



Comportement Dynamique d'un Cylindre partiellement rempli en oscillation pendulaire dans un écoulement confiné en dessous d'une Surface Libre

Dynamical behaviour of a partially filled cylinder oscillating in pendular motion in a confined flow beneath a free surface

D.R. Rajaona, C.D. Randrianantenaina⁽¹⁾

T. Ramanakoto, L. Rakotondrajaona, E. Rasolomanana⁽²⁾

⁽¹⁾ Université de Normandie, Le Havre Université, LOMC, UMR CNRS 6492,

⁽²⁾ Université d'Antananarivo, ESPA, Laboratoire de Géosciences.

Résumé

Le comportement dynamique d'un cylindre creux monté sur appuis souples est présenté. Le cylindre ($m=50\text{g}$, $D=4\text{ cm}$, $L=25\text{ cm}$) oscille en mode pendulaire dans un domaine fluide limité par la surface libre (SL), le fond du canal rempli d'eau ($l=2\text{m}$, $b=0.30\text{ m}$, $H=0.15\text{ m}$) et deux parois verticales entièrement immergées appelées riffles ($h=0,10\text{ m}$, $e=0.01\text{ m}$) distantes de $d=0.25\text{m}$. Le système oscille de façon chaotique ou presque périodique selon la vitesse du courant U , l'orientation du support des ressorts α , la distance cylindre-riffle $D1$, la masse réduite m^* . De plus le champ de vitesses dans le sillage proche est mesuré en utilisant une technique PIV et permet de quantifier le profil de vitesse au droit du cylindre dont la flottabilité est ajustée en y injectant de l'eau. Une balance hydrodynamique permet en outre de mesurer les efforts appliqués sur les ressorts et par suite le déplacement du cylindre. Enfin une méthode numérique fondée sur le modèle d'un oscillateur de sillage est généralisé pour permettre de prendre en compte les effets de confinement subis par cylindre, notamment les interactions entre le système et le fluide et la proximité du fond décrit dans Yiming (2016), le rapport $D1/d$ et la quantité d'eau embarquée.

Summary

The dynamical behaviour of an elastically mounted hollow cylinder is studied. The cylinder ($m=50\text{g}$, $D=4\text{ cm}$, $L=25\text{ cm}$) oscillates as a pendulum in a fluid domain limited by the Free Surface (SL), the bottom of a water channel ($l=2\text{m}$, $b=0.30\text{ m}$, $H=0.15\text{ m}$) and two immersed vertical walls the so called riffles ($h=0,10\text{ m}$, $e=0.01\text{ m}$) distant each other from $d=25\text{ cm}$. The system shows oscillating or pseudo periodic motions depending upon the flow velocity U , the spring support orientation α , the cylinder-riffle distance $D1$, the reduced mass m^* . Indeed, the velocity field in the near wake is measured by using a Particle Image Velocimetry technique and allow the quantification of the velocity profile above the cylinder for which the flottability value is adjusted by injection of water. A 3D force transducer is used to measure the forces acting onto the spring support and as a consequence the cylinder displacement. At last a numerical method inspired by the wake oscillator model as described in Yiming (2016) is used accounting for the cylinder confinement due to the bottom proximity, the mass of additional water, the ratio $D1/d$ and the fluid cylinder interaction.

1- Introduction

Les écoulements autour du cylindre circulaire ont été longuement étudiés dans la littérature. Le paradoxe entre la simplicité de la géométrie du cylindre et la complexité des phénomènes générés a été une des raisons de cet engouement. D'un point de vue plus pragmatique, le cylindre est un élément de structure que l'on rencontre très fréquemment dans l'ingénierie océanique, Bearman (1978), Fredsoe (1987).

La complexité de l'écoulement s'illustre d'abord par la nature du champ de pression et de vitesse autour de l'objet. Le champ de vitesse change de nature selon la vitesse de l'écoulement. Les configurations de l'écoulement dépendent du nombre de Reynolds, $R_e = VD/\nu$ où V est la vitesse de l'écoulement externe en m/s, D le diamètre du cylindre en m, ν la viscosité cinématique qui est le rapport entre la viscosité dynamique μ et la masse volumique ρ du fluide. Le nombre de Reynolds R_e définit le rapport entre les efforts d'inertie et de viscosité. Au fur et à mesure que l'on augmente la vitesse de l'écoulement, ce rapport grandit et la configuration du sillage proche évolue jusqu'à l'apparition de deux zones de recirculation, conséquence du décollement de la couche limite. Pour un nombre de R_e supérieur à 40 on observe un détachement alternatif sur un côté puis sur l'autre. La fréquence f_0 en Hz du lâcher tourbillonnaire est gérée par le second paramètre qui est le nombre de Strouhal $S_t = f_0 D / V$. Le développement de ces tourbillons lâchés dans le sillage du cylindre constitue l'allée de Von Karman.

Les deux paramètres R_e et S_t permettent de classer les configurations autour du cylindre. On distingue les régimes laminaire, subcritique, critique et supercritique. Le régime subcritique est caractérisé par un nombre de Strouhal qui évolue au voisinage de 0.2 pour une plage de R_e compris entre 40 et 300000. Dans le cas bidimensionnel une couche de cisaillement libre sépare l'écoulement en deux zones: l'une qui se rapproche de l'écoulement d'un fluide à très faible viscosité donc à potentiel de vitesse et l'autre caractérisée par la longueur L qui sépare la base du cylindre d'un point d'instabilité où se croisent les couches de cisaillement issues de chaque côté du cylindre. On montre que ce point est un point selle, il appartient à 3 zones, celles de la recirculation issues des deux côtés et celle de l'écoulement libre. La longueur L de circulation croît avec le nombre de Reynolds et sa limite supérieure indique l'instant du lâcher instationnaire décrit plus haut. Son évolution est souvent utilisée pour caractériser le taux d'instationnarité du lâcher alterné, comme dans le cas d'un écoulement stationnaire, uniformément accéléré ou impulsif. La présence d'une surface libre modifie aussi sensiblement le sillage et le caractère instationnaire. Citons l'apparition d'une anticipation du lâcher de tourbillons en présence d'une surface libre pour un cylindre en translation, anticipation attribuée à un écoulement de type jet, fortement cisailé entre SL et le côté de l'objet.

