



15^{ÈMES} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22 - 24 novembre 2016 - Brest

Impact hydrodynamique bidimensionnel d'un corps parabolique sur une houle d'Airy régulière

Hydrodynamic loading of a two-dimensional parabolic body onto a regular Airy wave

A. Morvan⁽¹⁾, Y.-M. Scolan⁽¹⁾, A. Gerard⁽²⁾

⁽¹⁾ENSTA-Bretagne FRE CNRS 3744 IRDL, ⁽²⁾CNIM : Construction Industrielles de la Méditerranée

Résumé

Dans le but de dimensionner tout type de structure flottante, les interactions avec le fluide doivent être naturellement prises en compte. Particulièrement lorsque la structure est amenée à entrer en contact brutalement avec la surface fluide, comme la carène d'un navire impactant la surface de la mer. C'est dans cette optique que s'inscrit le travail présenté ici, à savoir le développement de modèles d'impact hydrodynamique d'un profil parabolique bidimensionnel sur une surface libre mobile et déformée. Il est montré ici que le rapport des courbures entre la surface libre de type houle d'Airy et la forme parabolique impactante joue un rôle majeur sur l'intensité des efforts hydrodynamiques engendrés. En effet, au sein des différentes normes [1] et recommandations [2], il est souvent question d'impact sur un surface libre plane et au repos.

Summary

In order to design, the interactions with the fluid have to be taken into account. Particularly when the structure comes roughly in contact with the fluid surface, as a ship hull impacting the sea. From this perspective that the work presented here fits, namely the development of hydrodynamic impact models of a two dimensional parabolic shape onto a moving and deformed free surface. Here it is shown that the curvature ratio between the Airy wave and the free falling parabola plays an important role on the magnitude of the hydrodynamic loadings. Indeed, different standards [1] and recommendations [2] often refer to hydrodynamic impact on flat free surface.

1 Introduction

Le tossage engendre des chargements hydrodynamiques locaux conséquents sur les structures flottantes. Le paramètre important est l'angle mort entre la surface libre et la génératrice du corps impactant. Jusqu'à présent, on considérait des surfaces libres planes permettant de caractériser facilement l'influence de ce paramètre. Le travail présenté dans cet article utilise une surface libre courbée et en mouvement. Pour ce type de configuration, on détermine le rôle de l'angle mort en termes de rayons de courbure moyens au niveau du corps et la surface libre.

Von Karman (1929) [28] et Wagner (1932) [29] ont tous deux développé des théories qui modélisent les phénomènes d'impact hydrodynamique bidimensionnel en se basant sur la théorie des écoulements à potentiel des vitesses et l'approximation du disque plat. Cette approximation stipule que l'angle mort entre la surface libre et la géométrie du corps impactant demeure faible au cours du temps. Sous cette hypothèse, les conditions limites au niveau de la surface libre et de la surface mouillée du corps sont linéarisées en « aplatissant » les géométries. Pour les deux théories, les dimensions du disque plat ne sont pas connues à l'avance. Au sens de Von Karman, les dimensions du disque plat sont obtenues géométriquement en considérant l'intersection de la surface libre non perturbée et de celle du corps au cours du temps. Wagner introduit une condition limite supplémentaire (souvent appelée condition de Wagner) imposant un déplacement fini des particules fluides à chaque instant au niveau de la zone de contact entre la surface mouillée du corps et la surface libre. La théorie de Wagner a démontré une meilleure prise en compte de la masse ajoutée du fluide en modélisant la remontée locale du fluide le long de la surface du corps. C'est cette dernière théorie qui est privilégiée dans cet article. Elle dispose d'un fort potentiel lui permettant d'être adaptée à de nombreuses configurations d'impact hydrodynamique. Par exemple lorsque le fluide est considéré compressible [11] ou encore dans le cas des solides déformables [14].

La théorie de Wagner originale ne permet pas de prendre en compte certains phénomènes non-linéaires importants, comme la formation d'un jet au voisinage de la zone de contact. En effet, la théorie de Wagner prédit des pressions et des vitesses des particules fluides singulières au niveau de la zone de contact. C'est dans ce sens que des améliorations ont été apportées au modèle de base. On peut citer la méthode des raccordements asymptotiques introduite par Wagner lui-même et développée par Zhao et Faltinsen [30], Howison et al. [9] ou encore Armand et Cointe [6]. Cette méthode consiste à raccorder asymptotiquement le champ de pression au voisinage de la zone de contact au moyen d'une solution locale dans la zone de formation du jet.

Il existe un autre groupe de modèles de Wagner améliorés reposant sur l'ajout de termes complémentaires dans la distribution du potentiel de vitesses et la prise en compte des termes du second ordre de l'équation de Bernoulli. Ces améliorations permettent d'obtenir des champs de pression bornés au voisinage de la zone de contact. On peut citer les travaux de Logvinovich [19] et ses variantes comme celle de Korobkin [16].

Une autre version du modèle de Wagner a été développée par Zhao et al. [31] et Korobkin [13]. Cette approche s'intitule « Generalized Wagner Model » et permet de prendre en compte la forme non-linéarisée du corps. Elle utilise les termes quadratiques de l'équation de Bernoulli pour la détermination du champ de pression sur la surface mouillée. Cette méthode engendre de bonnes comparaisons expérimentales en termes de chargements hydrodynamiques, pour une gamme d'angles morts relativement restreinte, c'est-à-dire inférieure à 20°.

Le modèle de Wagner a aussi été utilisé pour modéliser des impacts tridimensionnels. On peut citer les travaux de Scolan et Korobkin [25], [17]. Ils se sont notamment intéressés au problème inverse qui consiste à déterminer la forme du corps impactant en connaissant l'équation de la surface de contact. [23]. Scolan [22] a aussi étudié l'impact d'un parabolide elliptique au niveau d'une crête de vague.

Le travail présenté dans cet article s'intéresse tout particulièrement à ce dernier point. C'est-à-dire la prise en compte de vague en modélisant la surface libre comme une tôle ondulée avançant à une vitesse de phase donnée. Sous l'hypothèse du disque plat, il est a priori possible d'appliquer la théorie de Wagner [29] à une surface libre non plane.

Dans la littérature, la prise en compte de vague au sein de la théorie de Wagner est fréquemment couplée aux déformations hydroélastiques d'un corps simple. Korobkin et Khabakhpasheva [15], [10] se sont intéressés à l'impact hydrodynamique d'une crête de houle régulière sur une plaque plane déformable. En couplant la théorie de Wagner pour l'écoulement et une loi de comportement type poutre d'Euler pour la structure, ils ont déterminé la réponse structurelle de la plaque. Le couplage fluide-structure est résolu numériquement au moyen d'une décomposition modale. Ce couplage a permis d'obtenir les déformations de la plaque et de quantifier les contributions en termes d'énergie cinétique et potentielle.

Un autre groupe, constitué de Faltinsen et Kvålsvold [7], [18] a étudié les déformations d'une plaque plane soumise à un impact hydrodynamique au niveau de la crête d'une vague. Similairement aux travaux de Korobkin [12], la partie fluide est traitée au moyen de la théorie de Wagner, mais la décomposition modale utilise une loi de comportement type poutre de Timoshenko. Leur contribution majeure est la détermination des contraintes maximales engendrées par les déformations de la plaque. Au moyen des méthodes expérimentales d'Aarsnes [3], ils ont validés leurs différents résultats numériques en termes de contraintes et déformations.

Pour des structures plus évoluées, Ge [5] et Baarlbom [4] ont respectivement travaillé sur l'impact hydrodynamique au niveau du pont mouillé de catamarans et de plate-forme offshore. Ge [5] a étudié les déformations et contraintes auxquelles est soumis le pont mouillé d'un catamaran lors d'un impact hydrodynamique sur la crête d'une vague. Il a comparé différents modèles d'impact hydrodynamique basés sur les théories de Wagner et Von Karman [28] en y couplant une méthode des éléments finis pour la structure du pont mouillé. Baarlbom a confronté deux méthodes de calcul pour déterminer les contraintes engendrées sur le pont mouillé d'une plate-forme offshore lors d'impact hydrodynamique et de sortie d'eau. La première basée sur la théorie de Wagner, et la seconde sur une méthode des éléments frontières. Il a été conclu que les deux méthodes présentent des résultats similaires pendant la phase d'impact.

En ce qui concerne l'aspect expérimental, Scolan et al. [26] ainsi que Smith et al. [27] ont tous deux étudié l'impact hydrodynamique d'une vague sur une plaque plane mais avec deux approches différentes. Scolan et al. [26] ont créé un dispositif expérimental permettant de générer des vague stationnaires afin d'étudier l'évolution de la surface mouillée et des efforts hydrodynamiques au cours du temps. Smith et al. ont utilisé un canal hydrodynamique afin de déterminer le coefficient de slamming en fonction de la cambrure de la vague.

