



## 15<sup>ÈMES</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22 - 24 novembre 2016 - Brest

### Contrôle réactif d'un houlomoteur à partir de l'état d'un houlomoteur voisin dans un groupe

*Reactive control of a wave energy converter from the states of a neighbor in a group*

**P.-E. Meunier<sup>(1)</sup>, A.H. Clément<sup>(2)</sup>, J.-C. Gilloteaux<sup>(3)</sup>**

<sup>(1)</sup>paul-emile.meunier@ec-nantes.fr, <sup>(2)</sup>alain.clement@ec-nantes.fr, <sup>(3)</sup>jean-christophe.gilloteaux@ec-nantes.fr  
Ecole Centrale de Nantes

#### Résumé

Le but de cette étude est de mettre en place un contrôle réactif d'un houlomoteur en utilisant uniquement l'information disponible, i.e. les vecteurs d'état des machines du groupe. Dans un premier temps, les équations reliant les différents états de la ferme sont établis puis sont utilisés afin d'effectuer une prévision des états sur les corps contrôlés. Il est alors possible d'appliquer une loi de contrôle réactive quasi-optimale permettant d'obtenir des rendements jusqu'à 5 fois supérieurs à ceux obtenus avec un Power Take-Off passif.

#### Summary

*This study aims to set up a reactive control strategy using exclusively the state vectors of the neighbor machines within a group. First, the relations between the different states of the farm have been developed and then used in order to forecast the states of the controlled bodies. From this forecast it is then possible to apply a quasi-optimal control law which allows to obtain efficiencies up to 5 times higher to the ones obtained with a passive Power Take-Off.*

## 1 Introduction

Les machines houlomotrices sont des dispositifs permettant de récupérer une partie de l'énergie contenue dans la houle. Pour ce faire, ces engins sont mis en mouvement par les oscillations des vagues et l'énergie associée à ces mouvements est absorbée par un système nommé : Power Take-Off (PTO). Les études effectuées sur ce type de machines ont mis en évidence que le contrôle en temps réel de la fore appliquée par le Power Take-Off sur la machine peut améliorer significativement la production énergétique. Différents types de contrôles ont été développés afin d'optimiser le rendement afin de rapprocher la technologie houlomotrice de la compétitivité ; on peut citer entre autres : le contrôle par latching [1], le Model Predictive Control (MPC) [8], et beaucoup d'autres. Quelle que soit la stratégie de contrôle utilisée, le but commun à ces méthodes est d'adapter instantanément la fréquence de résonance du récupérateur à celle de la vague incidente. C'est en effet lors de la mise en résonance du système que l'optimal énergétique est atteint. Par ailleurs, il est important de différencier deux grandes familles de contrôle : le contrôle dit passif, et le contrôle dit réactif. Dans le premier cas, le PTO n'agit que pour récupérer de l'énergie du système. Dans le second cas, le PTO peut aussi être utilisé comme moteur et redonner de l'énergie au système afin de forcer la mise en résonance. Au sens du flux d'énergie on dira alors que le PTO a la capacité d'être bidirectionnel, alors qu'il reste monodirectionnel dans le cas du contrôle passif.

Le contrôle réactif présente de meilleures performances mais sera plus complexe à mettre en œuvre aussi bien sur le plan théorique qu'en termes d'ingénierie car on devra être capable au cours d'un cycle de vague, d'inverser le sens du flux instantané d'énergie. Ainsi, le type de PTO mis en jeu devra être réversible et présenter un excellent rendement [10]. Permettant de maintenir le système dans un état de résonance quasi-permanent il devra aussi supporter une puissance nominale importante. Sur le plan théorique et pour un corps isolé, l'impédance optimale de ce type de contrôleur est bien connue dans le domaine fréquentiel mais présente un problème fondamental dans le domaine temporel, celui de la non cau-

salité. En effet pour appliquer une telle loi de contrôle dans le domaine temporel, il est alors nécessaire de connaître la force d'excitation de la houle appliquée sur le corps dans le futur [11][6]. L'horizon de prédiction nécessaire dépend principalement de l'impédance intrinsèque des machines et de la ferme et peut donc être déterminé. Plusieurs études se sont intéressées à cette problématique, certaines approches de MPC proposent par exemple d'utiliser une méthode auto-régressive afin de prédire la force d'excitation et de pouvoir alors effectuer une optimisation en ligne de la force du PTO. Néanmoins cette méthode de prédiction ne permet guère de dépasser un horizon de prédiction d'une dizaine de secondes ce qui peut être réducteur [9]. Une autre approche pourrait aussi consister à disposer des capteurs de houles autour de la ferme afin d'en tirer une information à propager et donc de connaître l'élévation de surface dans le futur au niveau de la machine houlomotrice, et la force d'excitation qui en résulte. Cette approche nécessitant des capteurs multiples et des calculateurs embarqués relativement puissants sera certainement d'un coût élevé.

De manière générale, la plupart des études effectuées sur le contrôle des génératrices houlomotrices se sont concentrées sur le contrôle individuel. Le corps pouvait faire partie d'une ferme mais leur contrôle était appréhendé d'un façon autonome, sans prise en compte des interactions hydrodynamiques dues aux autres machines. Partant de ce constat, des études ont été menées afin d'inclure les interactions hydrodynamiques dans le contrôle et d'en observer les avantages [3]. La présente étude se propose de partir du postulat que les fermes de houlomoteurs seront constitués d'un grand nombre de corps et que ce sont ces corps qui pourront apporter l'information nécessaire au contrôle de la ferme. En d'autres termes, on suppose ici qu'il sera possible de connaître et donc d'utiliser les vecteurs d'états de tous les WECs de la ferme, mesurés et transmis à moindre coût, afin d'établir la force de PTO optimale à appliquer sur les autres corps contrôlés. Il est alors possible d'établir des relations entre les mouvements des corps et donc de prédire leurs mouvements. Dans un premier temps, les fonctions de transfert reliant les vitesses des différents corps de la ferme sont établies. En uti-