Il convient enfin de rappeler que les lâchers de tourbillons engendrent une fluctuation du champ de pression autour du cylindre et peut provoquer les vibrations de l'obstacle en particulier si celui-ci est monté sur appuis souples, Blevins (1990). De nombreuses études ont aussi été menées pour l'étude de l'interaction d'un cylindre vibrant avec l'écoulement externe, Williamson (1996) (2000), Newman (1997), Pantazopoulos (1994), Fachinetti (2004), Ogink (2010). Le phénomène appelé VIV (Vortex Induced Vibrations) est exploité dans quelques techniques de récupération de l'énergie injectée par l'écoulement sur le cylindre ou d'autres permettant d'éviter la rupture de la structure si les vibrations sont proches de la fréquence de résonance.

L'objet de l'étude présenté consiste en un cylindre monté sur appuis souples placé dans un compartiment séparé par deux obstacles fixes verticaux appelés "riffles" au milieu d'un canal à surface libre. Ce canal à surface libre compartimenté est habituellement utilisé par les orpailleurs pour augmenter le rendement de l'exploitation. Notre étude est menée en collaboration avec une équipe du laboratoire de l'Université d'Antananarivo travaillant sur le transport de particules dans ce dispositif. C'est pourquoi ce papier est structuré de la façon suivante: dans la section 2, on pose le problème puis on décrit la technique expérimentale en section 3 et quelques résultats en section 4, une méthode numérique fondée sur le modèle de l'oscillateur de sillage est présentée en section 5, le modèle présenté prend en compte les effets du compartimentage qui génère un profil de vitesse non uniforme et la présence d'un liquide injecté dans le cylindre qui règle sa flottabilité mais qui

engendre un effet de carène liquide. Enfin le gap entre le cylindre et le fond est pris en compte comme l'ont fait plusieurs auteurs, Yang (2009), Wang (2013). La présence du fond modifie le mode de lâcher et de nouveaux modèles sont proposés dans le modèle de l'oscillateur de sillage, Yiming (2016).

2- Position du problème

Un canal hydrodynamique de longueur 2m, de largeur 20 cm et de profondeur 15 cm est le siège d'un écoulement à surface libre généré par une alimentation à débit réglable. Le canal est compartimenté par des cloisons verticales d'une épaisseur de 10 mm et d'une hauteur de 7 cm séparées les unes des autres de 25 cm. Un tranquilliseur de type nid d'abeilles est placé en entrée du canal pour obtenir un écoulement faiblement turbulent. Un cylindre d'une masse de 50 grammes, d'une longueur de 15 cm, d'un diamètre de 4 cm est placé entre deux compartiments et est susceptible d'osciller suivant un mouvement pendulaire. Le cylindre creux horizontal en polystyrène est relié à ses deux extrémités à un axe de rotation par deux tiges de 30 cm de long. L'axe est lui-même relié rigidement aux parois latérales du canal par une liaison réglable en translation verticale et horizontale. Cet ensemble est placé dans une cuve de visualisation qui permet d'alimenter en continu le canal hydrodynamique.

L'objectif du travail est, dans un premier temps, de caractériser expérimentalement le champ de vitesse autour du cylindre et sa dynamique en mesurant son déplacement ainsi que les efforts appliqués. Dans un second temps, on propose un modèle numérique simulant l'interaction fluide-structure issu du modèle wake oscillator. Les originalités du travail résident dans le fait que le cylindre est placé dans un écoulement confiné limité par le fond, les deux parois verticales et la surface libre et que sa position initiale est réglée par une quantité d'eau à l'intérieur.

Le schéma de principe de l'ensemble du dispositif est représenté sur la Fig. 1

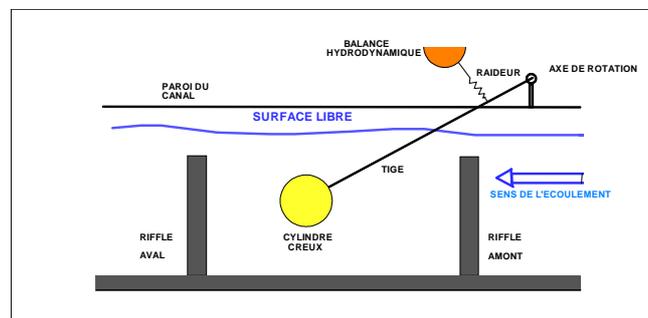


Figure 1: Schéma de principe de l'ensemble du dispositif en mode dit "normal" (axe de rotation en amont du cylindre). Le cylindre "monté sur appuis souples" est en mouvement pendulaire autour de l'axe de rotation et placé dans l'écoulement de vitesse moyenne V_0 . Les deux riffles amont et aval perpendiculaires au fond délimitent le compartiment étudié dans le dispositif PIV

3 - Méthode expérimentale

La méthode expérimentale permet de mesurer le mouvement du cylindre de deux façons. D'une part le support du cylindre est relié à une balance hydrodynamique que l'on positionne au moyen d'un robot trois axes. L'allongement du ressort est proportionnel au déplacement. Les efforts sont transmis par le ressort à la balance, elle-même constituée par un barreau équipé d'un capteur de force trois composantes de marque KISTLER positionné par un robot 3 axes. D'autre part un système de visualisation permet de reconstituer le déplacement du cylindre.

La caméra est intégrée dans un dispositif qui permet la mise en œuvre une technique PIV en vue de mesurer le champ vitesse autour du cylindre. Le traitement des paires d'images est réalisé en utilisant DIRECTPIV. La réduction des données est faite en utilisant la méthode POD. Pour régler les conditions initiales, en particulier la flottabilité du cylindre, on injecte une quantité connue d'eau via

une seringue. Au cours du mouvement le liquide interne oscille (carène liquide) et génère des forces internes qui interagissent avec le mouvement propre du cylindre.