En omettant les aspects hydroélastiques, il est constaté que la théorie de Wagner et la prise en compte de vagues ont majoritairement été utilisées pour modéliser l'impact hydrodynamique de plaque plane. L'utilisation d'une forme convexe et une surface libre mobile et déformée n'est pas incompatible avec la théorie de Wagner. Le fait de prendre ce type de géométrie ainsi qu'une surface libre mobile et non plane permet par exemple de modéliser simplement le tossage d'une section de carène sur la surface de la mer, ou encore l'impact hydrodynamique sur le pont mouillé d'un catamaran. Cet article s'inscrit dans ces cas de figure et propose d'apporter quelques réponses en modélisant l'impact hydrodynamique d'une parabole rigide sur une surface libre mobile de type houle d'Airy.

2 Développements Théoriques

L'écoulement induit par l'impact du corps est décrit en théorie potentielle. La tension superficielle et la gravité sont négligées. Le profil parabolique 2D est défini par son rayon de courbure R . Il est animé d'une cinématique purement verticale de vitesse V . À un instant $t = 0$ s, il pénètre une surface libre en mouvement. La surface fluide est définie par une houle d'Airy régulière de période T , d'amplitude C , de pulsation ω et de phase à l'origine θ_0 . La houle se propage de la gauche vers la droite. La profondeur d'eau est supposée suffisamment importante pour que la pulsation ω soit reliée au nombre d'onde κ au moyen de la relation de dispersion $\omega^2 = g\kappa$, avec g l'accélération de la pesanteur.

2.1 Paramétrage géométrique

À l'instant initial, dans le système de coordonnées $(0, Y, Z)$ le corps parabolique possède une altitude H_0 et entre en contact avec la houle d'Airy régulière en un point défini par les coordonnées (Y_0, Z_0) dans un système de coordonnées galiléen. Dans ce système, la houle et le corps parabolique sont décrits par les équations suivantes :

$$\begin{cases} Z = \frac{Y^2}{2R} + H_0 & (1a) \\ Z = C (\cos(\kappa Y - \omega t + \theta_0) - 1) & (1b) \end{cases}$$

Le point initial d'impact dépend de la phase à l'origine θ_0 . Pour déterminer le triplet (Y_0, Z_0, θ_0) correspondant à ce point, on résout le système d'équations non-linéaires suivant qui traduit l'intersection de la houle et du corps impactant ainsi que l'égalité de leurs pentes respectives en ce point.

$$\begin{cases} \frac{Y_0^2}{2R} + H_0 = C (\cos(\kappa Y_0 + \theta_0) - 1) & (2a) \\ \frac{Y_0}{R} = -C\kappa \sin(\kappa Y_0 + \theta_0) & (2b) \end{cases}$$

En éliminant les fonctions trigonométriques du système constitué des équations (Eq. 2a et 2b), on aboutit à une équation polynomiale du 4^{ème} ordre en Y_0 admettant deux racines réelles et deux complexes. On ne retient qu'une seule racine réelle, celle qui correspond au point d'impact initial lorsque la houle se situe à gauche du corps impactant (voir Fig. 1).

$$Y_0 = -\sqrt{2H_0R - 2C(R + R_v) + 2\sqrt{C^2(R + R_v)^2 - 2H_0CRR_v}} \quad (3)$$

En étudiant sous quelle condition la racine Y_0 retenue existe et demeure réelle, on aboutit au critère suivant $R > R_v$ avec $R_v = \frac{1}{C\kappa^2}$. Il s'agit d'une limitation majeure de cette étude qui traduit le fait qu'il n'y a qu'un seul point de contact initial.

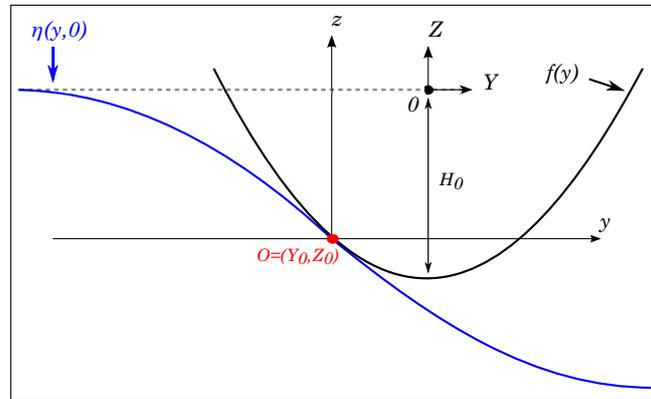


FIGURE 1 – Configuration initiale $t = 0$ s, les échelles verticale et horizontale ne sont pas identiques

Le triplet (Y_0, Z_0, θ_0) déterminé, on centre le problème au niveau du point de contact initial au moyen du changement de repère suivant :

$$\begin{cases} Y = y + Y_0 & (4a) \\ Z = z + Z_0 & (4b) \end{cases}$$

Ainsi dans le nouveau système de coordonnées (y, z) centré en (Y_0, Z_0) , les équations décrivant le corps parabolique et la houle sont :

$$\begin{cases} z = -\frac{Y_0^2}{2R} + \frac{(y + Y_0)^2}{2R} + h(t) & \text{avec } f(y) = -\frac{Y_0^2}{2R} + \frac{(y + Y_0)^2}{2R} \\ z = \eta(y, t) = -Z_0 + C (\cos(\kappa(y + Y_0) - \omega t + \theta_0) - 1) \end{cases}$$

2.2 Le problème aux limites mixte

En utilisant l'approximation du disque plat, le problème aux limites mixte linéarisé est formulé. Similairement aux travaux de Korobkin [13], une formulation en termes de potentiel des déplacements $\phi(y, z, t)$ est privilégiée. Cette formulation présente une solution plus régulière qu'en termes de potentiel des vitesses. Le potentiel des déplacements est défini comme l'intégrale par rapport au temps du potentiel des vitesses. La condition d'imperméabilité permet d'établir la condition de Neumann en déterminant la position relative entre le corps parabolique impactant et la houle d'Airy avec $h(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau$.

$$\begin{cases} \Delta\phi = 0 & z < 0 & (6a) \\ \phi = 0 & z = 0, y \in SL(t) & (6b) \\ \phi_{,z} = -h(t) + f(y) - \eta(y, t) & z = 0, y \in SM(t) & (6c) \\ \phi \rightarrow 0 & (y^2 + z^2) \rightarrow \infty & (6d) \end{cases}$$

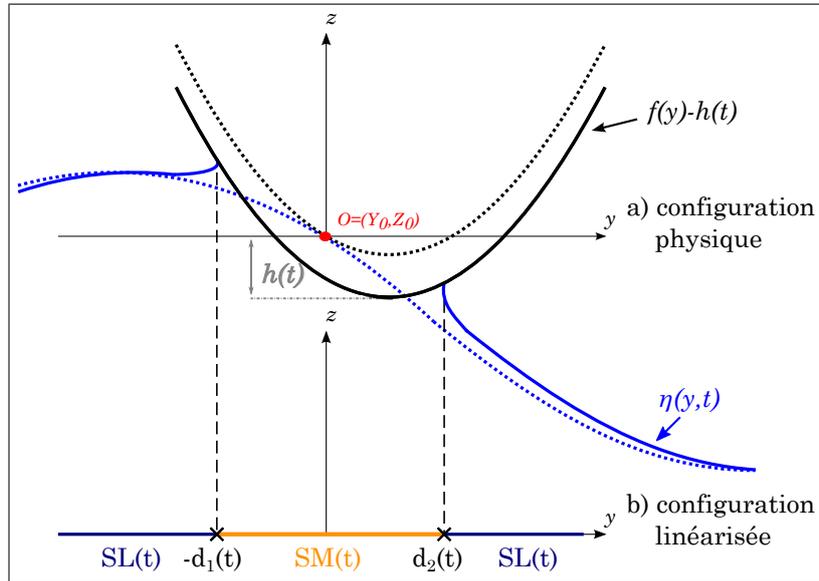


FIGURE 2 – Schéma de la position relative du corps parabolique après pénétration de la surface libre. Pointillés : position initiale. Trait plein : profil parabolique et surface libre déformée à un instant t .

