figure 4 : Voisinage direct aux nœuds à un coin d'un bloc en présence d'une structure O-grids



**Figure 5 : Comparaison des maillages obtenus en monobloc et multi-blocs pour un cylindre (en haut) et un DTMB 5415 (en bas)**

### Parallélisation du code multi-blocs

Pour paralléliser le code de calcul nous avons choisi d'utiliser une bibliothèque existante (et si possible libre) comme PETSc ou libMesh qui permet de s'assurer d'une bonne scalabilité ainsi d'une certaine flexibilité. Compte tenu des spécificités du maillage (multi-blocs + particularité du traitement aux arêtes et aux faces), le choix a été fait de retenir la librairie PETSc ([12], [13]). Le maillage multi-blocs est vu par Petsc comme un maillage déstructuré et par conséquent chaque nœud (même si il est commun par plusieurs blocs) est maintenant résolu une seule fois.

Type de condition aux limites	Equation(s) résolue(s)
Nœud intérieur	Equations de conservation de la quantité de mouvement
Surface libre	Equations obtenues à partir des conditions de surface libre
Condition de Dirichlet	$U_i = V_{imposée}$
Condition de Neumann	$\vec{\nabla}(U_i) \cdot \vec{n} = 0$
Nœuds et arêtes	Interpolation avec les voisins directs

**Tableau 1 : Différents types d'équations pour les inconnues aux nœuds**

Aux nœuds, les différentes équations résolues peuvent être regroupées en 5 types comme indiqué dans le tableau ci-dessus. Ce travail de généralisation a permis de simplifier grandement le code puisque auparavant chaque condition était implémentée spécifiquement.

Aux centres des cellules, la seule difficulté vient du voisinage lors de la discrétisation de l'équation de pression à l'aide de la reconstruction de Rhie & Chow [9]. Il faut bien voir qu'avec le positionnement entrelacé partiel adopté, le nombre de coefficients non nuls sur une ligne de la matrice pour la pression est supérieur à 43 (le point d'intérêt, 18 voisins au moins pour la pression et 24 pour la discrétisation



de la divergence de la vitesse) contre au moins 10 pour une ligne pour les vitesses et 13 pour les pseudovitesse. Comme on résout un système couplé vitesses-pression, il faut bien voir que pour un maillage de 200 000 nœuds, la matrice comprend environ 1,4 million de lignes. Avec un tel nombre de coefficients non nuls par ligne, seul un préconditionnement de type ILU(0) est possible car sinon la mémoire nécessaire est trop importante. La seule solution serait alors de résoudre de manière découplée à l'aide d'une méthode de type PISO.

### 3. Résultats

Dans ce papier, des résultats de simulation avec le catamaran Delft 372 sont comparés aux données numériques et expérimentales disponibles dans la littérature. On traite dans un premier temps un cas sur mer calme puis un cas sur houle régulière pour deux nombre de Froude et enfin un cas sur houle irrégulière. Dans la littérature on trouve des essais pour différentes distances entre les flotteurs mais on s'intéresse ici uniquement à la configuration  $H/L_{pp} = 0.23$  car elle correspond à celle utilisée lors des essais sur houle.