3.1 Dispositif expérimental

Une pompe immergée aspire l'eau de la cuve de visualisation. Cette cuve de 2m de longueur, 1m de largeur et 1m de hauteur est fabriquée en verre. La pompe possède un diamètre 0.019m et une puissance 0.3KW. La capacité d'aspiration est de 3m. Un flotteur permet de régler la hauteur d'eau. La pompe injecte l'eau aspirée dans un petit canal compartimenté de longueur 2m, largeur 0.20m et de profondeur 0.15m construit en plexiglas et placé dans la cuve. Le réglage du débit se fait par un robinet à vanne réglable. Le petit canal, placé dans la cuve de visualisation, est compartimenté par trois parois verticales d'une hauteur de 7 cm distantes de 0.25m. Des pailles circulaires de 18 cm de long sont empilées dans le sens de l'écoulement à l'entrée du canal afin de réduire l'intensité de la turbulence de l'écoulement amont. Le cylindre creux de longueur 0.15m et de diamètre 4cm en Polyvinyl chloride est placé horizontalement dans un compartiment. Les deux extrémités du cylindre sont reliés respectivement par deux tiges en acier de longueur 0.21m qui pivotent autour d'un axe horizontal. La position de l'axe de pivotement sur les bords supérieurs de la paroi du canal peut varier à l'aide d'un système coulissant. Ce système permet, de plus, de modifier la pente des deux tiges précédentes pour le positionnement du cylindre par rapport à la profondeur du compartiment au départ d'une expérience.

Le dispositif PIV consiste en une caméra CCD PULNIX DualTap AccuPIXEL, RM-6740, avec un objectif muni d'une lentille d'une focale de 25 cm; la résolution de l'image est de 640(H) x 480(V) pixels, et la fréquence de capture est de 30Hz. Un boîtier synchronise la fréquence d'émission du faisceau laser et permet la capture des successions d'images par la caméra placée perpendiculairement au plan laser. Le pas de temps d'acquisition d'une paire d'images est de 0.033s.

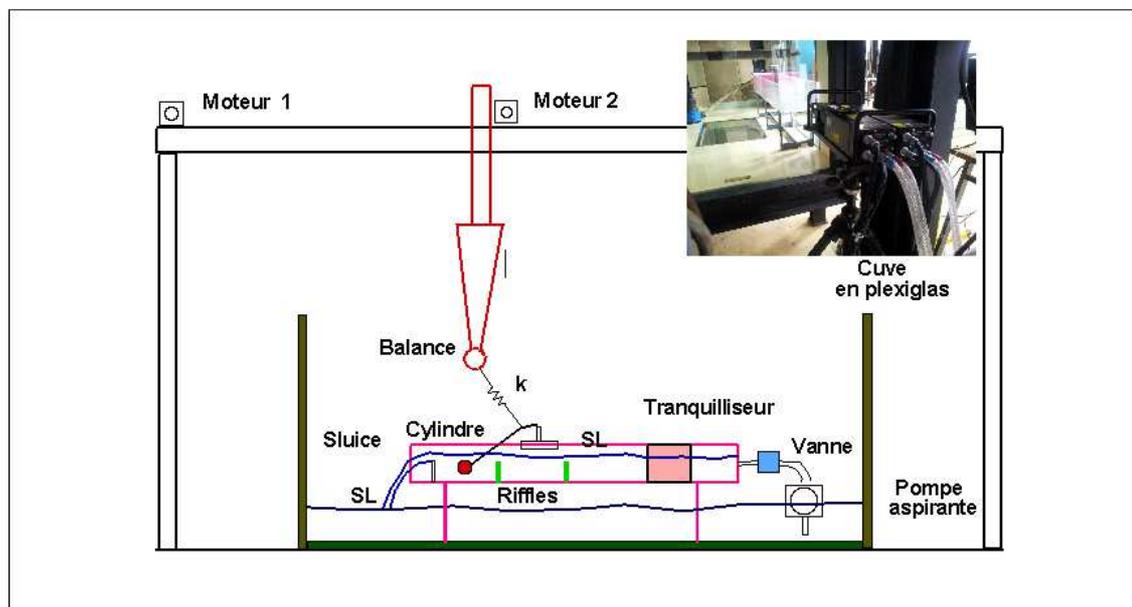


Figure 2: Vue d'ensemble du système; les moteurs 1 et 2 permettent le réglage en position de la balance hydrodynamique; le canal à surface libre en rose est placé dans une cuve de visualisation; la photographie en encart représente l'orientation des lasers dans l'axe du canal et de la cuve

Un barreau de 0.04m de diamètre fait office de balance hydrodynamique et permet de mesurer les efforts. Il est muni à son extrémité d'un capteur de force piézométrique KISTLER à trois axes, il enregistre et délivre les efforts appliqués sous forme d'une tension amplifiée par un

amplificateur de charge KISTLER. Un oscilloscope électronique TEKTRONICS à 4 voies permet une analyse en direct des efforts mesurés.

3.2 Traitement des mesures

3.2.1-Réduction du champ de vitesse par méthode POD

La technique PIV utilisée permet d'acquérir 400 paires d'images du champ de vitesse instantanées. Le post traitement des champs de vitesse fait appel à une méthode statistique multi-variable POD souvent employée en Mécanique des fluides. Cette méthode consiste à constituer à partir des 400 paires d'images relatives à chaque pas de temps d'acquisition la matrice servant à l'analyse et ensuite de la décomposer en trois matrices par décomposition en valeurs singulières. On met ensuite en évidence les valeurs singulières les plus significatives à partir desquelles on peut recomposer la matrice servant à la réduction des données et dégager la configuration globale du champ de vitesse de l'écoulement et mettre en évidence les zones de recirculation les plus significatives. Un code numérique écrit en Fortran a été élaboré pour la mise en œuvre de la méthode.

3.2.2 Relevé de la trajectoire par visualisation

Le relevé de la trajectoire du cylindre par visualisation se fait sur le logiciel Image J 14.7 version Windows 32 bits. Cette application permet de charger des séquences d'images puis d'effectuer l'étalonnage d'une image de référence, ensuite d'appliquer automatiquement le paramétrage sur l'ensemble des 400 images d'origine. Le relevé des coordonnées géométriques du centre du cylindre permet la reconstruction de sa trajectoire

3.2.3 Reconstitution du signal par interpolation spectrale

Le signal brut des efforts hydrodynamiques subis par le cylindre est constitué de 2500 points échantillonnés à un pas de temps 0.1s. La procédure de reconstruction consiste d'abord à corriger la dérive éventuelle de l'amplificateur de charge. Pour cela, on soustrait au signal brut original $x(t)$ le signal représentant la dérive par régression linéaire. Le signal corrigé est ensuite modélisé sous la forme d'une série de composantes pseudo périodiques comme indiqué dans Rajaona (1985). Cette technique met en œuvre une méthode d'interpolation spectrale qui permet de repérer les pics les plus significatifs du spectre discret calculé par un algorithme de Cooley-Tuckey.