2.3 Résolution du problème aux limites mixte

Pour simplifier le problème aux limites mixte précédent, trois positions initiales d'impact sont retenues en fonction de la valeurs du $\kappa Y_0 + \theta_0$:

- Si l'impact se produit au voisinage de la crête de la vague alors : $\kappa Y_0 + \theta_0 \approx 0$
- Si l'impact se produit au voisinage du creux de la vague alors : $\kappa Y_0 + \theta_0 \approx \pi$
- Si l'impact se produit au milieu de la pente de la vague : $\kappa Y_0 + \theta_0 \approx \frac{\pi}{2}$

Conformément à chacune des positions initiales d'impact, un paramètre infinitésimal ϵ est introduit : au voisinage de la crête $\epsilon = \kappa Y_0 - \omega t + \theta_0$, au voisinage du creux $\epsilon = \kappa Y_0 - \omega t + \theta_0 - \pi$ et au voisinage du milieu de la pente de la vague $\epsilon = \kappa Y_0 - \omega t + \theta_0 - \frac{\pi}{2}$. Le paramètre ϵ dépend donc aussi du temps.

En considérant les κy , suffisamment « petits », la condition de Neumann est développée en série de Taylor pour les trois positions initiales d'impact.

Trois nouvelles conditions de Neumann asymptotiques sont engendrées. À chacune des conditions de Neumann asymptotiques, un modèle d'impact asymptotique est associé. Les trois modèles ont la dénomination suivante : **nc** (*Near Crest*), si l'impact se produit au voisinage de la crête, **nt** (*Near Trough*) si l'impact se produit au voisinage du creux et **mid** (*Middle*) si l'impact se produit au voisinage du milieu de la pente.

Un dernier modèle est aussi établi, il n'est pas asymptotique contrairement aux autres. La condition de Neumann complète (Eq. 7) est conservée pour tous les calculs. Ce modèle est donc indépendant de la position initiale d'impact et peut donc prendre en compte l'ensemble des configurations d'impact propres à chacun des modèles asymptotiques. Ce modèle est qualifié de non-asymptotique et sa nomenclature est **na** et sa condition de Neumann est :

$$\frac{\partial \phi_{\mathbf{na}}}{\partial z} = -h(t) - \frac{Y_0^2}{2R} + \frac{(y + Y_0)^2}{2R} + Z_0 - C [\cos(\kappa(y + Y_0) - \omega t + \theta_0) - 1] \quad (7)$$

Pour résoudre les différents problèmes aux limites mixte, on procède comme dans la littérature existante en remarquant qu'il s'agit de problèmes de type Riemann-Hilbert (voir Gakhov [8] et Newman [21]).

2.3.1 Problèmes symétriques asymptotiques

Pour les modèles **nc** et **nt** qui correspondent respectivement à un impact au voisinage de la crête et du creux de la vague, une méthode similaire aux travaux de Scolan [20] en géométrie tridimensionnelle est utilisée. Cette méthode consiste à développer au second ordre en ϵ les conditions de Neumann correspondantes pour faire apparaître la forme canonique¹ suivante :

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} = -\tilde{h}(t) + \frac{\tilde{y}^2(t)}{2\tilde{R}} \quad (8)$$

Dans les repères mobiles (O, \tilde{y}, z) une configuration symétrique d'impact est obtenue. Les potentiels des déplacements et corrections de surface mouillée s'en déduisent facilement :

$$\begin{cases} \tilde{\phi}(\tilde{y}, t) = -\frac{1}{6\tilde{R}} (\tilde{a}^2 - \tilde{y}^2)^{3/2} & (9a) \\ \tilde{a}(t) = \sqrt{4\tilde{R}\tilde{h}} & (9b) \end{cases}$$

Les grandeurs *tildées* ont une expression distincte pour les modèles **nc** et **nt**

Pour le modèle **nc** :

$$\begin{cases} \tilde{h}_{\mathbf{nc}}(t) = h(t) - Z_0 - C \frac{(\kappa Y_0 - \omega t + \theta_0)^2}{2} + \tilde{R}_{\mathbf{nc}} \frac{c_{\mathbf{nc}}^2(t)}{2} & (10a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{\mathbf{nc}}(t) = C\kappa(\omega t - \kappa Y_0 - \theta_0) + \frac{Y_0}{R} & (10b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{y}_{\mathbf{nc}}(t) = y - \tilde{R}_{\mathbf{nc}} c_{\mathbf{nc}}(t) \quad \text{avec} \quad \tilde{R}_{\mathbf{nc}} = \frac{R_v R}{R_v + R} & (10c) \end{cases}$$

Pour le modèle **nt** :

$$\begin{cases} \tilde{h}_{\mathbf{nt}}(t) = h(t) - Z_0 - 2C + C \frac{(\kappa Y_0 - \omega t + \theta_0 - \pi)^2}{2} + \tilde{R}_{\mathbf{nt}} \frac{c_{\mathbf{nt}}^2(t)}{2} & (11a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{\mathbf{nt}}(t) = C\kappa(\kappa Y_0 + \theta_0 - \omega t - \pi) - \frac{Y_0}{R} & (11b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{y}_{\mathbf{nt}}(t) = y - \tilde{R}_{\mathbf{nt}} c_{\mathbf{nt}}(t) \quad \text{avec} \quad \tilde{R}_{\mathbf{nt}} = \frac{R_v R}{R_v - R} & (11c) \end{cases}$$

1. Par forme canonique on entend une expression similaire à la condition de Neumann relative à l'impact hydrodynamique d'une parabole sur une surface libre plane.

2.3.2 Problème dissymétrique asymptotique

Pour le modèle d'impact au voisinage du milieu de la pente de la vague, le développement de Taylor au voisinage de son point d'impact initial est réalisé au premier ordre en ϵ . La condition de Neumann asymptotique associée à ce modèle asymptotique est :

$$\frac{\partial \phi_{\text{mid}}}{\partial z} = -h(t) + C\epsilon + \frac{y^2}{2R_\epsilon} - C\frac{\kappa^3 y^3}{6}, \quad \text{avec} \quad R_\epsilon = \frac{RR_v}{R_v - \epsilon R} \quad (12)$$

La présence d'un terme cubique en y dans l'équation 12 ne permet pas d'avoir une configuration d'impact symétrique dans le plan (O, y, z) . Pour déterminer le potentiel des déplacements et les corrections de surface mouillée, il faut utiliser la formulation d'impact hydrodynamique dissymétrique. Ceci est réalisé dans les travaux de Scolan et al. [24].

En posant :

$$\begin{cases} a = \frac{d_2 + d_1}{2} & (13a) \\ b = \frac{d_2 - d_1}{2} & (13b) \end{cases}$$

On obtient le potentiel des déplacements et les corrections de surface mouillée associées au modèle asymptotique d'impact au voisinage du milieu de la pente :

$$\phi_{\text{mid}}(y, t) = -\frac{1}{12} \left(\frac{2}{R_\epsilon} - \frac{3}{2} C\kappa^3 b - \frac{1}{2} C\kappa^3 y \right) \left[a^2 - (y - b)^2 \right]^{3/2} \quad (14)$$

$$\begin{cases} -h(t) + C\epsilon + \frac{b^2}{2R_\epsilon} - \frac{C\kappa^2 b^3}{6} + \frac{a^2}{4R_\epsilon} - \frac{a^2 b C\kappa^3}{4} = 0 & (15a) \\ \frac{b}{2R_\epsilon} - \frac{b^2 C\kappa^3}{4} - \frac{C\kappa^3 a^2}{16} = 0 & (15b) \end{cases}$$

Les équations 15a et 15b sont le résultat de deux conditions limites (dites de Wagner) imposant un déplacement fini des particules fluides en $y = -d_1$ et $y = d_2$. Ces conditions permettent de déterminer les corrections mouillées. Le système d'équation 15 est résolu analytiquement pour a et b et les corrections mouillées d_1 et d_2 sont déduites au moyen des équations 13a et 13b.

2.3.3 Problème dissymétrique non-asymptotique

Le modèle non-asymptotique est aussi traité au moyen de la formulation d'impact hydrodynamique dissymétrique car sa condition de Neumann (Eq. 7) présente des fonctions trigonométriques en y . Le calcul analytique du potentiel des déplacements et des conditions de Wagner n'est pas trivial. Une décomposition des fonctions trigonométriques de la condition de Neumann (Eq. 7) en série de fonction de Bessel est nécessaire. Après calcul on obtient le potentiel des déplacements .

$$\phi_{\text{na}}(y, t) = -\frac{1}{6R} \left[a^2 - (y - b)^2 \right]^{3/2} - aC \left(A \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(a\kappa) f_k(y) - B \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k+1}(a\kappa) g_k(y) \right) \quad (16)$$

$$\begin{cases} -h(t) + Z_0 + C + \frac{b^2}{2R} + \frac{bY_0}{4R} - C \cos(\kappa(b + Y_0) - \omega t + \theta_0) J_0(a\kappa) = 0 & (17a) \\ \frac{a(b + Y_0)}{2R} + C \sin(\kappa(b + Y_0) - \omega t + \theta_0) J_1(a\kappa) = 0 & (17b) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} A(t) = \cos(\kappa(b + Y_0) - \omega t + \theta_0) & (18a) \\ B(t) = \sin(\kappa(b + Y_0) - \omega t + \theta_0) & (18b) \end{cases}$$

Le système d'équations non-linéaires représentant les corrections de surface mouillée (Eq. 17a et 17b) du modèle non-asymptotique ne peut, a priori, pas être résolu analytiquement. Les valeurs de a et b sont obtenues par une méthode de Newton.