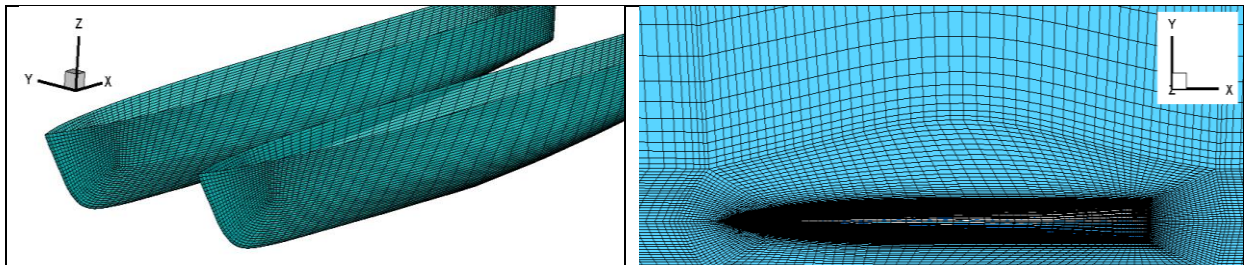


Figure 6 : Vue du maillage sur le corps et au niveau de la surface libre

Un maillage multi-blocs complet du catamaran a été réalisé avec le logiciel de maillage ICEM (800 000 cellules environ). Les calculs sont lancés sur 6 cœurs (pour un maillage multi-blocs constitués de 48 blocs structurés).

Propriétés	Symbole	Valeur
Longueur entre perpendiculaires	$L_{pp}$	3.0 m
Largeur	$B$	0.94 m
Largeur d'une demi-carène	$B$	0.24 m
Distance entre les centres des flotteurs	$H$	0.70 m
Tirant d'eau	$T$	0.15 m
Déplacement	$D$	87.07 kg
Position verticale du centre de gravité	$KG$	0.34 m
Position longitudinale du centre de gravité	$LCG$	1.41 m
Rayon de giration en tangage	$K_{yy}/L_{pp}$	0.26
Profondeur du bassin	$h$	6.50 m

Tableau 2 : Propriétés du catamaran Delft 372

#### 3.1 Catamaran Delft 372 sur mer calme

Pour les cas sur mer calme, on prendra donc 8 vitesses entre  $Fn=0.15$  et  $Fn=0.7$  en s'intéressant particulièrement à la zone  $Fn=0.30$  à  $Fn=0.5$ . On se compare aux résultats fournis dans les articles [4] et [6].

bassin	BSHC	TU Delft	INSEAN
$L_{pp}$	8.2	17.3	43.3
$Re (x10^6)$	8.34	5.36	7.72
$V_{CG}/L_{pp}$	0.05	0.063	0.063