4- Résultats expérimentaux

Nous nous proposons d'illustrer quelques résultats expérimentaux caractéristiques. Ils concernent l'étude de l'effet de confinement en examinant l'évolution de la surface libre, les spectres du mouvement vertical via les efforts verticaux et le champ de vitesse dans le compartiment entre les baffles. Pour différentes positions du cylindre par rapport au baffle amont, on reporte sur la Fig. 3 l'évolution de la surface libre au cours d'une oscillation du cylindre entre les instants 0 et 0.33s. On observe la présence de bulles et un creusement très prononcé de SL lorsque le cylindre est très proche du baffle $D1=0.05$ (courbe bleue). Ce creusement disparaît lorsque l'on s'éloigne de l'obstacle $D1=0.17$ (courbe rouge). Ce phénomène est attribué à un effet de barrage qui génère une élévation de la SL au droit du cylindre et un sillage proche très turbulent contenant des bulles d'air.

La Fig.4 illustre les performances du modèle de signal par une somme de sinusoides amorties; la méthode permet de reconstituer toutes les caractéristiques de chaque composante retenue après un seuillage, dans ce cas à 10% du pic prédominant. Un zoom de la partie encadrée est représentée en bas. Sur la droite on représente, en haut, le spectre brut, au milieu, les amplitudes des composantes en bas leurs phases.

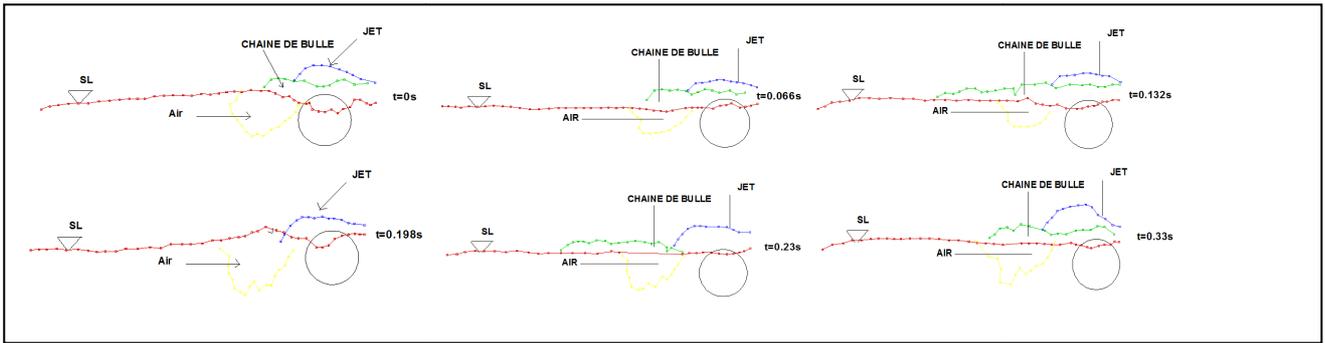


Figure 3: Evolution de la surface libre. Pour chacune de 6 valeurs de t , une couleur représente la déformée de SL pour une valeur de la distance $D1$ entre le cylindre et le riffle amont.

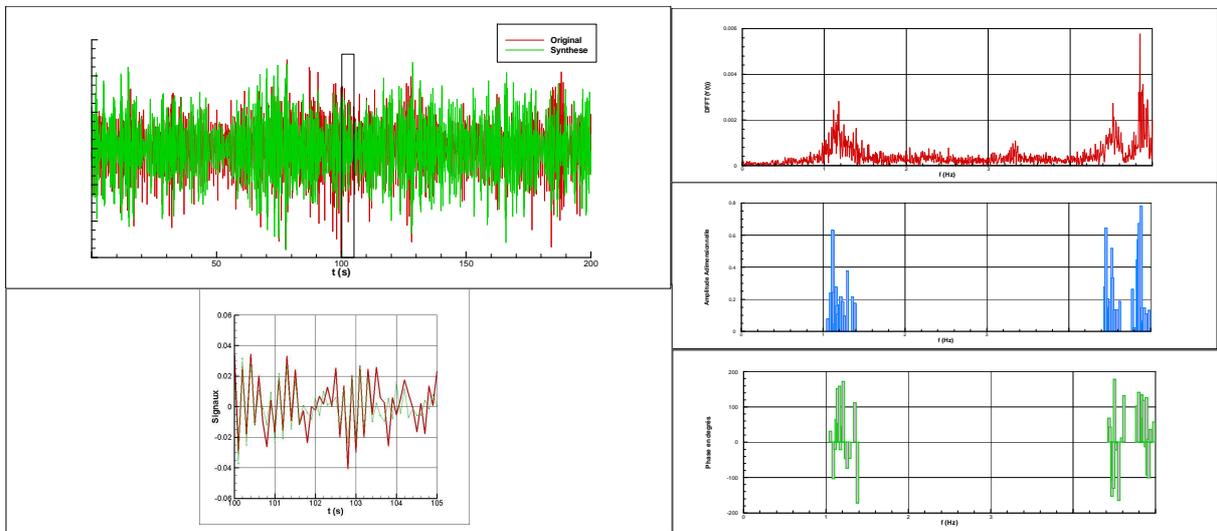


Figure 4: Approximation du mouvement intermittent par une somme de sinusoïdes amorties obtenue par interpolation spectrale et seuillage Rajaona (1985). Les composantes du signal reconstitué sont représentées par leur amplitude, fréquence et phase. 39 composantes sont utilisées pour le cas étudié ici. Un zoom de la partie encadrée illustre les écarts entre le signal original et le signal synthétisé.