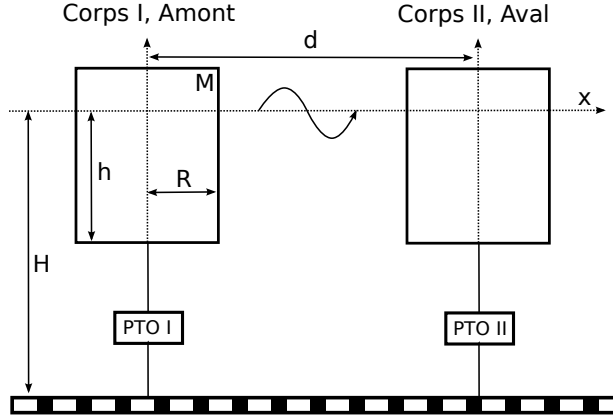


Fig. 1: Groupe de deux houlomoteurs utilisé dans le cadre de cette étude

lisant cette information dans le domaine temporel via l'utilisation de produits de convolutions il est alors possible d'obtenir la prévision de vitesse des corps à contrôler. Il s'ensuit alors l'établissement de la force à appliquer aux corps de la ferme permettant d'optimiser leurs rendements de production.

Afin de valider ce concept, on a procédé dans cette première étude à l'application de cette méthode pour un groupe de deux corps, dont l'un sera contrôlé par la connaissance du vecteur d'état de l'autre. L'extension à une ferme de plusieurs corps fera l'objet d'une publication ultérieure.

## 2 Approche de modélisation

Dans le cadre de cette étude, un groupe de deux houlomoteurs cylindriques espacés d'une distance de  $200m$  et alignés avec la houle est choisi pour l'exemple de la stratégie de contrôle (figure 1). Les machines sont identiques et présentent les caractéristiques suivantes :

- rayon  $r = 3m$
- tirant d'eau  $h = 10m$
- masse  $M = 7,8 \cdot 10^5 kg$
- profondeur  $H = 50m$

Cet exemple est évidemment choisi pour sa simplicité et parce qu'il est possible d'obtenir des lois de coefficients hydrodynamiques de façon analytique pour une précision élevée. Ce choix permet d'obtenir des fonctions de transfert cohérentes y compris pour les fréquences élevées ce qui sera utile dans la section 3.2 lors du calcul des fonctions de transfert des vitesses. Il est toutefois important que de noter que la méthode pourra s'appliquer à toutes formes de flotteurs dès lors qu'on pourra obtenir ces lois en fonction de la fréquence de houle, par les logiciels ad-hoc disponibles aujourd'hui. On peut par exemple utiliser le code open source BEM NEMOH [2] développé au laboratoire LHEEA pour obtenir ces coefficients. L'erreur pour les fréquences élevées sera alors négligeable car elle n'apparaît que pour des fréquences où la RAO du système tend vers zéro.

De même, afin de faciliter la démonstration, le pilotage sera la seule degré de liberté considéré ici pour les cylindres oscillants. On rappelle tout d'abord la forme des équations du mouvement d'un corps isolé, en approche fréquentielle puis temporelle. En domaine fréquentiel, l'équation dérivant du Principe Fondamental de la Dynamique s'écrit comme suit :

$$\left\{ B(\omega) + j\omega \left[ M + M_a(\omega) - \frac{K_s}{\omega^2} \right] \right\} V(\omega) = F_{ex}(\omega) + F_u(\omega) \quad (1)$$

où l'on a choisi la vitesse pour caractériser le mouvement des corps. Les termes de masse  $M$ , et de masse ajoutée  $M_a(\omega)$  sont proportionnels à l'accélération. Le coefficient d'amortissement hydrodynamique  $B(\omega)$  est, lui, proportionnel à la vitesse. Et finalement le terme de raideur hydrostatique  $K_s$  est proportionnel à la position verticale du cylindre. Ces paramètres, résultant de la géométrie du corps flottant régissent le comportement du corps. Il est alors plus compact de les regrouper dans un terme  $Z_i$  représentant l'impédance intrinsèque du système.

$$Z_i(\omega)V(\omega) = F_{ex}(\omega) + F_u(\omega) \quad (2)$$

$$Z_i(\omega) = B(\omega) + j\omega \left[ M + M_a(\omega) - \frac{K_s}{\omega^2} \right] \quad (3)$$

Le second membre de l'équation contient les efforts appliqués au système. La force d'excitation  $F_{ex}(\omega) = H_{ex}(\omega)\Xi(x, \omega)$ , où  $H_{ex}(\omega)$  est le coefficient de force d'excitation et  $\Xi(x, \omega)$  est la transformée de Fourier de l'élévation de surface libre  $\eta(x, t)$ , représente l'effet des potentiels de l'onde incidente et de l'onde diffractée sur le système. La force du Power Take-Off  $F_u(\omega)$  est la force que l'on applique au système afin d'en extraire l'énergie.

Afin d'obtenir l'équation du mouvement dans le domaine temporel, il est nécessaire d'appliquer une transformée de Fourier inverse à l'équation (1). On obtient alors l'équation de Cummins [5](4).

$$(M + M_{a\infty})\dot{v}(t) + \int_0^t h(t - \tau)v(\tau)d\tau + K_s x(t) = f_{ex}(t) + f_u(t) \quad (4)$$

Le noyau de convolution  $h(t)$  correspond au terme de radiation du système et est obtenu comme suit :

$$\mathcal{F}\{h(t)\} = B(\omega) + j\omega M_a(\omega) \quad (5)$$

Le passage de l'équation du mouvement pour un corps isolé à un groupe de deux corps s'effectue de manière naturelle dans la formulation matricielle (6). L'ajout d'un corps fait apparaître les termes croisés d'efforts de radiation et d'excitation et donc d'impédance intrinsèque. Ces termes correspondent aux efforts ressentis par un corps à la suite de la génération d'une vague par radiation de l'autre corps. Dans la suite de ce travail, cette formulation sera privilégiée pour les démonstrations.

$$\begin{bmatrix} Z_{I,I} & Z_{I,II} \\ Z_{II,I} & Z_{II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ex,I} \\ F_{ex,II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{u,I} \\ F_{u,II} \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 3 Stratégie de contrôle collectif

Les résultats numériques obtenus dans cette partie sont obtenus à partir de coefficients hydrodynamiques calculés de manière analytique. Ceci permet une analyse plus fine du comportement de la stratégie de contrôle y compris dans des domaines de fréquences aux limites de la RAO du système.