Tableau 3 : Différences entre les bassins

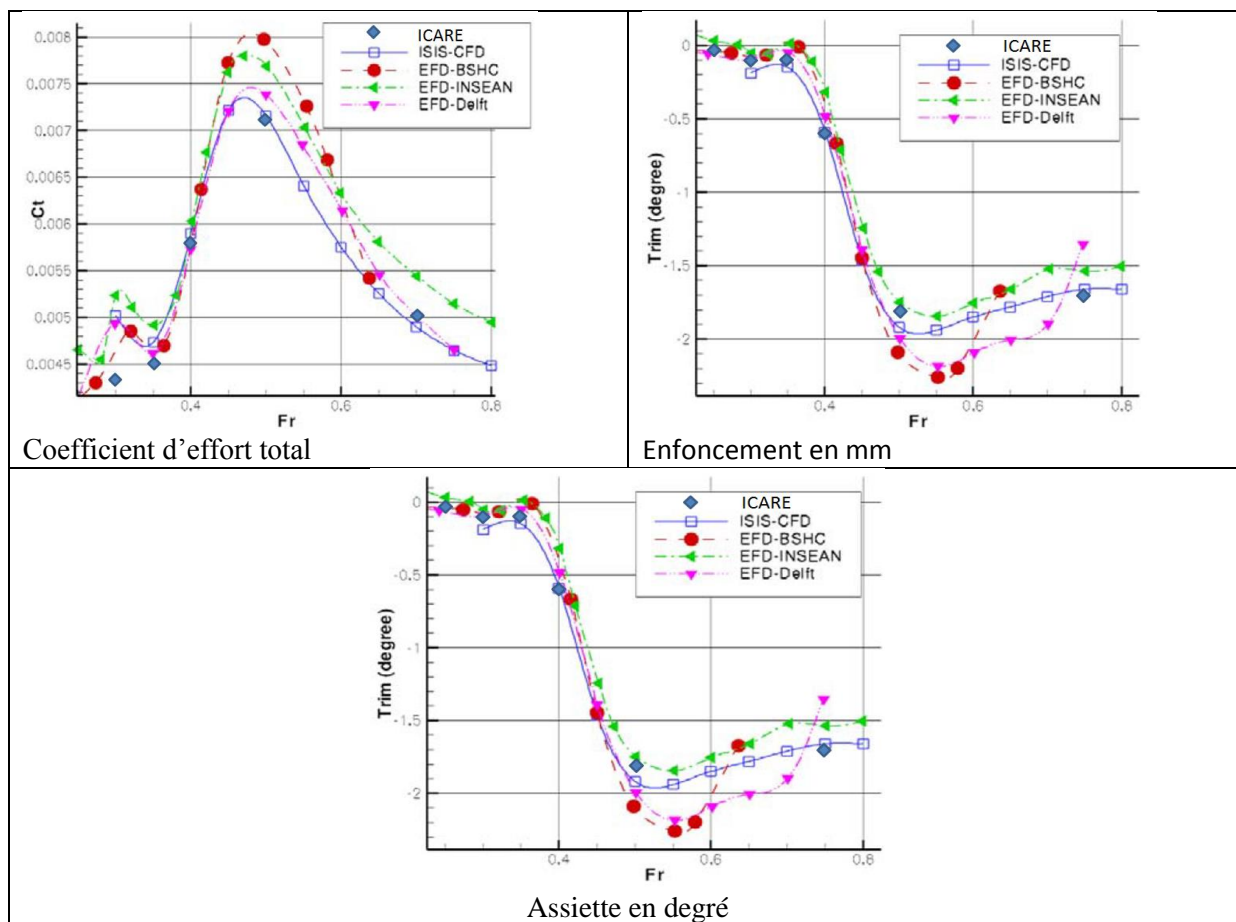


Figure 7 : Comparaison de l'évolution du coefficient d'effort total et de la position dynamique de la carène avec les expériences et des calculs en fonction du nombre de Froude