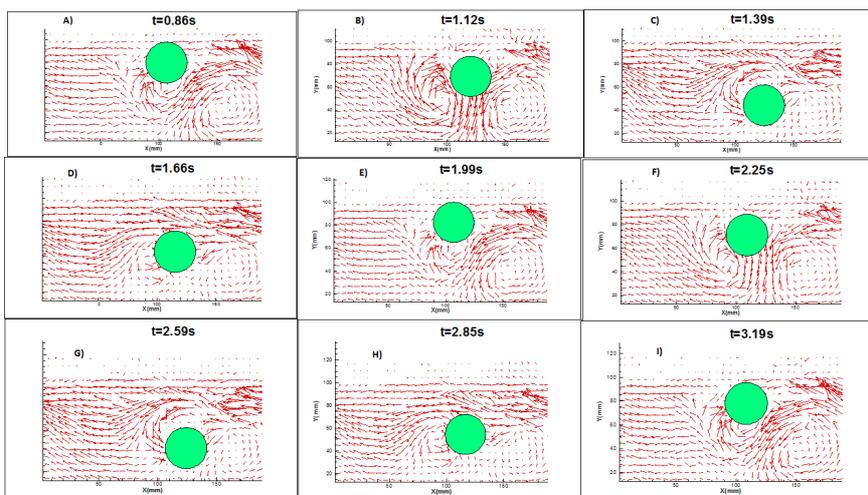


Figure 5: Champ de vitesse pour les positions caractéristiques du cylindre sur sa trajectoire. Les 6 lettres A, B, C, D, E, F, correspondent aux instants que l'on peut voir sur la Fig. 3. Les champs G), H), I) complètent l'illustration pour la fin d'une pseudo période.

La complexité du signal est due à la proximité des raies du spectre. Un effet de résonance localisée peut être observé lorsque la phase passe de $+90^\circ$ à -90° .

La Fig. 5 illustre l'évolution du champ de vitesse dans le compartiment au cours d'un cycle. Le lâcher de tourbillon n'a lieu que sur la partie inférieure du cylindre. On attribue ceci à la présence de la surface libre comme cela a été observé notamment par les simulations numériques de Chung (2016). Il est clair qu'une allée de type Von Karman ne peut se développer, en raison du riffle aval. Cela justifie le fait de prendre en compte le profil de vitesses au droit du cylindre dans le cadre d'une modélisation de type wake oscillateur, par exemple. C'est ce qui est présenté dans la section suivante.

5- Modèle numérique du couplage fluides-cylindre

5.1 Mise en équation

Au vu de la géométrie du système de fixation, le mouvement vertical est prédominant par rapport au mouvement horizontal. Nous avons donc dans cette modélisation numérique réduit le champ d'investigation de la dynamique du cylindre en mouvement pendulaire aux seules contributions des oscillations verticales.

La modélisation numérique est fondée sur une extension du modèle de l'oscillateur de sillage. Cette extension consiste à prendre en compte le profil de vitesses obtenu par PIV à la verticale du cylindre. Une seconde extension tient compte de la présence du fond rigide et ses effets modifient l'évolution du terme d'amplification. La prise en compte de l'action de la raideur k , du frottement r est classique. Plus délicate est la modélisation de l'effet de la masse d'eau embarquée.

L'étude du sloshing dans un réservoir cylindrique horizontal de section circulaire a été présentée en particulier par MacIver (1989). Dans le cadre d'un fluide parfait isovolume, la méthode consiste à utiliser une transformée conforme qui transforme le domaine fluide en une bande semi infinie. La condition de surface libre est par la suite affichée dans le plan transformé sur un plan horizontal parallèle au fond. A partir d'une solution qui satisfait la condition de fond écrite sous forme d'une intégrale, la condition de surface libre prend la forme d'une équation intégrale de Fredholm homogène dont le noyau est symétrique. L'intégrale continue est ensuite approximé par une série numérique dans laquelle les fréquences d'oscillation apparaissent comme les valeurs propres de la matrice des coefficients de la série. Il est clair que la relation de dispersion est plus complexe que dans le cas d'un réservoir rectangulaire. Une autre approche consiste à considérer que la masse d'eau embarquée se déplace comme un film d'eau le long de la paroi du cylindre. Ce film se comporte alors comme une masse d'eau oscillant dans un tube. Dans ce cas la longueur de la paroi mouillée seule intervient dans le calcul de la fréquence d'oscillation. Le mode d'oscillation retenu est le mode antisymétrique. Dans le cadre des approximations consenties, nous avons adopté la deuxième technique. Nous avons en particulier admis que l'amplitude des efforts induits par le mouvement de la masse d'eau embarquée dépend de l'amplitude du mouvement du cylindre et la fréquence est inversement proportionnelle à la racine carrée de la longueur du "film fluide".

Nous avons donc les deux équations couplées entre le mouvement du cylindre, le mouvement du liquide embarqué et l'effet du lâcher de tourbillon et la vitesse du courant:

$$\left(m_s + \frac{\pi}{4} L \rho D^2 C_{m0}\right) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U(y)\right) \frac{\partial y}{\partial t} + h y = \frac{\rho L D}{4} U^2(y) C_{l0} q + B \cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi\right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \varepsilon \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right] (1 - q^2) \frac{\partial q}{\partial t} + \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right]^2 q + \alpha \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D}\right] f_n q^2 = \beta \frac{A}{D} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2)$$

où:

y est la position du cylindre; h est la raideur du ressort

m_s la masse de la structure; C_{m0} la masse ajoutée du cylindre; r_s l'amortissement structurel

C_d le coefficient de traînée; $U(y)$ la vitesse horizontale au droit du cylindre;
 C_{l0} le coefficient de portance dans le cas stationnaire;
 q le facteur d'amplification rapport entre le coefficient de portance instantané $C_l(t)$ et C_{l0} ;
 l la longueur mouillée occupée par la masse d'eau embarquée;
 φ la phase du mouvement; B est un paramètre qui représente l'amplitude de la force interne
 S_t le nombre de Strouhal, voisin de 0.2 pour un nombre de Reynolds de 10000
 ε est un paramètre voisin de 0.3 qui prend en compte l'effet d'auto limitation du mouvement due au lâcher tourbillonnaire;
 f_n est la fréquence propre d'oscillation du système mécanique dans l'eau.
 α est le coefficient qui tient compte de la présence de la surface libre supposée rigide comme montré dans Yiming; A prend la valeur 12 en l'absence de surface libre;
 β prend la valeur 1 en l'absence de surface libre, autrement elle prend en compte la présence de la surface libre.