Convergence des séries $F_k = \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(a\kappa)f_k(y)$ et $G_k = \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k+1}(a\kappa)g_k(y)$:

On considère les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} f_k(y) = \frac{\cos((2k+1)\arcsin(\frac{y-b}{a}))}{2k+1} + \frac{\cos((2k-1)\arcsin(\frac{y-b}{a}))}{2k-1} \end{cases} \quad (19a)$$

$$\begin{cases} g_k(y) = \frac{\sin((2k+2)\arcsin(\frac{y-b}{a}))}{2k+2} + \frac{\sin(2k\arcsin(\frac{y-b}{a}))}{2k} \end{cases} \quad (19b)$$

La convergence des séries est étudiée numériquement au moyen de la configuration physique d'impact n°4 (voir Tab. 1). Pour un impact au voisinage du creux cette configuration présente la plus grande variation des grandeurs $a\kappa$ et y .

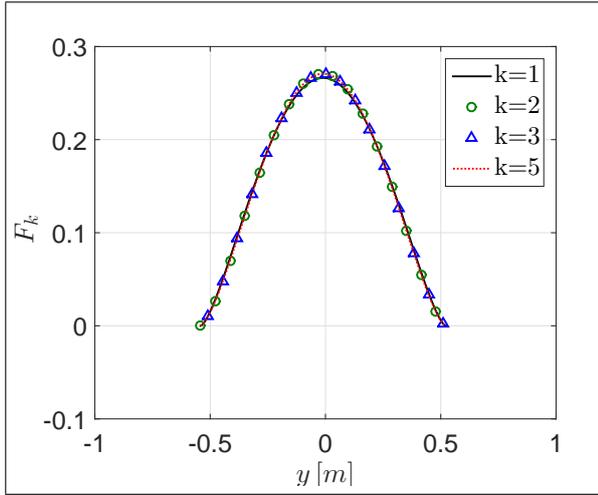


FIGURE 3 – Convergence F_k en fonction de y , ici $t = 0.02$ s, config n°3 modèle impact près du creux

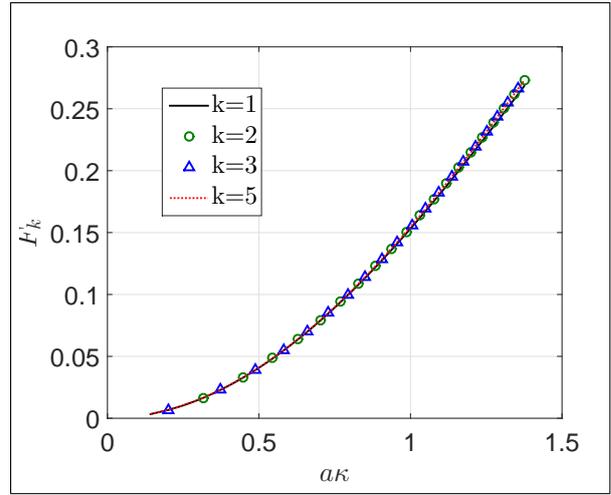


FIGURE 4 – Convergence F'_k en fonction de $a\kappa$, ici $y \approx 0$ m, config n°3 modèle impact près du creux

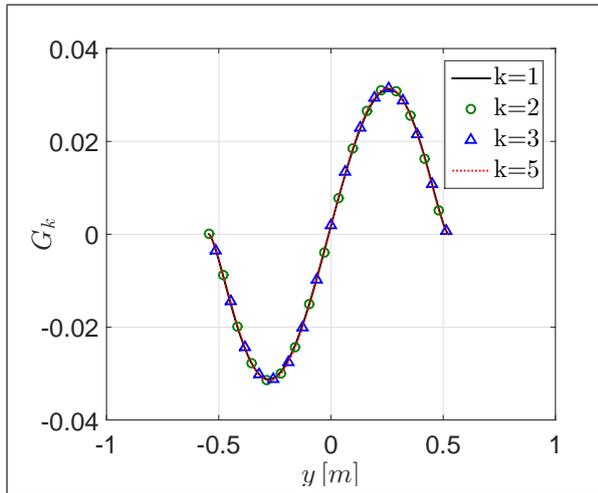


FIGURE 5 – Convergence G_k en fonction de y , ici $t = 0.02$ s, config n°3 modèle impact près du creux

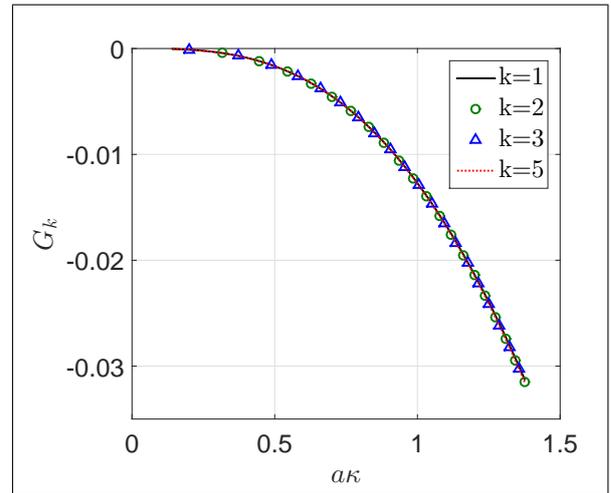


FIGURE 6 – Convergence G'_k en fonction de $a\kappa$, ici $y \approx 0.25$ m, config n°3 modèle impact près du creux

Les convergences spatiales présentées ici sont réalisées pour les plus grandes valeurs de y , c'est-à-dire pour $t = 0.02$ s. Les convergence en $a\kappa$ présentées ici sont elles étudiées pour les plus petites valeurs de $a\kappa$. Des résultats similaires en termes de convergence sont obtenus pour toutes les valeurs de $a\kappa$ et y traitées.

Les séries F_k et G_k sont des séries alternées qui convergent très rapidement, les figures 3, 4, 5 et 6 montrent que cinq termes suffisent.

3 Chargement hydrodynamique

3.1 Formulation de la pression

Le champ de pression est fourni par le modèle dit *MLM* (Modified Logvinovich Model). Comme dans les travaux de Scolan [22], la cinématique de houle est négligée en considérant que sa période est bien plus grande que la durée de l'impact. Pendant l'impact, la surface libre est pratiquement immobile et se comporte comme une tôle ondulée qui se déplace à la vitesse de phase $V_\varphi = \frac{\omega}{\kappa}$. Sous cette hypothèse, seul le potentiel des vitesses solution du problème aux limites mixte est pris en compte. La formulation MLM est donc similaire à celle détaillée dans les travaux de Korobkin [13] pour une surface libre plane :

$$P_{mlm}(y, t) = -\rho \left[\psi_{,t} + \frac{f'(y)\dot{h}}{1 + f_{,y}^2} \psi_{,y} + \frac{1}{2} \frac{[\psi_{,y}^2 - \dot{h}^2]}{1 + f_{,y}^2} \right] \quad (20)$$

Avec :

$$\psi(y, t) \approx \varphi(y, t) - V[f(y) - h(t)] \quad (21)$$

Dans l'équation 21, $\varphi(y, t)$ désigne la dérivée par rapport au temps des potentiels des déplacements de la partie 2.3.

La pression *MLM* (Eq. 20) fait intervenir des dérivations spatiales et temporelles du potentiel des vitesses qui ne sont pas présentées dans cet article. Pour le modèle non-asymptotique, les dérivations des termes comportant des séries de fonction de Bessel sont traitées au moyen d'un schéma aux différences-finies.

3.2 Effort hydrodynamique

Les efforts hydrodynamiques se déduisent de l'intégration de la pression sur la surface mouillée. La formulation MLM prédit des valeurs négatives du champ de pression au voisinage des corrections mouillées. On procède donc comme dans Korobkin et Malenica [16], en restreignant l'intégration spatiale sur la surface mouillée uniquement où la pression est positive. En pratique le nouveau support d'intégration est quasiment identique à la surface mouillée calculée selon le formalisme de Wagner.