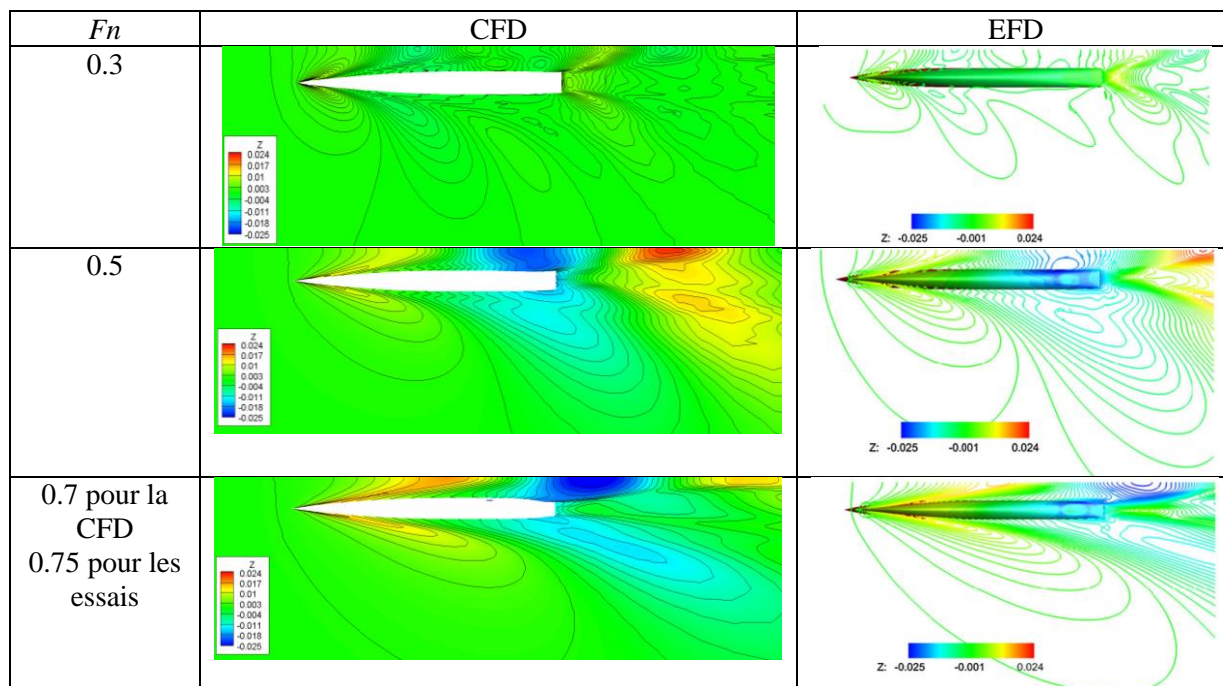
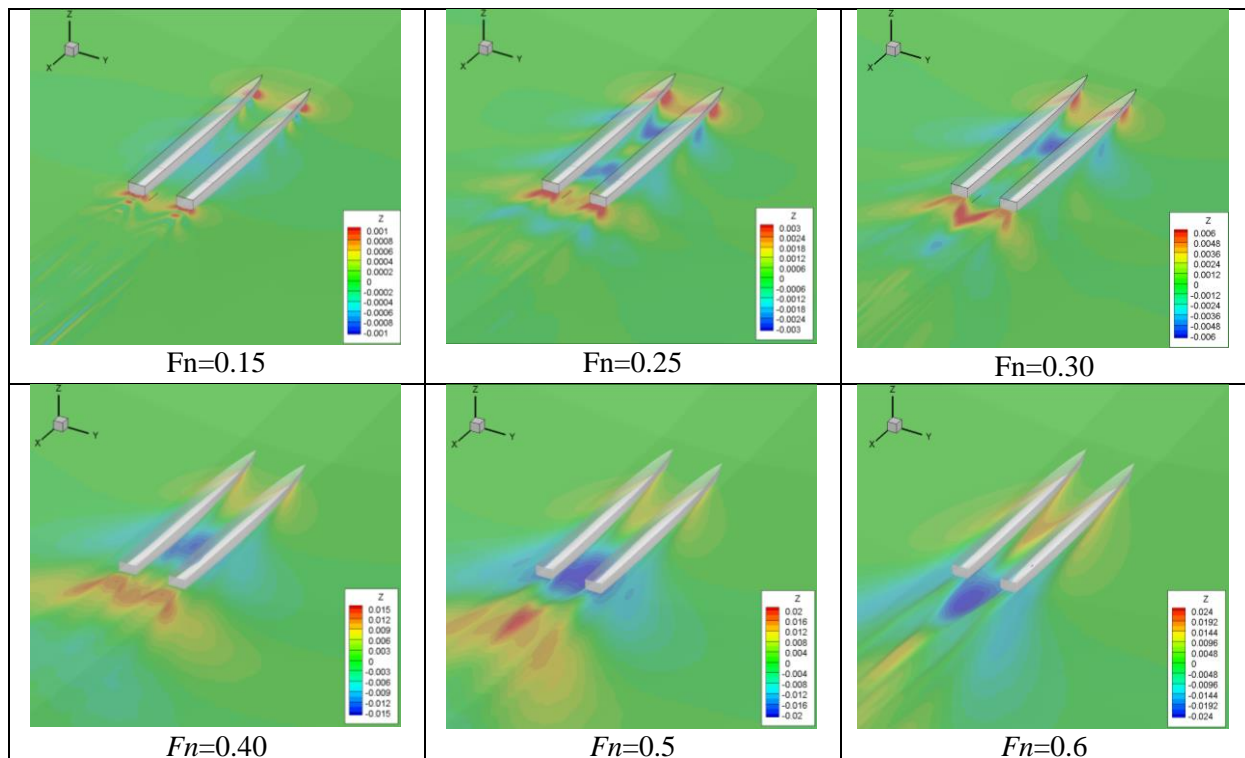


Figure 8 : Comparaison des surfaces libres proche du corps pour une demi-carène pour  $Fn=0.3$ ,  $Fn=0.5$  et  $Fn=0.70$  ou  $0.75$



**Figure 9 : Evolution de la surface libre proche du corps en fonction du nombre de Froude**

De même si on s'intéresse à la Figure 9 et à la Figure 8, on voit un comportement correct de l'évolution de la surface libre proche du flotteur et en particulier on voit clairement que le champ de vagues reste symétrique quel que soit le nombre de Froude.