5.2 Commentaires sur les équations du modèle

L'équation (1) représente l'équation du mouvement du cylindre. Ce dernier est soumis aux effets purement mécaniques comme la raideur du ressort h , l'amortissement structural r_s . Les efforts hydrodynamiques apparaissent dans le terme de masse ajoutée de coefficient C_{m0} , de traînée C_d , du lâcher tourbillonnaire C_{l0} . L'inconnue q est le rapport du coefficient de portance instantané sur le coefficient de portance en régime stationnaire. Il est classiquement appelé le coefficient d'amplification. Ce terme apparaît dans le second membre comme un terme d'excitation du cylindre. Un deuxième terme apparaît contenant le coefficient B et la fréquence circulaire $\sqrt{2g/l}$. Comme discuté dans le paragraphe précédent, ces deux termes prennent en compte le mouvement d'oscillation du liquide embarqué. Dans le modèle présenté B a la dimension d'une force, nous avons fait l'hypothèse que ce paramètre dépend de \dot{y} la vitesse verticale du cylindre.

L'équation (2) représente l'évolution du facteur d'amplification $q = 2C_l(t)/C_{l0}$. Le terme $2\pi S_t U(y)/D$ représente la fréquence angulaire du lâcher de tourbillon. Le second terme représente l'amortissement qui peut changer de signe selon l'amplitude de l'oscillation. Il amortit le mouvement si la valeur de q est suffisante, sinon il en augmente l'amplitude de telle sorte que le mouvement est autoentretenu. Le troisième terme représente le terme de raideur. Le quatrième terme représente l'effet de voisinage d'une paroi rigide c'est-à-dire le fond (Yiming 2016).

5.3 Résolution du système couplé

Le système couplé des équations (1) et (2) est du second degré en temps. On le transforme en système du premier degré d'ordre 4 en posant $Y(1)=y(t)$; $Y(2)=y'(t)$; $Y(3)=q(t)$; $Y(4)=q'(t)$. On obtient alors les équations suivantes:

$$Y'(1) = Y(2) \quad (3)$$

$$Y'(2) = -\frac{1}{m} \left(r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U \right) Y(2) - \frac{h Y(1)}{m} + \frac{1}{m} \frac{\rho L D}{4} U^2 C_{l0} Y(3) + \frac{B}{m} \cos \left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi \right) \quad (4)$$

$$Y'(3) = Y(4) \quad (5)$$

$$Y'(4) = +\varepsilon \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] (1 - q^2) Y(4) - \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right]^2 Y(3) - \alpha \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] f_n Y(3)^2 + \beta \frac{A}{D} Y(2) \quad (6)$$

Les valeurs initiales sont données en fonction de la position du cylindre au départ des expériences, on a en particulier à $t=0$ $Y(1)=0.02$, $Y(2)=Y(3)=Y(4)=0$. Les équations sont ensuite transformées en un système pour lequel on peut utiliser la méthode de Petzold-Gear BDF. Il suffit pour cela de poser:

$$G(1) = -Y'(1) + Y(2) = 0$$

$$G(2) = -Y'(2) - \frac{1}{m} \left(r_s + \frac{\rho L D}{2} C_d U \right) Y(2) - \frac{h Y(1)}{m} + \frac{1}{m} \frac{\rho L D}{4} U^2 C_{l0} Y(3) + \frac{B}{m} \cos \left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi \right) = 0$$

$$G(3) = -Y'(3) + Y(4) = 0$$

$$G(4) = -Y'(4) + \varepsilon \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] (1 - q^2) Y(4) - \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right]^2 Y(3) - \alpha \left[2\pi S_t \frac{U(y)}{D} \right] f_n Y(3)^2 + \beta \frac{A}{D} Y(2) = 0$$

Les valeurs des différents paramètres du modèle sont données dans le tableau 1

Paramètres	Symbole	Définition	Valeur	Wang (2013)	Unités
Amplitude réduite	A*	A/D			Sans dimension
Coefficient traînée	Cd	2Fx/(ρU ² DL)			Sans dimension
Diamètre cylindre	D		40	20	mm
Fréquence propre	f _N		3.34	4.91	Hz
Fréq Vibration	f _{osc}				Hz
Fréq. de lâcher	f _v		1.04		Hz
Rapp. de fréquence	f*	f _{osc} /f _N			Sans dimension
Rapport de masse	m*	4m/(πρD ² L)	0.2122	1.	Sans dimension
Reynolds	Re	UD/ν	9000	3000-13000	Sans dimension
Gap ratio	e/D			0.05-2.5	Sans dimension
Strouhal	St	fD/U	0.176		Sans dimension
Nombre de Froude	Fr	U/√gD	0.48		Sans dimension
Vitesse Réduite	U*	U/(f _N D)	3.90-5.02	1.53-6.62	Sans dimension
Amortissement réduit	ζ	c/2√k/(m + mA)		0.0173	Sans dimension
Effet de fond (Yiming 2016)	α	-1.66e/D - 0.218m * e/D + 1.04			Sans dimension
Effet de fond (Yiming 2016)	β	-0.044e/D - 0.581m * e/D + 1.34			Sans dimension

Tableau 1: Les paramètres principaux utilisés dans le papier présenté. La colonne Wang reprend les valeurs des expériences réalisées par Wang(2013) et les valeurs de α et β prenant en compte l'effet de fond sont proposées par Yiming (2016)

5.4 Validation du modèle

Pour valider le modèle, nous avons, dans un premier temps, comparé nos résultats expérimentaux correspondants aux paramètres représentés dans le tableau à droite de la Fig.6 avec ceux du modèle. Dans un second temps nous avons modélisé les expériences réalisées par Wang 2013, Govardhan 2000 et Yiming 2016 et comparé les résultats en faisant varier la vitesse réduite et en observant le comportement en amplitude et fréquence du système.