#### 3.1 Non-causalité du contrôle réactif

La mise en équation du groupe de deux houlomoteurs ci dessus permet de détailler les composantes du système, i.e. l'impédance intrinsèque du système, la force d'excitation, et la force du PTO. Le contrôle d'un houlomoteur revient finalement à appliquer une consigne à la force du PTO afin d'en améliorer son rendement. Le contrôle réactif optimal du groupe est défini par la relation suivante [7] :

$$\begin{bmatrix} F_{u,I} \\ F_{u,II} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{Z}_{I,I} & \bar{Z}_{I,II} \\ \bar{Z}_{II,I} & \bar{Z}_{II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \end{bmatrix} \quad (7)$$

L'impédance du contrôleur optimal correspond donc à l'impédance intrinsèque conjuguée. Son impédance étant complexe, le contrôleur va alternativement donner et récupérer de l'énergie au système. Quand le flux d'énergie est orienté vers le système, on parle de puissance réactive. Il faut noter que cette perte d'énergie n'est qu'apparente puisqu'elle permet un gain global sur l'ensemble du cycle ; néanmoins les pertes associées au rendement du PTO sont elles toujours de même signe quel que soit le sens du flux d'énergie, et se cumulent (e.g effet Joule dans un PTO électrique) [10]. Lorsque cette expression de la force de PTO est injectée dans l'équation (6) et que les impédances sont factorisées par rapport au vecteur vitesse, on obtient alors l'impédance nette du système (10).

$$\begin{bmatrix} Z_{I,I} + \bar{Z}_{I,I} & Z_{I,II} + \bar{Z}_{I,II} \\ Z_{II,I} + \bar{Z}_{II,I} & Z_{II,II} + \bar{Z}_{II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ex,I} \\ F_{ex,II} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 2\Re(Z_{I,I}) & 2\Re(Z_{I,II}) \\ 2\Re(Z_{II,I}) & 2\Re(Z_{II,II}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ex,I} \\ F_{ex,II} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{Z}_{net} \mathbf{V} = \mathbf{F}_{ex} \quad (10)$$

L'impédance nette du système lorsque un PTO optimal est appliqué, devient purement réelle. La conséquence directe est alors que les vitesses des corps contrôlés sont en phase avec la force d'excitation. La plupart des stratégies de contrôle développées pour les houlomoteurs sont basées sur ce point ; on parle alors de *contrôle de phase*. Le contrôle réactif optimal présente la caractéristique particulière d'amener

le système en condition de résonance en s'adaptant à la fréquence de la houle incidente (et donc de la force d'excitation). On comprend alors que les difficultés vont apparaître quand on va passer à l'application à la houle irrégulière multifréquencielle, puis à la houle réelle en domaine temporel pour laquelle la notion même de fréquence est indéfinie.

Nous allons maintenant opérer ce passage dans le domaine temporel à partir de ce contrôleur optimal. La force instantanée à appliquer au PTO est alors obtenue par la transformée de Fourier inverse de son expression en fréquentiel, soit :

$$\begin{cases} f_{u,I}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,I,I}(t-\tau)v_I(\tau)d\tau \\ + \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,I,II}(t-\tau)v_{II}(\tau)d\tau \\ f_{u,II}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,II,I}(t-\tau)v_I(\tau)d\tau \\ + \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,II,II}(t-\tau)v_{II}(\tau)d\tau \end{cases} \quad (11)$$

$$h_{u,m,n}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{Z}_{m,n}(\omega)e^{+i\omega t}d\omega \quad (12)$$

où  $m$  désigne le corps recevant l'effort et  $n$  le corps générant l'effort.

C'est dans ce passage en temporel qu'apparaît la complexité du problème. En effet, les réponses impulsionnelles des impédances du contrôleur optimal sont non causales (figure 2), i.e. la réponse impulsionnelle est non nulle pour les temps négatifs. Ce qui correspond à une réponse du système précédant l'impulsion donnée en entrée. Ce phénomène correspond généralement à un problème physique mal posé, ou plus spécifiquement un système pour lequel on aura défini l'entrée et la sortie comme différemment de la (seule) cause et de l'effet respectivement. Pratiquement, la seule façon de pouvoir calculer les produits de convolutions permettant d'obtenir la force à appliquer au PTO pour une absorption optimale est de pouvoir déterminer les vitesses des corps dans les temps futurs. Il est aussi important de noter ici que l'ordre de grandeur de la réponse impulsionnelle du terme croisé est bien inférieure au terme diagonal et pourra donc dans ce cas être négligé. Ceci est intéressant pour cette stratégie de contrôle car le temps de prévision

nécessaire afin de causaliser la réponse impulsionnelle est plus important pour les termes croisés.

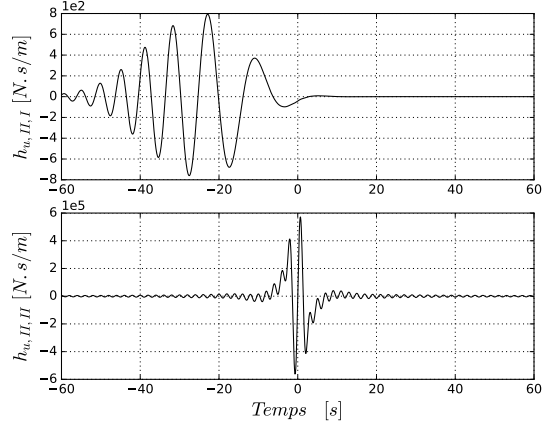


Fig. 2: Réponses impulsionnelles des impédances complexes pour le corps en aval. Le noyau ( $h_{u,II,I}$ ) en haut correspond au terme croisé et le noyau  $h_{u,II,II}$  (en bas) correspond au terme direct.