Sur la Figure 8, on compare les cartes de niveaux de l'élévation de surface libre obtenues avec les essais à l'INSEAN [5]. Les résultats sont très proches en particulier à  $F_n=0.5$  et  $F_n=0.7$  ou  $0.75$ . Pour le plus petit nombre de Froude ( $F_n=0.3$ ), il semble que la simulation sous-estime un peu l'élévation de surface libre. Une des raisons possibles est la densité du maillage dans la direction  $z$  qui n'est pas suffisante pour les plus petites vitesses.

### 3.2 Catamaran Delft 372 à $F_n=0.3$ sur houle régulière

Pour obtenir la RAO du catamaran Delft 372 aux 2 nombres de Froude étudiés, on se limitera aux 5 houles régulières dont les caractéristiques sont données ci-dessous (Tableau 4).

$Ak$	$\lambda/L_{pp}$	$\lambda$ (m)	$k$ ( $s^{-1}$ )	$h$ (m)
0,0427	0,899	2,697	2,3296	0,0366
0,0447	0,965	2,895	2,1703	0,0411
0,0323	1,204	3,612	1,7395	0,0371
0,0288	1,301	3,903	1,6098	0,0357
0,0219	1,803	5,409	1,1616	0,0377

**Tableau 4 : Paramètres des 5 houles réalisées à  $F_n=0.3$**



Si on s'intéresse maintenant aux RAOs en pilonnement et tangage données sur la Figure 10, on voit un bon accord entre nos simulations et CFD Ship-Iowa [4] pour le tangage, les résultats étant quasi-confondus après  $\lambda/L_{pp}=1$ . Pour le pilonnement on observe la même tendance avec une sous-estimation du pic observé autour de  $\lambda/L_{pp}=1$  et un comportement correct aux grandes longueurs d'onde. Le code VERES est un code potentiel linéaire basé sur la théorie des tranches.

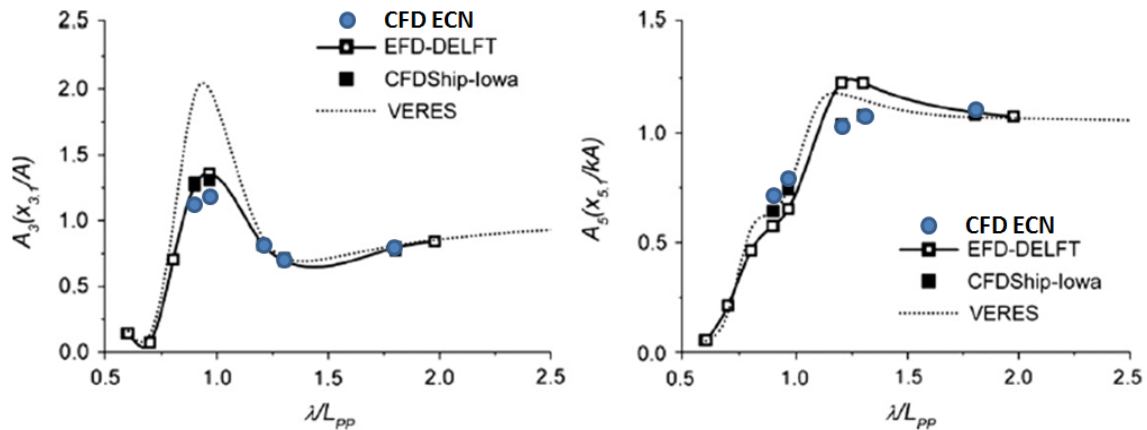


Figure 10 : RAO en pilonnement et tangage pour le catamaran Delft 372 à  $Fn=0.3$

### 3.3 Catamaran Delft 372 à $Fn=0.45$ sur houle régulière

Là encore 5 configurations sont testées afin de se comparer aux résultats obtenus par l'IIHR avec le code CFDSHIP IOWA et aux expériences de Delft [4].