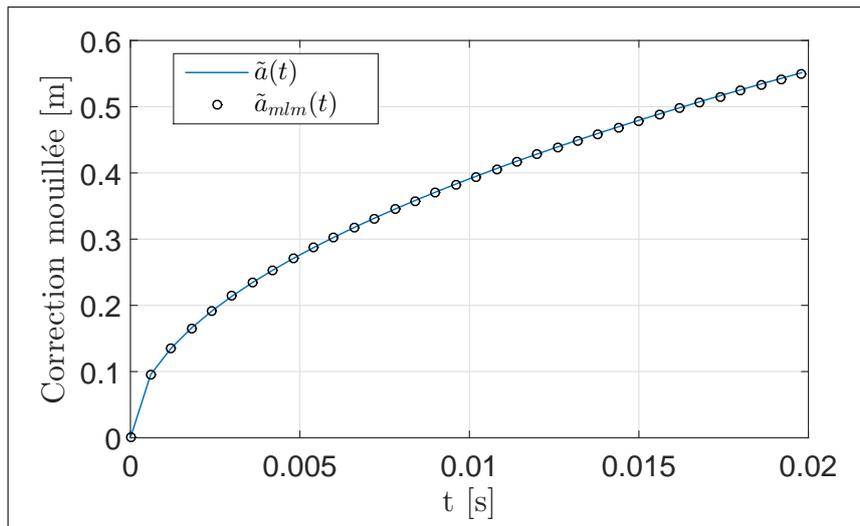


FIGURE 7 – $\tilde{a}(t)$ la correction de surface mouillée calculée au moyen de la théorie de Wagner, $\tilde{a}_{mlm}(t)$ le support d'intégration de la pression MLM, config n°4

Les graphiques de la figure 7 sont établis pour le modèle d'impact au voisinage du creux avec la configuration d'impact n°4 (Tab. 1). Pour cette configuration l'erreur moyenne entre $\tilde{a}(t)$ et $\tilde{a}_{mlm}(t)$ est de l'ordre de $10^{-4} m$.

4 Comparaisons et résultats

Différentes configurations physiques sont définies dans le tableau n°1 afin d'étudier l'influence du ratio R/R_v pour les modèles d'impact hydrodynamique présentés dans la partie 2.3. Dans toutes les configurations présentées ci-dessous, $R = 1.0\text{ m}$ et $V = 2.5\text{ m/s}$:

Configuration	C	T	R/R_v
n°1	0.0125	1.5	1/25
n°2	0.025	1.5	1/12
n°3	0.025	1.25	1/6
n°4	0.05	1.25	1/3

TABLE 1 – Tableau des configurations physiques d'impact

4.1 Comparaison des modèles asymptotiques par rapport au modèle d'impact sur une surface libre plane

Dans cette partie, le comportement des modèles asymptotiques présentés aux parties 2.3.1 et 2.3.2 est étudié. Les comparaisons portent sur les efforts hydrodynamiques, les champs de pression et les corrections de surface mouillée. La configuration d'impact hydrodynamique d'une parabole sur une surface libre plane au repos est prise en tant que référence.

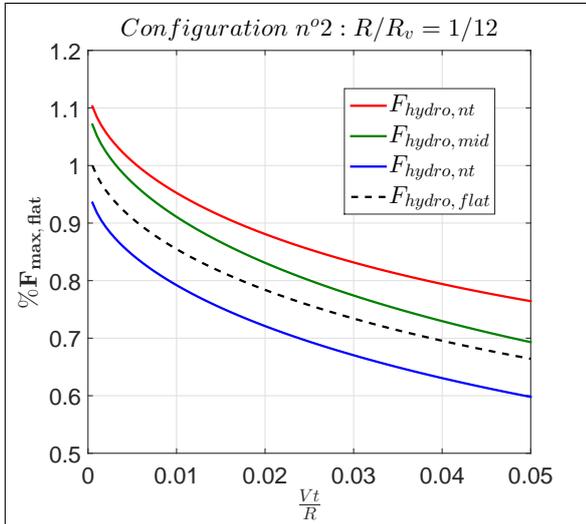


FIGURE 8 – Comparaisons des efforts hydrodynamiques adimensionnés - config n°2

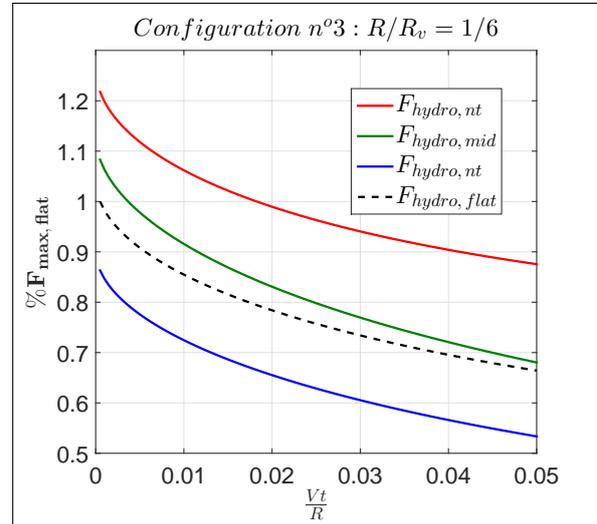


FIGURE 9 – Comparaisons des efforts hydrodynamiques adimensionnés - config n°3

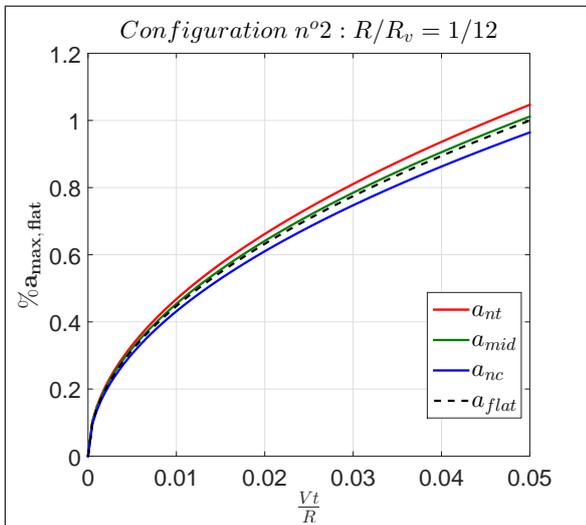


FIGURE 10 – Comparaisons des champs de pression adimensionnés - config n°2

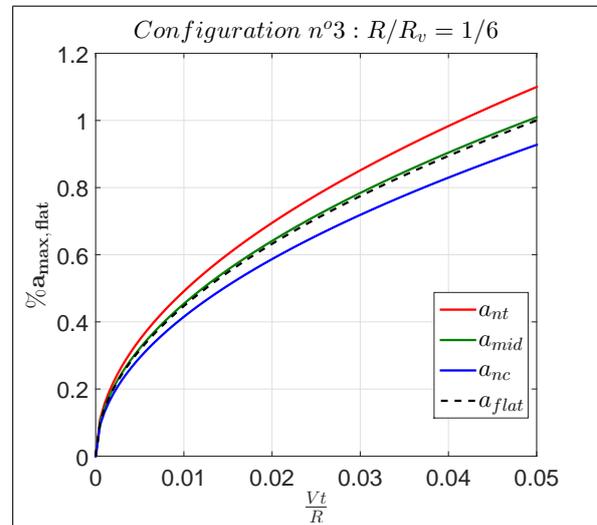


FIGURE 11 – Comparaisons des champs de pression adimensionnés - config n°3

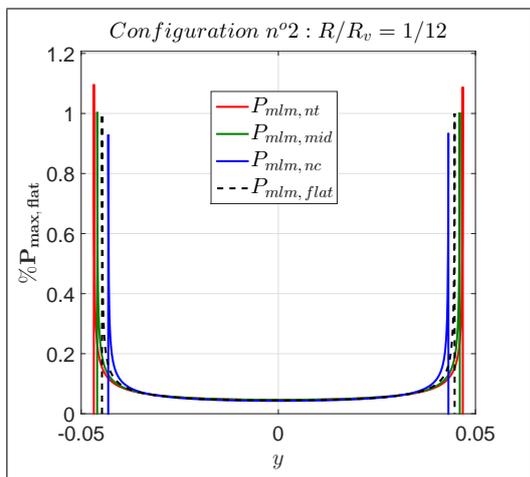


FIGURE 12 – Comparaisons des corrections de surface mouillée adimensionnées - config n°2