Il a donc été montré ici que pour pouvoir calculer la force à appliquer au PTO, il était nécessaire de pouvoir déterminer les vitesses des corps dans le futur. La stratégie de contrôle « collectif » présentée ici consiste à obtenir cette information pour le corps contrôlé à partir du vecteur d'états de l'autre corps, cette stratégie ayant vocation à être étendue ensuite à un groupe de nombreux corps dont un sous-ensemble sera contrôlé par le vecteur d'état généralisé de la ferme entière.

### 3.2 Prise en compte des vitesses des corps environnant

C'est en établissant les fonctions de transfert reliant la dynamique, et plus précisément les vitesses, des différents corps qu'il est possible de calculer une prévision des vitesses. En effet, à partir de l'équation du mouvement dans le domaine fréquentiel, il est possible d'établir la fonction de transfert reliant les vitesses des deux corps. Pour des corps alignés avec

la houle, comme dans l'exemple présenté ici, l'entrée du système sera la vitesse du corps en amont et la sortie sera la vitesse du corps en aval. L'équation du mouvement (8) contenant l'expression du contrôleur optimal permet de résoudre la vitesse des corps du groupe; pour cela il est nécessaire d'introduire l'élévation de surface libre comme une variable intermédiaire afin de faire apparaître le lien entre les vitesses. Pour se faire, il est possible d'extraire la vitesse du premier corps du vecteur vitesse et donc de permuter le second membre de l'équation avec la première colonne de la matrice d'impédance (équation 13).

$$\begin{bmatrix} F_{ex,I} & Z_{I,II} + \bar{Z}_{I,II} \\ F_{ex,II} & Z_{II,II} + \bar{Z}_{II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi \\ V_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{I,I} + \bar{Z}_{I,I} \\ Z_{II,I} + \bar{Z}_{II,I} \end{bmatrix} V_I \quad (13)$$

où  $\Xi$  représente la transformée de Fourier de l'élévation de surface libre à l'origine.

La solution de ce système pour chacune des fréquences donne l'élévation de surface et la vitesse du corps en aval en fonction de la vitesse du corps en amont de la propagation de la houle (équation 15).

$$\mathbf{Z}_M \mathbf{V}_M = \mathbf{Z}_I V_I \quad (14)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z}_M^{-1} \mathbf{Z}_I \quad (15)$$

Le vecteur  $H$  obtenu contient alors la fonction de transfert  $\frac{\Xi}{V_I}$  reliant l'élévation de surface à la vitesse du corps  $I$  dans la première ligne, et la fonction de transfert  $\frac{V_{II}}{V_I}$  reliant la vitesse des deux corps dans la seconde. Il suffit alors de substituer la première ligne de ce vecteur par 1 pour obtenir le vecteur des fonctions de transfert de vitesses  $H_v$  pour les corps de la ferme (équation 16). Dans le cas d'une ferme composée d'un plus grand nombre de corps, les lignes suivantes contiennent les fonctions de transferts de vitesses pour tous les autres corps de la ferme en fonction de  $V_I$ .

$$\mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} 1 \\ H_{II} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Le groupe de deux corps étudié ici présente la fonction de transfert en amplitude présentée dans la figure 3. Pour les basses fréquences, la fonction de transfert tend vers 1 car les longueurs d'ondes des

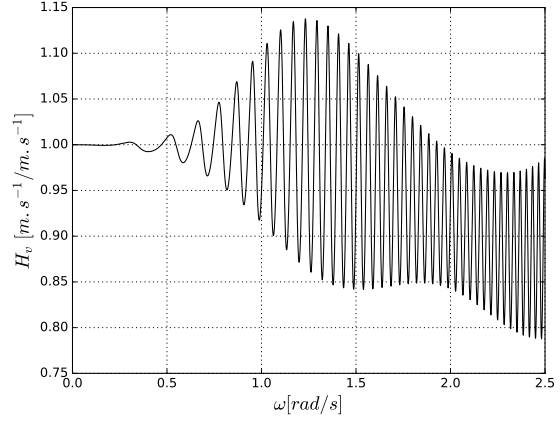


Fig. 3: Amplitude de la fonction de transfert  $H_v$  reliant la vitesse du corps en amont à celle en aval de la houle.

vagues tendent vers l'infini et les deux corps sont synchrones. Lorsque les fréquences augmentent la fonction se met à osciller, en effet chacun des corps va être plus ou moins avantagé par les effets de groupe en fonction de la longueur d'onde des vagues. Le comportement de la fonction de transfert des vitesses dans les hautes fréquences ne présente pas à un réel intérêt car pour ces fréquences la réponse en amplitude (RAO) des corps est nul et il n'y a donc pas de mouvement.

Pour obtenir la réponse temporelle de cette fonction de transfert, il est alors nécessaire d'en effectuer la transformée de Fourier inverse puis de convoluer la réponse impulsionnelle obtenue à la vitesse du corps en amont. A ce stade, le résultat obtenu n'est pas une prévision mais uniquement la valeur de la vitesse du corps en aval en fonction de celle du corps en amont au même instant. Ce qui permet la prévision de la vitesse, est le temps de propagation de la houle du corps en amont jusqu'au corps en aval. Il est possible de déterminer l'horizon de prévision en choisissant la longueur d'onde maximale à prendre en compte pour le contrôle des machines. La vague ayant la plus grande longueur d'onde est la plus rapide et fixe la limite de l'horizon de prévision. La valeur de la vitesse est obtenue à partir de la relation de dispersion

(équation 17).