$Ak$	$\lambda/L_{pp}$	$\lambda$ (m)	$k$ ( $s^{-1}$ )	$h$ (m)
0,038	1,001	3,003	2,0923	0,0363
0,031	1,201	3,603	1,7438	0,0355
0,027	1,396	4,188	1,5002	0,0359
0,022	1,595	4,785	1,3131	0,0335
0,019	1,991	5,973	1,0519	0,0361

Tableau 5 : Paramètres des 5 houles réalisées à  $Fn=0.45$

Pour ce second cas on obtient un très bon accord entre nos simulations et les résultats expérimentaux pour la RAO en pilonnement présentée Figure 11. En particulier on arrive à capter très bien le pic en pilonnement qui est observé autour de  $\lambda/L_{pp}=1.2$ . Pour la RAO en tangage les différences avec le code de calcul de l'IIHR observées sont un peu plus importantes qu'à  $Fn=0.3$  mais la tendance globale est bonne.

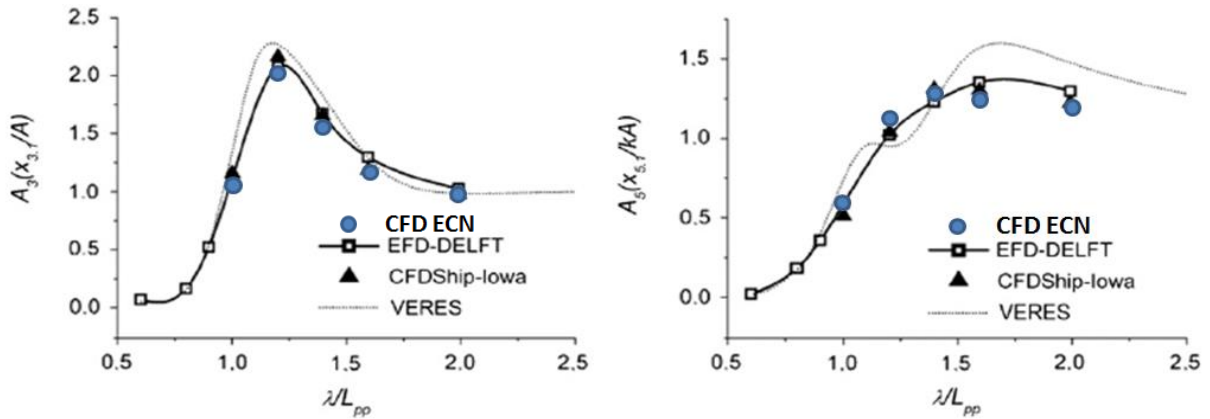


Figure 11 : RAO en pilonnement et tangage pour le catamaran Delft 372 à  $Fn=0.45$

### 3.4 Catamaran Delft 372 sur houle irrégulière à $Fn=0.3$

Un calcul sur houle irrégulière a été réalisé à but démonstratif avec un spectre de Jonswap ( $\gamma=3.3$ ) de hauteur significative  $H_s=36\text{cm}$  et de période de pic  $T_p = 1.52\text{s}$  à l'échelle maquette. La houle est obtenue à l'aide de l'outil HOS-NWT [14], outil libre développé au sein du LHEEA, qui permet de reproduire la houle générée en bassin à partir d'un batteur. Nous avons choisi un bassin de longueur 800m, de largeur 30m et de profondeur 5m, cette taille importante permettant de réaliser des simulations longues. Comme la houle générée met du temps à se propager jusqu'à l'autre extrémité du bassin, nous avons choisi de décaler le démarrage du calcul CFD de manière à ce que la houle soit présente dès le début du calcul CFD. Malheureusement, malgré la parallélisation du code, le temps de calcul reste important avec 200h sur 6 cœurs pour simuler 12s à l'échelle maquette.