La Fig.6 représente une comparaison des résultats du modèle actuel avec l'expérience réalisée au LOMC pour les valeurs de vitesse maximale de 0.27 m/s. On note une bonne représentation des fréquence d'oscillation f_{osc} attribués au lâcher de tourbillon et ceux attribués aux effets de traînée. Les expériences réalisées pour différentes positions du cylindre entre les deux riffles montrent que les deux pics compris entre 4 et 5 Hz sont dues aux effets de surface libre.

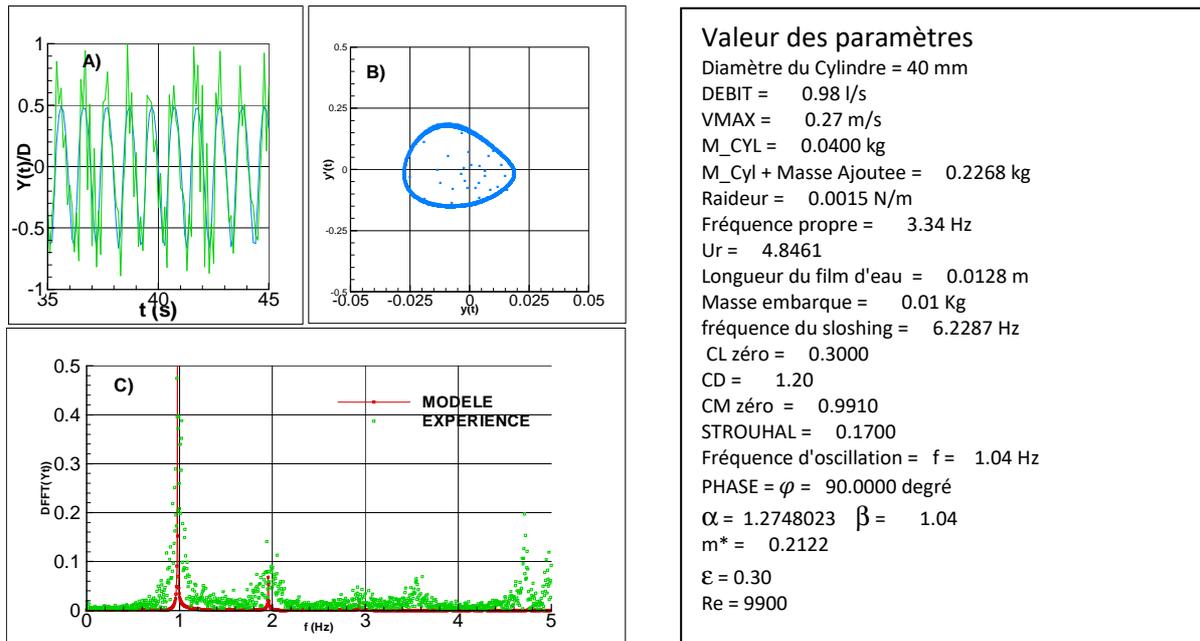


Figure 6: Comparaison expériences (en vert) vs. modèle (en rouge) pour les valeurs de paramètres indiquées dans le tableau de droite. L'amplitude réduite $Y(t)/D$ est bien représenté de même les deux pics principaux. En B on représente dans le plan de phase le déplacement $Y(t)$ en fonction de la vitesse $Y'(t)$.

La Fig. 7 a pour objet de comparer les résultats numériques actuels avec des résultats expérimentaux donnés par Wang (2013). Le modèle prédit bien la synchronisation en représentant A/D en fonction de la vitesse réduite. On note un comportement similaire pour la branche dite initiale. Cependant la synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la vitesse réduite 3.5 à 4 par rapport aux expériences de Govardhan. On observe sur figure de droite la fréquence réduite f_{osc}/f_n en fonction de la vitesse réduite. L'absence de lock-in est attribuée au confinement. La discontinuité observée semble montrer un comportement de type hystérésis. Notons que sont aussi représentés les résultats expérimentaux donnés par Govardhan et Williamson (2000) et Yang (2009).

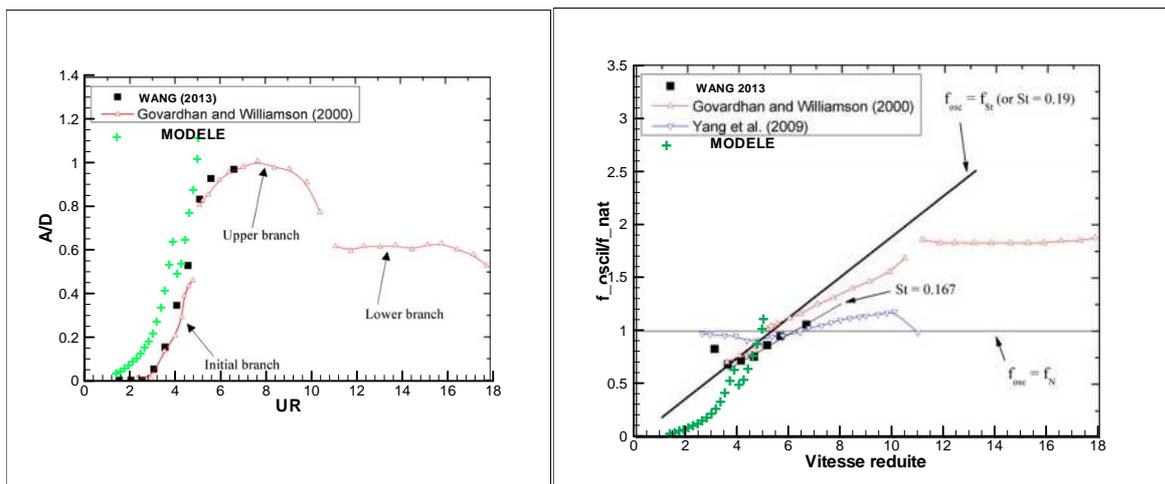


Figure 7: Comparaison des résultats numériques avec des résultats expérimentaux de Wang 2013 et Govardhan 2000. On note une corrélation raisonnable des résultats du modèle pour la branche initiale. On représente aussi les résultats de Yang (2009). La synchronisation a lieu pour des plus faibles valeurs de la vitesse réduite Ur . L'évolution du rapport des fréquences f_{osc}/f_n augmente avec Ur et ne présente de comportement de type lock-in. La discontinuité des courbes d'amplitude et de fréquence montre un comportement de type hystérésis.