$$\omega^2 = (gk)\tanh(kH) \quad (17)$$

Dans le cas de référence de cette étude et en désignant une longueur d'onde maximale de  $200m$ , la vitesse de l'onde est de  $16,2m.s^{-1}$  ce qui donne un horizon de  $12,3s$ . Lors du calcul de la vitesse du corps en aval dans le domaine temporel en appliquant le produit de convolution, il suffit alors d'appliquer un changement de variable dans le noyau de convolution afin d'obtenir la valeur de la vitesse à un temps différent (équation 19). Cela n'est possible que si la réponse impulsionnelle reste causale, ce qui implique de rester dans les limites de l'horizon de prédiction. La valeur de ce décalage temporelle est alors choisie égale à la valeur de la limite de l'horizon de prédiction soit  $t_{prev} = 12,3s$ .

$$v_{II}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_v(t - \tau)v_I(\tau)d\tau \quad (18)$$

$$v_{II}(t + t_{prev}) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_v(t + t_{prev} - \tau)v_I(\tau)d\tau \quad (19)$$

### 3.3 Stabilité du contrôleur

La stratégie de contrôle propose d'utiliser le premier corps en amont de la houle comme capteur afin d'appliquer un contrôle réactif pour le second corps du groupe. Le premier corps ne disposant pas de corps en amont ne peut alors pas être contrôlé de la même façon. Il est toute fois possible de lui appliquer un PTO passif ce qui permet d'optimiser le rendement global du groupe. Le premier corps n'est donc pas uniquement un capteur mais bien un élément de récupération de l'énergie des vagues. Comme le premier corps est équipé d'un PTO passif il est nécessaire d'en tenir compte dans l'équation du mouvement pour effectuer la prévision de la vitesse. L'équation de mouvement devient alors :

$$\begin{bmatrix} F_{ex,I} & Z_{I,II} \\ F_{ex,II} & Z_{II,II} + \dot{Z}_{II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{I,I} + B_{PTO,I} \\ Z_{II,I} + \dot{Z}_{II,I} \end{bmatrix} V_1 \quad (20)$$

En utilisant cette nouvelle équation, la fonction de transfert des vitesses change fortement. Comme le

corps en aval est soumis au contrôleur optimal, sa vitesse et son amplitude devient extrême quand la fréquence de la houle s'écarte de sa fréquence de résonance intrinsèque. Par ailleurs, le corps en amont lui étant passif, son mouvement sera maximal pour le point de résonance. En conséquence l'amplitude de la fonction de transfert diverge par les deux bords (figure 4).

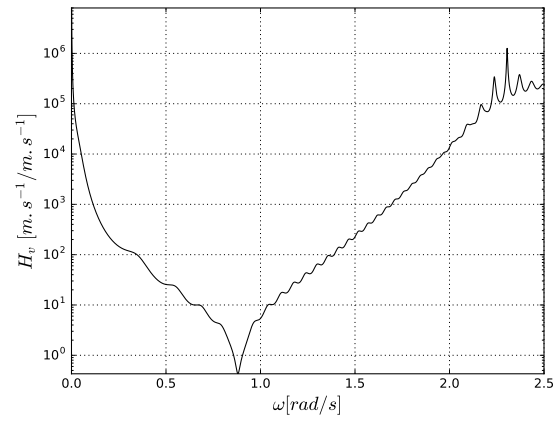


Fig. 4: Amplitude de la fonction de transfert des vitesses en échelle logarithmique pour le cas du premier corps (capteur) équipé d'un PTO passif.

Les caractéristiques de cette fonction de transfert présentent un problème de stabilité pour le contrôle. La divergence aux deux bords entraîne des forces extrêmes à appliquer au système ce qui entraîne son instabilité. Pour assurer la stabilité du contrôle, il est nécessaire d'ajouter un fenêtrage à l'impédance du contrôleur. Cela permet de réduire la divergence de la fonction de transfert à ces bords et ainsi de réduire les efforts extrêmes dans ces conditions. Afin de conserver un fonctionnement proche de l'optimal malgré le fenêtrage, il est primordial de limiter ce fenêtrage au domaine de fonctionnement de la génératrice houlomotrice. Les deux critères permettant de définir ces limites sont la bande passante de la RAO et la bande passante du spectre de houle. La RAO permet donc de définir la limite haute de coupure du fenêtrage car à partir d'une certaine fréquence le corps

ne bouge plus. La bande passante du spectre permet de définir la fréquence basse de coupure c'est à dire la vague de plus grande longueur d'onde contenue dans le spectre. En appliquant ce fenêtrage le contrôleur n'est plus optimal mais son fonctionnement s'en rapproche fortement dans le domaine de fonctionnement de la machine.

### 3.4 Forme pseudo-causale du contrôle

Le décalage de la réponse impulsionnelle de la fonction de transfert des vitesses a permis d'établir une prévision de la vitesse du corps en aval. Il est alors possible d'effectuer le calcul de la force à appliquer afin d'optimiser le rendement du contrôle réactif. Il est toutefois important de rappeler qu'il n'est possible de causer que les termes correspondant à la vitesse des corps en aval. Le calcul de la force de PTO optimal s'exprime avec la somme des convolutions de la vitesse du corps contrôlé et des vitesses des autres corps du groupe. Cela correspond à appliquer le contrôle au mouvement du corps concerné et à prendre en compte les efforts de radiations des corps de la ferme (équation 21).

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{u,II}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,II,II}(t-\tau)v_{II}(\tau)d\tau \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,II,I}(t-\tau)v_I(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (21)$$

Après le décalage temporel de la réponse impulsionnelle de la fonction de transfert des vitesses, la vitesse du corps contrôlé devient  $v_{II}(\tau + t_{prev})$ . Le terme direct est alors calculé dans le futur et il est indispensable de lui appliquer un décalage temporel opposé. La réponse impulsionnelle du contrôle optimal du corps en aval est alors décalé vers le passé afin de revenir à l'instant présent et causer le contrôle (équation 22).

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{u,II}(t) &= \tilde{f}_{u,II}(t + t_{prev} - t_{prev}) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,II,II}(t - t_{prev} - \tau)v_{II}(\tau + t_{prev})d\tau \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} h_{u,II,I}(t - \tau)v_I(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (22)$$

La réponse impulsionnelle de l'impédance du contrôle pour le terme direct  $h_{u,II,II}$  est alors décalée vers la droite. Si les corps sont suffisamment éloignés alors la réponse impulsionnelle devient pseudo-causale, i.e. la réponse dans les temps négatifs est quasi-nulle. Il est donc possible de calculer la force à appliquer au PTO de façon déterministe et avec une faible erreur (figure 5).