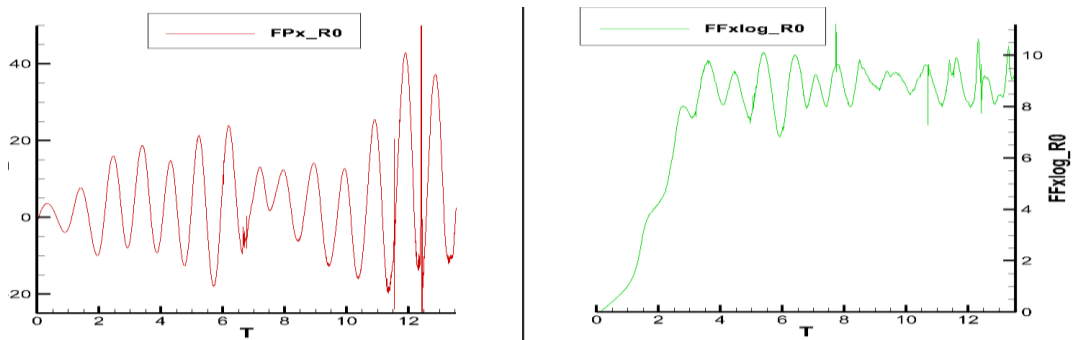


Figure 12 : Evolution temporelle de l'effort de pression  $F_{px}$  (en N) et de frottement  $FF_{xlog}$  (en N)

Même si la simulation numérique n'est pas encore terminée, on peut voir le comportement du navire sur houle irrégulière. En fait il s'agit d'un cas très sévère car lors des calculs sur mer calme on observait une variation maximale de l'assiette de plus ou moins 2 degrés alors qu'ici on observe sur la Figure 13 un maximum à 4 degrés. Malheureusement, compte tenu du peu de temps de simulation il n'est pas possible de faire une analyse plus poussée des résultats.

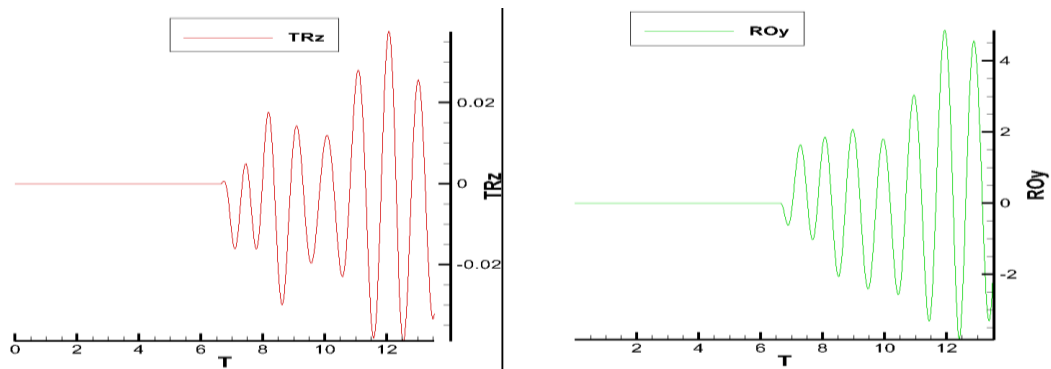


Figure 13 : Evolution temporelle du pilonnement  $Trz$  (en m) et de l'assiette  $Roy$  (en °)

## 4. Conclusion

Ce papier présente les derniers développements du code multi-blocs basé sur ICARE, l'utilisation des topologies multi-blocs permettant d'améliorer la résolution par une amélioration de la qualité des maillages. Le travail a porté principalement sur la stabilité du code ainsi que sa parallélisation. Il a permis une amélioration du temps de restitution grâce à l'utilisation de la librairie Petsc qui a été retenue pour sa flexibilité.