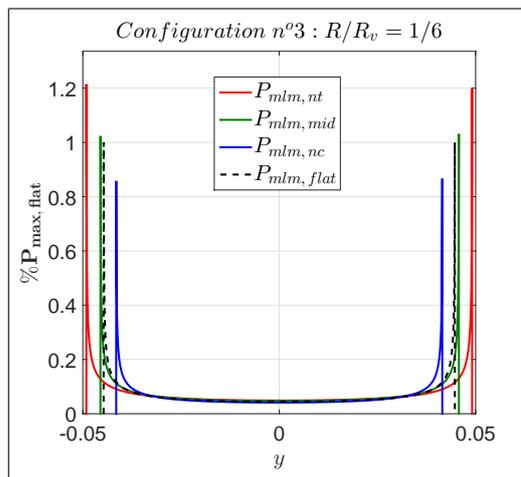


FIGURE 13 – Comparaisons des corrections de surface mouillée adimensionnées - config n°3

D'après les figures 8 et 9, le modèle qui engendre les efforts hydrodynamiques les plus importants est le modèle d'impact près du creux. Pour la configuration physique n°3, il surestime d'environ 20% le modèle de référence. Le modèle qui présente les efforts hydrodynamiques les plus faibles est le modèle d'impact près de la crête. Il sous-estime d'environ 10% le modèle de référence. Pour les configurations physiques n°2 et n°3, le modèle d'impact au voisinage du milieu de la pente de la vague surestime d'environ 10% le modèle de référence. Des tendances similaires sont observées en comparant les corrections de surface mouillée (voir Fig.10 et 11), ainsi que pour les champs de pressions présentés (voir Fig 12 et 13). Globalement, pour les corrections mouillées, les champs de pression et les efforts hydrodynamiques, le modèle de référence se rapproche le plus du modèle d'impact au voisinage du milieu de la pente de la vague.

Il semble que l'écart entre les différentes grandeurs physiques présentées augmente lorsque le ratio R/R_v diminue. Pour les deux configurations physiques testées (voir Tab. 1), les grandeurs physiques calculées avec le modèle d'impact hydrodynamique sur une surface libre plane sont toujours majorées par celles du modèle d'impact au voisinage du creux, et minorées par celles du modèle d'impact au voisinage de la crête.

4.2 Comparaison avec le modèle non-asymptotique

Dans cette partie, les modèles asymptotiques sont comparés au modèle non-asymptotique. Les configurations n°1, et n°4 sont utilisées (voir tableau n°1). Pour faciliter les comparaisons, deux grandeurs adimensionnées sont introduites :

$$C_s = \frac{F_{hydro}}{\rho V^2 R^2} \quad (22)$$

$$C_p = \frac{P_{max}}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (23)$$