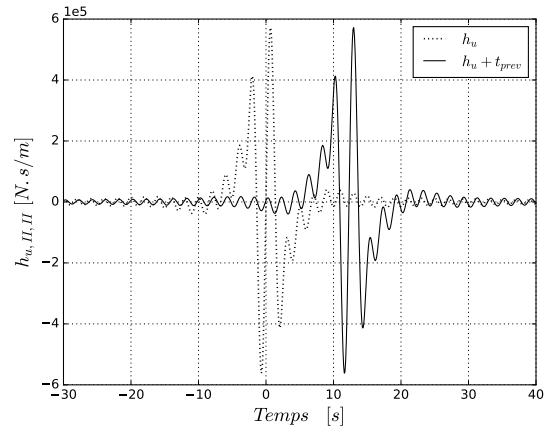


Fig. 5: Décalage temporel de la réponse impulsionnelle de l'impédance du contrôleur optimal pour la composante directe.

Par ailleurs, le terme croisé  $h_{u,II,I}$  ne peut être causer car il dépend de la vitesse du premier corps qui lui ne dispose pas d'information en amont. Si les corps sont suffisamment éloigné (ce qui correspond à la condition nécessaire pour causer le terme direct) le terme croisé ne représente qu'une faible partie de la force à appliquer au PTO et peut donc être négligé. Concrètement, on retirera le terme  $\tilde{Z}_{II,I}$  de l'impédance du contrôleur afin d'obtenir l'équation 23. Toutefois, les termes croisés de radiation sont pris en compte dans l'équation du mouvement pour définir au mieux la prévision de la vitesse du corps en aval.

$$\begin{bmatrix} F_{ex,I} & Z_{I,II} \\ F_{ex,II} & Z_{II,II} + \tilde{Z}_{II,I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{I,I} + B_{PTO,I} \\ Z_{II,I} \end{bmatrix} V_1 \quad (23)$$

Dans le cas d'une ferme de plus de deux corps, il



est alors possible de calculer la force du PTO pour les termes croisés de l'impédance du contrôleur pour les termes dépendant de corps possédant un corps en amont. Dans ce type de configuration il n'y aura donc que la première colonne de la matrice d'impédance qui devra être nulle à part le premier terme qui peut correspondre à un PTO passif (équation 24). Il est donc apparent que plus le nombre de corps est grand et moins l'impact de cette simplification est important.

$$\mathbf{Z}_u = \begin{bmatrix} B_{PTO} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{u,II,II} & \cdots & Z_{u,II,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & Z_{u,N,II} & \cdots & Z_{u,N,N} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Néanmoins, comme il est possible de le constater dans la figure 2, le terme de radiation croisé nécessite un horizon de prévision plus grand que pour le terme direct. Par conséquent sa causalisation nécessitera probablement des configuration géométriques de fermes avec des corps plus éloignés.

## 4 Résultats

La stratégie de contrôle présentée dans cette étude a été testée pour un groupe de deux cylindres identiques séparés d'une distance de 200m (figure 1) en utilisant les coefficients hydrodynamiques obtenus avec la méthode analytique. Afin de valider la méthode, le groupe de machines houlomotrices a été soumis à une houle polychromatique composée avec un spectre de Bretschneider [4] pour deux états de mer distincts :  $H_s = 1m$   $T_p = 6s$  et  $H_s = 2m$   $T_p = 8s$  (équation 25, figure 6). Afin de comparer au mieux les résultats, un jeu de phase a été tiré aléatoirement et est utilisé pour l'ensemble des tests.

$$S(f) = \frac{5}{16} H_s^2 f_m^4 f^{-5} e^{[-\frac{5}{4}(\frac{f}{f_m})^{-4}]} \quad (25)$$

### 4.1 Mise en phase du corps contrôlé

Comme précisé dans la section §3.1, le contrôle réactif optimal a pour comportement caractéristique de

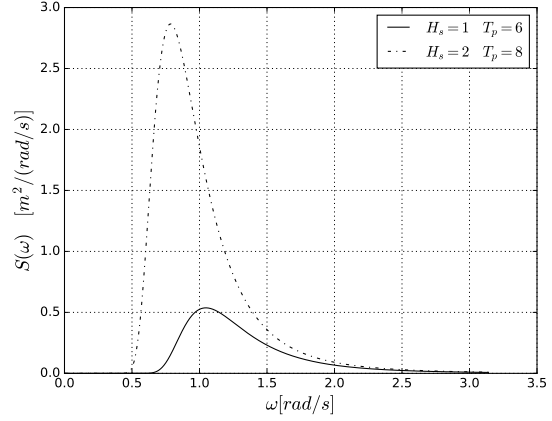


Fig. 6: Spectre de Bretschneider pour des états de mer  $H_s = 1m$   $T_p = 6s$  et  $H_s = 2m$   $T_p = 8s$ .

mettre en résonance le système contrôlé avec la force d'excitation. Il s'agit donc ici de vérifier la qualité du contrôle en comparant les phases de la vitesse du corps contrôlé et de la force d'excitation qui lui est appliqué. Cependant il n'est pas tout à fait juste de parler de phase dans le domaine temporel dans le cas d'un signal polychromatique. Afin d'observer ce phénomène de mise en résonance, il est choisi de mesurer l'angle du portrait de phase de la vitesse et de la force d'excitation. Il s'agit donc ici de comparer l'angle formé par la vitesse et la position du corps sur une représentation polaire avec l'angle formé par la force d'excitation et son intégrale (figure 7). La représentation permet d'établir une bonne correspondance de la dynamique du corps avec la force d'excitation ce qui permet de confirmer que la stratégie de contrôle a respectée le critère de phase de l'optimalité. Toutefois, les deux phases ne sont pas toujours synchrones ; dans le cas de brusque changement de sens de rotation du portrait de phase, la synchronisation est imparfaite. Cette erreur peut être générée par des effets du fenêtrage du contrôleur ou encore par une discrétisation temporelle du contrôle trop faible.