Des cas de validations ont été réalisés sur le catamaran Delft 372. Ce modèle a été retenu car de nombreuses expériences et simulations sont disponibles aussi bien sur mer calme que sur houle régulière. Les résultats montrent à la fois un bon accord avec les expériences mais aussi avec d'autres codes académiques. Un calcul démonstratif est proposé en houle irrégulière avec le début du comportement du catamaran sur houle.

La prochaine étape consiste à modéliser les deux carènes de navire indépendantes et de réaliser des simulations où une carène double l'autre, l'objectif étant de pouvoir simuler des opérations de type ravitaillement. Pour ce faire, une modification du code est nécessaire afin de résoudre les équations dans un domaine fixe et non dans un référentiel inertiel suivant le corps et aussi de déplacer les différentes parties du maillage avec des vitesses différentes.

## 5. Référence

- [1] G. Reliquet, «Simulation numérique de l'interaction houle/carène par couplage d'une méthode spectrale HOS avec un algorithme de capture d'interface», *thèse de Doctorat*, Ecole Centrale de Nantes, 2013.
- [2] V. Vukčevića, H. Jasaka et Š. Malenica, «Decomposition model for naval hydrodynamic applications, Part I: Computational method», *Ocean Engineering*, vol. 121, pp. 37-46, 2016.
- [3] G. Reliquet, M. Robert, A. Drouet, P. Guillermin, L. Gentaz et P. Ferrant, «Application du couplage SWENSE-Level Set aux simulations de navires sur houles complexes», *14èmes Journées de l'Hydrodynamique*, Val de Reuil, 2014.
- [4] T. Castiglione, F. Stern, S. Bova et M. Kandasamy, «Numerical investigation of the seakeeping behavior of a catamaran advancing in regular head waves», *Ocean Engineering*, vol. 38, pp. 1806-1822, 2011.

- [5] W. He, T. Castiglione, M. Kandasamy et F. Stern, «Numerical analysis of the interference effects on resistance, sinkage and trim of a fast catamaran», *Journal of Marine Science and Technology*, vol. 20, n° 12, pp. 292-308, June 2015.
- [6] M. Visonneau, G. Deng, P. Queutey, J. Wackers et B. Mallol, «Anisotropic grid adaptation for RANS Simulation of a fast manoeuvring», *4th High Performance Yacht Design Conference*, Auckland, 12-14 mars 2012.
- [7] A. Drouet, «Apports de la résolution mutli-blocs pour la simulation de la manoeuvrabilité des sous-marins et des bâtiments de surface», *thèse de Doctorat*, Ecole Centrale de Nantes, 2011.
- [8] D. WILCOX, «Reassessment of the scale determining equation for advance turbulence models», *AIAA Journal*, vol. 26, pp. 1299-1310, 1988.
- [9] C. Rhie et W. Chow, «A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation», *AIAA Journal*, n° 121, pp. 179-195, 1983.
- [10] D. Adalsteinsson et J. Sethian, «The Fast Construction of extension velocities in Level Set methods», *Journal of Computational Physics*, vol. 148, pp. 2-22, 1999.
- [11] P. Carrica, R. Wilson et F. Stern, «An unsteady single-phase Level Set method for viscous free surface flows», *International Journal for Numerical Methods in Fluid*, vol. 53, pp. 229-256, 2007 .
- [12] S. Balay, S. Abhyankar, M. F. Adams, J. Brown, P. Brune, K. Buschelman, L. Dalcin, V. Eijkhout, W. D. Gropp, D. Kaushik, M. G. Knepley *et al.*, «PETSc Users Manual», Argonne National Laboratory, 2016.
- [13] S. Balay, W. D. Gropp, L. C. McInnes et B. F. Smith, «Efficient Management of Parallelism in Object Oriented Numerical Software Libraries», *Modern Software Tools in Scientific Computing*, Birkhäuser Press , 1997, pp. 163-202.
- [14] G. Ducrozet, F. Bonnefoy, D. Le Touzé et P. Ferrant, «A modified High-Order Spectral method for wavemaker modeling in a numerical wave tank», *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol. 34, pp. 19-34, 2012.