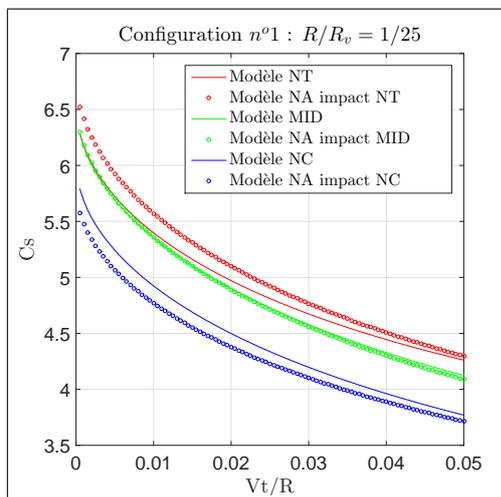


FIGURE 14 – Coefficients de slamming config. n°1

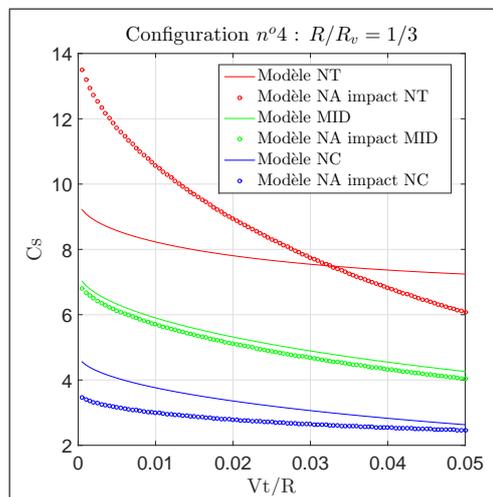


FIGURE 15 – Coefficients de slamming config. n°4

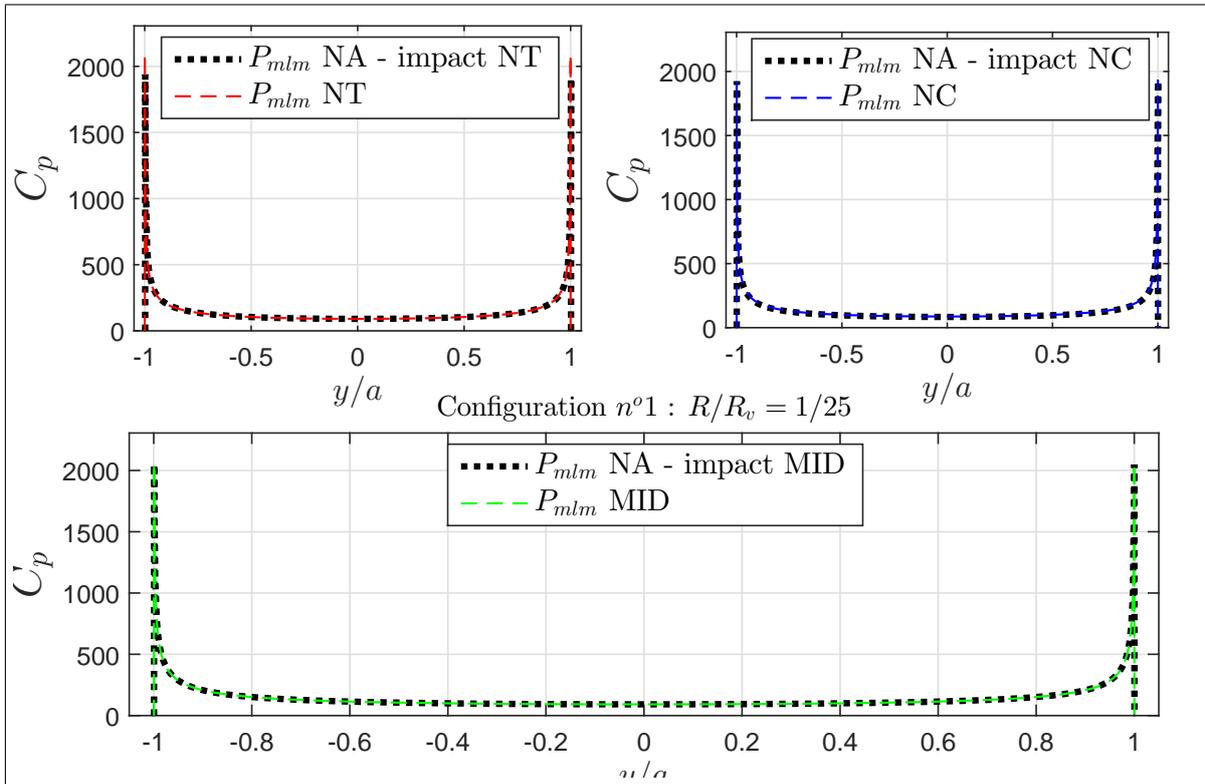


FIGURE 16 – Coefficient de pression config. n°1

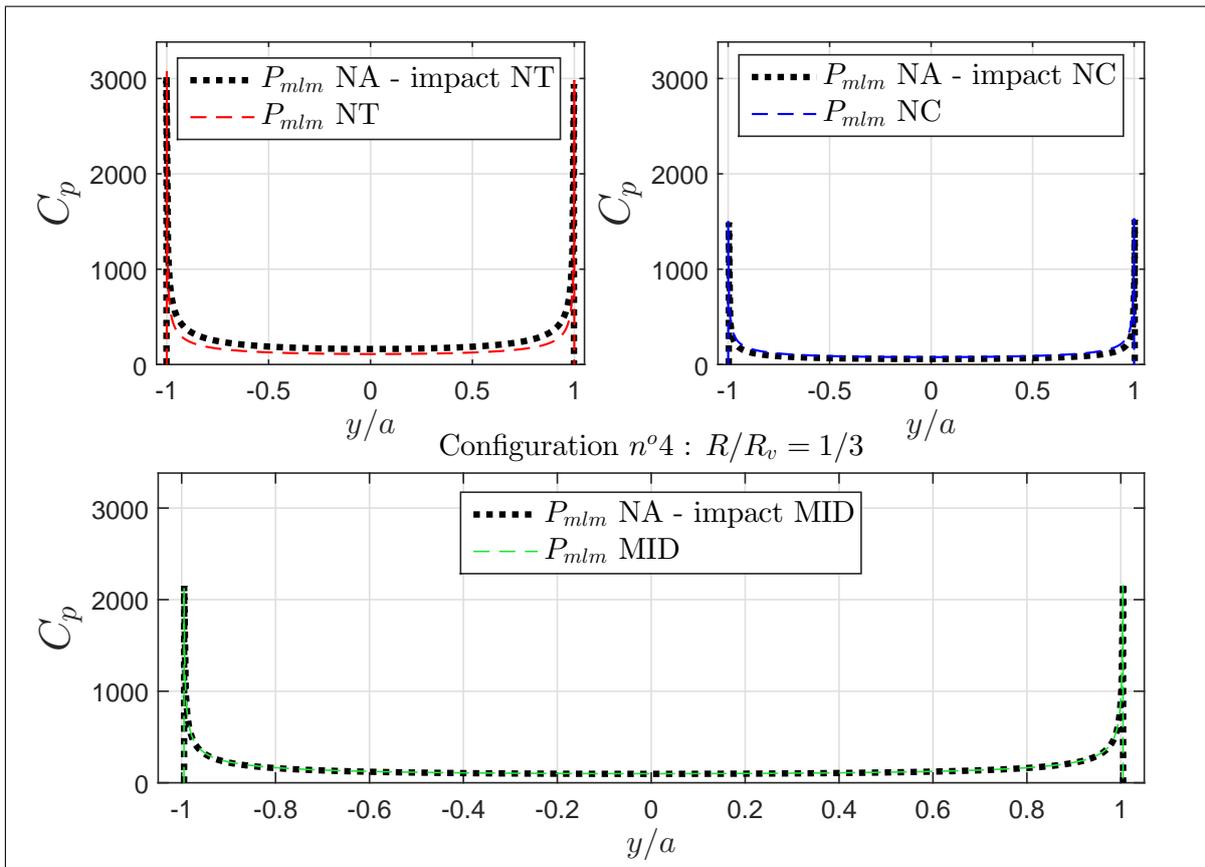


FIGURE 17 – Coefficient de pression config. n°4

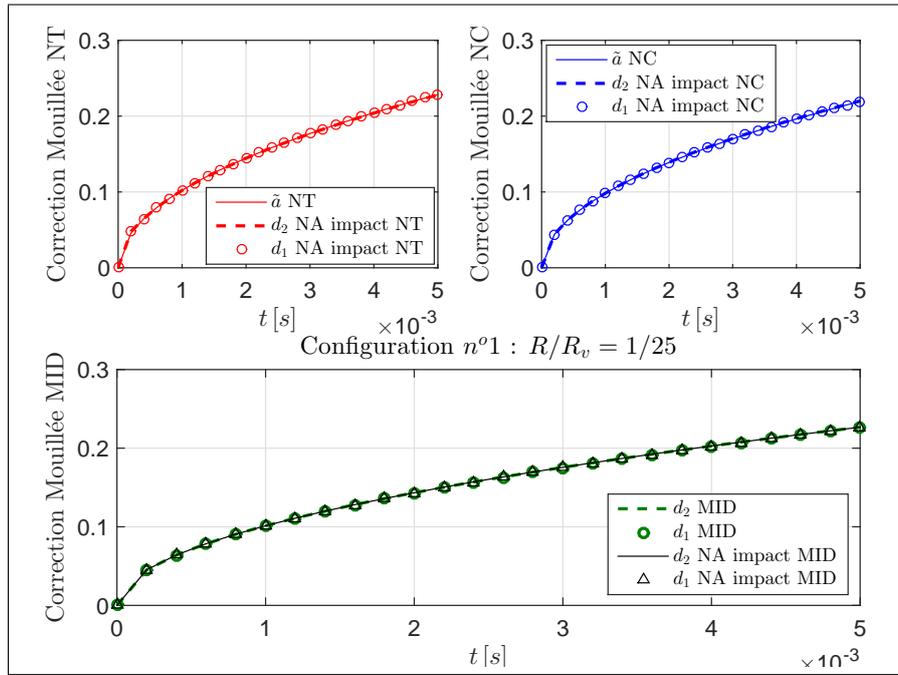


FIGURE 18 – Corrections mouillées config. n°1

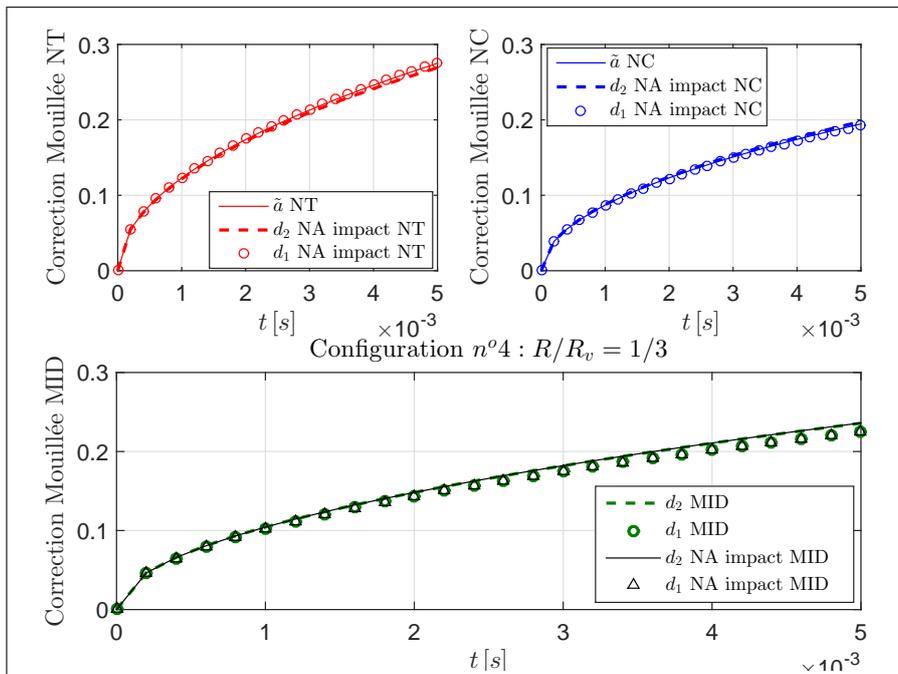


FIGURE 19 – Corrections mouillées config. n°4

La figure 14 montre que pour $R/R_v = 1/25$, les résultats pour les coefficients de slamming C_s sont similaires entre les modèles asymptotiques et le modèle non-asymptotique. Pour un impact au milieu de la pente de la vague les C_s sont quasiment confondus. Le modèle asymptotique pour une position d'impact près de la crête semble sous-estimer légèrement la même configuration traitée au moyen du modèle non asymptotique. C'est l'opposé pour une configuration d'impact près du creux. Pour ce ratio R/R_v , les corrections mouillées (voir Fig. 18) et les coefficients de pression (voir Fig. 16) sont pratiquement identiques entre les modèles asymptotiques et le modèle non-asymptotique. Les légères différences pour les C_s des modèles asymptotiques d'impact au voisinage du creux et de la crête proviennent respectivement des surestimations et sous-estimations des coefficients de pression C_p aux premiers instants de pénétration (voir Fig. 16).

Pour la dernière configuration testée qui présente un ratio $R/R_v = 1/3$ (voir Fig. 15, 17 et 19), des différences majeures en termes d'intensité du coefficient de slamming sont constatées. Les surestimation et sous-estimation des C_s des modèles asymptotiques par rapport au modèle non-asymptotique sont issues des champs de pression *MLM*. La figure 17 montre que le coefficient de pression calculé au moyen du modèle asymptotique près du creux minimise le coefficient de pression calculé pour la même configuration avec le modèle non-asymptotique. On note que cette minimisation ne se produit pas au niveau des pics de pression mais plutôt loin des bornes du champ de pression. C'est l'opposé pour le modèle d'impact près de la crête.

5 Conclusion

Dans cet article, il est démontré qu'il est possible de développer différents types de modèles d'impact hydrodynamique d'un corps parabolique sur une houle d'Airy régulière. On compte, trois modèles asymptotiques valides au voisinage d'un point d'impact initial, ainsi qu'un modèle non-asymptotique qui permet de généraliser les cas particuliers des modèles asymptotiques.

On démontre aussi que pour différents ratios R/R_v , le cas dimensionnant d'impact hydrodynamique d'un corps parabolique ne semble pas être obtenu lorsque la surface libre est plane et au repos. Mais plutôt lorsque l'impact se produit dans le creux d'une vague.