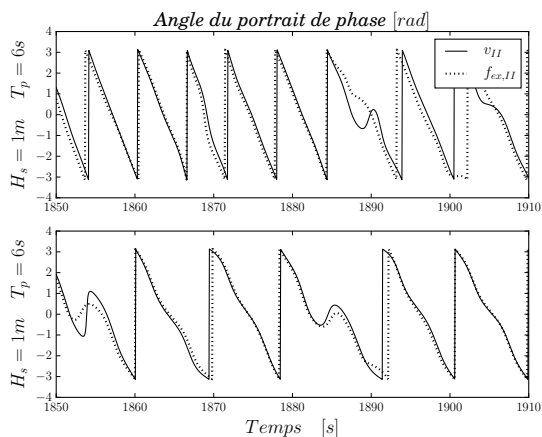


Fig. 7: Angle du portrait de phase de la vitesse et de la force d'excitation du corps contrôlé pour des états de mer de  $H_s = 1m$   $T_p = 6s$  et  $H_s = 2m$   $T_p = 8s$ .

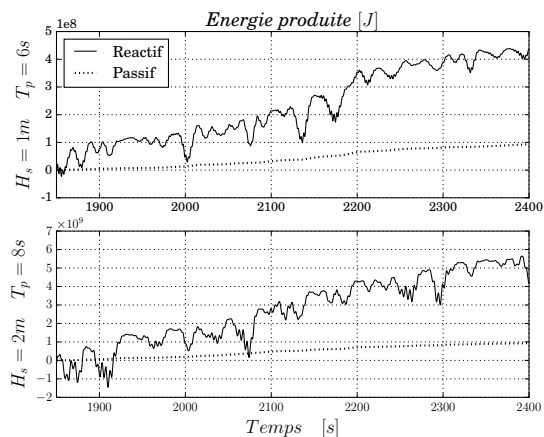


Fig. 8: Comparaison de l'énergie récupérée avec un PTO passif et un PTO réactif contrôlé avec l'information d'un corps en amont. Les résultats sont présentés pour deux états de mer  $H_s = 1m$   $T_p = 6s$  et  $H_s = 2m$   $T_p = 8s$ .

## 4.2 Comparaison avec un PTO passif

Le critère de phase ayant été vérifiée dans dans la section précédente (4.1), il est alors possible de s'intéresser à la comparaison de l'énergie produite avec cette stratégie de contrôle et celle produite avec un PTO passif optimisé pour l'état de mer simulé et le jeu de phase de cette étude (figure 8). La première constatation est la différence de dynamique entre les deux types de PTO. Dans le cas du PTO passif, la courbe d'énergie est strictement croissante et on ne fait donc que récupérer de l'énergie. Dans le cas du PTO réactif, la machine récupère de l'énergie et en consomme pour satisfaire les conditions d'optimalité, ce qui se traduit par de grande variation dans la courbe d'énergie. La deuxième constatation est la différence de pente moyenne entre les deux systèmes. Dans le cas du PTO réactif on produit entre 3 et 5 fois plus d'énergie. Il est aussi important de noter la différence d'énergie produite entre les deux états de mer. L'état de mer  $H_s = 2m$   $T_p = 8s$  produit environ 18 fois plus d'énergie que l'état de mer  $H_s = 1m$   $T_p = 6s$ . Cette différence est majoritairement due à la différence d'énergie contenue dans la vague car celle ci augmente avec la hauteur significative et la

période de vague. Néanmoins une partie de cette différence est due au fenêtrage choisi dans cette étude, ce qui sera présenté dans la section suivante (4.3).

## 4.3 Matrices de puissance et coefficients d'optimalité

Une conséquence importante de la stratégie de contrôle collective est la forme particulière de la matrice de puissance du corps contrôlé. La matrice de puissance représente la puissance moyenne produite par une machine pour différents états de mer. Dans le cas d'un PTO passif on note toujours la présence d'un maxima local pour une période de pic donnée correspondant au point de résonance du système. Ici, comme le corps s'adapte vague par vague, on n'observe pas de maxima local mais au contraire une croissance strictement positive dans le sens des périodes de pic et de la hauteur significative. Finalement cela revient à suivre la croissance de l'énergie contenue dans une vague, qui a la même tendance. L'équation de l'énergie contenue dans une vague monochromatique s'exprime comme suit avec  $p$  la densité de l'eau,

$g$  la constante de pesanteur,  $a$  l'amplitude de la houle, et  $T$  la période de celle ci (équation 26).

$$E = \frac{pg^2}{16\pi} a^2 T \quad (26)$$

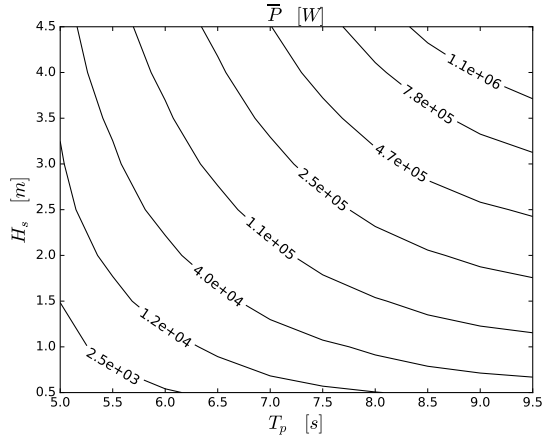


Fig. 9: Matrice de puissance pour le second corps contrôlé avec la stratégie de contrôle collective

Finalement, il a été possible de montrer qualitativement que la stratégie de contrôle possède un comportement proche du contrôle optimal. Il est alors primordial de pouvoir quantifier ce niveau d'optimalité. Pour se faire, l'énergie moyenne récupérée par le corps dans le domaine temporelle est comparée à l'énergie maximale théorique récupérable par ce corps dans le domaine fréquentiel. La puissance théorique maximale récupérable est définie comme la puissance récupérée avec le contrôle optimal en fréquentiel et sans fenêtrage. Cette puissance dans le domaine fréquentiel s'écrit comme suit (équation 27).