6 - Conclusions

Nous avons étudié le comportement dynamique d'un cylindre monté sur appuis souples placé en dessous d'une surface libre et en présence de fond et de riffles. La position initiale du cylindre ainsi que sa masse réduite ont été fixées en injectant de l'eau dans le cylindre. La méthode expérimentale retenue met en œuvre la technique PIV complétée d'une réduction des données par POD pour analyser l'évolution du champ de vitesse au voisinage de la synchronisation. De façon générale nous avons observé des mouvements pseudo périodiques ou intermittents en représentant la trajectoire du cylindre dans le plan de phase. Afin de mettre en évidence les paramètres significatifs de la dynamique du cylindre, nous avons proposé un modèle de type wake oscillator prenant en compte le fond en introduisant les paramètres proposés par Yiming (2016). La présence de la surface libre et des parois latérales ont été prises en compte en introduisant un profil de vitesse variable avec la position du cylindre. La présence du fond a été prise en compte en introduisant les termes complémentaires dans les équations du couplage, termes introduits par Yiming, notamment.

Les principaux résultats sont reportés ci dessous:

- La déformée de la surface libre est très fortement dépendante de la distance entre le cylindre et les riffles, de même elle dépend du fonctionnement pendulaire en mode "normal" (axe de rotation en amont du cylindre) ou mode "inversé" (axe de rotation en aval du cylindre).
- Le mouvement du cylindre provoque un blocage pour les grandes valeurs de la flottabilité (cylindre évoluant près de la surface libre). Pour les valeurs plus faibles, un écoulement de type jet prend place alternativement au dessus et en dessous du cylindre. Le jet inférieur est moins intense que le supérieur.
- Aux grandes Amplitudes réduites A/D , la surface libre provoque un rebond du cylindre vers le bas.
- Le mouvement du cylindre est pseudo périodique (presque périodique, chaotique et/ou intermittent). Par l'analyse des champs de vitesses correspondant à des positions caractéristiques du cylindre sur sa trajectoire on fait apparaître les structures organisées du sillage proche et des zones de recirculation dans le compartiment associé voir Fig. 5.
- Les pics dominants du spectre proviennent a) du mouvement d'oscillation de la masse d'eau embarquée, b) de l'interaction du cylindre avec l'écoulement externe, c) du profil de la vitesse verticale et d) des caractéristiques géométriques et mécaniques du montage, Fig. 6.
- Le modèle numérique mis sous la forme d'un système différentiel d'ordre quatre (issu d'une équation de Van der Pol modifiée couplée avec l'équation différentielle du mouvement du cylindre) est résolu en utilisant une méthode de Petzold-Gear BDF incluant de la méthode de Newton et de Runge-Kutta. Elle permet de représenter de façon satisfaisante le comportement du cylindre au voisinage et lors de la synchronisation. Les résultats sont comparables à ceux réalisés par Wang pour un cylindre en présence d'un fond. Cependant, les pics du spectre des résultats expérimentaux correspondant aux fréquences les plus élevées ne sont observables qu'en utilisant des valeurs de paramètres assez différents de ceux du modèle expérimental.

Remerciements

Les auteurs remercient l'Agence Universitaire de la Francophonie qui a financé une partie importante des travaux présentés par l'attribution d'une bourse de thèse débutée en 2013.

Références

- Bearman, P.W., Zdravkovich, M.M.**, 1978. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. *J. Fluid Mech.* 89, 33–47.
- Blevins, R.D.**, 1990. *Flow-Induced Vibrations*. Van Nostrand Reinhold, New York.

Chung Meng-Hsuan, 2016, Two-degree-of-freedom vortex induced vibration of low-mass horizontal circular cylinder near a free surface at low Reynolds number , *International Journal of Heat and Fluid Flow* 57 (2016) 58–78

Facchinetti, M.L., De Langre, E., Biolley, F., 2004. Coupling of structure and wake oscillators in Vortex-Induced Vibrations. *J. Fluids Struct.* 19, 123–140.

Fredsoe, J., Sumer, B., Andersen, J., Hansen, E., 1987. Transverse vibrations of a cylinder very close to a plane wall. *J. Offshore Mech. Arct. Eng.* 109, 52–60

Govardhan, R., Williamson, C.H.K., 2000, Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* 420, 85-130

Khalak, A., Williamson, C.H.K., 1996. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. *J. Fluids Struct.* 10, 455–472.

McIver, P., 1989, Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth, *Journal of Fluid Mechanics*, 201, 243-257

Newman, D.J., Karniadakis, G.E., 1997. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *J. Fluid Mech.* 344, 95–136.

Ogink, R.H.M., Metrikine, A.V., 2010. A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling of Vortex-Induced Vibration. *J. Sound Vib.* 329, 5452–5473.

Pantazopoulos, M.S., 1994. *Vortex-Induced Vibration parameters: Critical Review*. American Society of Mechanical Engineers, New York, United States.

Rajaona, R. D. et Sulmont P., (1985), « A method of Spectral Analysis Applied to Periodic and Pseudoperiodic Signals », *Journal of Computational Physics*, Vol 61, pp. 186-193.

Rajaona R.D. et Ramanakoto T., (2013), « On the intrinsic mechanism of wakes interferences past two cylinders towed beneath free surface”, *Proceedings of the ASME 2013, 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE2013, Nantes, France*.

Wang X.K., Hao Z., Tan S.K., 2013, Vortex-induced vibrations of a neutrally buoyant circular cylinder near a plane wall, *Journal of Fluids and Structures* 39, 188–204

Yang, B., Gao, F., Jeng, D.S., Wu, Y., 2009. Experimental study of Vortex-Induced Vibrations of a cylinder near a rigid plane boundary in steady flow. *Acta Mech. Sin.* 25, 51–63.

Zhao, M., Cheng, L., 2011. Numerical simulation of two-degree-of-freedom Vortex-Induced Vibration of a circular cylinder close to a plane boundary. *J. Fluids Struct.* 27, 1097–1110.

Yiming, J. , Ping, D., 2016. A novel Wake Oscillator Model for simulation of cross-flow vortex induced vibrations of a circular cylinder close to a plane boundary , *Ocean Engineering*, 117, 57-6