Il est mis en évidence que les modèles asymptotiques d'impact au voisinage de la crête et du creux, respectivement sous-estime et surestime les résultats en terme d'efforts hydrodynamiques par rapport au modèle non-asymptotique. Ces différences sont plus prononcées lorsque le ratio R/R_v tend vers 1. Elles semblent provenir de la valeur des champs de pression loin des pics et calculés aux premiers instants de pénétration.

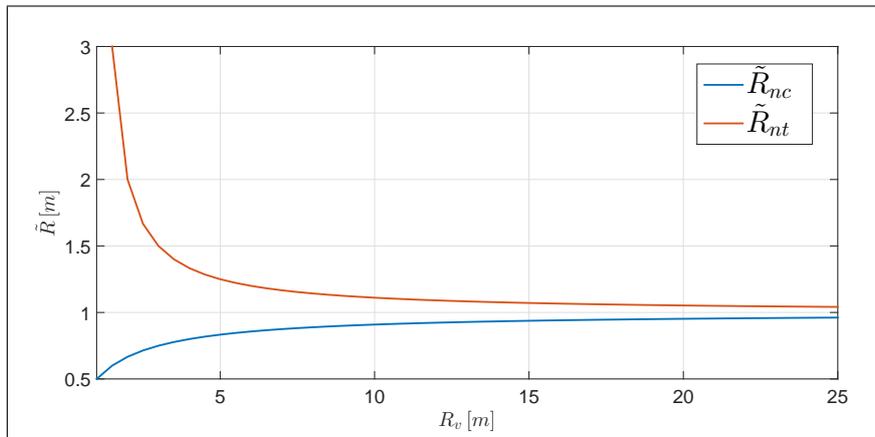


FIGURE 20 – Rayons équivalents des modèles **nc** et **nt** en fonction de R_v pour $R = 1.0m$

Il est possible d'avancer une hypothèse expliquant ces différences. Après avoir développé asymptotiquement au second ordre en ϵ les conditions de Neumann des modèles d'impact au voisinage de la crête et du creux, deux formes canoniques utilisant des rayons de courbures équivalent \tilde{R} sont obtenues (voir Eq. 10 et 11). La figure 20 montre que lorsque $R/R_v \approx 1$: \tilde{R}_{nt} surévalue R et \tilde{R}_{nc} minimise R .

L'utilisation d'un rayon de courbure équivalent engendre des différences majeures en termes d'effort hydrodynamique lorsque R/R_v tend vers 1 par rapport au modèle non-asymptotique. On démontre que lorsque $R/R_v < 1/6$, les résultats en termes d'efforts hydrodynamiques entre les modèles asymptotiques et le modèle non-asymptotique sont inférieurs à 15%.

Remerciements

Le travail présenté dans cet article est financé par l'ADEME dans le cadre du projet WindKeeper. Sous le pilotage de la CNIM, ce projet consiste à développer un navire innovant dédié à la maintenance des éoliennes offshore. Les différents membres du consortium sont la compagnie maritime Chambon, SeaTech Toulon et l'ENSTA-Bretagne.

Références

- [1] Recommended Practice DNV-RP-C205, Environmental Conditions And Environmental Loads. *Det Norkse Veritas*, 17 :pp. 82–83, October 2010.
- [2] Rules For Classification of Ships, Hull Structural Design, Ships with Length Less than 100 metres. *Det Norkse Veritas*, (Pt. 3 Ch. 2 Sec. 5) :pp. 51, July 2012.
- [3] J.V Aarsnes. Drop tests with 2 dimensional sections, effect of structural elasticity. Technical report, Norwegian Marine Technology Research Institute, Aachen, October 1994. Technical report number MT-60 94-0017.
- [4] R. J. Baarholm. *Theoretical and Experimental Studies of Wave Impact Underneath Decks of Offshore Platforms*. PhD thesis, NTNU Trondheim, Institutt for marin hydrodynamikk, 2001.
- [5] G Chunhua. *Global hydroelasticity response of catamarans due to wetdeck slamming*. PhD thesis, NTNU Trondheim, Institutt for marin hydrodynamikk, 2002.
- [6] R. Cointe and J.L. Armand. Hydrodynamic impact analysis of a cylinder. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 109 :pp. 237–243, August 1987.
- [7] O.M. Faltinsen, Kvalsvold J., and Aarsnes J.V. Wave impact on a horizontal elastic plate. *Journal of Applied Marine Science and Technology*, 2 :pp. 87–100, 1997.
- [8] F.D. Gakhov. *Boundary Value Problems*. Courier Corporation, 1990.
- [9] S.D. Howison, J.R. Ockendon, and S.K Wilson. Incompressible water-entry problems at small deadrise angles. *Journal of Fluids Mechanics*, 222 :pp. 215–230, 1991.
- [10] T.I. Khabakhpasheva and A.A. Korobkin. Wave impact on elastic plates. In *Proc. 12th IWWFB Conference*, 1997.
- [11] A.A. Korobkin. Water impact problems in ship hydrodynamics, in : Advances in marine hydrodynamics. *Computational Mechanics*, pages pp. 323–371, 1996.
- [12] A.A. Korobkin. Wave impact on the center of an euler beam. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 39(5) :pp. 770–781, 1998.
- [13] A.A Korobkin. Analytical models of water impact. *Journal of Applied Mathematics*, 15 :pp. 821–838, 2004.
- [14] A.A Korobkin and T.I Khabakhpasheva. Periodic wave impact onto an elastic plate. In *Proc. 7th International Conf. On Numerical Ship Hydrodynamics*, 1999.
- [15] A.A Korobkin and T.I Khabakhpasheva. Regular wave impact onto an elastic plate. *Journal of Engineering Mathematics*, 55 :pp. 127–150, 2006.
- [16] A.A Korobkin and S. Malenica. Modified logvinovich model for hydrodynamic loads on asymmetric contours entering water. In *20th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, 2005.
- [17] A.A. Korobkin and Y-M Scolan. Three-dimensional theory of water impact part 2. linearized wagner problem. *Journal of Fluid Mechanics*, 549 :pp. 343–373, 2006.
- [18] J. Kvalsvold and O.M. Faltinsen. Hydroelastic modeling of wet deck slamming on multihull vessels. *Journal of Ship Research*, 39(3) :pp. 225–239, September 1995.
- [19] G. V. Logvinovich. *Hydrodynamics of Flows with Free Boundaries*. Naukova Dumka, 1969.
- [20] N. Malleron. *Contribution à l'étude des interactions fluide-structure pour l'analyse de l'impact hydrodynamique d'un système de flottabilité d'hélicoptère*. PhD thesis, Université d'Aix-Marseille (II), 2009.
- [21] J. N. Newmann. *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts and London, England, 1977.
- [22] Y.-M. Scolan. Hydrodynamics impact of an elliptic paraboloid on cylindrical waves. *Journal of fluids and Structures*, 48 :pp. 470–486, 2014.
- [23] Y-M Scolan. Oblique water entry of a 3d dimensional body. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 6 :pp. 1197–1208, 2014.
- [24] Y-M. Scolan, E. Coche, T. Coudray, and E. Fontaine. Etude analytique et numérique de l'impact hydrodynamiques sur des carènes dissymétriques. In *7ième Journée de l'Hydrodynamique*, 1999.

- [25] Y-M Scolan and A.A. Korobkin. Three-dimensional theory of water impact part 1. inverse wagner problem. *Journal of Fluid Mechanics*, 440 :pp. 293–326, 2001.
- [26] Y.-M. Scolan, F. Remy, and B. Thibault. Impact of three-dimensional standing waves on a flat horizontal plate. In *21th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, 2006.
- [27] N.J. Smith, P.K. Stansby, and J.R. Wright. The slam force on a flat plate in free flight due to impact on a wave crest. *Journal of Fluids and Structures*, 12 :pp. 183–196, September 1998.
- [28] Th. Von Karman. The impact on sea plan floats during landing. Technical report, Aerodynamical Institute of Technical High School, Aachen, October 1929. National Advisory Committee For Aeronautics, Technical Note No. 321.
- [29] H. Wagner. Uber stoss- und gleitvorgane an der oberflache von flussigkeiten. *Math. Mech.* 12, pages pp. 193–215, August 1932.
- [30] R. Zhao and O. Faltinsen. Water entry of two dimensionnal bodies. *Journal Of Fluid Mechanics*, 246 :pp. 593–612, 1993.
- [31] R. Zhao, O. Faltinsen, and J. Aarsnes. Water entry of arbitrary two-dimensional sections with and without flow separation. In *21th Symposium on Naval Hydrodynamics*, pages pp. 408–423, 1997.