$$P_A(\omega) = \frac{1}{2} \Re(Z_u) [Z + Z_u]^{-2} F_{ex}^2 A^2 \quad (27)$$

Afin de comparer la puissance théorique aux résultats obtenus en domaine temporel on calcul la puissance moyenne dans le domaine fréquentiel en sommant toutes les composantes fréquentielles (équation 28).

$$P_{th} = \sum P_A(\omega) \quad (28)$$

De part la linéarité du système considéré il n'est pas nécessaire d'étudier l'évolution en  $H_s$  qui est donc invariante. Le coefficient se révèle excellent, supérieur à 80% pour les périodes supérieures à environ 7.5s. Cette courbe d'optimalité semble présenter un maximum autour de  $T_p = 9s$  et décroît autour. Cette variation est principalement due à l'effet du fenêtrage de l'impédance du contrôleur, indispensable à se stabilité. Dans cette étude, le fenêtrage est constant pour tous les états de mer, mais il est tout à fait envisageable d'appliquer des paramètres de fenêtrage différents pour chaque état de mer afin d'affiner la qualité du contrôle. De plus, il est aussi important comme pour tout type de contrôle, de définir une géométrie du corps flottant correspondant au mieux aux conditions probables d'état de mer dans lequel il sera déployé. En effet, plus la période de la vague est éloignée de la période de résonance intrinsèque du corps, plus l'énergie à injecter dans le système sera importante et plus on s'écartera des limites de stabilité. De plus, si le rendement du PTO est considéré, plus les transferts d'énergie seront grand plus les pertes énergétiques le seront. En outre, la comparaison avec la courbe d'optimalité d'un PTO passif met en avant la grande différence d'efficacité entre les deux méthodes (figure 10).

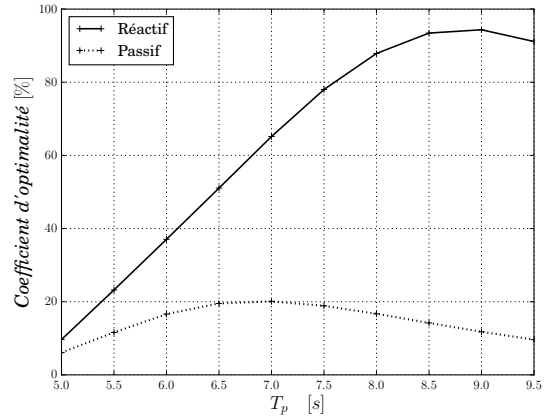


Fig. 10: Coefficient d'optimalité pour le second corps contrôlé avec la stratégie de contrôle collective et avec un PTO passif

## 5 Conclusion

Dans le but d'augmenter significativement la production énergétique des génératrices houlomotrices sans pour autant augmenter les coûts de ces machines, la stratégie de contrôle collectif développée ici. Cette étude a mis en évidence la possibilité de pouvoir utiliser l'information du vecteur d'état d'un corps de la ferme afin d'optimiser le contrôle de son voisin. Les premiers résultats confirment que les critères d'optimalité, que sont la mise en phase du corps contrôlé avec la force d'excitation et un fort coefficient d'optimalité, sont majoritairement respectés, et on voit l'énergie récupérée grandement augmentée en comparaison avec un PTO passif. Néanmoins, la stabilité du contrôleur représente un point sensible de la méthode qui a été ici traité avec un fenêtrage de l'impédance du contrôleur. Cette gestion de la stabilité du contrôleur repose sur un équilibre entre robustesse et rendement maximal. Par conséquent, l'importance d'avoir un corps ajusté autour de la fréquence de pic de la houle incidente afin de limiter les efforts du PTO est à souligner comme pour tous les autres types de contrôle car il limite les forts efforts appliqués à la machine pour forcer la mise en résonance. Les résultats de rendements présenté ici sont très encourageant pour la suite des travaux mais sont toutefois à mettre en relation au fait que la méthode est complètement linéaire et ne contient pas de termes de viscosité ce qui n'est donc pas caractéristique d'un cas de contrôle en conditions réelles.

## 6 Références

### Références

- [1] Aurélien Babarit and Alain H. Clément. Optimal latching control of a wave energy device in regular and irregular waves. *Applied Ocean Research*, 28(2) :77–91, 2006.
- [2] Aurélien Babarit and Gérard Delhommeau. Theoretical and numerical aspects of the open source BEM solver NEMOH. In *11th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC2015)*, 2015.
- [3] G Bacelli, P Balitsky, and J. V. Ringwood. Coordinated Control of Arrays of Wave Energy Devices - Benefits Over Independent Control. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, pages 1–9, 2013.
- [4] Charles L Bretschneider. Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves. Technical report, DTIC Document, 1959.
- [5] W E Cummins. The impulse response function and ship motions. Technical report, 1962.
- [6] Johannes Falnes. On non-causal impulse response functions related to propagating water waves. *Applied Ocean Research*, 17(6) :379–389, 1995.
- [7] Johannes Falnes. *Ocean waves and oscillating systems : linear interactions including wave-energy extraction*. Cambridge university press, 2002.
- [8] Francesco Fusco and John Ringwood. A study on Short-Term Wave Forecasting for time-domain Control of Wave Energy Converters. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 1(2) :99–106, 2010.
- [9] Francesco Fusco and John V. Ringwood. A study of the prediction requirements in real-time control of wave energy converters. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 3(1) :176–184, 2012.
- [10] Romain Genest, Félicien Bonnefoy, Alain H Clément, and Aurélien Babarit. Effect of non-ideal power take-off on the energy absorption of a reactively controlled one degree of freedom wave energy converter. *Physics Procedia*, 48 :236–243, 2014.
- [11] S. Nakamura S. Naito. Wave energy absorption in irregular waves by feedforward control system. In *Hydrodynamics of Ocean Wave-Energy Utilization*, 1986.